

Wollring, Bernd

## **Kooperative Aufgabenformate und Lernumgebungen im Mathematikunterricht der Grundschule**

*Zentrum für Lehrerbildung <Kassel> [Hrsg.]: Gestalten - Entdecken. Lernumgebungen für selbstständiges und kooperatives Lernen. Workshop der Studienwerkstätten für Lehrerausbildung an der Universität Kassel am 03. Juli 2003. Kassel : kassel university press 2004, S. 14-21. - (Reihe Studium und Forschung; 6)*

urn:nbn:de:0111-opus-37144

in Kooperation mit / in cooperation with:



<http://www.upress.uni-kassel.de>

### **Nutzungsbedingungen / conditions of use**

Gewährt wird ein nicht exklusives, nicht übertragbares, persönliches und beschränktes Recht auf Nutzung dieses Dokuments. Dieses Dokument ist ausschließlich für den persönlichen, nicht-kommerziellen Gebrauch bestimmt. Die Nutzung stellt keine Übertragung des Eigentumsrechts an diesem Dokument dar und gilt vorbehaltlich der folgenden Einschränkungen: Auf sämtlichen Kopien dieses Dokuments müssen alle Urheberrechtshinweise und sonstigen Hinweise auf gesetzlichen Schutz beibehalten werden. Sie dürfen dieses Dokument nicht in irgendeiner Weise abändern, noch dürfen Sie dieses Dokument für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, aufführen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

We grant a non-exclusive, non-transferable, individual and limited right to using this document. This document is solely intended for your personal, non-commercial use. Use of this document does not include any transfer of property rights and it is conditional to the following limitations: All of the copies of this documents must retain all copyright information and other information regarding legal protection. You are not allowed to alter this document in any way, to copy it for public or commercial purposes, to exhibit the document in public, to perform, distribute or otherwise use the document in public.

Mit der Verwendung dieses Dokuments erkennen Sie die Nutzungsbedingungen an.  
By using this particular document, you accept the above-stated conditions of use.

### **Kontakt / Contact:**

**peDOCS**  
Deutsches Institut für Internationale Pädagogische Forschung (DIPF)  
Mitglied der Leibniz-Gemeinschaft  
Informationszentrum (IZ) Bildung  
Schloßstr. 29, D-60486 Frankfurt am Main  
E-Mail: [pedocs@dipf.de](mailto:pedocs@dipf.de)  
Internet: [www.pedocs.de](http://www.pedocs.de)

## **Gestalten – Entdecken**

Lernumgebungen für selbstständiges und  
kooperatives Lernen

Workshop der Studienwerkstätten für  
Lehrerbildung an der Universität Kassel  
am 03. Juli 2003

Reihe Studium und Forschung, Heft 6  
Zentrum für Lehrerbildung der Universität Kassel (Hrsg.)

Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek  
Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen  
Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über  
<http://dnb.ddb.de> abrufbar

ISBN 3-89958-064-8

© 2004, kassel university press GmbH, Kassel  
[www.upress.uni-kassel.de](http://www.upress.uni-kassel.de)

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsschutzgesetzes ist ohne Zustimmung der Autor/innen unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Druck und Verarbeitung: Unidruckerei der Universität Kassel  
Printed in Germany

