

Biehler, Rolf; Kombrink, Klaus; Oehl, Harald; Zentrum für Lehrerbildung <Kassel> [Hrsg.]

## Computereinsatz im Mathematikunterricht: Nutzung von interaktiver Werkzeugsoftware im Geometrie- und Stochastikunterricht

*Gestalten - Entdecken. Lernumgebungen für selbstständiges und kooperatives Lernen. Workshop der Studienwerkstätten für Lehrerbildung an der Universität Kassel am 03. Juli 2003. Kassel : kassel university press 2004, S. 42-52. - (Reihe Studium und Forschung; 6)*



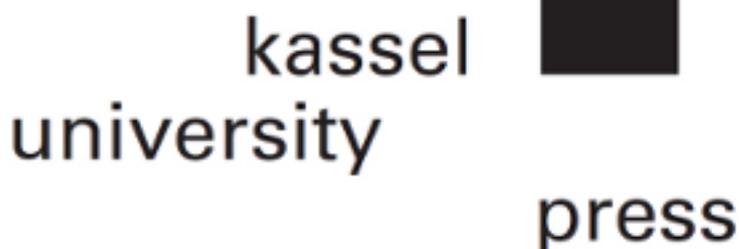
Quellenangabe/ Reference:

Biehler, Rolf; Kombrink, Klaus; Oehl, Harald; Zentrum für Lehrerbildung <Kassel> [Hrsg.]:  
Computereinsatz im Mathematikunterricht: Nutzung von interaktiver Werkzeugsoftware im Geometrie-  
und Stochastikunterricht - In: Gestalten - Entdecken. Lernumgebungen für selbstständiges und  
kooperatives Lernen. Workshop der Studienwerkstätten für Lehrerbildung an der Universität  
Kassel am 03. Juli 2003. Kassel : kassel university press 2004, S. 42-52 - URN:  
urn:nbn:de:0111-opus-37173 - DOI: 10.25656/01:3717

<https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0111-opus-37173>

<https://doi.org/10.25656/01:3717>

in Kooperation mit / in cooperation with:



<http://kup.uni-kassel.de>

### Nutzungsbedingungen

Gewährt wird ein nicht exklusives, nicht übertragbares, persönliches und beschränktes Recht auf Nutzung dieses Dokuments. Dieses Dokument ist ausschließlich für den persönlichen, nicht-kommerziellen Gebrauch bestimmt. Die Nutzung stellt keine Übertragung des Eigentumsrechts an diesem Dokument dar und gilt vorbehaltlich der folgenden Einschränkungen: Auf sämtlichen Kopien dieses Dokuments müssen alle Urheberrechtshinweise und sonstigen Hinweise auf gesetzlichen Schutz beibehalten werden. Sie dürfen dieses Dokument nicht in irgendeiner Weise abändern, noch dürfen Sie dieses Dokument für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, aufführen, vertreiben oder anderweitig nutzen.  
Mit der Verwendung dieses Dokuments erkennen Sie die Nutzungsbedingungen an.

### Terms of use

We grant a non-exclusive, non-transferable, individual and limited right to using this document.  
This document is solely intended for your personal, non-commercial use. Use of this document does not include any transfer of property rights and it is conditional to the following limitations: All of the copies of this documents must retain all copyright information and other information regarding legal protection. You are not allowed to alter this document in any way, to copy it for public or commercial purposes, to exhibit the document in public, to perform, distribute or otherwise use the document in public.

By using this particular document, you accept the above-stated conditions of use.

### Kontakt / Contact:

peDOCS  
DIPF | Leibniz-Institut für Bildungsforschung und Bildungsinformation  
Informationszentrum (IZ) Bildung  
E-Mail: [pedocs@dipf.de](mailto:pedocs@dipf.de)  
Internet: [www.pedocs.de](http://www.pedocs.de)

Mitglied der

  
Leibniz-Gemeinschaft

## **Gestalten – Entdecken**

Lernumgebungen für selbstständiges und  
kooperatives Lernen

Workshop der Studienwerkstätten für  
Lehrerbildung an der Universität Kassel  
am 03. Juli 2003

Reihe Studium und Forschung, Heft 6  
Zentrum für Lehrerbildung der Universität Kassel (Hrsg.)

Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek  
Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen  
Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über  
<http://dnb.ddb.de> abrufbar

ISBN 3-89958-064-8

© 2004, kassel university press GmbH, Kassel  
[www.upress.uni-kassel.de](http://www.upress.uni-kassel.de)

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsschutzgesetzes ist ohne Zustimmung der Autor/innen unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Druck und Verarbeitung: Unidruckerei der Universität Kassel  
Printed in Germany

