Leiß, Dominik

Arbeitstechniken im Mathematikunterricht. Begriffsklärung, Beispiele und empirische Erhebungen

Kassel : Univ. Press 2003, 144 S. - (Reihe Studium und Forschung; 4)

Quellenangabe/ Reference:
Leiß, Dominik: Arbeitstechniken im Mathematikunterricht. Begriffsklärung, Beispiele und empirische Erhebungen. Kassel : Univ. Press 2003, 144 S. - (Reihe Studium und Forschung; 4) - URN: urn:nbn:de:0111-opus-18129 - DOI: 10.25656/01:1812

https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0111-opus-18129
https://doi.org/10.25656/01:1812

Dominik Leiß

Arbeitstechniken im Mathematikunterricht

Begriffsklärung, Beispiele und empirische Erhebungen

Kassel 2003

kassel university press

Reihe Studium und Forschung, Heft 4
Herausgeber: Zentrum für Lehrerbildung der Universität Kassel

Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek
Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.ddb.de abrufbar

ISBN 3-89958-012-5

Druck und Verarbeitung: Unidruckerei der Universität Kassel
Printed in Germany

Vorwort

Die PISA-Studie hat mit Recht eine große öffentliche Resonanz gefunden, hat sie doch gravierende Defizite bei der Lese-, Mathematik- und Naturwissenschafts-Kompetenz deutscher Schüler zu Tage gefördert. Gemessen werden diese Defizite an einem normativen Begriff von „Literacy“ bzw. „Grundbildung“, welcher der PISA-Studie zugrunde liegt. Speziell bedeutet „Mathematical Literacy“ die Fähigkeit des Individuums, mit Mathematik in Problemsituationen verständig umzugehen und die Rolle zu beurteilen, die Mathematik in unserer Welt spielt. Der in der deutschen PISA-Zusatzerhebung verwendete Begriff „Mathematische Grundbildung“ ist etwas weiter gefasst und schließt auch innermathematisches Begründen und Begriffsverstehen mit ein. In jedem Fall ist „Literacy“/ „Grundbildung“ ein Komplex aus fachbezogenen Kenntnissen, Arbeitstechniken, Fertigkeiten und Fähigkeiten.

Während die Grundbildungs-Komponenten der mathematischen Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten in der Literatur breit diskutiert werden, gibt es bisher noch keine zusammenfassende Sicht von mathematischen Arbeitstechniken. Diesem Thema hat sich die vorliegende Staatsexamensarbeit von Dominik Leiß gewidmet. In sehr selbständiger Weise hat der Autor das Thema erschlossen. Nach einer Darlegung der bildungstheoretischen Hintergründe erfolgt eine Begriffsklärung und eine Kategorisierung von Arbeitstechniken. Den zentralen Teil der Arbeit bildet ein geordneter Katalog mathematischer Arbeitstechniken, zusammen mit treffend gewählten erläuternden Beispielen. Hier geht es u. a. um das Lesen und Erstellen von Graphiken, das Umgehen mit Zeichengeräten und dem Taschenrechner, das Schätzen und Überschlagen oder – eine Meta-Arbeitstechnik – das Anwenden heuristischer Strategien. Des Weiteren enthält die Arbeit noch Lehrplan- und Schulbuchanalysen sowie Ergebnisse eigener Befragungen von Lehrern und Schülern aus dem hessischen Modellversuch Mathematik. Die Arbeit schließt mit der Forderung des Autors nach einer stärkeren konzeptionellen und unterrichtspraktischen Integration von Arbeitstechniken.

Insgesamt stellt die Arbeit von Dominik Leiß ein überzeugendes Plädoyer für eine stärkere Beachtung mathematischer Arbeitstechniken dar, einer Komponente mathematischer Grundbildung, die notwendige Voraussetzung für die Entfaltung von mathematischen Fähigkeiten wie Modellieren oder Argumentieren ist und die mit dazu beiträgt, dass Schüler mathematisch hinreichend gebildet sind. Die Veröffentlichung dieser Arbeit in der Schriftenreihe des Zentrums für Lehrerbildung – dem an dieser Stelle für seine großzügige Förderung gedankt wird – soll dazu beitragen, diese Überlegungen einem breiteren Kreis zugänglich zu machen.

Werner Blum,
Fachbereich Mathematik/Informatik

Inhaltsverzeichnis

Einleitung

„*The best way to learn is to do, the worst way to teach is to talk*“ lautet die Feststellung des amerikanischen Mathematikers PAUL HALMOS.[1]

Ähnliche Interpretationen wurden von Fachdidaktikern[2] und Pädagogen bezüglich des mäßigen Abschneidens der deutschen Schüler bei der TIMS-Studie[3] formuliert. So bestand eine ihrer zentralen Forderungen, die im Anschluss an diese internationale Vergleichsuntersuchung erstmals in weiten Teilen der Bevölkerung Beachtung fand, in der Veränderung der mathematischen Unterrichtskultur durch eine neue Aufgabenkultur mit mehr offenen, anwendungsbezogenen und schüleraktivierenden Fragestellungen.[4]

Die sich an TIMSS anschließende PISA-Studie hat diesen Gedanken aufgegriffen und zur Grundlage der Untersuchung gemacht. Ihr Ziel ist es, sich nicht mehr ausschließlich auf die Abfrage von Begriffs-, Fakten- und Prozedurenwissen zu beschränken, sondern zu analysieren, inwieweit Schüler in der Lage sind, ihr mathematisches Können und Wissen funktional in verschiedenen Kontexten anzuwenden. Das dem zugrunde liegende, auf Freudenthal zurückgehende Konzept wird dabei als »mathematical literacy« bezeichnet.

> „*Mathematical literacy is an individual's capacity to identify and understand the role that mathematics plays in the world, to make well-founded mathematical judgements and to engage in mathematics, in ways that meet the needs of that individual's current and future life as a constructive, concerned and reflective citizen.*”[5]

Wenn die, von breiten Teilen der Fachdidaktik mitgetragene, in den Interpretationen und Diskussionen der beiden Studien sichtbar werdende Intention darin besteht, dass der Schüler statt, wie im bisherigen Mathematikunterricht, in 60% – 80% der Zeit passiver Zuhörer zu sein[6], zum aktiven Teilnehmer unterrichtlicher Handlungen mit dem Ziel zur verständigen Auseinandersetzung mit Mathematik sowohl in der realen als auch der mathematischen Welt werden soll, bedarf es der verstärkten Vermittlung eines gewissen methodischen Rüstzeugs.

Inhalt der vorliegenden Arbeit soll es nun sein, dieses methodische Rüstzeug, im Folgenden als mathematische Arbeitstechniken bezeichnet, näher zu bestimmen. Darunter fällt eine theoretische Einordnung und Definition des Begriffs

---

[1] Zitiert nach: Baptist, Peter: Nach TIMSS und vor PISA – Gedanken zum Mathematikunterricht, in: Flade, Lothar / Herget, Wilfried (Hg.): Mathematik lehren und lernen nach TIMSS. Anregungen für die Sekundarstufe, Berlin 2000, S. 7.

[2] Um die Lesbarkeit dieser Arbeit zu erhalten, verwende ich im Folgenden die männliche Form, wenn von Schülern, Lehrern etc. gesprochen wird. Ich beziehe mich dabei auf das Genus, nicht auf den Sexus, d.h. stets sind Männer und Frauen gemeint.

[3] Vgl. Baumert, Jürgen et al.: TIMSS - Mathematisch- naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich. Deskriptive Befunde, Opladen 1997.

[4] Vgl. Blum, Werner / Wiegand, Bernd: Offene Aufgaben – wie und wozu?, in: Mathematik lehren (2000) Heft 100, S. 53.

[5] Vgl. http://www.pisa.oecd.org/pisa/math.htm (08.03.2001)

[6] Vgl. Baptist (wie Anm. 1), S. 7.

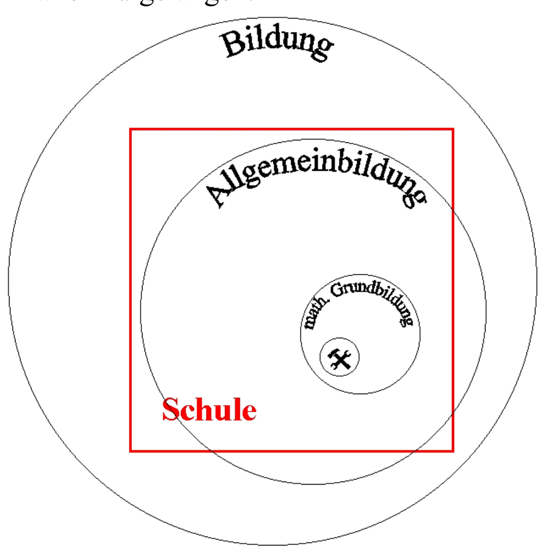
»Arbeitstechnik«, die Verdeutlichung seines didaktischen Nutzens sowie die Analyse seiner derzeitigen Bedeutung in der schulischen Praxis.
Eine Untersuchung oder gar Aufarbeitung der fachdidaktischen Literatur zum Thema »Arbeitstechniken« ist nicht möglich, da meinen Recherchen zufolge keine Veröffentlichung existiert, die sich diesem Themenkomplex umfassend widmet. Die im Anschluss an diese Arbeit aufgeführte Literaturliste verdeutlicht aber, dass es zu einzelnen Arbeitstechniken einen teilweise umfassenden Bestand an Publikationen gibt.
Demzufolge wird eine Dreiteilung dieser Arbeit vorgenommen. Im ersten Teil wird in Anlehnung an bestehende Bildungskonzeptionen ein Entwurf mathematischer Grundbildung, ähnlich der mathematical literacy, erstellt, zu dessen Bestandteilen der Komplex der Arbeitstechniken zählen soll. Hieran schließt sich im zweiten Teil eine detaillierte Darstellung und Definition von (mathematischen) Arbeitstechniken mit der Erörterung ihres didaktischen Nutzen, eine notwendige Systematisierung sowie eine ausführliche Beschreibung einiger mathematischer Arbeitstechniken, wie sie in der Sekundarstufe I vermittelt werden sollen, an.
Der letzte Teil soll zeigen, inwieweit mathematische Arbeitstechniken in der bisherigen unterrichtlichen Praxis von Relevanz sind. Dazu sollen sowohl Schulbücher und Lehrpläne als auch Schüler- bzw. Lehrermeinungen miteinander verglichen und bezüglich ihres Gehalts an mathematischen Arbeitstechniken in Beziehung zueinander gebracht werden.
Ziel dieser Arbeit soll es sein, einen Beitrag zur Erstellung einer Arbeitstechnik-Theorie als eigenständige (mathematisch-) didaktische Kategorie, wie sie in anderen Fachgebieten schon länger existiert (siehe 2.2.2), zu leisten.

Kapitel 1:

Mathematische Grundbildung als Bestandteil einer modernen Allgemeinbildung

1. Mathematische Grundbildung als Bestandteil einer modernen Allgemeinbildung

Die folgende Grafik verdeutlicht das (bzw. ein) pädagogische(s) Beziehungsgefüge, in dem sich mathematische Arbeitstechniken (gekennzeichnet durch "⚒") befinden. Bei den durch Kreise symbolisierten Mengen (nicht im mathematischen Sinne!) „Bildung", „Allgemeinbildung" und „mathematische Grundbildung" handelt es sich um abstrakte Leitideen der Pädagogik, die selbst Bestandteil anderer pädagogischer Leitideen seien können. Beispielsweise kann Allgemeinbildung als Bestandteil von Bildung, und Bildung als Bestandteil der pädagogischen Leitidee „persönliche Freiheit" betrachtet werden. Die als Quadrat dargestellte allgemeinbildende hier vom Bildungsgang unabhängige Schule dient dabei als institutionalisierter Vermittler der Inhalte von „Allgemeinbildung" und „mathematischer Grundbildung". Bildung scheint sich ihr jedoch zu einem großen Teil zu entziehen. Warum dies so ist, und was daraus resultierend als Aufgabe von Schule bzw. von Mathematikunterricht zu bezeichnen ist, soll Inhalt dieses Kapitels sein.[7]
Dabei soll zunächst darauf eingegangen werden, was zum einen unter dem Begriff »(Allgemein-)Bildung« in der gegenwärtigen pädagogischen Diskussion verstanden werden kann, ohne dabei jedoch einen Anspruch auf Vollständigkeit zu erheben, und zum anderen welche der dargelegten Positionen für diese Arbeit als Grundlage dient. Ziel ist es, im zweiten Teil dieses Kapitels zu einer darauf aufbauenden adäquaten Definition von „mathematischer Grundbildung" und den damit verbundenen Inhalten zu gelangen.



[7] Diese Untersuchung beschränkt sich aus zwei Gründen auf deutsche bzw. deutschsprachige Literatur. Zum einen, da kulturelle und bildungspolitische Unterschiede länderspezifische Analysen erfordern, und zum anderen tritt in einigen Länder das Problem aufgrund sprachlicher Besonderheiten nicht auf (im Englischen bezeichnet der Begriff «education» u. a. Ausbildung, Bildung und Erziehung). Vgl. Messinger, Heinz: Langenscheidts Großes Schulwörterbuch. Englisch-Deutsch, Berlin 1988, S. 368.

1.1. Allgemeinbildung

Schon der Begriff „allgemeinbildende Schule“ lässt darauf schließen, dass die Vermittlung von Allgemeinbildung ein zentrales Anliegen der Schule sein sollte. Dass dies aber keineswegs eine triviale Feststellung ist, zeigt eine seit den späten siebziger Jahren mit unterschiedlicher Vehemenz geführte Debatte um die Aufgabe von Schule im Rahmen von Bildung und Allgemeinbildung.[8]

1.1.1. Bildung und Allgemeinbildung

Auch wenn im alltäglichen Sprachgebrauch die beiden Begriffe »Bildung« und »Allgemeinbildung« weitestgehend synonym verwendet werden, lohnt es sich, im Hinblick auf eine spätere Begriffslegung von mathematischer Bildung und Grundbildung deren Unterschiede herauszuarbeiten.

