

Linneweber-Lammerskitten, Helmut; Wälti, Beat
**HarmoS Mathematik: Kompetenzmodell und Vorschläge für
Bildungsstandards**

Beiträge zur Lehrerbildung 26 (2008) 3, S. 326-337



Quellenangabe/ Reference:

Linneweber-Lammerskitten, Helmut; Wälti, Beat: HarmoS Mathematik: Kompetenzmodell und Vorschläge für Bildungsstandards - In: Beiträge zur Lehrerbildung 26 (2008) 3, S. 326-337 - URN: urn:nbn:de:0111-pedocs-136838 - DOI: 10.25656/01:13683

<https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0111-pedocs-136838>

<https://doi.org/10.25656/01:13683>

in Kooperation mit / in cooperation with:

Zeitschrift zu Theorie und Praxis der Aus- und
Weiterbildung von Lehrerinnen und Lehrern

**BEITRÄGE ZUR LEHRERINNEN-
UND LEHRERBILDUNG**

Organ der Schweizerischen Gesellschaft für
Lehrerinnen- und Lehrerbildung (SGL)

ISSN 2296-9632

<http://www.bzl-online.ch>

Nutzungsbedingungen

Gewährt wird ein nicht exklusives, nicht übertragbares, persönliches und beschränktes Recht auf Nutzung dieses Dokuments. Dieses Dokument ist ausschließlich für den persönlichen, nicht-kommerziellen Gebrauch bestimmt. Die Nutzung stellt keine Übertragung des Eigentumsrechts an diesem Dokument dar und gilt vorbehaltlich der folgenden Einschränkungen: Auf sämtlichen Kopien dieses Dokuments müssen alle Urheberrechtshinweise und sonstigen Hinweise auf gesetzlichen Schutz beibehalten werden. Sie dürfen dieses Dokument nicht in irgendeiner Weise abändern, noch dürfen Sie dieses Dokument für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, aufführen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Mit der Verwendung dieses Dokuments erkennen Sie die Nutzungsbedingungen an.

Terms of use

We grant a non-exclusive, non-transferable, individual and limited right to using this document.

This document is solely intended for your personal, non-commercial use. Use of this document does not include any transfer of property rights and it is conditional to the following limitations: All of the copies of this documents must retain all copyright information and other information regarding legal protection. You are not allowed to alter this document in any way, to copy it for public or commercial purposes, to exhibit the document in public, to perform, distribute or otherwise use the document in public.

By using this particular document, you accept the above-stated conditions of use.

Kontakt / Contact:

peDOCS
DIPF | Leibniz-Institut für Bildungsforschung und Bildungsinformation
Informationszentrum (IZ) Bildung
E-Mail: pedocs@dipf.de
Internet: www.pedocs.de

Mitglied der


Leibniz-Gemeinschaft

HarmoS Mathematik: Kompetenzmodell und Vorschläge für Bildungsstandards

Helmut Linneweber-Lammerskitten und Beat Wälti

Der folgende Beitrag erklärt den Aufbau des Kompetenzmodells HarmoS Mathematik und verdeutlicht wichtige Unterschiede zu den geläufigen Kompetenzrastern der Fremdsprachenfächer. Die vom Konsortium vorgeschlagenen mathematischen Basisstandards werden erläutert und durch ein Beispiel veranschaulicht. Zuletzt nehmen wir zu möglichen Missverständnissen Stellung und antizipieren Implikationen für den Mathematikunterricht und den Deutschschweizer Lehrplan.

1. Erwartungen und Anforderungen an mathematische Bildungsstandards und Kompetenzmodelle

Die Erwartungen, die von verschiedenen Gruppierungen und interessierten Einzelpersonen an mathematische Bildungsstandards und die ihnen zugrunde liegenden Kompetenzmodelle formuliert werden, sind vielfältig. Aus den Diskussionen, die wir während der Entwicklungsphase geführt haben, haben wir eine Reihe von Anregungen aufgenommen, dabei aber auch realisiert, dass man mit grundlegenden Missverständnissen rechnen muss, die die Akzeptanz und die Implementation des Kompetenzmodells erschweren können. Wir werden deshalb im Anschluss an unsere Darstellung des Kompetenzmodells und der Vorschläge zu Bildungsstandards einige dieser Missverständnisse aufzeigen. Bereits an dieser Stelle ist es jedoch sinnvoll, auf die häufig geäußerte Erwartung einzugehen, dass sich die Kompetenzmodelle in den einzelnen Schulfächern zwar inhaltlich, nicht aber in ihrer Konzeption unterscheiden würden und dass somit das HarmoS-Kompetenzmodell Mathematik – abgesehen von den Inhalten – ähnlich wie die Kompetenzraster des Europäischen Sprachenportfolios konzipiert sein müsse.