---

## INHALTSÜBERSICHT

Vorwort	5
Martina Nieswandt <b>Innovative und experimentelle Bilderbücher im Unterricht</b>	7
Bernd Wollring <b>Kooperative Aufgabenformate und Lernumgebungen im Mathematikunterricht der Grundschule</b>	14
Monika Zolg, Rita Wodzinski <b>Entdeckendes Lernen im physikalischen und technischen Unterricht</b>	22
Dieter Schödel <b>Softwaregestütztes Erstellen von Storyboards: Empathie erfahren und ausdrücken</b>	33
Rolf Biehler, Klaus Kombrink, Harald Oehl <b>Computereinsatz im Mathematikunterricht: Nutzung von interaktiver Werkzeugsoftware im Geometrie- und Stochastikunterricht</b>	42
Markus Knierim, Eva Wilden, Claudia Finkbeiner <b>Hot Potatoes: Interaktive Übungen für den Fremdsprachenunterricht selbst erstellen</b>	53
Klaus-Dieter Lenzen, Susanne Rosenkranz, Frauke Stübig <b>Nutzung des Internets im Unterricht – Chancen, Risiken und Problemlösungen am Beispiel Gentechnik</b>	65
Gerhard Gerdsmeier <b>Konstruktion und Analyse fachlicher Aufgaben</b>	77
Verzeichnis der Studienwerkstätten der Universität Kassel	87
Verzeichnis der Workshop-TeilnehmerInnen	88

Bernd Wollring

## **Kooperative Aufgabenformate und Lernumgebungen im Mathematikunterricht der Grundschule**

### **Zu Beginn: Literacy, Korrespondenz und Kooperation**

In der Regel und traditionell sind Aufgabenstellungen im Mathematikunterricht der Grundschule und in weiterführenden Schulen wie in kaum einem anderen Fach darauf konzipiert, eine individuelle Leistung einzufordern. Im Bereich der Grundschule sind die Aufgabenstellungen häufig zudem durch eine Standardisierung gekennzeichnet, die neben den eindeutigen Lösungen auch das Bearbeiten auf eindeutig festgelegten Wegen fordert.

Eine zunehmend reformpädagogisch und konstruktivistisch orientierte Perspektive auf den Mathematikunterricht betont dagegen die Bedeutung des Entwickelns eigener Strategien und eigener Arbeitswege, vor allem in der Grundschule. Insbesondere ist das Konzept der *Lernumgebung* darauf angelegt, günstige Bedingungen zum Hervorbringen eigener Arbeitswege zu schaffen. Ein weiterer Schritt in diese Richtung ist der mittlerweile bestehende Konsens über die Bedeutung halbschriftlicher Rechenverfahren, deren Kennzeichen wesentlich darin besteht, dass hier das Durchformulieren eines eigenen und in allen Schritten verstandenen Rechenweges unterstützt wird.

Nun ist eine derartige Vielfalt verschiedener Ansätze zur Bearbeitung derselben Aufgabe im Unterricht nur dann fruchtbar, wenn sie durch *Korrespondenz zwischen den Lernenden* ausgetauscht wird. Damit kommt der gegenstandsbezogenen, der fachbezogenen Sprache im Mathematikunterricht eine ganz besondere Bedeutung zu. Das ergiebige Aufarbeiten argumentativer Vielfalt fordert notwendigerweise effiziente Korrespondenz. Diese Korrespondenzfähigkeit ist eine notwendige Fähigkeit zum *Entwickeln einer allgemeinen Diskursfähigkeit im Mathematikunterricht*.

Dadurch ist in den Mathematikunterricht ein kooperatives Element eingebracht, der Austausch der selbst entwickelten Verfahren und Strategien. Damit werden das individuell entdeckte sachliche Phänomene und die individuell entwickelte Bearbeitung zu einem klassenöffentlichen Gegenstand. Diese Diskursorientierung des Unterrichts ist ein wesentliches Gestaltungselement. Es gibt im Mathematikunterricht eine Qualität, die über das Aneignen von Fertigkeiten weit hinaus geht und noch am ehesten geeignet ist, die modernen an der *literacy* orientierten Anforderungsprofile zu erfüllen.

Ein weiterer Schritt besteht nun darin, in den Mathematikunterricht Arbeitssituationen einzubringen, in denen gezielt und bewusst eine Kooperation mehrerer Beteiligter und das Erarbeiten einer darauf bezogenen Korrespondenz eingefordert wird. Dies ist auf vielfältige Art und Weise möglich und stellt an die Intensität des Austauschs und an Umfang und Gewicht der jeweils eingebrachten Beiträge ganz unterschiedliche Anforderungen.