---

## INHALTSÜBERSICHT

|   |    |
|---|----|
| Vorwort   | 5  |
| Martina Nieswandt<br><b>Innovative und experimentelle Bilderbücher im Unterricht</b>  | 7  |
| Bernd Wollring<br><b>Kooperative Aufgabenformate und Lernumgebungen im Mathematikunterricht der Grundschule</b>   | 14 |
| Monika Zolg, Rita Wodzinski<br><b>Entdeckendes Lernen im physikalischen und technischen Unterricht</b>  | 22 |
| Dieter Schödel<br><b>Softwaregestütztes Erstellen von Storyboards: Empathie erfahren und ausdrücken</b>   | 33 |
| Rolf Biehler, Klaus Kombrink, Harald Oehl<br><b>Computereinsatz im Mathematikunterricht: Nutzung von interaktiver Werkzeugsoftware im Geometrie- und Stochastikunterricht</b> | 42 |
| Markus Knierim, Eva Wilden, Claudia Finkbeiner<br><b>Hot Potatoes: Interaktive Übungen für den Fremdsprachenunterricht selbst erstellen</b>                                   | 53 |
| Klaus-Dieter Lenzen, Susanne Rosenkranz, Frauke Stübig<br><b>Nutzung des Internets im Unterricht – Chancen, Risiken und Problemlösungen am Beispiel Gentechnik</b>            | 65 |
| Gerhard Gerdsmeier<br><b>Konstruktion und Analyse fachlicher Aufgaben</b>   | 77 |
| Verzeichnis der Studienwerkstätten der Universität Kassel   | 87 |
| Verzeichnis der Workshop-TeilnehmerInnen  | 88 |

Rolf Biehler, Klaus Kombrink, Harald Oehl

## **Computereinsatz im Mathematikunterricht: Nutzung von interaktiver Werkzeugsoftware im Geometrie- und Stochastikunterricht**

### **1. Die Studienwerkstatt "Mathematik in den Sekundarstufen"**

Die Studienwerkstatt Mathematik in den Sekundarstufen (<http://www.mathematik.uni-kassel.de/didaktik/studienwerkstatt.de/>) richtet sich an Studierende und Lehrer und Lehrerinnen aus der Praxis. Schwerpunkt der verfügbaren Materialien, der laufenden Projekte und Fortbildungsangebote ist der Einsatz von Computern und IT im Mathematikunterricht. Ein Netzwerk mit Schulen ist im Aufbau, schulpraktische Studien von Studierenden werden mit forschendem Lernen und Unterrichtsentwicklung an den beteiligten Schulen verknüpft. Konkrete Projekte sind "CAS (Computeralgebrasysteme) und GTR (Graphische Taschenrechner) im alltäglichen Mathematikunterricht", Muffins (**Medien- und Freizeitgestaltung für interessanten Stochastikunterricht** (<http://www.mathematik.uni-kassel.de/didaktik/muffins/>), Elementare Stochastik interaktiv (<http://www.mathematik.uni-kassel.de/didaktik/EIStoch-interaktiv/>), "BAYES-STATISTIK mit natürlichen Häufigkeiten für Schüler/innen der Sekundarstufe I" und "Dynamische Geometriesoftware im Mathematikunterricht".

Für die beschreibende Statistik und Explorative Datenanalyse in der Sek. I und II steht die Software MEDASS LIGHT (<http://www.mathematik.uni-kassel.de/didaktik/biehler/meddown.html>) kostenlos für Lehrende zur Verfügung. Kooperationen bestehen mit dem Modellversuch SINUS Hessen "Gute Unterrichtspraxis Mathematik" (<http://www.mathematik.uni-kassel.de/didaktik/sinus/index.html>).

Im Workshop wurden die Stochastik und die Geometrie in zwei Teilen in den Vordergrund gestellt. Eine wichtige Option für einen innovativen Mathematikunterricht liegt in der Möglichkeit durch adäquate Verwendung neuer Medien, bzw. Technologien einen substanziellen Zugewinn an Unterrichtsqualität zu erreichen. Moderne Softwaretools, z.B. in Form von Computeralgebrasystemen, dynamischer Geometriesoftware und fachdidaktischen Ansprüchen gerecht werdenden Werkzeugen für den Stochastikunterricht, bieten hier vielseitige Unterstützung. Im Workshop sollten den Teilnehmerinnen und Teilnehmern Möglichkeiten zur methodischen Einbindung solcher Software in den Mathematikunterricht der Sekundarstufen aufgezeigt werden, die bei weitem über einen additiv-anreichernden Charakter hinausgehen und vielmehr als elementare Bausteine in den Lernprozess eingebunden werden können. Die Nutzung von interaktiver Werkzeugsoftware soll dabei Lernen mit offeneren Aufgabenstellungen fördern und sich positiv auf die Unterrichtskultur auswirken. Dies sollten die Teilnehmer/innen selber erfahren.

## 2. Workshop Teil 1 "Stochastik mit moderner Werkzeugsoftware "Interaktiv-dynamisches Mathematiklernen mit Fathom"

Für den Stochastikunterricht ergeben sich dadurch sinnvolle Alternativen zu traditionellen Zugängen und die Möglichkeit zur Integration neuerer inhaltlicher Akzente, die z.B. auf Modellbildung, Explorative Datenanalyse und Simulation abzielen. Neben dieser fachdidaktischen Weiterbildung, expliziert am konkreten Beispiel der Beschreibenden Statistik, konnten die teilnehmenden Lehrerinnen und Lehrer durch die Wahl des Datenmaterials auch einiges über ihre Schülerinnen und Schüler erfahren.