Diese Erwartung hat unsere Arbeit nicht unwesentlich beeinflusst und teilweise sogar behindert, denn zum einen steht hinter dem Sprachenportfolio ein Kompetenzbegriff, der nicht deckungsgleich mit dem der Klieme-Expertise ist (auf die sich HarmoS explizit stützt), zum anderen wird man mit dieser Erwartung der Forderung der «Fachlichkeit» im Sinne der Klieme-Expertise (2005, S. 25 f.) nicht gerecht, die gerade eine Entwicklung von Kompetenzmodellen und Bildungsstandards nach Massgabe der genuine Bedürfnisse des Fachs vorsieht. Nun unterscheidet sich das Fach Mathematik von den Fremdsprachenfächern zumindest graduell in drei Punkten.

Der erste Punkt betrifft die stärkere Gewichtung der Themen und Inhalte gegenüber den formalen und kommunikativen Aspekten der Sprache. Zwar kann man von einer mathematischen Sprache mit eigenen Begrifflichkeiten und Symbolsystemen sprechen, aber es wäre ein Fehler, die Mathematik bloss als Sprache *sui generis* zu verstehen. Es kommt im Mathematikunterricht eben nicht nur und nicht einmal vorrangig darauf an, die mathematische Sprachkompetenz der Schülerinnen und Schüler zu fördern (auch wenn wir das vielleicht stärker als bis anhin tun sollten), sondern darauf, Mathematik zu treiben und dabei sowohl Kompetenzen mit Bezug auf vielfältige Inhaltsbereiche, als auch mit Bezug auf verschiedene Handlungsaspekte (z. B. Operieren, Argumentieren, Mathematisieren u. a. m.) zu entwickeln. Während Kompetenzraster, wie sie vom Europäischen Sprachenportfolio her geläufig sind, von den thematischen Inhalten abstrahieren und die Frage nach dem Kompetenzniveau in den Vordergrund stellen, ist für inhaltlich ausgerichtete Fächer nicht die Orientierung an einem Niveau oder Stufenparadigma, sondern eine Klärung der Inhalts- und Handlungsdimension in einem Kompetenzmodell vorrangig.

Der zweite Punkt betrifft die Werthaltungen gegenüber der Mathematik. Wie bei kaum einem anderen Unterrichtsfach klaffen bezüglich der Mathematik zwei Werthaltungen auseinander: Auf der einen Seite ist die Bedeutung der Mathematik für das Leben in modernen technisierten Gesellschaften quasi unbestritten, auf der anderen Seite geschieht es nicht selten, dass erfolgreiche Persönlichkeiten öffentlich zugeben, an Mathematik uninteressiert bzw. im Mathematikunterricht schwach gewesen zu sein, und dies in der Gewissheit, dass sie mit ihrem Eingeständnis keinen Verlust ihres Ansehens befürchten müssen. Angesichts dieser paradoxen Diskrepanz (Mathematik ist wichtig – mathematische Kompetenz und mathematisches Interesse hingegen nicht) ergibt sich ein doppelter Klärungsbedarf: Zum einen ist mathematische Kompetenz nicht als Monolith zu verstehen, vielmehr sind verschiedene Kompetenzen in inhaltlicher Dimension («Teildisziplinen»/«Kompetenzbereiche») und handlungsbezogener Dimension («Handlungsaspekte»/«Kompetenzaspekte») zu unterscheiden, zum anderen ist mathematische Kompetenz nicht als etwas ausschliesslich Kognitives zu verstehen, sondern als etwas, das neben kognitiven auch nicht-kognitive (motivationale, volitionale und soziale) Momente umfasst (Klieme et al., 2003, S. 21). Auch dies spricht gegen eine Reduktion mathematischer Kompetenzmodelle auf blosse Kompetenzraster.

Ein dritter Punkt betrifft die Notwendigkeit, deutlich zwischen der Entwicklungsdimension einerseits und der Dimension der Schwierigkeits-/Anforderungs-/Kompetenzniveaus andererseits zu unterscheiden. Die Vorstellung, dass alle Lernenden mathematische (Teil-)Kompetenzen in einer bestimmten Reihenfolge entwickeln sollten oder sogar müssen, widerspricht der konstruktivistischen Auffassung, dass jedes Individuum eigene Lernwege geht bzw. gehen können sollte. Sicher sind gemeinsame Treffpunkte nötig und auch realisierbar, dem trägt die Formulierung von Kompetenzbeschreibungen für drei verschiedene Jahrgangsstufen Rechnung (Entwicklungsdimension). Die Unterscheidung von Kompetenzniveaus innerhalb einer Jahrgangsstufe

ist jedoch nicht als Feingliederung der Entwicklungsdimension zu verstehen, sondern betrifft eine eigenständige Dimension: die Ausprägung/den Grad der Kompetenz verschiedener Individuen zu einem bestimmten Zeitpunkt. Die Basisanforderungen am Ende der Jahrgangsstufe 11 umfassen die Basisanforderungen der Jahrgangsstufe 8 – es ist dazu aber nicht unbedingt nötig, dass jede bzw. jeder Lernende in der Entwicklung von Jahrgangsstufe 8 zu 11 alle Kompetenzniveaus der Jahrgangsstufe 8 durchläuft.

Alle drei Punkte drängen zu einem differenzierteren mehrdimensionalen Kompetenzmodell, welches wir im folgenden Abschnitt erläutern werden.