> „*Mit »Bildung« ist heute meist das gemeint, was der Mensch durch die Beschäftigung mit Sprache und Literatur, Wissenschaft und Kunst zu gewinnen vermag, durch die erarbeitende und aneignende Auseinandersetzung mit der Welt schlechthin.*“[9]

Mit dieser Definition von Bildung wird deutlich, dass deren Erlangung einen lebenslangen Prozess darstellt. Folglich ist Bildung zum einen Auftrag eines jeden Menschen[10], und zum anderen laut HEYMANN die Antwort auf die anthropologische Frage:

> „*Was macht das Menschsein des Menschen aus?*“ bzw. „*Was macht den Menschen zum Menschen?*“[11]

Bildung wird somit zu einem Ideal, welches ein bestimmtes Menschenbild zugrunde legt, und jeden einzelnen damit beauftragt, nach diesem Vorbild zu streben, d.h. Bildung ist des Menschen Ziel und Weg gleichermaßen.[12] Damit ist Bildung aber ein höchst subjektives Phänomen, und es erscheint nur sehr schwer, unbestreitbare Inhalte von Bildung zu bestimmen. Das hat zur Folge, dass Schule mit der Vermittlung von Bildung nicht nur überfordert wäre, sondern es entspricht auch nicht ihrer Konzeption des systematischen Lernens.[13] Denn, um mit den Worten ADORNOS zu sprechen, ist Bildung „*Kultur nach der Seite ihrer*

8 Vgl. Tenorth, Heinz-Elmar (Hg.): Allgemeine Bildung. Analysen zu ihrer Wirklichkeit, Versuche über ihre Zukunft, Weinheim 1986, S. 8.

9 Vgl. Lenzen, Dieter (Hg.): Pädagogische Grundbegriffe. Band 1 Aggression bis Interdisziplinarität, Hamburg 1989, S. 208.

10 Vgl. Bönsch, Manfred: Bildung in der Schule, in: Seibert, Norbert / Serve, Helmut (Hg.): Bildung und Erziehung an der Schwelle zum dritten Jahrtausend, München 1994, S. 36.

11 Vgl. Heymann, Hans Werner: Allgemeinbildung (Studien zur Schulpädagogik und Didaktik, Band 13), Weinheim 1996, S. 42.

12 Vgl. Bönsch (wie Anm. 10), S.36.

13 Im Gegensatz zum schulischen Lernen vollzieht sich Bildung zum Teil auch auf unsystematischen Wege, d.h. durch Medien (Zeitung, Fernsehen, Theater,...), Oral (Eltern, Freunde,...) oder durch eigene Erfahrungen.

subjektiven Zuneigung"[14], und im Gegensatz dazu handelt es sich bei Schule „*um die soziale Universalisierung von Kulturelementen.*"[15]
Hier knüpft sich nun die Frage an, was die Aufgabe von Schule ist, wenn nicht Bildung. HEYMANN beantwortet dies zunächst einmal mit Allgemeinbildung[16] und dürfte damit noch bei einem Großteil der pädagogischen Wissenschaftswelt auf Zustimmung stoßen. Scheint man aber bei dem schon fast anthropologischen Begriff der »Bildung« aufgrund seines philosophischen Charakters eine Identifikation seiner exakten Inhalte umgehen zu können, so wird dies bei der Bestimmung der Inhalte von Allgemeinbildung und damit der von Schule nicht mehr möglich sein. Erschwert wird dieses Unterfangen dadurch, dass beim Thema »Allgemeinbildung« bis heute noch „*pädagogische Grabenkämpfe mit deutlichen Grenzpfählen, eigenen Wachtruppen und Warnsystemen*" ausgefochten werden[17]. Als Konsequenz daraus kann an dieser Stelle keine vollständige Wiedergabe der Forschungsdiskussion, sondern lediglich eine kurze Darstellung der verschiedenen pädagogischen Strömungen erfolgen, an deren Anfang eine Analyse des Auslösers dieser Debatte, nämlich der Notwendigkeit einer Neubestimmung von Allgemeinbildung stehen soll.

1.1.2. Motive für eine Neubestimmung von Allgemeinbildung

Aufgrund der Tatsache, dass Inhalte von Bildung oder Allgemeinbildung ebenso dem Wandel der Zeit unterworfen sind wie die Gesellschaft bzw. der Kulturkreis, in dem sie postuliert werden,[18] hat eine dynamische, immer rascher sich wandelnde Welt zur Folge, dass eine Neukalibrierung des Bildungskompasses unumgänglich wird. Die hauptsächlichen Motoren dieser für Allgemeinbildung relevanten gesellschaftlichen Veränderungen sind m. E. die vier folgenden:

1. Führt man sich vor Augen, dass sich zum jetzigen Zeitpunkt die Wissensmenge alle 35 Jahre und die Menge der wissenschaftlichen Erkenntnisse alle 1,8 Jahre verdoppelt (in den letzten 30 Jahren sind demzufolge mehr Informationen produziert worden als in den vergangenen 5000 Jahren!)[19], so wird deutlich, dass ein Allgemeinbildungsmodell, dessen alleinige tragende Säule Wissen ist, zum Einstürzen verurteilt ist. Zudem sind „reine" Informationen nicht darauf ausgerichtet, größere (gesellschaftliche) Zusammenhänge zu

[14] Vgl. Adorno, Theodor W.: Theorie der Halbbildung, in: Pleines, Jürgen-Eckhard (Hg.): Bildungstheorien, Freiburg 1978, S. 90.
[15] Vgl. Heymann (wie Anm.11), S. 42.
[16] Vgl. Heymann (wie Anm.11), S. 42.
[17] Vgl. Tenorth, Heinz-Elmar: Alle alles zu lehren. Möglichkeiten und Perspektiven allgemeiner Bildung, Darmstadt 1994, S.159.
[18] Vgl. Glöckel, Hans: Allgemeinbildung als Auftrag der Schule, in: Pädagogische Welt 47 (1993), Heft 2, S. 50.
[19] Vgl. Koechlin, Carol / Zwaan, Sandi: Informationen: beschaffen – bewerten – benutzen, Mülheim 1998, S. 8.

verdeutlichen, d.h. sie haben keinerlei synthetische Kraft, welche aber für die Bewältigung des folgenden Problems erforderlich ist.[20]

2. Eine Vielzahl von gesellschaftlich politischen Problemen bedroht zum ersten Mal seit der Existenz der Menschheit sein weiteres Fortbestehen. Da sind zum einen weltweite ökologische Bedrohungen (Ansteigen der Meeresspiegel, Abholzung der Regenwälder, und damit Vernichtung von Sauerstofflieferanten auch für die so genannten Industriestaaten etc.), und zum anderen politische (immer weitere Verbreitung von Atomwaffen, erneute Gefahr des Wettrüstens durch Aufbau eines Raketenabwehrsystems in den USA, religiös/kulturelle Konflikte im Nahen Osten etc.). Neben diesen globalen gibt es aber noch zahlreiche nationale Problemfelder, die einer Lösung bedürfen (Rassismus, Energieproblem, soziale Ungleichheit etc.).
   Für die gegenwärtige bzw. zukünftige Auseinandersetzung mit diesen Themengebieten müssen Schüler von der Schule das nötige Rüstzeug erhalten.[21] Damit ist aber nicht gemeint, dass bei jedem neu auftauchenden gesellschaftlichen Problem die Forderung nach Einführung eines neuen Schulfachs laut werden sollte, [22] wie es zurzeit relativ häufig geschieht.[23]

3. In der Berufsausbildung werden die so genannten Schlüsselqualifikationen immer bedeutsamer, und eine Spezialisierung des Menschen auf ein fachspezifisches Berufswissen findet immer später statt.[24] Besonders deutlich wird diese weniger notwendige Spezialisierung beim Blick auf die Computer-Branche, in der schon häufig eine akademische Ausbildung egal in welchem Fachgebiet als ausreichend für die Einstellung gilt (natürlich neben anderen Faktoren wie Interesse, Grundkenntnissen, u.ä.). Die Ursache dafür liegt in der Annahme, dass man im Rahmen des Studiums, die nötigen Kompetenzen (selbstständiges Arbeiten, Teamfähigkeit etc.) erwirbt, um sich mit immer neuen Problemstellungen auseinander setzen zu können und diese zu bewältigen.

---

20 Vgl. Potschka, Hermann: Allgemeinbildung in unserer Zeit, in: Pädagogische Welt 47 (1993) Heft 2, S. 54.

21 Vgl. Klafki, Wolfgang: Schlüsselprobleme als inhaltlicher Kern internationaler Erziehung, in: Seibert, Norbert / Serve, Helmut (Hg.): Bildung und Erziehung an der Schwelle zum dritten Jahrtausend, München 1994, S. 135f.

22 Vgl. Glöckel (wie Anm. 18), S. 52.

23 So fordert zur Zeit die hessische PDS im Rahmen der Legalisierungsdiskussion von Haschisch ein eigenes Schulfach namens «Drogenkunde» [Vgl. HNA (04.03.2001) Nr. 9, S. 48.], und die deutsche Polizeigewerkschaft plädiert im Rahmen der Entführung des 12jährigen Mädchens Ulrike für die Einführung des Schulfachs «Verbrechensvorsorge» [Vgl. HNA (05.03.2001) Nr. 54, S. 28.]

24 Vgl. Glöckel (wie Anm. 18), S. 50.

4. Dieser Bereich der neuen (Informations-)Technologie, besonders der Computer, ist es auch, der immer stärker in unserer Lebenswelt präsent ist und sie teilweise drastisch verändert (Automatisierung von Arbeitsprozessen, für jeden zugängliche immense Datenspeicher, Internet, E-Mail etc.). Nicht nur, dass das Wachstum des Wissens wie in 1. beschrieben exponentiell verläuft, man hat auch noch auf einen Großteil davon freien, d.h. kostenlosen, zeitunabhängigen und anonymen Zugriff. Ein verständiger Umgang mit diesen neuen Technologien ist aber nur dann möglich, wenn sich die Schule diesen gegenüber nicht verschließt und sie fächerspezifisch in den Unterricht integriert. Dies hätte unter anderem zur Folge, dass Lehrer Kompetenzen an Schüler vermitteln würden, die zwar das Primat rein abprüfbaren Wissens schwächen, dieses dafür aber in einem viel größerem Maße als vorher zur Verfügung stellen würden.[25]

Aus diesen vier Problemfeldern ergeben sich für die Schule eine Reihe von neuen Aufgaben, was zur Folge haben muss, dass andere aufgegeben werden müssen, wenn „*die vielen Ansprüche sich nicht gegenseitig beeinträchtigen und die eigentliche Aufgabe von Schule gefährden sollen*“[26]. Was die eigentliche Aufgabe der Schule darstellt, ist aber wiederum die zentrale Frage der Debatte um den Allgemeinbildungsbegriff, zu der zwar eine Vielzahl an Veröffentlichungen erschienen ist, welche sich aber laut LIEBAU in drei (bzw. vier siehe 1.1.5) voneinander mehr oder minder abweichende Konzepte kategorisieren lassen.[27]

1.1.3. Konzept der Aufklärung

Die Wurzeln dieses Konzeptes liegen im 18. Jahrhundert und wurden als deutliche Gegenposition zu den damals herrschenden gesellschaftlichen Verhältnissen formuliert. „Sapere aude!“ (Habe Mut, dich deines eigenen Verstandes zu bedienen) lautete das von KANT geäußerte Motto dieses Zeitalters,[28] welches sich in der damaligen Pädagogik in einer starken Betonung des universalen Sachwissen, gepaart mit einer starken Akzentuierung der rationalen oder intellektuellen Kräfte äußerte.[29] Der Bürger sollte mittels Erziehung zum selbstständigen Verstandesgebrauch befähigt werden und dadurch politische und wirtschaftliche Autonomie erlangen. Dies bedeutet, dass mit der erreichten Mündigkeit des Erwachsenen im Rahmen dieses Bildungskonzeptes die Erziehung beendet war. Die utilitaristische Linie der Aufklärungstradition forderte zudem noch eine stärkere Förderung der wissenschaftlichen bzw.

---

[25] Vgl. Sacher, Werner: Gehören informationstechnische Kompetenzen zur Allgemeinbildung?, in: Pädagogische Welt 47 (1993) Heft 3, S. 107ff.

[26] Vgl. Glöckel (wie Anm. 18), S. 50.

[27] Vgl. Liebau, Eckart: Allgemeinbildung heute, in: Die Deutsche Schule 6. Beiheft 2000, S. 135f.

[28] Vgl. Schwan, Alexander: Politische Theorien des Rationalismus und der Aufklärung, in: Lieber, Hans-Joachim(Hg.): Politische Theorien von der Antike bis zur Gegenwart (Studien zur Geschichte und Politik, Band 299), Bonn 1993, S. 157ff.