### Die Muffins-Daten

Im Mittelpunkt des Workshops stand die konkrete Arbeit mit einem Datensatz, dessen inhaltlicher Schwerpunkt die Freizeit- und Mediennutzung von Jugendlichen ist. Der sogenannte Muffins Datensatz (**Medien- und Freizeitgestaltung für interessanten Stochastikunterricht**, vgl. Biehler, Kombrink, Schweynoch, 2003) erfasst Daten aus einer Umfrage unter 540 Schüler/innen und Schülern der Klasse 11, also i.d.R. zwischen 16 und 18 Jahre alt sind. Der Datensatz umfasst nahezu alle im Kontext von Freizeitgestaltung für die Mädchen und Jungen relevanten Aspekte: beliebte Freizeitaktivitäten, Fernsehen, Computer und Internet, Telefonieren, Sport, Musik, Jobben und Lesen.

Der Datensatz besteht aus mehr als 140 Variablen und bietet sowohl qualitative als auch quantitative Merkmale in ausreichender Zahl an, so dass alle relevanten Inhalte der Beschreibenden Statistik mit den vorhandenen Merkmalen thematisiert werden können. Darüber hinaus ermöglichen die Variablen des Datensatzes, in Verbindung mit einer geeigneten Software, auch anwendungsorientierte und in großem Maße auf Schüleraktivität zielende Zugänge zur Beurteilenden Statistik.

### Die Software Fathom

Im Workshop zur Beschreibenden Statistik lernten die zehn Teilnehmerinnen und Teilnehmer die Software Fathom kennen, eine englischsprachige Werkzeugsoftware, die gezielt für die Statistikausbildung an nordamerikanischen Highschools und Colleges konzipiert und deren Entwicklung mit erheblicher Unterstützung durch öffentliche Mittel realisiert wurde. Orientiert an Funktionalität, Ergonomie und die Berücksichtigung international entwickelter inhaltlicher Qualitätsstandards für Software kann Fathom als das derzeit beste Produkt seiner Art bewertet werden. Die Software kann in hervorragender Weise das Lernen und Anwenden von Statistik unterstützen und wird bereits in vielen amerikanischen Schulen und Colleges eingesetzt. In Deutschland wird mit der Software seit ca. drei Jahren gearbeitet, wobei die Universität Kassel in Bezug auf Intensität, Kontinuität und systematische Evaluation durch eine Reihe empirischer Forschungsprojekte im bundesweiten Vergleich sicherlich eine Vorreiterrolle einnimmt. Eine deutsche Adaptation ist in Vorbereitung.

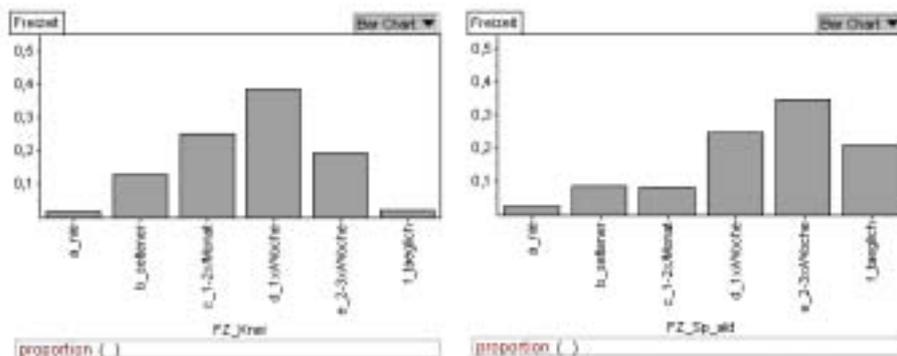
Fathom ist nicht nur ein Instrument für die interaktive statistische Datenanalyse, die stochastische Modellierung und Simulation von zufallsabhängigen Vorgängen sowie die mathematische Analyse und Darstellung von Funktionen und statistischen Verteilungen. Als offenes adaptierbares Werkzeug unterstützt es auch die Herstellung klei-

ner maßgeschneiderter Lernumgebungen mit dynamischen Visualisierungen, in denen Lernende mit Daten und Methoden experimentieren können und eigene Methoden konstruieren und erforschen können. Fathom vereint damit Vorzüge, die man sich generell von Werkzeugsoftware für den Schulunterricht wünscht und füllt damit eine wesentliche Lücke, denn konzeptionell ähnliche Werkzeugprogramme wie Tabellenkalkulation, Computeralgebrasysteme, Dynamische Geometrieprogramme und Simulationsprogramme gehören zwar zu den Standardwerkzeugen für den Mathematikunterricht, sind aber für die Stochastikausbildung nur unzureichend geeignet.

### Was ist beliebter bei Jugendlichen: "Sport treiben" oder Kneipenbesuch?

Eine typische Frage an den Datensatz Muffins ist die nach der Beliebtheit einzelner Freizeitaktivitäten. Natürlich drängt sich, das gilt gleichermaßen für Schülerinnen und Schüler wie auch für Lehrerinnen und Lehrer, die mit dem Datensatz arbeiten, ein Vergleich zwischen verschiedenen Aktivitäten auf. Für den Einstieg in den Workshop haben wir die Variablen "Sportliche Aktivitäten" und Kneipenbesuch ausgewählt. Die Variablen beschreiben für beide Aktivitäten die Häufigkeit, mit der die befragten Jugendlichen diesen nachgehen in sechs Kategorien zwischen *nie* und *täglich*.