2. Das Kompetenzmodell HarmoS Mathematik

Das Kompetenzmodell HarmoS Mathematik ist ein mehrdimensionales Modell, in dem verschiedene, für die Beschreibung von mathematischen Kompetenzen wichtige Aspekte und Faktoren unterschieden und in eine systematische Ordnung gebracht werden:

- *Kompetenzbereiche*: Mathematische Kompetenz ist zum einen auf verschiedene inhaltliche Bereiche der Mathematik bezogen. Das HarmoS-Modell gliedert die inhaltliche Dimension in fünf Kompetenzbereiche: Form und Raum; Zahl und Variable; Funktionale Zusammenhänge; Grössen und Masse; Daten und Zufall.
- *Kompetenzaspekte*: Mathematische Kompetenz ist zum anderen auf unterschiedliche Handlungsaspekte (z. B. «Operieren und Berechnen» oder «Argumentieren und Begründen») bezogen. Die in HarmoS Mathematik unterschiedenen *Kompetenzaspekte* sind: Wissen, Erkennen und Beschreiben; Operieren und Berechnen; Instrumente und Werkzeuge verwenden; Darstellen und Formulieren; Mathematisieren und Modellieren; Argumentieren und Begründen; Interpretieren und Reflektieren der Resultate; Erforschen und Explorieren.
- *Kompetenzniveaus*: Mathematische Kompetenz oder besser: mathematische Kompetenzen können Personen in unterschiedlicher Ausprägung besitzen. Den verschiedenen Kompetenzniveaus der Personen korrespondieren Aufgaben bzw. Items mit unterschiedlicher Schwierigkeit.
- *Entwicklungsdimension*: Mathematische Kompetenz kann sich entwickeln: Kompetenzen sind mit Bezug auf verschiedene Jahrgangsstufen darzustellen (im HarmoS-Projekt: Jahrgangsstufen 4, 8 und 11).
- *Nicht-kognitive Dimensionen*: Mathematische Kompetenz ist nicht auf Wissen und Können beschränkt, sondern umfasst auch affektive und soziale Facetten (vgl. Weinerts Definition in Klieme et al., 2003, S. 21).

Jede graphische Veranschaulichung des Modells muss sich auf ein Teilmodell mit zwei oder drei der oben aufgeführten Dimensionen beschränken. Abbildung 1 skizziert ein dreidimensionales Teilmodell, bei dem die nicht-kognitiven Dimensionen ausgeblen-

det werden und in der Entwicklungsdimension eine bestimmte Jahrgangsstufe herausgegriffen wird.

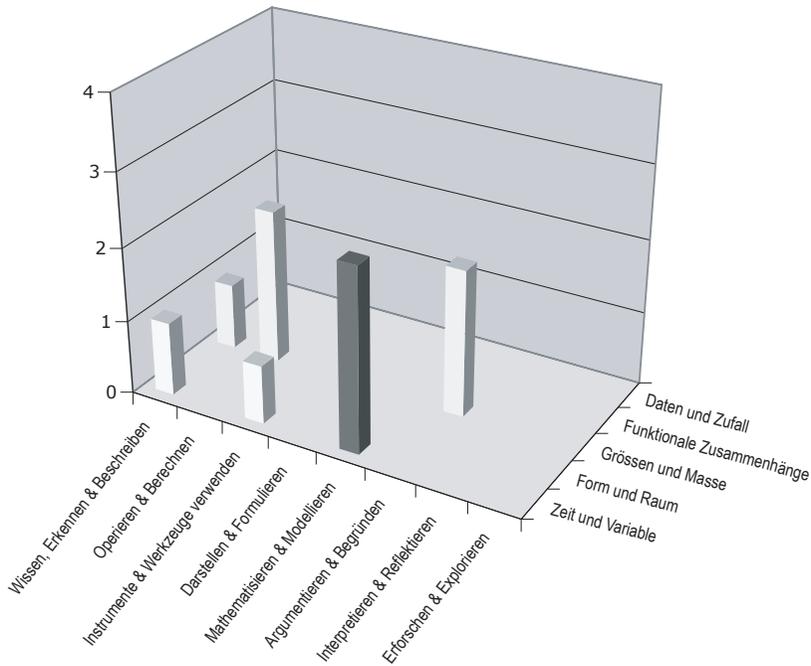


Abbildung 1: Dreidimensionales Teilmodell

Die Grundlage für das ganze Modell bildet eine Matrix, die – als noch leere «heuristische» Matrix – für alle Jahrgangsstufen gleich ist und als Leitfaden zur Formulierung von Kompetenzbeschreibungen dient (Abb. 2). Die Zellen der heuristischen Matrix wurden für die verschiedenen Jahrgangsstufen mit unterschiedlichen Kompetenzbeschreibungen gefüllt; dabei blieben manche Zellen leer, für die Jahrgangsstufe 4 wurden manche Aspekte/Bereiche zusammengezogen. Auf diese Weise entstanden für die Jahrgangsstufen 4, 8 und 11 drei verschiedene Matrizen.