[29] Vgl. Brezinka, Wolfgang: „Allgemeinbildung“: Sinn und Grenzen eines Ideals, in: Pädagogische Rundschau 52 (1998) Heft 1, S. 48.

wissenschaftsorientierten Bildung und einen intensiveren Bezug zur beruflichen Praxis.[30] Manifestiert haben sich diese Vorstellungen von Allgemeinbildung in einem relativ klar umrissenen, in bestimmte Fachgebiete eingeteilten Bildungskanon. Sowohl dieser Kanon als auch der diesem Konzept zugrunde liegende Anspruch nach universalem Sachwissen findet sich in unserem heutigen Schulwesen tief verwurzelt wieder und lässt den Vorrang dieses Konzeptes gegenüber den beiden im Folgenden vorgestellten deutlich erkennen.[31] Es gibt sogar Bestrebungen, wieder ganz zurück zu den klassischen Lern- und Leistungsschulen zu kehren, um somit dem teilweise tiefgehegten Wunsch innerhalb der Lehrerschaft nach einem klar eingegrenzten Bildungsauftrag der Schule entgegenzukommen.[32] Diese Bestrebungen beschränken sich aber nicht nur auf die pädagogische Debatte. Auch in der Politik und der Öffentlichkeit scheint ein relativ großes Interesse daran zu bestehen, dass sich Schule wieder verstärkt auf die Vermittlung von Wissen zu besinnen hat, wie folgendes Zitat des ehemaligen Bundespräsidenten Roman Herzog und das von Dietrich Schwanitz seit längerer Zeit auf der Bestsellerliste[33] befindliche Buch «*Bildung*»[34] zeigen:

> „*Wissen ist heute die wichtigste Ressource in unserem rohstoffarmen Land. Wissen können wir aber nur durch Bildung erschließen... Es geht darum, sich wieder auf das Wesentliche zu konzentrieren und allen ein breiteres Grundwissen zu vermitteln...*“[35]

Von einem Großteil der pädagogischen Welt wird dieses Konzept aber nicht mehr als zeitgemäß betrachtet, da relative Einigkeit darüber herrscht, dass ein fester Bildungskanon zur Bewältigung der oben beschriebenen Problemfelder allein nicht mehr ausreichend ist. Ein modernes Konzept von Allgemeinbildung muss sich aber genau daran messen lassen und darf nicht unreflektiert an alten Traditionen festhalten.[36]

---

30 Vgl. Liebau (wie Anm. 27), S. 136.

31 Vgl. Brezinka (wie Anm. 29), S. 49.

32 Vgl. Liebau (wie Anm. 27), S.140.

33 Vgl. DER SPIEGEL (24.02.2001) Heft 9, S. 202.

34 Im Klappentext dieses 540 Seiten starken Buches heißt es: „Unser Wissen ist im Umbruch, unser Bildungssystem ist in der Krise, der Ruf nach einem Kanon wird immer lauter... ... Dietrich Schwanitz [präsentiert] alles, was man wissen muß, um das "Bürgerrecht" im Land der Bildung zu erwerben...“
[Vgl. Schwanitz, Dietrich: Bildung. Alles was man wissen muß, Eichborn Verlag 1999.]

35 Rede von Bundespräsident Roman Herzog auf dem Berliner Bildungsforum am 5. November 1997 im Schauspielhaus am Gendarmenmarkt [Vgl. http://kultur-netz.de/hdk/bildung.htm (02.03.2001)]
Es soll aber nicht verschwiegen werden, dass selbiger Politiker an anderer Stelle darauf aufmerksam gemacht hat, wie schnell heutzutage Wissen veraltet, und somit auch noch andere Qualitäten den Schülern vermittelt werden müssen [Vgl. http://www.deuropa.de/d/herzog/home.html (02.03.2001)]

36 Vgl. Siller, Rolf: Orientierung durch Allgemeinbildung, in: Pädagogische Welt 47 (1993) Heft 2, S. 59f.

1.1.4. Romantisches Konzept der Personbildung

Bei diesem Konzept wird der funktionale Aspekt des Lernens, zum Beispiel als Qualifikation für einen Arbeits- oder Ausbildungsplatz, streng abgelehnt, da damit immer eine gewisse Determination von Inhalten und daraus resultierend die Frage nach dem Sinn des Gelernten verbunden ist. Demgegenüber wird die Entwicklung und Entfaltung der Seelenkräfte eines jeden Einzelnen in den Mittelpunkt der pädagogischen Bestrebungen gerückt. Die Inhalte Kunst, Kultur, Alltag etc. sollen dabei der Entfaltung des inneren Menschen dienen.[37] Für die Auswahl der Inhalte bedeutet dies, dass sich diese nicht an fachlogischen Systematiken oder gar der Vollständigkeit eines Themengebietes zu orientieren habe, sondern der Entwicklungsstand des einzelnen Kindes, seine Vorerfahrungen, Interessen, Neigungen und emotionale Betroffenheit zu berücksichtigen seien. Begriffe wie Allgemeinbildung oder Schlüsselqualifikationen werden folgerichtig als nicht adäquat für die Beschreibung bzw. Bestimmung des Lehr-/ Lernprozesses angesehen, da diese eine Nivellierung der verschiedenen Schülerindividuen zur Folge hätten, Lernen aber als individuelle Personenbildung betrachtet wird. Vielmehr gilt es zwischen vier Arten des Lernens, welche alle unterschiedliche personale Entwicklungen fördern, zu unterscheiden:[38]

1. Die Bildung eines guten Gedächtnisses, durch Anregung möglichst vieler Sinnesorgane und dadurch Benutzung verschiedener Gehirnregionen
2. Das Einüben und Anwenden von Verfahren, fachspezifischen Arbeitsweisen und von so genannten kognitiven Konzepten (im Sprachunterricht, z.B. Textanalysen)
3. Die Entwicklung produktiven Denkens und Gestaltens durch Experimentieren, Erfinden, Entdecken etc.
4. Die Orientierung des eigenen Verhaltens an Werten und Normen

Als Forderung resultiert daraus, dass bei einer Beibehaltung der grundsätzlichen Rahmenbedingungen in der Schule Inhalte wie Umwelterziehung, politische Bildung, Gesundheitserziehung u.a. als fächerübergreifende Aufgaben gleichwertig neben den Fächern behandelt werden müssen, um somit als höchstes Ziel von Erziehung, Harmonie zwischen sich und der Welt (nicht der Gesellschaft !) herzustellen.

Besonders kritisch beurteilt wird bei diesem Konzept, dass die unverwechselbare Eigenheit eines jeden Einzelnen in den Mittelpunkt der Bestimmung von Bildungsinhalten gestellt wird[39] und somit die Gefahr besteht, dass bei einem fehlenden Ausblick auf das Allgemeine und Umfassende das individuelle Bewusstsein der Beliebigkeit und Unverbindlichkeit verfallen kann.[40] Zudem tut die Schule gut daran, sich realistische Ziele zu stecken. Denn ob ein Schüler befähigt ist, einen realen Sachverhalt in die Welt der Mathematik zu übertragen, kann man relativ gut überprüfen. Was diese Qualifikation aber für seine Identität

[37] Vgl. Liebau (wie Anm. 27), S. 136.
[38] Vgl. Schießl, Otmar: Es darf wieder von Bildung gesprochen werden, in: Pädagogische Welt 47 (1993) Heft 3, S. 105.
[39] Vgl. Liebau (wie Anm. 27), S. 136.
[40] Vgl. Potschka (wie Anm. 20), S. 57.

bedeutet, entzieht sich den Kontrollmöglichkeiten der Schule und kann somit nur schwer als deren Hauptaufgabe bezeichnet werden.[41]

1.1.5. Klafkis Konzept der epochalen Schlüsselprobleme

Auch wenn es sich hierbei im Gegensatz zu den zwei vorherigen pädagogischen Richtungen um ein spezielles Konzept einer, wenn auch bekannten Persönlichkeit handelt, so wurde es zum einen viel diskutiert und zum anderen häufig zumindest modifiziert in die Entwürfe anderer mitaufgenommen,[42] so dass bei dieser überblickartigen Darstellung der verschiedenen Konzeptionen auch dieses vorgestellt werden sollte.

KLAFKI sieht die unter Punkt 1.1.2 aufgeführten aktuellen, oder wie er es nennt, epochalen Probleme unserer Gesellschaft als zentral an. Die Hauptaufgabe der Schule besteht nach KLAFKI darin, Schüler „*dabei zu fördern erkenntnisfähig, sensibel, d.h. mitempfindungsfähig, urteilsfähig und handlungsfähig für ihre Gegenwart und ihre Zukunft zu werden*“.[43] Möglich wird seiner Meinung dies durch eine Auflösung der bestehenden Unterrichtsstrukturen mit einzelnen Fächern und 45minütigen Stunden. An deren Stelle soll stattdessen in Tradition einer alten reformpädagogischen Forderung ganzheitliches Lernen,[44] d.h. Epochalunterricht treten, der von Lehrerteams vorbereitet bzw. gehalten wird, und dessen Kern die Behandlung folgender sieben epochaltypischer Schlüsselprobleme sein soll:

1. Krieg und Frieden
2. Kulturspezifik und Interkulturalität
3. Ökologische Probleme
4. Rapides Wachstum der Weltbevölkerung
5. Gesellschaftlich produzierte Ungleichheit
6. Einfluss neuer technologischer Entwicklungen auf die Gesellschaft
7. Erfahrung der Liebe / Partnerschaft

Daraus resultiert eine natürliche Erweiterung bzw. Einengung dieser Themenliste in Abhängigkeit von den Hauptproblemen der jeweiligen Epoche, so dass die Anzahl an Schlüsselproblemen und damit an zu behandelnden Themengebieten in der Schule immer nach oben beschränkt bleiben dürfte. Ziel der Behandlung dieser Schlüsselprobleme ist sowohl die Vermittlung zentraler Eigenschaften wie Selbstständigkeit, Mitbestimmungsfähigkeit und Solidarität, aber auch die Sicherung von Grundkenntnissen und Grundfertigkeiten in bestimmten Fächern, welche für die Behandlung der oben angegebenen sieben Themen erforderlich sind.[45] Denn laut KLAFKI ist das eigentliche Ziel von Schule die Befähigung des jungen Menschen, sich heute und in Zukunft mit jenen globalen Problemen

[41] Vgl. Liebau (wie Anm. 27), S. 141.
[42] Vgl. u.a. Siller (wie Anm. 36), S. 67. oder Potschka (wie Anm. 20), S. 55.
[43] Vgl. Klafki, Wolfgang: Allgemeinbildung heute. Grundlinien einer gegenwarts- und zukunftsbezogenen Konzeption, in: Pädagogische Welt 47 (1993) Heft 3, S. 98.
[44] Vgl. Flitner, Andreas: Reform der Erziehung. Impulse des 20. Jahrhunderts, München 1999, S. 235.
[45] Vgl. Klafki (wie Anm. 43), S. 103.

angemessen auseinandersetzen zu können.[46]
Genau hier setzt aber auch die Kritik an KLAFKIS Konzept an. Ist die Auswahl der Schlüsselprobleme gerade der in die Zukunft weisenden und die methodische Vorgehensweise des ganzheitlichen Lernens (radikale Veränderung der Rahmenbedingungen, Vermittlung der fachspezifischen Inhalte u.v.a.) schon problematisch, so stellt sich die moralische Frage, ob man Kinder überhaupt in solchem Maße mit den Problemen der Erwachsenen belasten sollte, oder ob man dadurch nicht lediglich versucht, die Verantwortung für diese an die nächste Generation weiterzugeben.[47] Zudem ist es auffallend, dass der von Klafki angeführte Problemkatalog primär im gesellschaftswissenschaftlichen Aufgabenfeld angesiedelt ist, was wohl darauf beruht, das er sich selber hauptsächlich mit diesen Themen auseinandergesetzt hat. Dies führt aber auch dazu, dass dieser Katalog insbesondere für die Sekundarstufe II und die beruflichen Schulen als unvollständig anzusehen ist.[48]

1.1.6. Bildungskonzepte in der Tradition des Neuhumanismus

Da es sich bei diesem Konzept um dasjenige handelt, welches im Teil 1.2 dieser Arbeit als Grundlage für die Definition »Mathematischer Grundbildung« herangezogen wird (siehe 1.1.8), soll in diesem Teilkapitel zunächst die grundsätzliche Strömung und im Folgenden eine bestimmte Auslegung dieses Konzepts, nämlich das Allgemeinbildungskonzept HEYMANNs, ausführlich, wenn auch geringfügig modifiziert, dargelegt werden.
Wenngleich der Neuhumanismus des beginnenden 19. Jahrhunderts vor allem durch Wilhelm von Humboldt eine starke Akzentuierung auf das Griechische beinhaltete, so war er von seiner Grundkonzeption doch allgemeiner angelegt als die Aufklärungspädagogik, zu der er ein Gegenbild darzustellen versuchte. Während die Pädagogen der Aufklärung nämlich hauptsächlich utilitaristische Ziele verfolgten, also nach Anforderungen des gesellschaftlichen Lebens fragten (siehe 1.1.3), orientierte sich der Neuhumanismus an den Bedürfnissen des Menschen in dieser Gesellschaft.[49] Dies ist nicht zu verwechseln mit dem romantischen Konzept, denn dem Neuhumanismus ging es nicht um die relativ abstrakte Entwicklung der Innenwelt des Menschen, sondern um die konkrete Ausstattung des Menschen mit einem gewissen Rüstzeug, durch das er in die Lage versetzt werden sollte, sich innerhalb einer fremdbestimmten Welt behaupten zu können.[50] So wird die Notwendigkeit einer technisch-ökonomischen Ausbildung, wie die Aufklärung sie fordert, zwar anerkannt, aber sie wird erweitert um Politik, Kunst, Kultur, Wissenschaft etc., und zwar nicht nur „*auf der Ebene der universal*

---

46 Vgl. Klafki (wie Anm. 21), S. 137.
47 Vgl. Glöckel (wie Anm. 18), S. 53.
48 Vgl. Meyer, Meinert A.: Allgemeinbildung und Sekundarstufe II, in: Heymann, Hans Werner / Lück, Willi van (Hg.): Allgemeinbildung und öffentliche Schule: Klärungsversuche (IDM Materialien und Studien, Band 37), Bielefeld 1990, S. 72.
49 Vgl. Lenzen, Dieter (Hg.): Pädagogische Grundbegriffe. Band 2 Jugend bis Zeugnis, Hamburg 1989, S. 1097.
50 Vgl. Lenzen (wie Anm. 49), S. 1100.

gedachten Kultur, sondern auch auf der Ebene des Alltags, in der sozial die Kultivierung von Geselligkeit, Freundschaft, intellektuellem Austausch, individuell die proportionierlich-harmonische Ausbildung aller Kräfte die eigentlichen Motive bilden [...]. Bildung ist also in diesem Konzept ein lebenslanger Vorgang, hat also kein definierbares Ende.“[51]

Und genau das ist es, was das im Folgenden aufgeführte “moderne“ Allgemeinbildungskonzept HEYMANNS, aber auch zahlreicher anderer Pädagogen, mit dem Neuhumanismus des beginnenden 19. Jahrhundert verbindet. Denn obwohl sie sich hinsichtlich ihrer Inhalte schon allein durch die Zeit, in der sie entstanden sind, teilweise beträchtlich von denen des Neuhumanismus unterscheiden, so stehen sie doch in der Tradition dieses Bildungskonzepts. Das liegt zum einen daran, dass den Schriften, die dieser pädagogischen Strömung zugerechnet werden können[52] gemein ist, dass sie die Aufgabe von Schule darin sehen, dass diese nur die ersten Schritte auf dem Weg zur allgemeinen Menschenbildung (oder Bildung siehe 1.1.1) eröffnet.[53] TENORTH spricht in diesem Fall von einem Bildungsminimum:

> „*In der gegebenen historischen Situation lässt sich allgemeine Bildung [...] als die konkrete pädagogische Aufgabe beschreiben, ein Bildungsminimum für alle zu sichern und zugleich die Kultivierung von Lernfähigkeit zu eröffnen.*“[54]

Und zum anderen sollen dem Schüler in einer Gesellschaft, in der der ökonomische, soziale und geistige Wandel zu einem konstituierenden Merkmal geworden ist,[55] durch die Vermittlung von bestimmten fachlichen Inhalten, Fertigkeiten, Fähigkeiten und Einstellungen (das “Humboldtsche Rüstzeug“) Orientierungspunkte geboten werden, anhand derer er selbstständig seine (gesellschaftliche) Marschrichtung bestimmen kann.[56]

In diesem Sinne dienen all diese Konzepte der Beförderung eines bestimmten Humanitätsideals und werden folgerichtig unter dieser Rubrik subsumiert, auch wenn sie selber sich nicht unbedingt in dieser Tradition sehen, sondern eher einen umfassenderen Anspruch an Allgemeinbildung haben, als der des Neuhumanismus. Dies dürfte auch auf das im Folgenden vorgestellte Konzept HEYMANNS zutreffen.[57]

---

51 Vgl. Liebau (wie Anm. 27), S. 136.

52 z.B. Siller (wie Anm. 36) oder Tenorth (wie Anm. 17)

53 Vgl. Liebau (wie Anm. 27), S. 136.

54 Vgl. Tenorth (wie Anm. 17), S. 166.

55 Vgl. Heymann, Hans Werner: Überlegungen zu einem zeitgemäßen Allgemeinbildungskonzept, in: Heymann, Hans Werner / Lück, Willi van (Hg.): Allgemeinbildung und öffentliche Schule: Klärungsversuche (IDM Materialien und Studien, Band 37), Bielefeld 1990, S. 22.