## Dimensionen der Kooperation

Wir unterscheiden nicht nur für den Mathematikunterricht, aber in besonderem Maße darauf bezogen, folgende Kooperationsdimensionen im Unterricht:

- **Paralleles Arbeiten in gegenseitiger Wahrnehmung** an identischen oder ähnlichen Aufgabenstellungen ist eine erste elementare Form der Kooperation. Hier setzt die Kooperation nach dem Produzieren des individuellen Lösungsansatzes an. Die Anforderung besteht darin, sich über den Weg der anderen kundig zu machen und zur Mitteilung der eigenen Wege geeignete Verständigungsformen zu entwickeln.
- **Paralleles Arbeiten mit anschließendem Zusammenfassen der Arbeitsergebnisse** ist eine Arbeitsform, die besonders für Problemstellungen geeignet ist, bei der eine Vielfalt von Einzelergebnissen ein komplexes Gesamtergebnis erzeugt: Hier sind die Einzelergebnisse zunächst individuell zu erstellen und anschließend nach bestimmten Gesichtspunkten kooperativ zu vergleichen, zu sortieren und zu systematisieren. (Beispiele: Erstellen und Vergleichen von Würfel und Quadernetzen)
- **Paralleles Arbeiten mit anschließendem Zusammenfassen der Verfahrensweisen** ist eine Arbeitsform, die besonders für Problemstellungen geeignet ist, die zunächst eine modellierende Entwurfsarbeit fordern. Insbesondere ist sie für Aufgaben geeignet, bei denen das Modellbildern zu einer realen Situation verschiedene mathematische Konstruktionen nach sich ziehen kann. Der Austausch der Kooperationspartner bezieht sich dann nicht nur auf die mathematische Arbeitstechnik, sondern auch auf die Art und Weise wie die Problemstellung mit mathematischen Mitteln gedeutet wird (ein Beispiel ist die "Stau-Aufgabe"). Eine natürliche Fortsetzung dieses Kooperationsformates ist das **Bearbeiten von Meta-Aufgaben**. Bei diesen besteht die aufgetragene Arbeit darin, dass sich ein zweiter Bearbeitender mit einem ersten Bearbeitungsentwurf zu einem Problem konstruktiv auseinandersetzt, diesen exploriert darstellt und ggf. Alternativen entwickelt. Diese Aufgabensorte ist im traditionellen Mathematikunterricht weitestgehend unterrepräsentiert.
- **Gemeinsames Arbeiten mit Hilfeauftrag** ist eine kooperative Arbeitsform, die insbesondere bei alt erstdifferenzierten oder leistungsdifferenzierten Arbeitspartnern sinnvoll erscheint. Hier besteht die Anforderung darin, dass der im Sachstand fortgeschrittene Partner die Anforderung erfährt, den anderen Partner effizient zu unterstützen. Zu betonen ist, dass diese Kooperation nicht nur mit den Maßstäben eines mehr oder weniger positiven Sozialverhaltens zu messen ist, sondern dass die Forderung nach einer effizienten Hilfeleistung oder einer effizienten Korrespondenz eine genuin fachliche Leistung darstellt. Es ist kennzeichnend für die Mathematik, dass sie sehr festgelegte und sehr abstrakt wirkende Korrespondenzsysteme entwickelt hat, die jeder Lernende neu erwerben muss. Bei diesem Erwerb geht es nicht einfach um das Adaptieren der ausgebauten Verständigungsmuster, sondern um ein kontinuierliches unterstütztes Neuerfinden, bei dem man Schritt für Schritt die Effizienz einer solchen Verständigung wahrnimmt ("guided reinvention").
- **Gemeinsames arbeitsteiliges Bearbeiten eines Problems** ist die weitestgehende Form der Kooperation. Sie ist dadurch gekennzeichnet, dass die kooperierenden