Die verschiedenen Kompetenzbeschreibungen wurden durch Aufgaben illustriert, die in der Mehrzahl eigens dazu konstruiert wurden und ein Spektrum unterschiedlicher Schwierigkeitsniveaus abdecken sollten – die definitive Festlegung der Kompetenzniveaus erfolgte empirisch auf der Basis des Rasch-Modells.

Leider konnten wir aus Zeit- und Ressourcengründen auf die nicht-kognitiven Dimensionen nur wenig eingehen. Eine Berücksichtigung der Motivation bei den Kompetenzbeschreibungen der Matrizen ist immer parallel mit bedacht worden: Bei allen Kompe-

Jahrgangsstufe 4/8/11		Inhaltsdimension «Kompetenzbereiche»				
		Zahl und Variable	Form und Raum	Größen und Masse	Funktionale Zusammenhänge	Daten und Zufall
Prozessdimension «Kompetenzaspekte»	Wissen, Erkennen und Beschreiben					
	Operieren und Berechnen					
	Instrumente und Werkzeuge verwenden					
	Darstellen und Formalisieren					
	Mathematisieren und Modellieren					
	Argumentieren und Begründen					
	Interpretieren und Reflektieren der Resultate					
Erforschen und Explorieren						

Abbildung 2: Matrix als Leitfaden zur Formulierung von Kompetenzbeschreibungen

tenzaspekten (mit Ausnahme der ersten beiden) kann man u.E. nur dann sinnvoll von einer Kompetenz sprechen, wenn die kognitiven Fähigkeiten auch mit einer gewissen Bereitschaft, sie anzuwenden, verbunden sind. Schwieriger ist es dagegen, Aufgaben zur Illustration zu entwerfen, und noch schwieriger, verschiedene Grade des Motiviertseins quantitativ zu bestimmen. Wir haben hierauf verzichten müssen, die Lernenden der Jahrgangsstufe 11 aber in einem separaten Fragebogen zu ihrer Motivation und zum Interesse an mathematischen Problemen befragt.

3. Legitimation der gewählten Einteilung in Kompetenzbereiche und Kompetenzaspekte

Mit den in HarmoS gewählten «Kompetenzbereichen» und «Kompetenzaspekten» haben wir versucht, an den in Tabellen 1 und 2 aufgeführten Traditionen und Modellen anzuknüpfen und zu einer befriedigenden systematischen Einheit zu gelangen. Zur Legitimation der gewählten Kategorien ist zweierlei zu prüfen: ob die gewählten Kategorien in ihrer Gesamtheit den *Fachbereich der Schulmathematik* bzw. die charakteristischen *mathematischen Tätigkeiten abdecken*, und zum anderen, ob die gewählte Einteilung des gesamten Fachbereichs in die genannten Teilbereiche *relevante Inhaltsschwerpunkte* der Mathematik hervortreten lässt bzw. eine *praktikable und theo-*

retisch sinnvolle Einteilung mathematischer Tätigkeiten, Kompetenzen und Aufgaben ermöglicht. Wir müssen an dieser Stelle darauf verzichten – eine ausführliche Analyse erscheint im EDK-Bericht (voraussichtlich Ende 2009).

Tabelle 1: Relevante Inhaltsschwerpunkte der Mathematik

Schweizer Lehrpläne	NCTM	PISA 2003	KMK
Geometrie Algebra Arithmetik Sachrechnen (Stochastik)	Numbers and Operations Algebra Geometry Measurement Data Analysis and Probability	Quantity Space and Shape Change and Relations- hips Uncertainty	Zahl Messen Raum und Form Funktionaler Zusammen- hang Daten und Zufall

Tabelle 2: Mathematische Tätigkeiten, Kompetenzen und Aufgaben

Schweizer Lehrpläne	NCTM	PISA 2003	KMK
Kenntnisse und Fertig- keiten Vorstellungsvermögen Mathematisieren Problemlöseverhalten	Problem Solving Reasoning and Proof Communication Connections Representation	Thinking and Reasoning Argumentation Communication Modelling Problem posing and solving Representation Using symbolic, formal and technical language and operations Use of aids and tools	Probleme mathematisch lösen mathematisch model- lieren mathematische Darstel- lungen verwenden mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathema- tik umgeben kommunizieren mathematisch argumen- tieren

Mit der empirischen Validierung des Kompetenzmodells konnte u. a. gezeigt werden, dass es berechtigt ist, die in HarmoS ausgewählten Aspekte und Bereiche als eigenständige Teilkompetenzen einer übergreifenden mathematischen Kompetenz aufzufassen.