56 Vgl. Siller (wie Anm. 36), S. 59.

57 HEYMANN kommt bei der Beantwortung der von ihm gestellten anthropologischen Frage, [Vgl. Tenorth (wie Anm. 17), S. 46.] bei der Erläuterung des Zusammenhangs zwischen Bildung und Allgemeinbildung [Vgl. Heymann (wie Anm. 11), S. 46.] und teilweise bei der ideologischen Zusammensetzung von Allgemeinbildung [Vgl. Tenorth (wie Anm. 17), S. 98.] zu den selben bzw. ähnlichen Resultaten wie Humboldt.

1.1.7. Heymanns Allgemeinbildungskonzept

Zu Beginn seiner Überlegungen stellt sich HEYMANN die Frage, warum ein Kind bestimmte Inhalte wie zum Beispiel den Aufbau einer Zelle o.ä. überhaupt lernen soll. Wie schon zahlreiche andere Pädagogen vor ihm, kommt auch er zu dem Ergebnis, dass in der Schule dem Kind eine systematische Auseinandersetzung und Aneignung von Welt widerfahren soll, mit dem Ziel, dadurch seine eigene Position in der Gesellschaft bestimmen und beeinflussen zu können. Ebenfalls weitestgehender pädagogischer Konsens dürfte seine ablehnende Haltung gegenüber der Vermittlung eines Wissenskanons als zentrale Aufgabe von Schule und deren Ersetzung durch (moderne) Allgemeinbildung sein.[58]

Was die Überlegungen HEYMANNs für diese Arbeit, genauer gesagt, für die im Folgenden zu findende Definition mathematischer Grundbildung so wertvoll macht, ist die Tatsache, dass er mithilfe eines Anforderungskataloges an die allgemeinbildende Schule die Inhalte des Begriffs »Allgemeinbildung« konkretisiert und dadurch nicht nur eine adäquate Antwort auf die unter 1.1.2 gestellten Probleme liefert, sondern zugleich noch ein pädagogisches Kriterium bietet, an dem sich der unterschiedliche Fachunterricht messen lässt:

> „*Ein praktisch brauchbares Allgemeinbildungskonzept muß auch Kriterien für die Gestaltung von Fachunterricht hergeben, und zwar für die Auswahl der zu unterrichtenden Inhalte ebenso wie für die methodische Anlage und Durchführung*“[59]

HEYMANN betrachtet dabei die einzelnen Schulfächer als die für unsere Kultur und Gesellschaft charakterisierenden Zugänge zu unserer Welt und spricht sich damit im Gegensatz zu KLAFKI nicht nur für ihren Erhalt aus, sondern erklärt sie damit selbst zu einem kennzeichnenden Teil unserer Gesellschaft.[60] Dies bedeutet für die Vermittlung von Allgemeinbildung, dass sie primär in den einzelnen Fächern stattfinden soll, und sich dort die fachlichen Inhalte an folgenden sieben Bereichen orientieren müssen:

1. Lebensvorbereitung
   Auch wenn es ungewiss ist, in was für einer Welt sich die heutigen Schüler als Erwachsene bewähren müssen, so gibt es doch gesicherte Qualifikationen, die sie in alltäglichen Situationen des Berufs- und Privatlebens beherrschen müssen[61], wobei lediglich solche in die

[58] Vgl. Heymann, Hans Werner (Hg.): Allgemeinbildung und Fachunterricht, Hamburg 1997, S. 8.

[59] Vgl. Heymann, Hans Werner: Allgemeinbildender Mathematikunterricht – was könnte das sein?, in: Mathematik lehren (1989) Heft 33, S. 4.

[60] Vgl. Heymann (wie Anm. 58), S. 9.

[61] Auch wenn der Leitartikel einer kürzlich erschienen Ausgabe des SPIEGELs mit Aussagen wie „*Niemand kann genau sagen wozu die traditionelle Schulbildung eigendlich gut sein soll*“ und „*Lernen fürs Leben? Alles überholt.*“eine teilweise abweichende Meinung vertritt, so kann man davon ausgehen, dass es Elemente in unserer Gesellschaft gibt, die in einer noch so unbekanten Zukunft beherrschenswert sind (z.B. die ebenfalls in diesem Artikel erwähnte „Scientific Literacy“).Das diese einem natürlichem Wandlungsprozess unterliegen, soll dabei nicht bestritten werden. [Vgl. Darnstädt, Thomas: Start-up ins Leben, in: Spiegel (02.04.2001), S. 66-89.]

Vermittlungsaufgabe der Schule fallen, die folgenden Anforderungen genügen:

- Sie sollen nicht auf die Ausübung eines bestimmten Berufes hin ausgerichtet sein (z.B. Programmieren eines Maschinenparks).
- Sie sollen nicht gleichsam automatisch nebenher von den Heranwachsenden erlernt werden können (z.B. Fahrradfahren oder Bedienung technischer Geräte wie Fernseher und Radio[62]).
- Sie sollen sich nicht ohne weiteres im Rahmen eines zeitlich befristeten Spezialkurses erwerben lassen (z.B. Autofahren).
- Aber sie sollen zur Bewältigung realer Aufgaben aus der (zukünftigen) Lebenswelt der Schüler befähigen (z.B. Lesen, Rechnen, Schreiben, aber auch methodische Kompetenzen wie Organisieren oder Strukturieren[63]).

Im letzten Punkt sind einige elementare Kulturtechniken aufgeführt, die diese vier Bedingungen erfüllen. Zahlreiche andere schulische Inhalte wie z.B. Kunst oder Geschichte sind zwar nicht damit, aber mit den nachfolgenden Zielen legitimierbar.[64]

2. Stiftung kultureller Kohärenz
Hierunter ist die Überlieferung von kulturspezifischen Errungenschaften an die nächste Generation zu verstehen. Erfüllt dies noch in relativ statischen Gesellschaften, wie z.B. bei den im Regenwald lebenden Indianern die Aufgabe von Lebensvorbereitung in Form von Bestattungsritualen, der Kunst des Feuermachens, Heilkunde und Jagd etc., so ist diese direkte Verbindung zum heutigen Leben in unserem dynamischen System menschlichen Zusammenlebens verloren gegangen. Dass diese Tradierung aber damit nicht zum Selbstzweck reduziert werden kann, liegt daran, dass der Schüler sich zum einen als Teil der Kultur, in der er heranwächst, verstehen soll und zum anderen dadurch die Andersartigkeit fremder Kulturen erkennt und als gleichwertig betrachtet.[65]

[62] Der Computer ist hiervon ausgenommen, da sowohl die Vermittlung allgemeiner Grundkenntnisse als auch die Anwendung fachspezifischer Programme schon im eigenen Interesse der Lehrer Aufgabe der Schule sein sollte. Ohne an dieser Stelle näher auf die Diskussion um die «Informationstechnischen Kompetenzen» als Bestandteil von Allgemeinbildung einzugehen, soll deren Wichtigkeit kurz durch folgendes Zitat unterstrichen werden: „*Ohne eine grundlegende Vertrautheit mit der Handhabung und der Funktionsweise der Informationstechnik werden junge Menschen ihre Rolle als mündige Staatsbürger in einem demokratischen Gemeinwesen nur unvollständig spielen können – sei es, dass sie vorhandene Informationsangebote optimal nutzen, um ihre Entscheidungen zu fundieren [oder überhaupt erst zu ihnen zu gelangen Anm. d. Verf.], oder dass sie Entscheidungen über die künftige Entwicklung und Anwendungen dieser Technologien verantwortungsvoll mittragen.*“
[Vgl. Sacher (wie Anm. 25), S. 109.]

[63] Vgl. Klippert, Heinz: Teamentwicklung im Klassenraum. Übungsbausteine für den Unterricht, Weinheim 1998, S. 16.

[64] Vgl. Heymann (wie Anm. 59), S. 4.

[65] Vgl. Heymann (wie Anm. 58), S. 11.

3. Aufbau eines umfassenden Weltbildes
   Der Schüler soll sich sowohl von der Welt, z.B. im Geographieunterricht, als auch von den Erscheinungen in ihr, z.B. im Physikunterricht oder in der Gesellschaftslehre ein Bild machen, welches diese Elemente aber nicht nur als Singletons beinhaltet, sondern sie miteinander in Beziehung setzt. Dies soll dem Schüler erlauben, seinen eigenen Standpunkt zu relativieren und sich somit eines erweiterten Urteilshorizonts zu bemächtigen.[66]
   In diesen Bereich fällt auch die von KLAFKI geforderte Behandlung epochaler Schlüsselprobleme, jedoch nicht als übergeordneter Gesichtspunkt, sondern als ein Teilaspekt der HEYMANNschen Allgemeinbildung.

4. Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch
   Unabhängig des Autoritätsanspruchs einer Behauptung soll der Schüler lernen, diese kritisch zu betrachten, d.h. sie auf Unstimmigkeiten zu untersuchen und als Folgerung daraus, basierend auf seinem Verstand selbst zu einem eigenen Ergebnis kommen. Hierin steckt die Forderung KANTS, sich aus der selbstverschuldeten Unmündigkeit zu befreien und die Fähigkeit zum kritischen Verstandesgebrauch zu erlangen.[67]

5. Förderung von Phantasie und Kreativität
   Gerade die schulische Institutionalisierung des Lernens, aber auch die vielfältigen Möglichkeiten des passiven Konsums in unserer Gesellschaft (Fernsehen, Radio etc), zeigen die Notwendigkeit, Freiräume in der Schule zu schaffen, in denen der Schüler Phantasie und Kreativität[68] entfalten kann und soll. Dies sollte jedoch nicht auf den Musik- oder Kunstunterricht beschränkt bleiben, sondern muss Einfluss auf die Gestaltung jeglichen Unterrichts haben:

   > „*Die Annahme ein gesicherter Bestand an reproduzierbarem Wissen und Können würde irgendwie von selbst zum produktiven Denken und Gestalten führen ist nach Erkenntnissen der neurologischen Forschung nicht mehr haltbar. Sie zeigen nämlich, dass reproduktive Lernvorgänge neurologische Prozesse in Nerven in anderer Weise beeinflussen als produktive.*“ [69]

6. Entfaltung sozialethischer Tugenden und Fähigkeiten[70]
   Hierunter sind Eigenschaften wie Verantwortungsbewusstsein, Kooperationsfähigkeit, Toleranz oder Mitbestimmungsfähigkeit zu verstehen. Diese können zwar nur sehr schwer gelehrt werden, Aufgabe

---

66 Vgl. Heymann (wie Anm. 55), S. 21.
67 Vgl. Schwan (wie Anm. 28), S. 243.
68 Unter Kreativität soll dabei die Fähigkeit, brauchbare Einfälle zu produzieren, verstanden werden. [Vgl. Winter, Heinrich: Entdeckendes Lernen. Einblicke in die Ideengeschichte und ihre Bedeutung für die Pädagogik, Braunschweig 1989, S. 174.]
69 Vgl. Schießl (wie Anm. 38), S. 105.
70 Diese Kategorie kommt bei HEYMANN in dieser Form nicht vor, lässt sich aber als Synthese aus verschiedenen bei ihm ähnlich konzipierten Kategorien auffassen.

der Schule und damit der einzelnen Fächer muss es aber sein, den Schülern diese Tugenden nahe zu bringen.