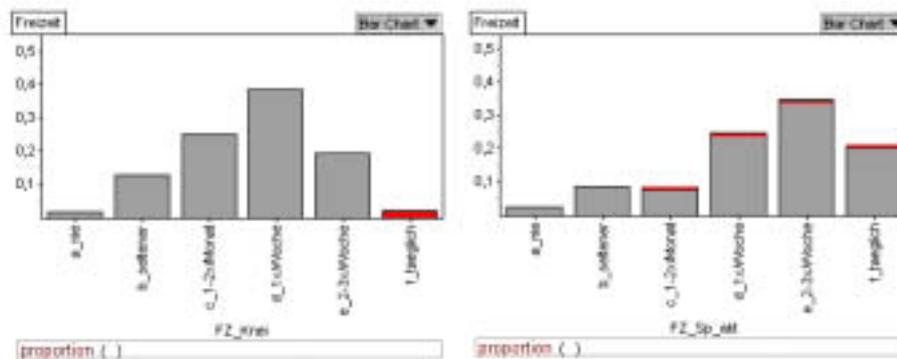
Zum Vergleich der beiden kategorialen Variablen und zur Beantwortung unserer Frage erstellen wir zunächst für beide Variablen ein Säulendiagramm mit relativen Häufigkeiten. Das Erzeugen von statistischen Graphiken und numerischen Auswertungen ist in Fathom besonders einfach und im Vergleich z.B. zu Excel sehr viel intuitiver und anwendungsfreundlicher: man zieht mit der Computermaus aus einer Liste die zu analysierende Variable in eine leere Tabelle oder in ein leeres Grafikfenster. Fathom erzeugt sofort eine entsprechende numerische Auswertung, bzw., eine statistische Grafik. Für unsere Variablen ergibt sich folgendes Bild:



Es ist leicht zu erkennen, dass beim Kneipenbesuch (linke Grafik) die vier linken Säulen höher sind als bei den sportlichen Aktivitäten (rechte Grafik), außer bei der Kategorie "nie", zu der aber nur sehr wenig Schülerinnen und Schüler gehören) und die beiden rechten niedriger. Somit kann man festhalten, dass die Ausübung sportlicher Aktivitäten bei den Jugendlichen aus dieser Stichprobe tendenziell beliebter ist als der Kneipenbesuch. Die Formulierung "tendenziell" ist eine grundsätzlich für Gruppenver-

gleiche quantitativer oder kategorialer Variablen sinnvolle Formulierung, um statistische Unterschiede auszudrücken. Für viele Lehrerinnen und Lehrer, so unsere Erfahrungen auch aus anderen Workshops, ist die notwendige und konsequente Herausbildung solcher sprachlichen Kompetenzen in unterrichtlichen Aktivitäten zwar nicht neu, zumindest aber für den Mathematikunterricht zunächst einmal gewöhnungsbedürftig. Sie sind jedoch für eine angemessene Interpretation statistischer Grafiken unerlässlich.

Man kann natürlich auch noch weitere interessante Entdeckungen in den Grafiken machen, die über den eigentlichen Vergleich hinausgehen. Wichtige Features der Software Fathom sind die multiplen verknüpften Grafiken. Wir haben dieses genutzt, um die Teilgruppe der täglichen Kneipengeher im Säulendiagramm näher zu untersuchen, insbesondere wie häufig diese Gruppe sportlichen Aktivitäten nachgehen. Ein Klick in die entsprechende Säule "Kneipenbesuch / täglich" hebt die Mitglieder dieser Teilgruppe auch in allen anderen Grafiken hervor:



Es überrascht vielleicht, dass die Teilgruppe sich auf die vier höchsten Kategorien im Barchart der sportlichen Aktivitäten verteilen. Man hätte durchaus auch erwarten können, die täglichen Kneipengeher würden sich bei sportlichen Aktivitäten eher zurückhaltender verhalten und niedrigere wöchentliche Frequenzen angeben. Auffällig ist aber in jedem Fall, dass es auch Personen, u.U. nur eine, gibt, die beiden Aktivitäten täglich nachkommt. An dieser Stelle bietet Fathom durch das Formulieren eines Filters eine einfache Möglichkeit an, die entsprechenden Personen zu identifizieren und ggf. zu analysieren, wie diese Personen ansonsten ihre Freizeit verbringen:

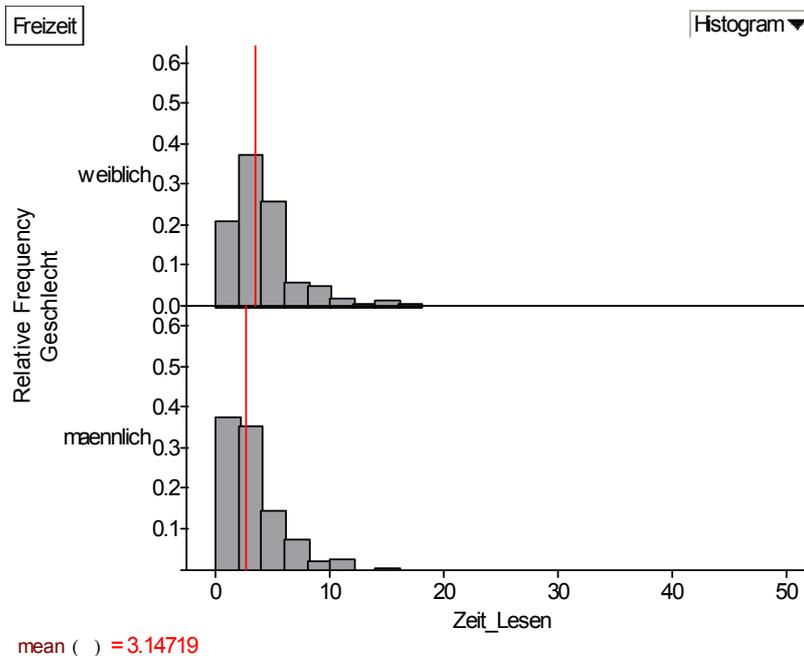
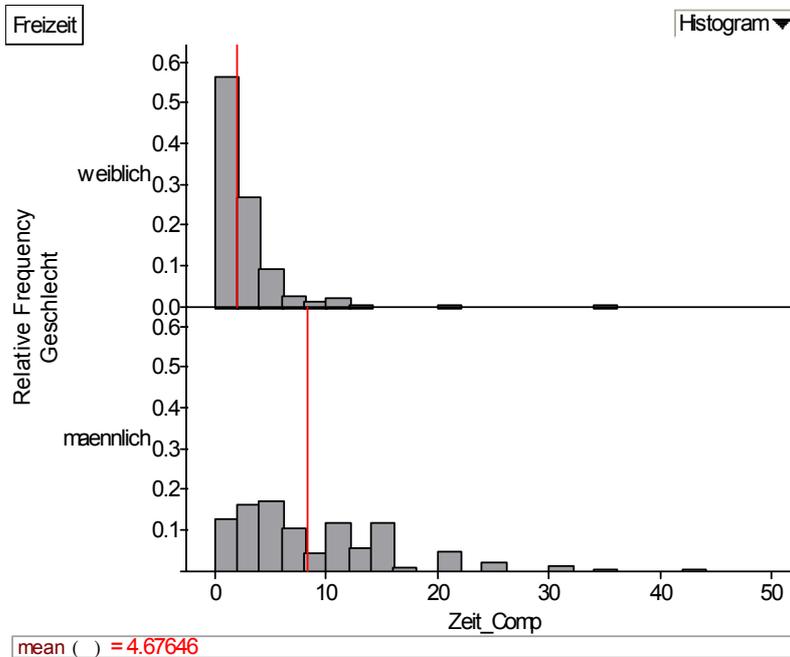
| Freizeit |                  |        |             |            |       |        |         |       |           |           |           |             |   |
|----------|------------------|--------|-------------|------------|-------|--------|---------|-------|-----------|-----------|-----------|-------------|---|
|          | Name             | Schule | Jahrgang... | Geschle... | Alter | Grösse | Gewicht | BBB   | FZ_Ueb... | FZ_Rank   | FZ_Spiele | FZ_Parti... | f |
| 1        | Ferdinand        | 106    | 11          | maskulin   | 17    | 1,75   | 66      | 22,20 | c_1-2x/W  | e_2-3x/W  | d_3x/Wo   | c_1-2x/W    | s |
| 2        | Southern Contact | 109    | 11          | maskulin   | 17    | 1,74   | 66      | 21,86 | b_wedne   | f_täglich | d_3x/Wo   | a_alle      | s |
| 3        | Sunny            | 104    | 11          | weiblich   | 17    | 1,73   |         |       | c_1-2x/W  | f_täglich | b_wedne   | a_alle      | s |

(FZ\_Knei = "f\_täglich") and (FZ\_Sp\_sit = "f\_täglich")

### Wie unterscheiden sich Jungen und Mädchen in der Freizeitgestaltung?

Wir zeigen ein anderes Beispiel, in dem Geschlechtsunterschiede bei den Variablen Zeit\_Comp(uter) in Stunden pro Woche und Zeit\_Lesen (in Std. pro Woche verglichen

werden). Während beim Lesen die Mädchen leicht "vorn" sind, gibt es bei der Computernutzung krasse Unterschiede zwischen Jungen und Mädchen (Die Daten wurden 2001 erhoben). Es sind Histogramme dargestellt, wobei die Säulen den relativen Häufigkeiten in der jeweiligen Klasse (Breite = 2) entsprechen. Es wurden jeweils die arithmetischen Mittelwerte eingezeichnet. Unter der Graphik ist der Mittelwert in der Gesamtgruppe angegeben.



Neben solchen mehr informellen Vertiefungen sollte es unbedingt ein Ziel des Unterrichts sein, Ergebnisse konkret mit Sachinformationen zu verknüpfen, Hypothesen für Erklärungen zu generieren und diese soweit möglich durch weitere Untersuchungen zu verifizieren oder abzulehnen.