4. Methodische Vorgehensweise zur Gewinnung von «Candos»

Ein schwieriges generelles Problem bei der Konzeption der Bildungsstandards besteht darin, dass die Bildungsstandards auf einer mittleren Abstraktionsebene formuliert werden sollen, gleichzeitig aber auch in «Aufgaben und Testskalen» umsetzbar sein müssen (Klieme et al., 2003, S. 33). Ein zusätzliches Problem ergibt sich für das HarmoS-Projekt aus den unterschiedlichen Traditionen der Sprach- und Kulturregionen der Schweiz, die sich in unterschiedlichen Lehrplänen, aber auch in unterschiedlichen fachdidaktischen Konzeptionen niederschlagen. Jeder Versuch einen Konsens zu er-

zielen, läuft somit immer Gefahr, auf der abstrakten Ebene vieldeutig vage und auf der konkreten Ebene zu dürftig auszufallen. Diese Gefahr betrifft die Vorschläge von Bildungsstandards und die Entwicklung von Kompetenzmodellen, die den Referenzrahmen dazu bilden sollen, in gleicher Weise. Um ihr zu entgehen, haben wir zwischen einer abstrakten Cando-Beschreibung, welche explizit formuliert, was kompetente Schülerinnen und Schüler können («can do»), und einer konkreteren Auflistung von Fähigkeiten und Fertigkeiten als Komponenten der entsprechenden Kompetenzen unterschieden. Zu jeder Matrixzelle wurde zunächst eine von allen akzeptierte Cando-Beschreibung gesucht (Konsensphase) und in einer zweiten Phase durch die verschiedenen Gruppenmitglieder konkretisiert. Die zum Teil divergierenden Auffassungen wurden schriftlich festgehalten (Dissensphase), in einer dritten Phase bewertet (für alle Regionen akzeptabel/mit Vorbehalt/nicht für alle akzeptabel) und in einer letzten Phase bereinigt. Durch die Trennung der Phasen sollte verhindert werden, dass Formulierungen «ausgehandelt» werden, die nichtssagend /vage oder fachlich trivial sind, und es sollte ermöglicht werden, zunächst abgelehnte Vorschläge später noch modifizieren zu können. Auch sollte die Entscheidung, was zu einer Kompetenz gehört (Dissensphase), möglichst auf rein fachlichen Aspekten und Argumenten beruhen und von Überlegungen zur Realisierbarkeit (Phase der Bewertung) getrennt werden, beides sollte bei der Itementwicklung angemessen berücksichtigt und durch die Unterscheidung unterschiedlicher Niveaus in Einklang gebracht werden.

5. Entwicklung von Testitems und empirische Validierung des Kompetenzmodells

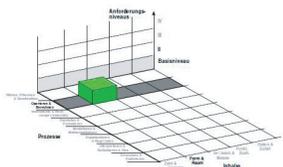
Um die Kompetenzbeschreibungen zu veranschaulichen, wurden eine Reihe von Aufgaben (häufig auch in Form von Testumgebungen) auf unterschiedlichen Schwierigkeitsniveaus entwickelt, in Pilotprojekten vorgetestet und in einem nationalen Test validiert. Auch wenn die eigentliche Festlegung von Schwierigkeitsniveaus der Aufgaben und damit von Kompetenzniveaus der Schülerinnen und Schüler erst auf der Grundlage des empirischen Tests erfolgte, war eine zumindest provisorische Zuordnung von Schwierigkeitsniveaus notwendig, um genügend Testitems (insbesondere im unteren Bereich) zur Verfügung zu haben. In den beiden Jahrgangsstufen 8 und 11 haben jeweils knapp 7'000 Lernende Aufgaben getestet, wobei die Lernenden in der Regel jeweils etwa 10% der Aufgaben bzw. drei Testhefte mit jeweils etwa zehn Aufgaben bearbeiten. Aus Kapazitätsgründen wurden nicht alle Kompetenzaspekte und Kompetenzbereiche für den Haupttest aufbereitet; ansonsten war der Validierungstest so angelegt, dass in der Regel zu allen Kompetenzaspekten, Kompetenzbereichen und Kompetenzniveaus jeweils mindestens zwei Items getestet wurden. Als validiert galten diejenigen Items, die den Kriterien des Rasch-Modells (MNSQ bzw. Diskrimination) genügten und in den drei Sprachregionen jeweils vergleichbar gut gelöst wurden.

Der Validierungstest hat gezeigt, dass auch eher lernschwache Schülerinnen und Schüler in allen Kompetenzaspekten gefordert werden können und auch in Testsituationen entsprechende Aufgaben bewältigen. Für die Mindeststandards muss daher nicht zwischen anspruchsvollen Tätigkeiten (wie z. B. «Explorieren und Erforschen») und einfachen Tätigkeiten (wie z. B. «Wissen, Erkennen und Beschreiben») im Sinne der bloomschen Taxonomie unterschieden werden. Es besteht deshalb keine Veranlassung, Leistungserwartungen an Lernschwache im Mathematikunterricht auf eher reproduzierende Tätigkeiten wie «Operieren und Berechnen» bzw. «Wissen, Erkennen und Beschreiben» zu reduzieren.