> „*Insgesamt jedoch kommt es vielmehr darauf an, die Schule als einen Lebens- und Erfahrungsraum zu gestalten, in dem [...diese Tugenden...] als unaufdringlich vorgelebte Haltung die Chance haben, von den Jüngeren ganz selbstverständlich angenommen zu werden.*“[71]

7. Stärkung des Schüler-Ichs
   Trotz aller Verflechtungen der Menschen unserer Gesellschaft untereinander und mit anderen Kulturen soll sich der Schüler noch als Individuum fühlen, das seinen eigenen Platz finden muss, aber auch kann. Dies wird ihm aber nur dann ermöglicht, wenn Schule ihn auch als solchen ungeachtet der Nivellierung der zu lernenden Inhalte anerkennt und entsprechend behandelt.[72]

1.1.8. Fazit

Eine Vielzahl gesellschaftlicher Veränderungen und Probleme machen eine Neuorientierung von Bildung, vor allem aber von Allgemeinbildung als Aufgabe der Schule, nötig. Da davon auch der Mathematikunterricht nicht ausgenommen ist, muss ein Konzept entworfen werden, mithilfe dessen sich die fachspezifischen Inhalte, welche für den Mathematikunterricht im Folgenden als mathematische Grundbildung bezeichnet werden, neu bestimmen lassen. Hierfür wurden schon bestehende teilweise historische Bildungskonzeptionen dargestellt, von denen das Allgemeinbildungskonzept HEYMANNs als Synthese derer eine adäquate Lösung des Problems der Neukalibrierung des Bildungskompasses darstellt. Das HEYMANNsche Konzept versucht nämlich die vorgestellten Konzeptionen in das modifizierte bzw. modernisierte Konzept des Neuhumanismus miteinzubeziehen. So finden sich Aspekte der Aufklärung besonders im ersten Punkt, Aspekte des romantischen Konzepts in den Punkten fünf, sechs und sieben und KLAFKIs Konzept wird wie oben schon erwähnt in Punkt vier aufgegriffen. In der Vereinigung dieser verschiedenen Konzeptionen liegt der Vorteil der HEYMANNschen Begriffsdeutung von »Allgemeinbildung«, da dadurch ein konsensfähiges Instrumentarium gewonnen wurde, welches im folgenden Abschnitt zur Bestimmung einer Definition[73] mathematischer Grundbildung dienen soll.[74]

---

[71] Vgl. Heymann (wie Anm. 58), S. 14.

[72] Eine detailliertere Beschreibung der Auffassung HEYMANNs von Allgemeinbildung kann bei Heymann (wie Anm. 11), S. 50-130 nachgelesen werden.

[73] Grundlage der Definition ist ein noch unveröffentlichten Artikel von Blum, Werner u.a.: Tests als Hilfe zur Selbstevaluation, in Mathematik lehren (2001) Heft 109.

[74] Zwar entwickelt HEYMANN in seinem Buch (Anm. 11) eine Art mathematische Grundbildung, diese ist aber im Gegensatz zu seiner Auslegung des Allgemeinbildungsbegriffs weitaus weniger brauchbar, da sie teilweise missverständlich und simplifizierend ist (siehe Anm. 92) [Vgl. Presseerklärung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik: Sind 7 Jahre Mathe genug?, in: Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (Dezember 1995) Nr. 61, S. 47.].

1.2. Mathematische Grundbildung

1.2.1. TIMSS als Initiator einer (Wieder-)Belebung mathematischer Grundbildung

Neben den unter 1.1.2 aufgeführten Argumenten für eine Neubestimmung von Allgemeinbildung und damit zusammenhängend auch der zu vermittelnden mathematischen Inhalte, gibt es für den Mathematikunterricht noch ein weiteres Kennzeichen, das eine Umgestaltung der bisherigen Unterrichtsform notwendig macht. Wurde unter 1.1.3 festgestellt, dass der heutige Unterricht eher in der Tradition der utilitaristischen Aufklärung steht und folglich die Vermittlung von Faktenwissen eine tragende Säule von Unterricht ist, so wird u.a. durch die internationale Vergleichsuntersuchung TIMSS (Third International Mathematics and Science Study) nicht nur deren Sinn, sondern auch deren Realisierbarkeit mit den derzeitigen Methoden in Frage gestellt. Ein zentrales Ergebnis dieser Studie ist die Feststellung, dass die Leistungsfähigkeit deutscher Schüler im internationalen Vergleich lediglich im Mittelfeld anzusiedeln ist. Selbst bei den einfachen Kalkülaufgaben, die bloßes Faktenwissen oder einfache technische Fertigkeiten abfragen und damit ein Hauptaugenmerk des derzeitigen deutschen Unterrichts darstellen, waren Nachbarländer wie z.B. die Schweiz den deutschen Schülern überlegen. Bei Aufgaben, die komplexere mathematische Fähigkeiten (siehe 1.2.7) erforderten, lagen sie sogar unter dem Durchschnitt.[75] Die Ursachen dafür dürften in den Charakteristika des im Folgenden dargestellten deutschen Mathematikunterrichts zu finden sein:[76]

- Die Inhalte werden in einem fragend-entwickelnden Unterrichtsgespräch eingeführt und anschließend geübt.
- Die Vorgehensweise dabei ist eher kleinschrittig, d.h. komplexe Problemstellungen werden weitestgehend vermieden.
- Eine starke Regel-, Kalkül- und Routine-Orientierung bestimmt den Unterricht. Modellieren im Rahmen realer Anwendungsbezüge (siehe 1.2.7) findet somit lediglich wenn überhaupt vereinzelt statt.
- Systematische Wiederholungen sind kaum feststellbar.
- Einen unterrichtlichen Schwerpunkt bildet das zielgerichtete Lehren und Lernen auf die nächste Klassenarbeit hin.
- Die unterschiedlichen Themengebiete werden weitestgehend isoliert von den anderen behandelt.

Ein dermaßen gearteter Unterricht kann aber kaum das Kriterium der Lebensvorbereitung geschweige denn der restlichen Aspekte *HEYMANNscher* Allgemeinbildung erfüllen. Um dies zu gewährleisten müssen sowohl die zu

---

[75] Eine detailliertere Auswertung der Ergebnisse findet man bei: Baumert (wie Anm. 3).

[76] Vgl. Wiegand, Bernd: Mathematische Anwendungsfähigkeit. Detailanalysen von TIMSS und Kassel-Exeter-Studie (Texte zur mathematischen Forschung und Lehre, Band 11), Hildesheim 2000, S. 30f.

vermittelnden Inhalte wie auch die damit verbundenen Methoden[77] (Vernetzung der Inhalte untereinander, konstruktiver Umgang mit Schülerfehlern etc.) den Anforderungen eines allgemeinbildenden Unterrichts angepasst werden. Die TIMS-Studie mag für die Erstellung eines dementsprechenden Aufgabenkataloges wenig nützlich sein, ihr Wert liegt in der empirischen Enthüllung mathematikunterrichtlicher Defizite. Eine konstruktive Umsetzung dieser, aber auch zahlreicher anderer, empirischer Erkenntnisse verbunden mit den unter 1.1.7 aufgestellten Ansprüchen und dem geringen Image des Fachs[78] findet in der Aufstellung eines Anforderungskataloges für den Mathematikunterricht, im Folgenden als »mathematische Grundbildung« bezeichnet,[79] statt.[80]

1.2.2. Definition mathematischer Grundbildung

Im Rahmen mathematischer Grundbildung gilt es denjenigen Teil des Komplexes Mathematik ausfindig zu machen und zu vermitteln, der als ein bestimmtes unter zahlreichen anderen Elementen von Welt im Sinne *HEYMANNs* allgemeinbildend ist. Dies kann und soll nicht unabhängig von fachfremden Inhalten geschehen, da Motivation und Relevanz der mathematischen Fähigkeiten und Fertigkeiten unmittelbar mit den Bedeutungssituationen zusammenhängen, in denen sie vermittelt werden. Primär sind aber fachspezifische Themen vorrangige Inhalte des Mathematikunterrichts.

Demzufolge vollzieht sich allgemeinbildender Mathematikunterricht auf zwei eng miteinander verbundenen Ebenen. Zum einen durch die Auseinandersetzung mit Kontexten verschiedenster Themengebiete, vor allem bei anwendungs- bzw. realitätsbezogenen Aufgaben. So können z.B. bei der Behandlung von Trassierungsaufgaben in der Analysis auch ökonomische, politische und verkehrstechnische, d.h. nicht mathematische Aspekte angesprochen werden. Zum anderen wird im Rahmen der Auseinandersetzung mit diesen fachfremden Kontexten, aber vor allem auch bei der Beschäftigung mit innermathematischen Zusammenhängen, ein Komplex verschiedenster mathematischer Aspekte vermittelt, welcher im Folgenden als mathematische Grundbildung definiert werden soll.

Die unten stehende Definition[81] ermöglicht dabei die Aufstellung von fünf Anforderungskategorien (siehe 1.2.4-1.2.8), die als Richtziele mathematischer Grundbildung dienen sollen. Sie sind zwar so allgemein gefasst, dass man nicht von einem wohldefinierten Kanon für jeden einzelnen Aspekt sprechen kann, es

---

[77] Vgl. Terhart, Ewald: Lehr-Lern-Methoden. Eine Einführung in Probleme der methodischen Organisation von Lehren und Lernen, Weinheim[2] 1997, S. 44f.

[78] Vgl. Burtscheidt, Christine: Das Fach braucht ein besseres Image, in: Süddeutsche Zeitung (10./11.02.2001) Nr. 34, S. 13.

[79] Vgl. Blum, Werner: Qualitätsentwicklung im Mathematikunterricht ... ...eine Folge von TIMSS?, in: Pädagogik (2000) Heft 12, S. 24.

[80] Die Bedeutung dieses Komplexes wird schon dadurch deutlich, dass die umfangreichste und teuerste Studien aller Zeiten, die auf TIMSS folgende PISA-Studie, sie zu ihrer Grundlage erhoben hat.

[81] Definitionen, die vom Verfasser dieser Arbeit erstellt wurden, sind in einen Kasten eingefügt, und stellen seine subjektive auf der Analyse von diesbezüglichen Publikationen beruhende Meinung dar.

lassen sich aber aus diesen konkrete Lernziele für den Mathematikunterricht in den jeweiligen Bildungsgängen ableiten.

Mathematische Grundbildung bezeichnet den Komplex grundlegender mathematischer Erkenntnisse, Techniken, Fertigkeiten und Fähigkeiten, mittels dessen ein adäquates Bild von Mathematik zur verständigen Auseinandersetzung mit Mathematik sowohl in der realen als auch der mathematischen Welt aufgebaut werden soll.

Dabei gilt es zu beachten, dass genauso wenig, wie allgemeine Bildung ohne Niveaustufen auskommt, man auch nicht von der mathematischen Grundbildung und ihren fest umrissenen Inhalten sprechen kann. Da individuelle Fähigkeiten und gesellschaftliche Notwendigkeiten spätestens ab dem 14. Lebensjahr eine äußere Differenzierung der Schüler verlangen[82], müssen auch die Inhalte mathematischer Grundbildung spezifisch für jeden Bildungsgang ausgehandelt werden. Dies gilt insbesondere für die Hauptschule, da sie weniger eng mit den beiden anderen Bildungsgängen, der Realschule und dem Gymnasium, verbunden ist als diese beiden untereinander.[83]

1.2.3. Kulturtechnik Rechnen

Wenn es darum geht, die Funktionen von Schule zu beschreiben, dann werden in vielen Quellen die so genannten Kulturtechniken Lesen, Schreiben und Rechnen als fast schon natürliche Vermittlungsziele genannt.[84] Doch was soll man darunter verstehen? Beim Lesen und Schreiben ist dies noch relativ eindeutig, da es sich hierbei um fest definierte Lernziele handelt. Der Schüler soll dazu befähigt werden, die Buchstaben des Alphabets zu kennen, daraus Wörter und später unabhängig vom Inhalt ganze Sätze und Texte zu bilden bzw. zu entziffern.
Dasselbe gilt leider nicht für das «Rechnen», für das man unterschiedlich weitreichende Definitionen findet:

> „*...sondern auch zum Rechnen – zum Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren und zum Dividieren.*“[85]

oder

> „*Rechnen, das Anwenden der vier Grundrechenoperationen Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division sowie der höheren Rechenoperationen Potenzieren, Radizieren und Logarithmieren im Bereich der reellen Zahlen, wobei die Grundgesetze der Arithmetik (Kommutativ-, Assoziativ- und Distributivgesetze) als Rechenregeln berücksichtigt werden.*“[86]

---

82 Vgl. Glöckel (wie Anm. 18), S. 51.
83 Vgl. Damerow, Peter: Wieviel Mathematik braucht ein Hauptschüler?, in: mathematica didactica (1980) Heft 3, S. 80.
84 Vgl. Brezinka (wie Anm. 29), S. 53.
85 Vgl. Ifrah, Georges: Universalgeschichte der Zahlen, Frankfurt 1991, S. 96.
86 Vgl. Meyers Lexikonredaktion (Hg.): Meyers Großes Taschenlexikon. Band 18, Mannheim 1987, S. 115.

oder

> „*Rechnen ist im Wesentlichen ein algorithmisches Arbeiten, das darin besteht, aus gegebenen Daten (Zahlen) nach einem festen Verfahren (Rezept, Programm) ein gesuchtes Datum (eine Zahl) auszurechnen.*“[87]

Während sich die erste Definition auf die vier Grundrechenarten, die in der Grundschule vermittelt werden, beschränkt, beinhaltet die zweite mit dem Logarithmus reeller Zahlen Unterrichtsinhalte der Klasse 9/10,[88] und die letzte vermeidet sogar jegliche Bindung an stoffliche Inhalte. Damit wird deutlich, dass man zwar Lesen und Schreiben beherrschen kann, beim Rechnen scheint es jedoch Definitionssache zu sein, ob man es erlernt hat, oder sogar nach FREUDENTHAL noch einen unendlich weiten Weg vor sich hat.

> „*...wenn einer schon soviel Rechnen gelernt hat, gibt es immer noch Neues, das man noch nicht gerechnet hat.*“[89]

Trotzdem erscheint es sinnvoll, in dieser auf Kalküle ausgerichteten Kulturtechnik des „Rechnens“ einen grundlegenden Aspekt mathematischer Grundbildung zu sehen,[90] welcher als “Beherrschung grundlegender kognitiver Fertigkeiten und Kenntnis zentraler Inhalte der Mathematik“ bezeichnet werden soll.