Man könnte beispielsweise an dieser Stelle für die Variable Kneipenbesuch näher untersuchen, ob vielleicht Jugendliche, die durch einen Nebenjob über zusätzliche finanzielle Ressourcen verfügen, häufiger in die Kneipe gehen als die anderen, oder ob es Unterschiede gibt zwischen der Häufigkeit, mit der Sportvereinsmitglieder, bzw. Nichtmitglieder, Sport treiben. Gleichermäßen beliebt sind bei der Arbeit mit Muffins auch Vergleiche zwischen Jungen und Mädchen. Statistische Methoden erscheinen in solchen Kontexten als miteinander verbundene Werkzeuge zum Erkenntnisgewinn und nicht wie vielfach sonst als alleinstehende im Prinzip auch kontextunabhängig anzuwendende Algorithmen. Daneben ermöglichen solche Datenreisen eine von der Software Fathom besonders durch das hohe Maß an Interaktivität unterstützte starke Handlungsorientierung im Unterricht.

### 3. Workshop Teil 2 "Computereinsatz im Geometrieunterricht"

Im Rahmen der Studienwerkstatt Mathematik in den Sekundarstufen stand am Nachmittag der Computereinsatz im Geometrieunterricht im Mittelpunkt. Jeder der zehn Teilnehmer/innen konnte in zwei Stunden überblicksartig die Vorzüge von Dynamischer Geometrie-Software (DGS) kennen lernen und an PCs mit der DGS Euklid DynaGeo experimentieren und arbeiten. Die neuen Lehrpläne Mathematik für das Bundesland Hessen fordern die Lehrer/innen explizit zum Gebrauch von Rechnern im Geometrieunterricht auf: *"Taschenrechner und PC sind im Mathematikunterricht ab Klasse 7 verbindlich einzusetzen. Sie dienen einerseits als Hilfsmittel zur Lösung von rechenintensiven Aufgaben und schaffen dadurch Zeit für mathematisches Handeln. Andererseits sollen auch die Möglichkeiten genutzt werden, mit diesen Medien das Entdecken neuer Zusammenhänge – auch im Sinne einer **dynamischen Geometrie** – zu erleichtern, das mathematische Experimentieren zu ermöglichen und die Veranschaulichung der erhaltenen Ergebnisse zu verbessern.* (Hessischer Lehrplan MATHEMATIK – Gymnasialer Bildungsgang, 2002)

#### Dynamische Geometrie

Viele Lehrer und nicht nur unsere Kursteilnehmer/innen fragen sich natürlich zuerst was unter dynamischer Geometrie zu verstehen ist. Anders als bei den "klassischen Medien" Papier und Tafel kann hier die Ausgangsfigur unter Beibehaltung aller Eigenschaften dynamisch variiert werden. Neben dieser als "Zugmodus" bezeichneten Eigenschaft kann eine Dynamische Geometrie-Software (DGS) außerdem:

- dynamische Ortslinien erzeugen
- häufiger gebrauchte Befehlsfolgen zu Makros zusammenfassen
- Abstände und Winkel messen

- Terme berechnen und überwachen
- Figuren animieren
- Zeichnungen über die Zwischenablage in andere Windows-Programme exportieren
- dynamische Zeichnungen in HTML-Dokumente einbinden

Der Zugmodus, das Erzeugen von Ortslinien und die Makro-Definition stellen die wichtigsten Merkmale dynamischer Geometrie-Software (DGS) dar. Als wichtige Vertreter von DGS sind Cabri-Géomètre II, Cinderella, Geonext sowie Euklid DynaGeo zu nennen, deren Aufbau und Vorzüge im Workshop kurz vorgestellt wurden. Exemplarisch für diese Programme zeigt die folgende Abbildung das Menüsystem für das letztgenannte Programm.



Hessens Schulen haben Euklid DynaGeo als uneingeschränkte Schullizenz kostenlos zur Verfügung gestellt bekommen, d.h. die Lehrerinnen und Lehrer können einen Datenträger für Ihre Schulen bei den zuständigen Medienzentralen erhalten. Zahlreiche Materialien erleichtern die Arbeit mit diesem Programm, welches daher auch im Mittelpunkt unseres Interesses stand.

### **Arbeiten mit dem Geometrieprogramm Euklid DynaGeo**

Nach dem Starten des unter dem Betriebssystem Windows laufenden Programms und einer kurzen Phase des Vertrautmachens mittels eines Arbeitsblatts, stand zunächst der sogenannte Zugmodus thematisch im Vordergrund. Er ermöglicht die Erstellung von dynamischen Zeichnungen, in denen Punkte nachträglich verschoben werden können, ohne dass dabei die bei der Erstellung der Zeichnung festgelegten Zusammenhänge zwischen den geometrischen Objekten verloren gehen. Am Beispiel der Winkelsummen (in den hessischen Lehrplänen für die Jahrgangsstufe 7 vorgesehen) wurde das dynamische Variieren an Hand des folgenden Auszugs aus einem verteilten Arbeitsblatt für Schülerinnen und Schüler der Jahrgangsstufe 7 behandelt.