Die Korrelationen zwischen den sechs getesteten Kompetenzaspekten (Prozessdimension) sind mit jenen zwischen den vier getesteten Kompetenzbereichen (Inhaltsdimension) vergleichbar, die einzelnen Werte schwanken zwischen 0.73 und 0.87. Die Werte sind wie erwartet hoch genug, um die durch die Items illustrierten Anforderungen einer umfassenden allgemeinen mathematischen Kompetenz zuordnen zu können. Sie sind jedoch auch tief genug, um die einzelnen Kompetenzaspekte (ebenso wie die Kompetenzbereiche) als eigenständige Spezifizierungen ausweisen zu können. Aufgrund dieses Ergebnisses ist eine differenziertere Sichtweise gerechtfertigt, bei der nicht nur verschiedene Bereiche, sondern auch verschiedene Aspekte mathematischer Kompetenz berücksichtigt werden.

6. Vorschläge für Bildungsstandards

Das Konsortium Mathematik hat zu allen Kompetenzaspekten bezogen auf alle Kompetenzbereiche Vorschläge für Basisstandards formuliert und dabei betont, dass auch die nicht- kognitiven Dimensionen zu berücksichtigen seien: Es wird erwartet, dass am Ende der betreffenden Jahrgangsstufe alle Schülerinnen und Schüler mit Bezug auf alle Kompetenzbereiche und Kompetenzaspekte das Niveau der Basisanforderungen erreicht haben und fähig und bereit sind, in einem Team zur Lösung von schwierigeren Aufgaben mit Fragen, Ideen oder Skizzen etwas beizutragen. Das Niveau der Basisanforderungen liegt auf der Rasch-Skala bei einem Wert zwischen 380 und 540. Jeder einzelne Vorschlag enthält eine Umschreibung des Niveaus, die Cando-Formulierung und ein bis zwei Beispielitems zur Veranschaulichung. Abbildung 3 zeigt ein Beispiel zur Jahrgangsstufe 11 (vgl. Abb. 3).

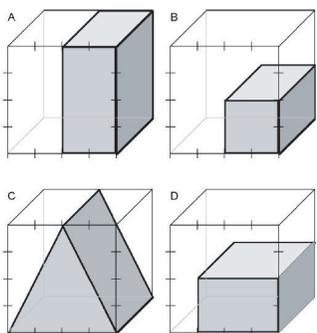


Der Schüler/die Schülerin ist in der Lage, Figuren im Koordinatensystem darzustellen, geometrische Grundkonstruktionen und -operationen anzuwenden und Berechnungen (aufgrund elementarer Sätze) durchzuführen.

Er/sie kann Körper in verschiedener Weise darstellen und Kantenlängen, Flächen und Volumen schätzen und berechnen.

Basisniveau₁₁: Der Schüler/die Schülerin kann in einem bekannten und klar strukturierten Kontext einfache Berechnungen oder geometrische Operationen durchführen, die nur ein bis zwei Teilschritte erfordern. Die Teilschritte sind vorgegeben oder ergeben sich leicht aus dem Kontext. Er/sie kann Ergebnisse von Operationen abschätzen.

Aufgabenbeispiel 1:

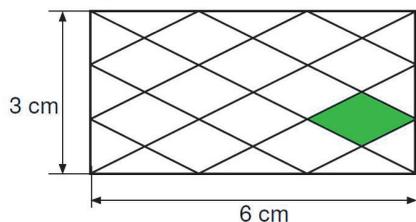


Das Volumen der Würfel beträgt $1'000 \text{ cm}^3$, die Kanten sind jeweils 10 cm lang. Wie gross ist das Volumen der vier eingeschriebenen grauen Körper?

- A $V =$ _____ cm^3
- B $V =$ _____ cm^3
- C $V =$ _____ cm^3
- D $V =$ _____ cm^3

Basisniveau₁₁: 77% Lösungshäufigkeit im Test
 Lösung: A 500 cm^3 ; B 250 cm^3 ; C 500 cm^3 ; D 375 cm^3
 Mindestens 3 Angaben korrekt M91601.1

Aufgabenbeispiel 2:



Berechne die Fläche des grün gefärbten Rhombus. Stelle deinen Lösungsweg dar.

Niveau II₁₁: 50% Lösungshäufigkeit im Test M92908
 Lösung:
 • Berechnung Flächeninhalt durch die Diagonalenlängen 2 cm und $1 \text{ cm} \rightarrow 1 \text{ cm}^2$
 • oder das Rechteck lässt sich in 18 gleich grosse Flächen aufteilen. $\rightarrow 1 \text{ cm}^2$
 • oder Zusammensetzen des Rhombus durch 2 Dreiecke zu $0.5 \text{ cm}^2 \rightarrow 1 \text{ cm}^2$
 • oder andere Lösungen mit 1 cm^2

Abbildung 3: Operieren und Berechnen im Bereich «Form und Raum»