Partner mit jeweils bestimmten Teilen des Aufgabenfeldes befasst sind und der eine im Fortgang seiner Arbeit auf die Zwischenergebnisse des anderen angewiesen ist. Derartige gemeinsame Arbeitsformen bestehen wesentlich im Entwickeln und Nutzen von Verständigungssystemen bei der Lösung eines Problems, wobei die Verständigungssysteme einen Weg zunehmender Standardisierung durchlaufen sollten. Dies ist nicht nur ein sinnvolles Arrangement für kooperative Lernumgebungen, sondern auch ein authentisches Abbild von Arbeitssituationen in der naturwissenschaftlich-technischen Welt und in vielen Bereichen des Ingenieurwesens. In diesen Lernsituationen spielen "zweckbestimmte und adressatenspezifische Dokumente" eine besondere Rolle.

Eine allgemeine Forderung an kooperative Arbeitsumgebungen im Mathematikunterricht besteht darin, das Dokumentieren der Wege und Verfahren zu unterstützen. Das Unterstützen der Korrespondenz kann vielfältiger Natur sein und auch im Umfang stärker oder schwächer ausgebaut sein. Zudem ist von Bedeutung, ob die Korrespondenz der Partner eine Rückkopplung zulässt oder nur in jeweils eine Richtung verläuft.

Differenzierungen in kooperativen Lernumgebungen können verschiedene Dimensionen betreffen. Sie können im Sachbereich durch verschiedene Anforderungen oder verschiedene Komplexität der Gegenstände gestaltet werden. Eine entscheidende zusätzliche Option jedoch besteht in der Möglichkeit, die Korrespondenz der Kooperationspartner verschieden stark, etwa in gestufter Form, zu unterstützen. Ein Beispiel bildet eine Kapitän-Lotsen-Aufgabe, hier "Wege führen" genannt, bei der die Arbeitsfläche für den Kapitän mehr oder weniger strukturiert sein kann, um den Kursmitteilungen des Lotsen sicher zu folgen.

Die Konstruktion kooperativer Lernumgebungen ist grundsätzlich auf zwei verschiedenen Wegen möglich: Einige Lernumgebungen sind genuin als kooperative Lernumgebungen konzipiert und nicht als Lernumgebungen für Einzelpersonen sinnvoll. Ein Beispiel ist das Rekonstruieren von Bauwerken anhand selbst erstellter Zeichnungen (oder doch?). Andere Lernumgebungen dagegen lassen sich in ihrer kooperativen Struktur ableiten aus Lernumgebungen die ursprünglich zur individuellen Arbeit konzipiert waren. Ein Beispiel dafür sind "Rechne-wie"-Aufgaben.

Vor diesem Hintergrund wurde in der Arbeitsgruppe in verschiedenen Lernumgebungen an kooperativen Aufgaben gearbeitet. Vorgesehen war, direkte Erfahrungen zu gewinnen und über Varianten und Differenzierungen zu reflektieren.

Die beteiligten Lehrerinnen und Lehrer haben jeweils in Paaren oder zu viert zusammen gearbeitet. Vier Lern- und Arbeitsumgebungen wurden exemplarisch ausgewählt: NIM-Spiel, Kasten-Netze, Wege führen und Elementarbilder rekonstruieren. Jede Lernumgebung wird zunächst in Kleingruppen passender Größe bearbeitet, dann werden die Ergebnisse der Kleingruppen zusammenfassend diskutiert.

Diese vier Lernumgebungen fordern jeweils unterschiedliche Dimensionen der Kooperation heraus.

## Kooperative Lern- und Arbeitsumgebung "NIM-Spiel"

Dies ist eine konkurrierend kooperative und kumulativ kooperierende Lernumgebung für Paare im Kleinen und eine Gruppe von Paaren im Großen.