1.2.4. Beherrschung grundlegender kognitiver Fertigkeiten und Kenntnis zentraler Inhalte der Mathematik[91]

Dieser erste von fünf Bestandteilen mathematischer Grundbildung bezieht sich ausschließlich auf innermathematisch kognitive Kompetenzen. Damit sind zum einen Fertigkeiten, d.h. Ausführen von Algorithmen wie z.B. das Lösen eines linearen Gleichungssystems gemeint, und zum anderen die Kenntnis über zentrale Begriffe bzw. Inhalte wie z.B. den Satz des Pythagoras.[92] Mit dem Aufkommen

---

87 Vgl. Winter, Heinrich: Sachrechnen in der Grundschule, Berlin 1992, S. 11.

88 Vgl. Hessisches Kultusministerium (Hg.): Rahmenplan Mathematik. Sekundarstufe I, Wiesbaden 1995, S. 85.

89 Vgl. Freudenthal, Hans: Mathematik als pädagogische Aufgabe. Band 1, Stuttgart 1973, S. 67.

90 Bei Einstellungstest für z.B. Industriemechaniker wird im Bereich Mathematik fast ausschließlich »Rechnen«, wie in 1.2.4 verstanden, abgeprüft, wobei von Seiten der Industrie immer größere Defizite in diesem Bereich bemängelt werden. [Vgl. Eva, Reick / Zedler, Reinhard: 1500 wollen, aber nicht mal 200 können, in: AKTIV Wirtschaftszeitung 30 (31.03.2001) Nr. 4 Ausgabe C, S.5.]

91 Dies entspricht weitestgehend dem Aspekt „computation“ innerhalb der Taxonomie von WILSON. [Vgl. Wittmann, Erich: Grundfragen des Mathematikunterrichts, Braunschweig 1981, S. 51.]

92 Anhand dieses Aspektes lässt sich die in Anmerkung 74 erwähnte geringe Verwendbarkeit des HEYMANNschen Verständnisses von mathematischer Bildung verdeutlichen. HEYMANN geht nämlich davon aus, dass zumindest zur unmittelbaren Lebensvorbereitung Kenntnisse der Algebra nicht vonnöten sind. [Vgl. Heymann (wie Anm. 59), S. 6.] Dem ist entgegenzuhalten, dass schon die Verwendung einer einfachen Formel, wie z.B. der Flächeninhaltsformel bei der Berechnung der benötigten Rollen an Tapete beim Einzug in eine neue Wohnung, algebraische Fertigkeiten erfordert. Damit zählen algebraische Fertigkeiten zu den wichtigsten allgemeinbildenden Zielen von Mathematikunterricht [Vgl. Winter, Heinrich: Mathematikunterricht und Allgemeinbildung, Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (1995) Nr. 61, S. 40.] und haben somit einen erheblichen Anteil an diesem Aspekt mathematischer Grundbildung.

von Computern stellt sich allerdings die Frage, wie weit die Beherrschung bestimmter technischer Fertigkeiten im Mathematikunterricht gehen soll, da mithilfe von neueren Taschenrechnern (z.B. TI 89) die wiederholte Ausführung komplexester Algorithmen als Anstieg des Schwierigkeitsgrades ad absurdum geführt wird.[93]
Unter Berücksichtigung der in Kapitel 1.1.7 gestellten Anforderungen an Unterricht bedeutet das für diesen Aspekt mathematischer Grundbildung, dass er lediglich, und das auch nur beschränkt, zur Lebensvorbereitung dienen kann, wie z.B. bei der Addition von Einkaufspreisen. Die meisten für mündige Bürger relevanten mathematischen Sachverhalte sind vielschichtigerer Natur und lassen sich folglich nicht derart schematisch bearbeiten (z.B. verständiger Einblick in das Wahlverfahren oder die Einkommensbesteuerung). Damit wird deutlich, dass der Mathematikunterricht nicht auf die Vermittlung von Faktenwissen und Fertigkeiten reduzieren werden darf. Vielmehr gleicht die Aufgabe dieser Kategorie etwa dem Vokabel- und Grammatiklernen beim Erwerb einer Sprache. Und wie auch bei dieser nicht das bloße Kennen von Wörtern und Regeln ausreichend ist, um sich mit ihr zu verständigen, so müssen auch bei der mathematischen Grundbildung noch andere Kompetenzen erworben werden. Dabei geht es zum einen darum, die Fertigkeiten und mathematischen Inhalte mit der realen Welt in Verbindung setzen zu lernen, aber auch bestimmte vertiefte Fähigkeiten und Arbeitsweisen der Disziplin »Mathematik« zu erwerben.

1.2.5. Adäquate Grundvorstellungen grundlegender mathematischer Inhalte

Die unter 1.2.4 beschriebenen Termini bedürfen adäquater anschaulicher Vorstellungen, um Sachverhalte der mathematischen Welt für die Schüler nachvollziehbar zu machen. Aufgabe dieser so genannten Grundvorstellungen soll es sein, einen zunächst abstrakten Begriff durch Anknüpfung an bekannte Sach- oder Handlungszusammenhänge zu erschließen, um somit zur Anwendung des Begriffs in der Wirklichkeit zu befähigen,[94] woraus nach *VOM HOFE* sich folgende Definition ergibt:

> „*[Grundvorstellungen]...beschreiben, Beziehungen zwischen [mathematischen] Inhalten, Realkontexten und individuellen mentalen Strukturen. Sie sind Träger der Bedeutung des mathematischen Inhalts und repräsentieren für das Individuum den ‚Kern' des Inhalts*“[95]

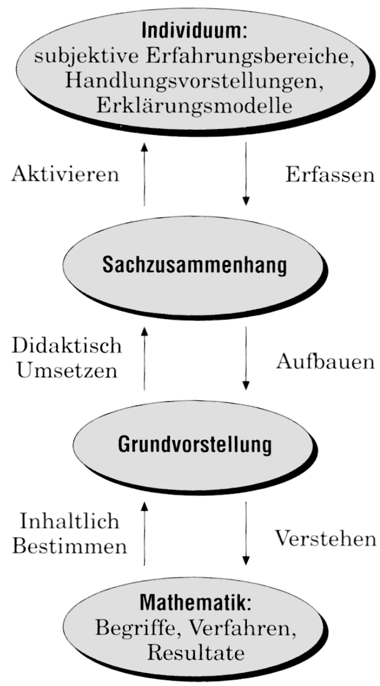
Für die Addition ganzer Zahlen würde dies z.B. bedeuten, dass man sie u.a. als Zusammenfassen zweier Zustände zu einem Zustand, als Hintereinanderausführen

[93] Vgl. Körner, Henning: Neue Bildungsziele durch den Computer?, in: Hirscher, Horst (Hg.): Wieviel Termumformung braucht der Mensch?, Hildesheim 1993, S. 18-23.
[94] Vgl. Vom Hofe, Rudolf: Grundvorstellungen – Basis für inhaltliches Denken, in: Mathematik lehren (1996) Heft 78, S. 6.
[95] Vgl. Blum, Werner / Neubrand, Michael: TIMSS und der Mathematikunterricht, Hannover 1998, S. 30.

zweier Änderungen mit dem Ergebnis als Gesamtänderung oder als Änderung eines Zustands in einen neuen Zustand betrachten kann.[96]

Werden keinerlei Grundvorstellungen von den gelernten mathematischen Inhalten explizit vermittelt, kann dies zu einer Fehlvorstellung beim Schüler führen, so dass dieser bei zukünftigen Aufgaben wohl scheitern wird. Folglich wird er vermutlich davon absehen, die Problemstellung mit Bedeutung zu füllen und dazu übergehen, die Inhalte sinnentleert nach bestimmten auswendig gelernten Regeln zu bearbeiten. Dies führt aber zu der weit verbreiteten Unterstellung der Sinnlosigkeit von Mathematik in der realen Welt, da die schematischen Anwendungen der standardisierten Rechenoperationen hier aufgrund der benötigten Transferleistung versagen.[97]

Damit aber geeignete Grundvorstellungen vermittelt werden können, muss die Dualität dieses Aspektes, nämlich der eventuelle Gegensatz zwischen sachadäquaten Vorstellungen (normativer Aspekt) und individuellen Schülervorstellungen (deskriptiver Aspekt) überwunden und zu einer Synthese geführt werden. Die nebenstehende Grafik verdeutlicht dabei das daraus resultierende Beziehungsgeflecht von dem die Entstehung mathematischer Grundvorstellung abhängig ist.



Hinsichtlich allgemeiner Bildung bedeutet dies, dass den Grundvorstellungen aufgrund ihres Schnittstellencharakters zwischen Mathematik und Individuum (Realität) eine lebensvorbereitende Rolle zugeschrieben werden muss. Von einer echten Lebensvorbereitung kann jedoch nur dann die Rede sein, wenn alle anderen vier Aspekte mathematischer Grundbildung ebenfalls ausgebildet werden. Denn Kenntnisse und Grundvorstellungen der Addition werden unbrauchbar, sollte die Situation, in der sie angewendet werden könnten, nicht als solche durchschaut (siehe 1.2.7 Modellieren) oder gar nicht erst in Zusammenhang mit Mathematik gebracht werden (siehe 1.2.8).

1.2.6. Mathematische Arbeitstechniken

Bevor im zweiten Kapitel dieser Arbeit eine Darstellung und Definition mathematischer Arbeitstechniken erfolgt, soll im Folgenden zur Verständlichkeit der weiteren Ausführungen der Begriff »mathematisch Arbeitstechnik« mit fachspezifischer Schülermethode übersetzt werden (siehe Kapitel 0).

---

[96] Vgl. Vom Hofe, Rudolf: Grundvorstellungen mathematischer Inhalte als didaktische Modelle für Theorie und Praxis des Mathematikunterrichts (Dissertation), Kassel 1994, S. 83.

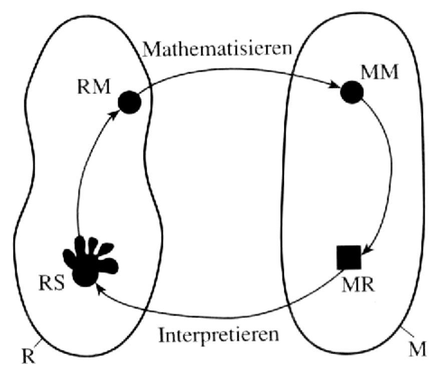
[97] Vgl. Vom Hofe (wie Anm. 94), S. 4.

1.2.7. Mathematische Fähigkeiten

Während unter 1.2.4 Kompetenzen angesprochen wurden, die auch von Computern ausgeführt werden können, d.h. ein gleich bleibendes Schema als Grundlage haben, soll es bei diesem Aspekt um komplexere nicht-standardisierbare mathematische Fähigkeiten gehen. Der Unterschied zwischen den Begriffen »Fertigkeit« und »Fähigkeit« besteht dabei darin, dass »Fertigkeit« eher die technische kalkülorientierte Seite der Mathematik bezeichnet, und »Fähigkeit« sich auf das aus einem (auch innermathematischen) Sachzusammenhang Finden eines Lösungsansatzes bezieht. Hierunter sind sowohl Fähigkeiten wie logisches Argumentieren und Beweisen, welche auch innerhalb der Mathematik benötigt werden, gemeint, aber auch Fähigkeiten wie z.B. Modellieren, die eine Beziehung zwischen der Mathematik und der Realität herstellen. Beide angesprochenen Fähigkeiten sollen im Folgenden exemplarisch für diesen Teil mathematischer Grundbildung dargestellt werden.

Unter logischem Argumentieren soll dabei die Fähigkeit verstanden werden, eine geschlossene Argumentationskette bei der Darlegung seiner Meinung zu präsentieren. Die Entwicklung dieser Fähigkeit sollte sich aber nicht nur auf rein mathematische Inhalte beschränken, wie z.B. bei der Suche der richtigen Darstellung der Lösungsmenge $L=\{x\in R|\ x<-4\ \textit{und}\ x>0{,}3\}$ oder $L=\{x\in R|\ x<-4\ \textit{oder}\ x>0{,}3\}$, sondern sollte auch bei Diskussionen, die reale Sachverhalte betreffen, wie z.B. bei der Frage, ob ein Wahlverfahren gerecht ist, immer wieder thematisiert werden. Darüber hinaus bildet dies eine notwendige Vorstufe des mathematischen Beweisens, zu dem man so im Laufe der Sekundarstufe I schrittweise gelangt[98], und schult gleichermaßen den unter 1.1.7 geforderten kritischen Vernunftgebrauch, wie auch die zum Beweisen benötigte Kreativität der Schüler.[99]

Modellieren bezeichnet hingegen einen theoretisch nie endenden Kreislauf (siehe nebenstehende Abbildung), bei dem ein reales Problem (RS) zunächst vereinfacht dargestellt wird, d.h. es wird versucht, durch Idealisierungen / Simplifizierungen ein reales Modell zu finden (RM). Daraufhin wird das vereinfachte reale Modell, in ein mathematisches Modell 'übersetzt' (MM), um dann unter zu Hilfenahme mathematischer Methoden zunächst ein mathematisches Resultat zu erhalten (MR). Zuletzt wird dieses Ergebnis in die Realität zurückinterpretiert, d.h. es wird untersucht, was die mathematische Lösung für das tatsächliche Problem bedeutet. Sollte das gefundene Ergebnis nicht den gewünschten Erfolg bringen, so kann es nun dazu verwendet werden, um beim ersten Durchgang getroffene Idealisierungen zu variieren und anschließend dieses neue veränderte Problem wieder zu



[98] Vgl. Walsch, Werner: Beweisen im Mathematikunterricht – logische, psychologische und didaktische Aspekte, in: Der Mathematikunterricht 38 (1992) Heft 6, S. 3ff.

[99] Vgl. Winter (wie Anm. 68), S. 170ff.

mathematisieren usw. Dieser Kreislauf wird theoretisch erst dann enden, wenn man ein annehmbares Ergebnis gefunden hat, wobei nicht unbedingt mit jedem neuen Durchgang das Ergebnis besser werden muss.[100] Die Aufgabe des Schülers ist in diesem Fall also eine doppelte. Zum einen soll er eine Lösung für das ihm gestellte reale Problem finden, und zum anderen muss er die Grenzen und Möglichkeiten des Instrumentariums des Modellierens kennen, da bei jeder neuen Aufgabe dieser Prozess immer wieder modifiziert werden muss, und selten zu einer eindeutigen, geschweige denn perfekten Lösung führt wie das Beispiel der verschiedenen Sitzverteilungsverfahren bei Wahlen verdeutlicht.[101]

Dabei liegt die Bedeutung dieses Aspektes in seiner symbiotischen Wirksamkeit zwischen Mathematik und Realität. Auf der einen Seite erfährt der Schüler, dass er mithilfe der Mathematik ihm gestellte reale Probleme lösen kann (Lebensvorbereitung), und auf der anderen Seite erkennt er, dass Mathematik nicht eine von der Außenwelt isolierte Wissenschaft ist, sondern im alltäglichen Leben eines jeden Menschen eine mehr oder weniger bedeutende Rolle spielt. Die Behandlung nicht mathematischer Themen im Unterricht ermöglicht sogar Einblicke in Thematiken, die bei einer rein informativen Heranführung nicht gegeben sind. Denn aufgrund der Mathematisierung und der anschließenden Rückübersetzung in die Realität wird ein Verständnis von Sachverhalten und deren Zusammenhängen geschaffen, das der Vermittlung und Aneignung von Faktenwissen weit überlegen ist, auf die es im anderen Fall reduziert bliebe (Aufbau eines umfassenden Weltbildes).