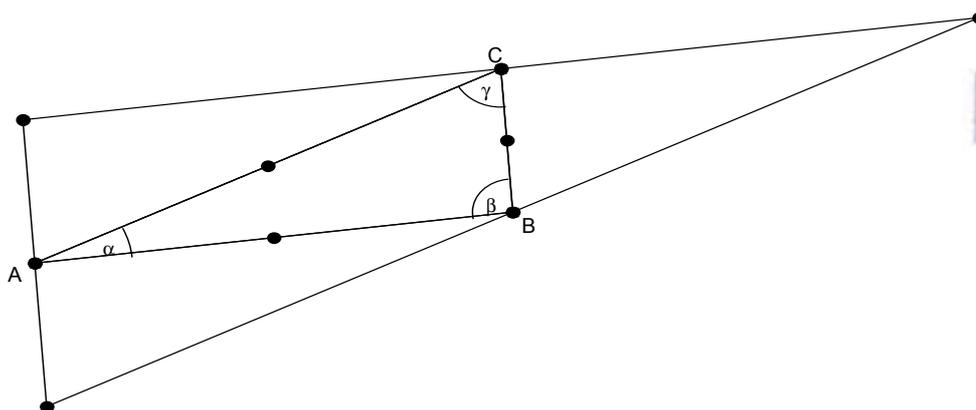
### Winkelsummen

- a) Zeichne ein Fünfeck (Werkzengleiste *Konstruieren*) und miss die fünf Innenwinkel dieses Fünfecks (Werkzengleiste *Messen & Rechnen*).  
 Wie groß ist die Summe dieser fünf Innenwinkel?  
 Hinweis: Benutze das Icon des Taschenrechners (Werkzengleiste *Messen & Rechnen*) und klicke anschließend mit der linken Maustaste auf den gemessenen Wert + nächster Wert...  
 Die Summe meiner fünf Innenwinkel beträgt: \_\_\_\_\_
- b) Variiere dein Fünfeck, indem du die Eckpunkte mit gedrückter linker Maustaste verziehst. (Dies nennt man Zugmodus.)  
 Beachte weiterhin die Innenwinkel! Was fällt dir auf:
- c) Konstruiere weitere Vielecke (= n-Ecke, wobei n die Anzahl der Ecken des n-Ecks angibt) und miss wiederum die Summe der Innenwinkel.  
 Variiere dein Vieleck, indem du die Eckpunkte verziehst. . . .



Wird die Figur mittels Zugmodus variiert, verändern sich die einzelnen Winkel, die Winkelsumme bleibt jedoch konstant. Schüler/innen sollen hierbei zur Summe der Innenwinkel im Dreieck hingeführt werden und die Formel  $(n-2) \times 180^\circ$  für n-Ecke, sowie mit Hilfe des folgenden Arbeitsblattes die Beweisidee entdecken:

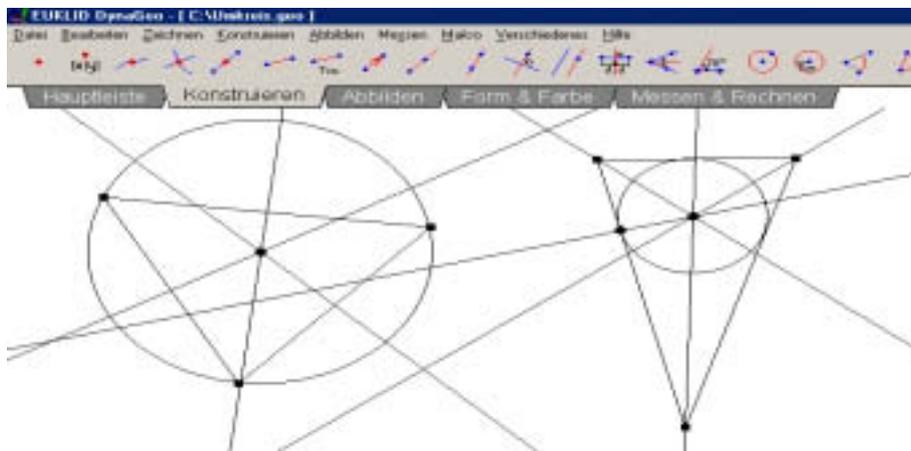
Zeichne ein beliebiges Dreieck ABC. Konstruiere die Mittelpunkte der Dreieckseiten und drehe das Dreieck ABC an jedem dieser Mittelpunkte um  $180^\circ$ . Tipp: Dies entspricht einer Punktspiegelung (Werkzengleiste *Abbilden*)



Miss die Innenwinkel und markiere gleich große Winkel in derselben Farbe.  
 (Tipp: Dabei hilft es dir, wenn du die Figur variiert.)  
 Sind diese Innenwinkel wirklich immer gleich groß?  
 Kannst du nun begründen, warum die Summe der Innenwinkel im Dreieck immer genau  $180^\circ$  beträgt?

Anschließend sollten die Mittelsenkrechten und der Umkreis eines Dreiecks konstruiert werden, was allen Teilnehmern schnell gelang (siehe die linke Konstruktion in der unteren Abbildung).

Auch hier wurden die Vorzüge des Zugmodus schnell erkannt: Im Gegensatz zu Papier und Bleistift gelingt es nun Schülern exakt zu "zeichnen". Man muss nicht mehrere Dreiecke mit Umkreis anfertigen, sondern kann einen beliebigen Eckpunkt des Dreiecks verziehen um Besonderheiten zu entdecken: Alle drei Mittelsenkrechten schneiden sich in einem Punkt. Der Kreis um diesen Schnittpunkt der Mittelsenkrechten verläuft durch alle drei Dreieckspunkte, daher auch der Name Umkreis mit Umkreismittelpunkt. Dieser Umkreismittelpunkt liegt bei einem spitzwinkligen Dreieck innerhalb, bei einem stumpfwinkligen Dreieck außerhalb des Dreiecks. Bei einem rechtwinkligen Dreieck liegt der Umkreismittelpunkt auf einer Dreiecksseite. Dieser Sachverhalt bereitet thematisch den Satz des Thales vor.