Es geht darum, abwechselnd von einem Plättchenbestand mindestens eines und höchstens vier Plättchen wegzunehmen. Wer das letzte Plättchen nehmen muss, hat verloren. Hier war nach einer experimentellen Phase das Entwickeln einer Gewinnstrategie gefragt. Die verschiedenen Ansätze wurden miteinander verglichen, dazu wurden verschiedene Unterstützungen im Sinne gestufter Hilfen angeboten. In Eigenregie entwickelten die Paare ein gelegtes Muster, das nicht nur die Gewinnstrategie deutlich macht, sondern zusätzlich die Möglichkeit bietet, die Gewinnstrategie für verschiedene Gesamtzahlen von Plättchen und verschiedene Anzahlen der zu nehmenden Plättchen anzupassen. Diese Arbeitsumgebung ist mit geeigneten Anpassungen der Daten für alle Klassen in der Grundschule geeignet.

## Kooperative Lern- und Arbeitsumgebung "Kasten-Netze"

Dies ist eine kumulativ kooperierende Lernumgebung für Teams bis zu 4 Personen im Kleinen und einer Gruppe solcher Teams im Großen.





Hier geht es darum, zu Würfeln und bestimmten Quadern, in unserem Falle zu quadratischen Säulen, aus vorbereiteten Rechtecken Netze zu entwerfen und sie so zu arrangieren, dass aus dem Arrangement ein Argument dafür zu gewinnen ist, dass alle Netze vorliegen. Wir haben im Workshop diese Arbeitsumgebung für oben offene Netze zu liegenden quadratischen Säulen und oben offene Netze zu stehenden quadratischen Säulen vollständig herstellen können. Der kumulative Charakter der Arbeitsumgebung war für alle Beteiligten überzeugend. Und implizit wurden Bedingungen erarbeitet, unter denen zwei Netze als gleich anzusehen sind: Der vollständige Kongruenzbegriff in der Ebene wurde in den vergleichenden Betrachtungen zu den Netzen intuitiv erarbeitet, zum Vergleich wurden die Netze gedreht, geschoben und gespiegelt, so dass im Endergebnis keine Netze mehr auftraten, die zueinander kongruent waren. Diese Arbeitsumgebung ist durch verschiedene Wahl der Körper und durch verschiedene Anforderungen an die Netze zu differenzieren. Nach übereinstimmender Auffassung der teilnehmenden Lehrer ist sie für die Jahrgangsstufen 3 und 4 geeignet.



## Kooperative Lern- und Arbeitsumgebung "Wege führen"

Dies ist eine direkt kommunikative und arbeitsteilig kooperative Lernumgebung für Paare im Kleinen und eine Gruppe von Paaren im Großen.



Bei dieser Arbeitsumgebung geht es darum, dass ein Partner, Lotse genannt, den anderen Partner, Kapitän genannt, mit Hilfe gezielter Anweisungen durch ein vernebeltes Fahrwasser leitet und dafür Sorge trägt, dass der blinde Kapitän auf keine Klippe aufläuft. Technisch realisiert wird dies dadurch, dass der Lotse auf ein Arbeitsblatt, das eine Seekarte mit Klippen darstellt, einen Kurs einzeichnet, der zwischen den Klippen hindurch führt. Die Gestalt dieses Kurses teilt er dem Kapitän mit, der auf seinem Arbeitsblatt dem Nebel entsprechend nur weiße Leere sieht und keine Klippen. Den Aufforderungen des Lotsen entsprechend muss der Kapitän den Kurs auf sein leeres Blatt möglichst präzise aufzeichnen. Nach Abschluss dieses Vorgangs werden die Blätter übereinander gelegt und der Lotsenkurs mit dem Kapitänkurs verglichen. Dann wird schnell deutlich, ob der Kapitän im Nebel an der Klippe untergegangen ist oder nicht. Diese Aufgabe erfordert das Erstellen eines verständlichen mathematischen Textes zu einem geometrischen Objekt. Sie ist in weiten Räumen an unterschiedliche Bedingungen und Voraussetzungen in der Lerngruppe anzupassen. Werden die Arbeitsblätter etwa mit einem Gitter versehen, so lässt sich der Weg mit Hilfe von Zählprozessen und vergleichsweise einfachen Richtungsangaben eindeutig beschreiben. Wird ein Geodreieck zugelassen, so kann man zur Beschreibung des Weges Längenmaße und Winkelmaße benutzen. Gibt man keine Hilfsmittel von außen, so ist das kooperierende Team auf das vorab Entwickeln eigener Verständigungstechniken verwiesen. Nach übereinstimmender Auffassung der kooperierenden Lehrer ist dieses Aufgabenformat bei geeigneter Anpassung für alle Jahrgangsstufen der Grundschule geeignet und darüber hinaus auch in der Sekundarstufe 1.