7. Herausforderungen und Implikationen für die Lehrkräfte, die Aus- und Weiterbildung und den Deutschschweizer Lehrplan

Die Bildungsstandards sollen die Lehrpläne nicht ersetzen, sondern ein zusätzliches Instrument zum Bildungsmonitoring liefern. Deshalb werden auch weiterhin Lehrpläne und Lehrmittel und nicht die Bildungsstandards das primäre Orientierungsinstrument für die Lehrpersonen, die Schülerinnen und Schüler und die Eltern sein. Die mathematischen Bildungsstandards formulieren ja lediglich diejenigen Kompetenzen, die von allen Schülerinnen und Schülern erworben werden sollen, sie beschränken sich thematisch auf einen mathematischen Kernbereich, fokussieren nur das untere Leistungssegment und erfassen nur diejenigen Momente mathematischer Bildung, die sich in Kompetenzformulierungen überführen und relativ einfach nachprüfen lassen. Ein guter Mathematikunterricht muss darüber hinausgehen und dem unterschiedlichen Leistungsvermögen und Interesse der Lernenden durch zusätzliche Themenangebote und Leistungsanforderungen gerecht werden, er sollte den Lernenden wichtige Grunderfahrungen ermöglichen (Winter, 1995) und mathematische Bildung nicht auf das leicht Testbare reduzieren. Die Frage, welche Herausforderungen und Implikationen für die Lehrkräfte und die Aus- und Weiterbildung durch die Bildungsstandards gestellt bzw. ausgelöst werden, ist also zunächst mit Verweis auf die Lehrpläne in den Sprachregionen zu beantworten. Dennoch gibt es einige Implikationen und Erwartungen, die sich unmittelbar aus der Philosophie von HarmoS Mathematik ergeben:

- Den Massstab für einen erfolgreichen Mathematikunterricht bilden nicht mehr nur die hohen Leistungen des Klassendurchschnitts oder der Klassenbesten, ein weiteres Kriterium ist, ob (fast) alle Schülerinnen und Schüler die Basisstandards erreichen.
- Die Matrixstruktur der Cando-Formulierungen betont den doppelten Bezug der Kompetenzbeschreibungen zu Inhalten (Kompetenzbereiche) und zu Prozessen (Kompetenzaspekte). Dies wird voraussichtlich zu einer stärkeren Berücksichtigung Letzterer in der Planung und Durchführung von Unterricht beitragen.
- Da der Kompetenzbegriff der Klieme-Expertise und des HarmoS-Projekts auch nicht-kognitive Momente umfasst, bekommen Motivation, Interesse, Teamfähigkeit einen grösseren Stellenwert – zur mathematischen Kompetenz gehören auch Wertschätzung, Freude und Interesse an Mathematik sowie die Fähigkeit und Bereitschaft, Erkenntnisse zu teilen und mitzuteilen.
- Die für das HarmoS-Kompetenzmodell entwickelten Items und Testumgebungen sind auch unter dem Gesichtspunkt entwickelt worden, dass sie Anregungen für den Unterricht geben können. Dabei muss man allerdings berücksichtigen, dass Testitems zum Monitoring und Lernaufgaben unterschiedlichen Zwecken dienen – mit den Ersteren sollen einzelne (Teil-)Kompetenzen in einem bestimmten Bereich unter einem bestimmten Aspekt messbar werden; für das Lernen ist eine solche Trennung in der Regel unnötig und ein eher bereichs- und aspektübergreifender Zugang erwünscht.

Für das Verhältnis des Deutschschweizer Lehrplans zum Kompetenzmodell und zu den vorgeschlagenen Bildungsstandards HarmoS Mathematik ist unseres Erachtens zweierlei im Auge zu behalten. Auf der einen Seite sollte der Lehrplan mit HarmoS kompatibel sein, d.h. er sollte von den gleichen theoretischen Grundlagen und der gleichen Begrifflichkeit ausgehen und auf der Philosophie von HarmoS Mathematik aufbauen. Auf der anderen Seite sollte der Lehrplan nicht einfach als Fortsetzung und konkretere Ausformulierung des HarmoS-Modells verstanden werden, bei der das (absichtlich grobmaschige) Netz durch zusätzliche Standards immer enger geknüpft wird. Wenn die Outputorientierung der Bildungsstandards nicht als genereller Paradigmenwechsel verstanden werden soll, fällt dem Lehrplan nach wie vor die Aufgabe der Inputorientierung zu und damit auch die Sicherung von Freiräumen und die Gewährleistung von Treffpunkten.

8. Mögliche Missverständnisse

Zuletzt möchten wir noch auf mögliche Missverständnisse eingehen – zum Teil sind diese leicht zu beheben, zum Teil halten sie sich hartnäckig.