Beim Inkreis traten erste Schwierigkeiten auf, da man zunächst das Lot vom Schnittpunkt der Winkelhalbierenden auf eine Dreiecksseite fallen muss, um dann für den Inkreis den Mittelpunkt und einen Punkt auf der Kreislinie zu haben (siehe die rechte Konstruktion in der oberen Abbildung). Einige Lehrer hatten noch Zeit weitere besondere Punkte und Linien im Dreieck (Höhenschnittpunkt und Schwerpunkt) zu konstruieren bis hin zur Euler-Gerade. Zum Abschluss des Workshops im Computerraum wurden die Möglichkeiten zum Aufzeichnen von Ortslinien vorgestellt und anschließend von den Workshopteilnehmern in praktischer Arbeit realisiert. Es wurde auf Literatur und vorbereitete interaktive Worksheets mit DynaGeo verwiesen, die einen noch leichteren Einstieg für Schülerinnen und Schüler ermöglichen (Elschenbroich & Seebach, 2003).

Alle Kursteilnehmer waren letztendlich positiv überrascht wie gut das Programm Euklid DynaGeo strukturiert ist und vor allem wie einfach man es erlernt und damit umgehen kann. Die Perspektiven für eine bessere und methodenreichere Thematisierung des Schulstoffes wurden von allen Teilnehmern konsentiert.

## 4. Verlauf und Auswertung des Workshops

Die Aufteilung in die Stochastik und die Geometrie-Komponente wurde wegen der Vielseitigkeit begrüßt, wenn auch die Zeit für jedes der Themen relativ knapp war. In der Abschlussdiskussion wurde die relativ nahtlose Einpassung der Ideen zur Geometriesoftware in die geltenden Lehrpläne hervorgehoben. Der Stochastikunterricht, vor allem in der Sekundarstufe I ist in einer schwierigeren Situation. Die Beschreibende Statistik bis hin zur Explorativen Datenanalyse stellt für viele Lehrer eine neue fachliche Akzentuierung da, die in der Lehrerbildung bisher nicht stark betont wurde. Die Teilnehmer/innen regten an, bei einer Wiederholung des Workshops zunächst noch stärker die fachlich-fachdidaktischen Möglichkeiten in den Vordergrund zu rücken und darauf aufbauend die Möglichkeiten der Software zu diskutieren. Es wurde der Wunsch geäußert, neben FatHOM vergleichsweise auch die Möglichkeiten anderer Software wie EXCEL oder MEDASS LIGHT mit kennen zu lernen. Das Angebot der Studienwerkstatt, im Rahmen von Unterrichtsversuchen und schulpraktischen Studien gezielt weiter zu kooperieren, wurde positiv zur Kenntnis genommen.

In Nachfolge des Workshops hat die Studienwerkstatt mittlerweile u.a. einen "Schülertag" zur statistischen Datenanalyse durchgeführt, Kooperationen im Bereich des Stochastikunterrichts der Sekundarstufe II sind in Planung und ein Workshop zur Dynamischen Geometriesoftware im Februar/März 2004 war innerhalb weniger Tage ausgebucht.

### Literatur

Biehler, R. & Weber, W. (Hrsg.) (1995): Explorative Datenanalyse. Computer+Unterricht 17 (März 1995)

Biehler, R. (Hrsg.) (1999): Daten und Modelle. Mathematik lehren 97 (Dezember 1999)

Biehler, R. / Kombrink, K. / Schweynoch, S. (2003): MUFFINS: Statistik mit komplexen Datensätzen – Freizeitgestaltung und Mediennutzung von Jugendlichen  
Stochastik in der Schule, 23 (2003), Heft 1, S. 11-26

Elschenbroich, H.-J. / Seebach. Dynamisch Geometrie entdecken. Elektronische Arbeitsblätter mit Euklid DynaGeo, Klasse 7- 10 cotec Verlag 2003.

### Software

Euklid DynaGeo: Autor R. Mechling. Testversion unter <http://www.dynageo.de/>  
Eine Landeslizenz für alle hessischen Schulen liegt vor.

FATHOM: Version 1.16. Key Curriculum Press. Testversion unter <http://www.keypress.com/fathom/index.html>

MEDASS LIGHT: Autoren R. Biehler, W. Rach, S. Bauer. Kostenloser Download und Registrierung für Lehrende unter <http://www.mathematik.uni-kassel.de/didaktik/biehler/meddown.html>

## **Kontakt**

Prof. Dr. Rolf Biehler, Klaus Kombrink

Universität Kassel, FB Mathematik/Informatik 34109 Kassel

biehler@mathematik.uni-kassel.de, kombrink@mathematik.uni-kassel.de

Harald Oehl, Lichtenbergschule Kassel (oehl-schule@gmx.de)