Die exemplarische Beschreibung dieser beiden komplexen Fähigkeiten verdeutlicht die Relevanz dieses Aspektes mathematischer Grundbildung im Hinblick auf die allgemeinbildende Wirkung von Mathematikunterricht. So werden im Gegensatz zu den bisher behandelten Bestandteilen mathematischer Grundbildung gleich mehrere Bereiche des unter 1.1.7 aufgestellten 'Allgemeinbildungskanons' abgedeckt. In dieser Vielschichtigkeit dürfte aber auch das Hauptproblem, sowohl bei der Aufstellung, als auch der Vermittlung von konkreten Inhalten dieser Kategorie liegen.

1.2.8. Aneignung eines angemessenen Bildes von Mathematik

Im Rahmen dieser Arbeit ein angemessenes Bild von Mathematik zu entwickeln, erscheint schon aufgrund der Subjektivität des Wortes «angemessen» und der Komplexität mathematischer Einflussnahme vermessen. Deshalb werden im Folgenden lediglich einige hierfür relevante Gesichtspunkte aufgeführt.

1. Mathematik als eigenständiges Kulturgut
2. Fehlbarkeit und immerwährende Weiterentwicklung der Mathematik
3. Anwendbarkeit und Anwendungen von Mathematik in der Realität
4. Gesellschaftliche Verantwortung von Mathematik als Wissenschaft

---

[100] Vgl. Kaiser, Gabriele: Realitätsbezüge im Mathematikunterricht. Ein Überblick über die aktuelle und historische Diskussion, in: Graumann, Günter u.a. (Hg.): Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht (Band 2), Hildesheim 1995, S. 66-84.

[101] Vgl. Becker, Klaus Michael: Von Hare / Niemeyer über d'Hondt zu Lague/Schepers, in: MNU 45 (1992) Heft 1, S. 24-26.

5. Geschichte der Mathematik
6. Akzeptierende Grundeinstellung des Menschen Mathematik gegenüber

...

In Hinblick auf allgemeine Bildung beinhaltet dieser Aspekt allein bei diesen sechs Kernpunkten die Faktoren »Lebensvorbereitung« (3, evtl. 4), »Stiftung kultureller Kohärenz« (1,3,5,6) und »Aufbau eines umfassenden Weltbildes« (1,2,3,4). Trotz dieser vielfältigen Zweckmäßigkeit herrscht häufig die Meinung, dass diese Kategorie zwar einen hohen mathematischen Bildungswert besitzt, aber schon aus Zeitgründen nicht in der Schule zu vermitteln und folglich auch nicht zur mathematischen Grundbildung zu zählen sei. Dem ist entgegenzuhalten, dass gerade dieser letzte Aspekt der Mathematik die häufig vermisste Sinnhaftigkeit wieder zurückgeben und den Nimbus des Genialen aber Unverstehbaren nehmen kann.

1.2.9. Fazit

Somit umfasst mathematische Grundbildung die folgenden Bereiche:

1. Beherrschung grundlegender kognitiver Fertigkeiten und Kenntnis zentraler Inhalte der Mathematik
2. Adäquate Grundvorstellungen grundlegender Inhalte
3. Mathematische Arbeitstechniken
4. Mathematische Fähigkeiten
5. Ein angemessenes Bild von Mathematik

Dieses Konzept beinhaltet zwar fünf verschiedene Aspekte, was jedoch nicht zu ihrer isolierten Behandlung im Unterricht führen darf. Die Gründe dafür liegen darin, dass zum einen eine isolierte Behandlung teilweise gar nicht möglich ist, und zum anderen, dass ein Ausklammern bestimmter Komponenten dieses Konzeptes den allgemeinbildenden Charakter der anderen Kategorien stark einschränken würde. Das nachfolgende Diagramm zeigt nochmals zusammenfassend die Beziehungen zwischen den Bereichen mathematischer Grundbildung (MB) und denen von Allgemeinbildung (AB) auf:

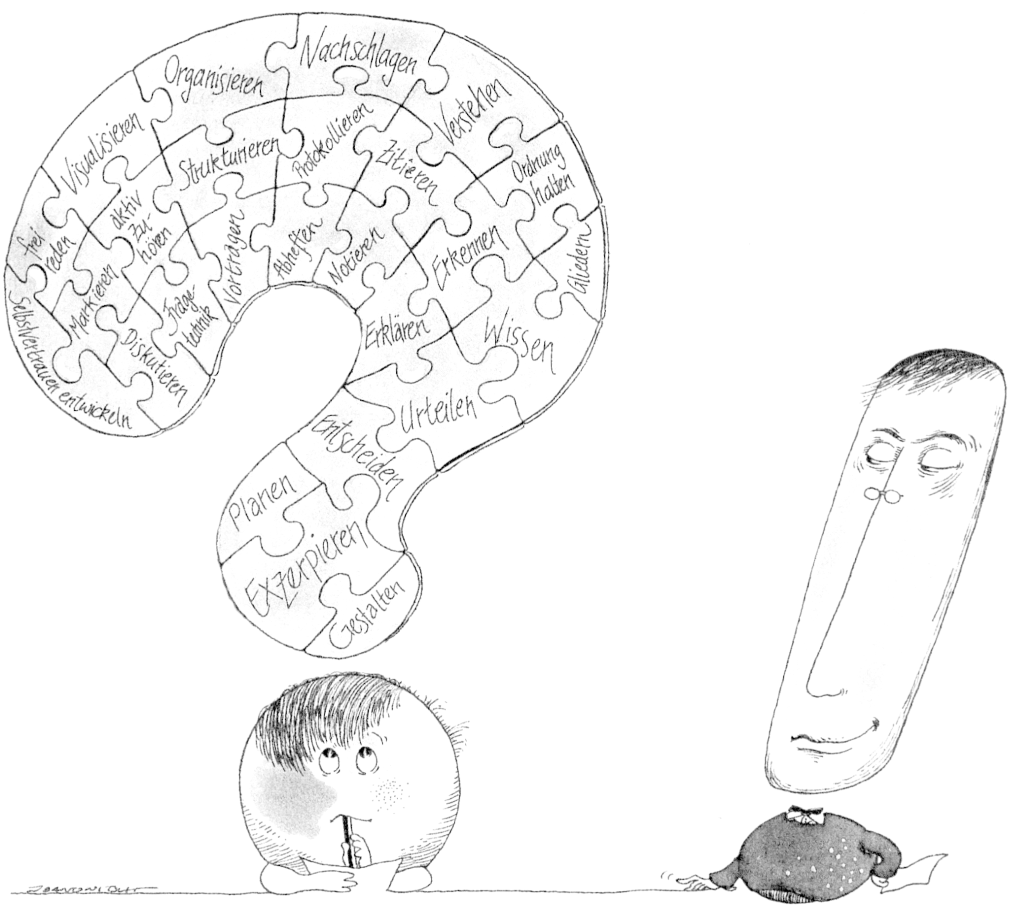
AB / MG	Lebensvorbereitung	Stiftung kultureller Kohärenz	Aufbau eines umfassenden Weltbildes	Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch	Förderung von Phantasie und Kreativität
Kenntnisse und Fertigkeiten	x				
Grundvorstellungen	x		x		
Arbeitstechniken	x			evtl.	x
Komplexe Fähigkeiten	x		x	x	x
Bild von Mathematik	x	x	x	x	

Die beiden Kategorien »Entfaltung sozialethischer Tugenden und Fähigkeiten« und »Stärkung des Schüler-Ichs« sind bei dieser Betrachtung bewusst beiseite gelassen worden, da sie sehr stark von der allgemeinen Unterrichtsmethodik und weniger von fachspezifischen Inhalten abhängen.[102]
Im Wesentlichen stellt dieses Konzept mathematischer Grundbildung keine Neuerfindung dar, sondern kategorisiert bzw. gewichtet die im Mathematikunterricht zu behandelnden Inhalte etwas anders, als z.B. WINTER dies schon 1975 getan hat[103] oder der im Rahmen der PISA-Untersuchung erstellte Entwurf es heutzutage unternimmt.[104] Eine essentielle Neuerung gegenüber anderen Konzepten besteht aber in der Kategorie der «Arbeitstechniken», welche in keinem anderen Konzept so explizit erwähnt, geschweige denn als ein eigener Bereich mathematischer Grundbildung bezeichnet wird. Diese Neugewichtung dieses Aspektes hängt zum einen mit einer sich verändernden Aufgabenkultur im Mathematikunterricht zusammen,[105] aber auch mit den unter Punkt 1.1.2 genannten derzeitigen fast schon revolutionären Veränderungen in unserer Gesellschaft. Eine genauere Analyse der Notwendigkeit, Inhalte, Vermittlungsformen und Einsatzgebiete mathematischer Arbeitstechniken soll deshalb das folgende Kapitel liefern.

[102] Vgl. Heymann (wie Anm. 58), S. 26f.
[103] Vgl. Winter, Heinrich: Allgemeine Lernziele für den Mathematikunterricht?, in: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 7 (1975) 3, S. 106-116.
[104] Vgl. Deutsches PISA-Konsortium: Schülerleistungen im internationalen Vergleich, Berlin 2000, S. 47-64.
[105] Vgl. Baumert (wie Anm. 75), Modul 1.

Kapitel 2:

Mathematische Arbeitstechniken



2. Mathematische Arbeitstechniken

> *„Natürlich aber bedarf es einer planmäßigen Erziehung zur Selbsttätigkeit, damit immer schwierigere Arbeitsleistungen in selbsttätiger Wirksamkeit von den Schülern bewältigt werden können. Durch die planmäßige Einschulung ist dahin zu wirken, daß der Schüler die Arbeitstechnik gewinnt. So paradox es klingen mag: der Schüler muß Methode haben. Dem Lehrer muß die Methode, seinen Zögling zur Methode zu führen, eigen sein. Selbstverständlich handelt es sich hier nicht um das Eindrillen von Arbeitsmanier, die, einmal eingedrillt, mechanisch angewandt wird. Schon die Einschulung in eine Arbeitstechnik muß im Geiste der Selbsttätigkeit erfolgen: die einzelnen Momente des Arbeitsverfahren werden nicht etwa kommandiert und exerziert. Die Schüler (vor allem die ‚führenden Geister') versuchen sich an der Arbeit; auch Irrwege oder minder bequeme Wege werden vom Lehrer nicht von vornherein verboten, damit echter Pfadfindergeist und echte Pfadfinderstimmung gewonnen wird."* [106]

Auch wenn dieses Zitat des Reformpädagogen Hugo Gaudig aus dem Jahre 1917 stammt, hat es von seiner Aktualität nichts eingebüßt. Im Gegenteil, zum ersten Mal seit Aufkommen reformpädagogischen Gedankenguts Anfang des letzten Jahrhunderts gehen diese Überlegungen konform mit den Forderungen der Wirtschaft.[107] Dabei darf aber der im Zitat angesprochene Begriff »Arbeit« nicht auf die Erwerbsarbeit begrenzt werden, sondern *GAUDIG* versteht Arbeit allgemeiner als produktives Tun des Menschen, so dass in seinem Sinne mittels Arbeitstechniken die Selbstständigkeit des Schülers im Vordergrund schulischer Tätigkeiten stehen sollte.[108]

Ohne an dieser Stelle schon eine genauere Definition des Begriffs »Arbeitstechniken« (ein synonymer Begriff wäre Schülermethoden) aufzustellen, soll davon ausgegangen werden, dass auch für die heutige Schule und insbesondere den Mathematikunterricht die Notwendigkeit der Vermittlung von Arbeitstechniken besteht. Eine tatsächliche Legitimation erfährt die Behandlung von Arbeitstechniken zwar erst durch die unter 2.3.1 aufgeführten Argumente. Ersichtlich wird die Aktualität von Arbeitstechniken aber schon durch die drei folgenden Aspekte, welche, abgesehen vom letzten, jedoch nicht als wirkliche Gründe für deren unterrichtliche Behandlung angesehen werden können:

1. Innerhalb der Rahmenpläne der Sekundarstufe I für Mathematik wird immer wieder gefordert, dass die Schüler neben den Inhalten der Mathematik auch deren Arbeitsmethoden und Verfahren (kennen)lernen sollen.[109] (siehe 3.1)

---

[106] Vgl. Gaudig, Hugo (1917): Die Methode des Schülers im Dienst der Bildung der Persönlichkeit, in: Geppert, K. / Preuß, E. (Hg.): Selbständiges Lernen, Bad Heilbrunn 1980, S. 21.

[107] Vgl. Schwarz, Paul: Wenn die Pädagogen mit ihrem Latein am Ende sind, in: Frankfurter Rundschau (27.05.1999).

[108] Vgl. Liebau (wie Anm. 27), S. 138.

[109] Vgl. Rahmenplan Mathematik Hessen (wie Anm. 88), S. 5. / Ministerium für Schule und Weiterbildung, Wissenschaft und Forschung des Landes Nordrhein-Westfalen (Hg.): Richtlinien und Lehrpläne für die Sekundarstufe I – Mathematik, Frechen 1998, S. 29.