- Die Validierung des mathematischen Kompetenzmodells ist nicht mit der Legitimierung der Bildungsstandards zu verwechseln. Das Erste betrifft psychometrische Anforderungen an das Kompetenzmodell, das Zweite die normative Rechtfertigung für die Wahl der Basisstandards. Mathematische Bildungsstandards sind mit Bezug auf den allgemeinen Bildungsauftrag der obligatorischen Schule (Bildungsartikel, bestehende Lehrpläne und Traditionen, Entwicklungen in anderen Ländern) bzw. des Mathematikunterrichts (z.B. Winter, 1995; Heymann, 1997; KMK, 2003; OECD, 2004 u. a. m.) und nicht mit Quotenangaben (wie viel Prozent der Lernenden zur Zeit die Grundanforderungen erfüllen) zu legitimieren – das Letztere gibt allenfalls einen Hinweis auf die Realisierbarkeit.
- Das HarmoS-Kompetenzmodell Mathematik ist auf den Vorschlag von Bildungsstandards zugeschnitten und kein Allroundinstrument. Für andere Zwecke sind neue Kompetenzmodelle zu entwickeln, die auf der Philosophie des HarmoS-Modells aufbauen können. Insbesondere ist das Kompetenzmodell für eine Individualdiagnostik zu grob: So sind z.B. Inhalte, die nicht zum Kernbereich gehören, nicht berücksichtigt, werden aber möglicherweise als Lernvoraussetzung für den Besuch einer weiterführenden Schule vorausgesetzt.
- Es besteht eine gewisse Gefahr, mit der (berechtigten) Forderung eines «kompetenzorientierten Unterrichts» Vorstellungen zu verbinden, die über das Ziel hinausschiessen und die mathematikdidaktischen Möglichkeiten überschätzen. Auch wenn man den Begriff der mathematischen Kompetenz sehr weit fasst, wird damit das, was einen guten Mathematikunterricht ausmacht, nicht vollständig abgedeckt. Von der mathematikdidaktischen Forschung darf man für die Zukunft Erkenntnisse über begünstigende Faktoren für den Erwerb mathematischer Kompetenzen erhoffen, die nicht als Kausalverhältnisse misszuverstehen sind; bisher gibt es über weite Stre-

cken nur persönliche Erfahrungen. «Mathematik kompetenzorientiert unterrichten» sollte daher im Sinne einer Prinzipienorientierung und nicht im Sinne einer GPS-Navigation verstanden werden.

Literatur

- Blum, W., Drücke-Noe, Ch., Hartung, R. & Köller, O.** (Hrsg.) (2006). *Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsarrangements, Fortbildungsideen*. Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Heymann, H. W.** (Hrsg.). (1997). *Allgemeinbildung und Fachunterricht*. Hamburg: Bergmann+ Helbig/CVK.
- Klieme, E. et al.** (2003). *Zur Entwicklung nationaler Bildungsstandards. Eine Expertise*. Online unter: http://www.dipf.de/publikationen/volltexte/zur_entwicklung_nationaler_bildungsstandards.pdf [14.09.2008].
- KMK** (2003). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss*. Online unter: http://www.kmk.org/schul/Bildungsstandards/Mathematik_MSA_BS_04-12-2003.pdf [14.09.2008].
- Linneweber-Lammerskitten, H. & Wälti, B.** (2005). Is the definition of mathematics as used in the PISA Assessment Framework applicable to the HarMoS Project? *ZDM*, 37, 402–407.
- Linneweber-Lammerskitten, H. & Wälti, B.** (2006). Was macht das Schwierige schwierig? Überlegungen zu einem Kompetenzmodell im Fach Mathematik. In J. Criblez et al. (Hrsg.), *Lehrpläne und Bildungsstandards* (S.197–227). Bern: h.e.p.
- Linneweber-Lammerskitten, H. & Wälti, B.** (2007). Wie Mindeststandards gemacht werden. Informationen und Erfahrungen aus der Schweiz. *lernchancen*, 10 (55), 59–63.
- NCTM** (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. CD-ROM Edition .
- Neubrand, J.** (2002). *Eine Klassifikation mathematischer Aufgaben zur Analyse von Unterrichtssituationen*, Hildesheim und Berlin: Franzbecker.
- OECD** (2004). *PISA 2003 Assessment Framework: Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills – Publications 2003*. Online unter: <http://www.pisa.oecd.org/dataoecd/46/14/33694881.pdf> [24.02.2004].
- Schweizerische Konferenz der Erziehungsdirektoren (EDK)**. (1998). *Freiräume – Richtlinien – Treffpunkte: Mathematik während der obligatorischen Schulzeit*. Bern: EDK.
- Weinert, F. E.** (2001a). Vergleichende Leistungsmessung in Schulen – eine umstrittene Selbstverständlichkeit. In F. E. Weinert (Hrsg.), *Leistungsmessungen in Schulen*. Weinheim: Beltz.
- Weinert, F. E.** (2001b). Concepts of competence: A Conceptual Clarification. In D. S. Rychen und L. H. Salganik (Hrsg.), *Defining and Selecting Key Competencies* (S. 45–66). Göttingen: Hogrefe & Huber Publishers.
- Winter, H.** (1995). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, 61, 37–46.

Autoren

Helmut Linneweber-Lammerskitten, Prof. Dr., Co-Projektleiter HarMoS Mathematik, Institut Sekundarstufe 1, FHNW, Pädagogische Hochschule, Küttigerstrasse 42, 5000 Aarau, helmut.linneweber@fhnw.ch
Beat Wälti, Prof., Co-Projektleiter HarMoS Mathematik, Institut Primarstufe, FHNW, Pädagogische Hochschule, Strengelbachstrasse 25B, 4800 Zofingen, beat.waelti@fhnw.ch