## Kooperative Lern- und Arbeitsumgebung "Elementarbilder rekonstruieren"

Dies ist eine arbeitsteilig kooperative Lernumgebung auf der Basis fremder Texte für einzelne Personen oder Paare im Kleinen und für eine Gruppe solcher Teams im Großen. Sie kann distanziert kommunikativ oder direkt kommunikativ ausgelegt werden.

Von der Grundstruktur ähnelt diese Aufgabenstellung der Aufgabenstellung "Wege führen". Die zu rekonstruierenden Elementarbilder sind in unseren Vorlagen Arrangements aus zwei Sorten Dreiecken und einer Sorte Quadrate, insgesamt maximal 5 Figurenteile.



Bei unseren Versuchen waren sie zudem, soweit möglich, mit den Kanten aneinander gelegt. Die Aufgabe besteht nun darin, dass ein "Geber" einen Text schreibt, mit dessen Hilfe ein "Nehmer" die beschriebene Figur aus den Teilstücken zusammenlegen kann. Bei distanzierter Kommunikation hat der "Nehmer" nur den Text vorliegen und kann an den Geber keine Rückfragen mehr stellen. Bei direkter Kommunikation sind solche Rückfragen nach dem ersten Lösungsversuch möglich. Da Schrifttexte gefordert werden, ist diese Aufgabe insgesamt deutlich schwieriger als die Aufgabe "Wege führen". Je nachdem, welche Rückfragemöglichkeiten man einrichtet, erzielt man bei den kooperierenden Kindern eine selbst organisierende Verständigung mit zunehmendem Erfolg. Diese Aufgabe ist ebenfalls für sämtliche Jahrgangsstufen der Grundschule und der Sekundarstufen geeignet. Für die frühen Jahrgangsstufen liegt bereits dann eine substantielle Aufgabenstellung vor, wenn die Elementarbilder nur aus drei Quadraten bestehen. Durch Erweitern der Elementarbausteine und deren Anzahl lässt sich der Schwierigkeitsgrad in weiten Bereichen aussteuern. Durch geeignete Wahl bei den Sorten der Teilfiguren ist diese Arbeitsumgebung der jeweiligen Unterrichtssituation sehr effizient anzupassen. Die in dieser Situation erarbeiteten Verständigungsmuster sind nicht auf die Kooperation von nur 2 Personen beschränkt. Es sind auch Arrangements denkbar, bei denen mehrere "Geber" gemeinsam einen Text verabschieden oder mehrere "Nehmer" gemeinsam einen gegebenen Text bearbeiten.

## Schlussbemerkung

Alle hier vorgestellten kooperativen Lernumgebungen haben bei ihrer gegenständlichen Unterschiedlichkeit eines gemeinsam: Eine Kooperation in einer mathematischen Lernumgebung beschränkt sich in der Grundschule in der Regel nicht allein darauf, in der gegebenen Situation Lösungen zu erarbeiten. Sie schließt als wesentliche Aktivität ein, dass man eine Kommunikationsstruktur gemeinsam benutzt, oder gemeinsam vereinbart, oder überhaupt erst gemeinsam aufbaut.

Aus dem Workshop sind weiterführende Kontakte mit den Lehrerinnen und Lehrern der beteiligten Schulen hervorgegangen, sie reichen von der Teilnahme an gemeinsamen Projekten über die Teilnahme an bestimmten Fortbildungen bis hin zur gemeinsamen Gestaltung pädagogischer Tage an den betreffenden Schulen.