2. Zumindest einige der neueren Schulbücher beziehen immer stärker Gedanken zur Förderung der Methodenkompetenz in die Aufgabenstellungen mit ein. (siehe 3.2)
3. Über fünfzig Prozent der Schüler führen ihre schlechten schulischen Leistungen auf mangelndes Methodenverständnis zurück.[110] (siehe 2.1)

Demgegenüber steht die mathematisch-didaktische Literatur, in der dem Themenkomplex der Arbeitstechniken kaum Beachtung geschenkt wird. Eine überblickartige Zusammenstellung aller relevanten mathematischen Arbeitstechniken mit der dazugehörigen Theorie ist zumindest im deutschsprachigen Raum nicht vorhanden. Lediglich zu einzelnen mathematischen Arbeitstechniken (z.B. Einsatz von Computern) oder zu Lehr(er)methoden findet man eine Fülle an Veröffentlichungen.[111]
Im Gegensatz dazu gibt es zu allgemeinen Arbeitstechniken bzw. Schülermethoden eine Vielzahl an Publikationen, die sich alle fachunabhängig mit der Methodenkompetenz von Schülern auseinandersetzen (siehe 2.2.1). Aber auch einige Fächer wie Geschichte (siehe 2.2.2) oder Deutsch[112] beschäftigen sich schon längere Zeit mit Schülermethoden und verfügen demzufolge im Gegensatz zur Mathematik über eine Theorie fachspezifischer Arbeitstechniken. Ausgangspunkt, sowohl der allgemeinen, als auch der fachspezifischen Methoden, ist das Bestreben den Schüler, wie schon von Gaudig gefordert, zur Selbstständigkeit durch Methodenkompetenz (siehe 2.1) zu führen.
Die genannten Ansätze dürfen bei einer Theoretisierung der Thematik »mathematische Arbeitstechniken« nicht unberücksichtigt bleiben, da eine allgemeingültige nicht nur den Mathematikunterricht betreffende Definition des Begriffs »Arbeitstechnik« gefunden werden soll. Deshalb wird zunächst eine Darstellung des Komplexes der Methodenkompetenz erfolgen. Daran anschließend werden fachspezifische Arbeitstechniken thematisiert, um daraufhin mithilfe der gewonnenen Definition die speziell im Mathematikunterricht zu vermittelnden Arbeitstechniken darzustellen, zu klassifizieren und abschließend deren Nutzen für den Mathematikunterricht aufzuzeigen.

[110] Vgl. Klippert, Heinz: Methodentraining. Übungsbausteine für den Unterricht, Weinheim 1999, S. 22.
[111] Vgl. z.B. Zech, Friedrich: Grundkurs Mathematikdidaktik. Theoretische und praktische Anleitung für das Lehren und Lernen von Mathematik, Weinheim 1996.
[112] Vgl. Beier, Heinz et al.: Vorkurs Deutsch. Arbeitstechniken, Literaturepochen, München 1984.

2.1. Methodenkompetenz

Dieses Kapitel dient hauptsächlich dazu, begriffliche Schwierigkeiten bezüglich der Bezeichnung »Arbeitstechnik« zu klären. Anzusiedeln ist dieser Begriff im Bereich der Methodenkompetenz, welche in den 90er Jahren des letzten Jahrhunderts wieder zunehmend an pädagogischer Relevanz gewann und deren Bedeutung bis heute kontinuierlich wuchs.[113] Dabei gilt es zwischen drei verschiedenen Arten von „Methoden“ zu unterscheiden:[114]

1. Unterrichtsmethoden, welche vom Lehrer eingesetzt werden, um den Unterricht auf eine gewisse Art und Weise zu inszenieren (z.B. Sozialformen, Unterrichtseinstiege etc.). [115]
2. Lernmethoden als metakognitive Strategien, mittels derer Schüler ihren eigenen Lernprozess reflektieren und beeinflussen können (z.B. Lerntypenanalyse, Steigerung der Konzentrationsfähigkeit etc.[116]).
3. (Fachspezifische) Arbeitsmethoden, mithilfe derer Schüler in die Lage versetzt werden sollen, (fachliche) Problemstellungen durch Anwendung einer bestimmten teil-standardisierten Technik zu bewältigen (siehe 2.2.2). Dem gegenüber steht die Lösung einer Aufgabe durch Wissen oder Fertigkeiten (z.B. „Wann war der Gang nach Canossa?“) oder durch komplexere Fähigkeiten (z.B. Schreiben eines Essays über die Serenade Nr. 13 von Mozart).

Die Problematik besteht folglich darin, dass es drei teilweise völlig verschiedene Auffassungen des Begriffs »Methode« und damit auch von »Methodenkompetenz« gibt. Da die Beherrschung von Unterrichtsmethoden hauptsächlich Aufgabe des Lehrers ist, bei den übrigen beiden Methoden aber eine unterrichtliche Aneignung dieser durch den Schüler stattfinden soll, werden diese als Abgrenzung zu Unterrichtsmethoden mit »Techniken« bezeichnet. Denn auch wenn es sich allgemein bei Lern- und Arbeitsmethoden um Techniken handelt, die sowohl von Schülern, Lehrern und anderen Personen genutzt werden können, so wird im Folgenden nur auf die spezielle Situation von Schülern in der Schule und anderen Lernumgebungen (z.B. zu Hause) Bezug genommen. Aufgrund der

---

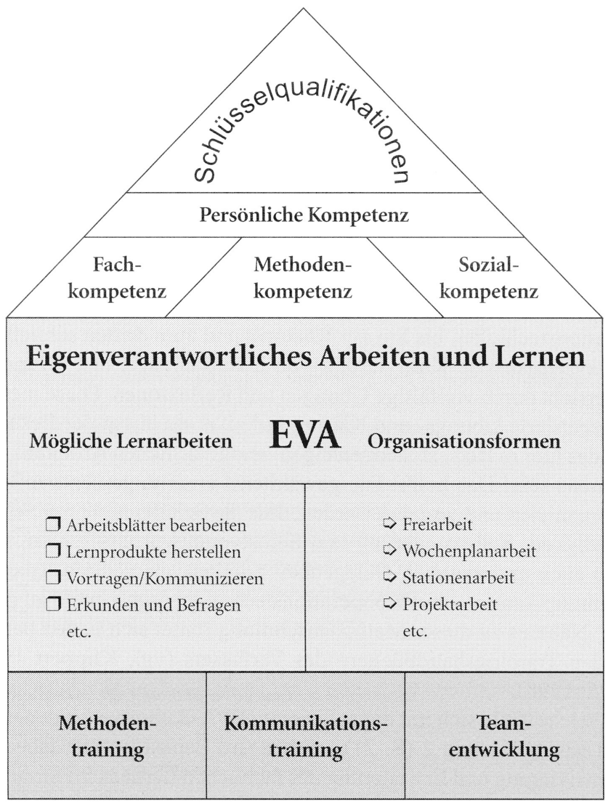
[113] Welches Interesse diesem Thema entgegengebracht wird, lässt sich allein schon daran ermessen, dass zurzeit der Beltz-Verlag eine 300,- DM teure Materialsammlung über Methodik herausgibt [Vgl. Endres, Wolfgang: Die Endres Lernmethodik, Weinheim 2001.] oder das Hilbert Meyers Praxisband über Unterrichtsmethoden seit seinem Erscheinen 1987 neun Auflagen hatte [Vgl. Meyer, Hilber: Unterrichtsmethoden. II Praxisband, Frankfurt am Main 2000.].

[114] Vgl. Heymann, Hans Werner: Methoden des Lernens – Methoden der Fächer, in: Pädagogik 50 (1998) Heft 3, S. 7.

[115] Auf zwei der bekanntesten Vertreter dieses Fachgebiets sei an dieser Stelle verwiesen:
- Hilbert Meyer. [z.B. Meyer, Hilbert: Unterrichtsmethoden I/II, Frankfurt am Main 1994. (siehe Anm. 113)]
- Ewald Terhart [z.B. Terhart, Ewald: Lehr-Lern-Methoden, Weinheim^2 1997. (siehe Anm. 77)]

[116] Dieses pädagogische Fachgebiet wird in der Literatur häufig als „Lernen lernen“ bezeichnet. [Vgl. z.B. Schräder-Naef, Regula: Schüler lernen Lernen. Vermittlung von Lern- und Arbeitstechniken in der Schule, Weinheim 1996.]

allgemeinen Natur von Lerntechniken und der daraus resultierenden geringen Interdependenz zum Mathematikunterricht soll Methodenkompetenz in dieser Arbeit im Sinne der Beherrschung von Arbeitstechniken verstanden werden. Methodenkompetenz kann laut KLIPPERT[117] dann als eine von vier zentralen Schlüsselqualifikationen aufgefasst werden, die der Schüler benötigt, um zum eigenverantwortlichen Arbeiten und Lernen (EVA) befähigt zu werden. Die übrigen drei sind: Fachkompetenz (Fachwissen, Strukturwissen, Problemlösewissen etc.), Persönliche Kompetenz (Selbstvertrauen, Eigeninitiative, Durchhaltevermögen etc.) und Sozialkompetenz (Teamfähigkeit, Kritikfähigkeit etc.). Diese vier Elemente bilden laut KLIPPERT das Dachgeschoss des von ihm als „Neues Haus des Lernens“ bezeichneten unten abgebildeten Beziehungsgefüges[118], in dem sich ein mögliches Schulprogramm konstituieren soll.



Auch wenn KLIPPERT eine Behandlung von Lern- und Arbeitstechniken im Kontext bestimmter Fachinhalte fordert[119], besteht bei ihm eine Trennung von Fach- und Methodenkompetenz, welche in dieser Deutlichkeit innerhalb dieser

117 Das Reformkonzept Heinz Klipperts zählt zurzeit u.a. bei Lehrern zu den gefragtesten und erfolgreichsten Entwürfen einer modernen Methodenbildung in der Schule, da es als höchst praktikabel und unmittelbar erfolgversprechend angesehen wird. Kern seiner Überlegungen ist das abgebildete neue Haus des Lernens. [Vgl. Etzold, Sabine: Der Prophet im Klassenzimmer, in: Die Zeit (17.6.1999) Nr. 25]

118 Vgl. Klippert, Heinz: Neue Lernkultur im Fachunterricht, in: Kalb, Peter E. (Hg.): Die Schule entwickeln, Weinheim 2001, S. 19.

119 Vgl. Klippert, Heinz: Pädagogische Schulentwicklung. Planungs- und Arbeitshilfen zur Förderung einer neuen Lernkultur, Weinheim[2] 2000, S. 44.

Arbeit, wie schon bei der Begriffsbildung mathematischer Grundbildung beschrieben, nicht vorgenommen werden soll. Vielmehr besteht eine starke Interdependenz zwischen Inhalten und Methoden,[120] so dass Arbeitstechniken einen Teil der Fachkompetenz, und umgekehrt fachspezifische Arbeitstechniken einen der zwei Bereiche, aus denen sich der Komplex der Arbeitstechniken zusammensetzt, bilden.

2.2. Der Komplex der Arbeitstechniken

Das von GAUDIG zu Beginn dieses Kapitels angeführte Zitat gibt schon Hinweise darauf, was unter dem Begriff der »Arbeitstechnik« verstanden werden kann. Die nachfolgende Definition bezieht diese Sichtweise ebenso mit ein wie die Überlegungen des vorangegangenen Teilkapitels und kommt dementsprechend zu folgender Sinndeutung des Begriffs »Arbeitstechnik«:

Definition:
Als ***Arbeitstechnik*** bezeichnet man ein vom Schüler zu erlernendes partiell-standardisiertes Verfahren, sich Wissen, Fertigkeiten oder Fähigkeiten anzueignen, zu verarbeiten oder zu vermitteln, um so letztendlich Handlungskompetenz zu erwerben.

Wenn auch die im Rahmen von Methodenkompetenz geforderte Selbstständigkeit des Schülers zunächst im Widerspruch zum Lernen von „partiell-standardisierten“ Vorgehensweisen zu stehen scheint, so führt genau dies zu der hierfür benötigten Handlungskompetenz. „Partiell-standardisiert“ bedeutet, dass gewisse Gesichtspunkte bei der Anwendung einer Arbeitstechnik zu berücksichtigen sind, aber nicht in dem Sinne, dass sie den Schüler einschränken, sondern vielmehr ihm seine Möglichkeiten aufzeigen.[121] (*Ein Beispiel soll diesen und die folgenden Einzelaspekte des Begriffs »Arbeitstechnik« näher erläutern: Damit ein Künstler ein Bild mit seinen Farben und Ideen gestalten kann, muss er z.B. zunächst einmal gelernt haben, die Farben zu mischen, verschiedene Malutensilien zu verwenden und die Wirkung von Perspektiven kennen.*) Als »Verfahren« wird dabei sowohl ganz pragmatisch das Ausführen einer gewissen Handlung (*Mischen der Farben*) bezeichnet, aber auch kognitive Strategien (*Organisieren eines Modells*) sollen hierunter verstanden werden. Die Ursache dieser Vielfalt von Arbeitstechniken begründet sich darin, dass sie zur Manipulation der übrigen Elemente von (mathematischer Grund-) Bildung wie Wissen, Fertigkeiten und Fähigkeiten dienen sollen und sich somit auch deren unterschiedliche Charaktere in den

[120] Vgl. z.B. Terhart (wie Anm. 77), S. 41ff.

[121] Bei mathematischen Arbeitstechniken ist hierin die Abgrenzung zu dem scheinbar ähnlichen Aspekt der Fertigkeiten im Rahmen mathematischer Grundbildung zu sehen. Diese sind nämlich im Gegensatz zu den Arbeitstechniken standardisierte Vorgehensweisen, welche durch bloßes Auswendiglernen z.B. Lösen eines LGS angewandt werden können, aber auch darauf beschränkt bleiben. Die Anwendung einer Arbeitstechnik geschieht zwar wie oben schon beschrieben unter bestimmten Gesichtspunkten, ist aber vielseitiger einsetzbar als bloße Fertigkeiten.

Arbeitstechniken wieder finden. Aufgrund dieser Interdependenz zwischen Arbeitstechniken und anderen Aspekten von Bildung (*Kenntnisse über verschiedene Epochen der Malerei, Aufbau der Staffelei, kreative Ideen, Entwicklung eines eigenen Malstils*) wird letztendlich beim Schüler eine Vernetzung des Gelernten erreicht, durch die er Handlungskompetenz erwirbt. Dabei kennzeichnet »Kompetenz« das Zusammentreffen der „*Erfordernisse der Situation mit dem individuellen Konglomerat*"[122] an Handlungsmöglichkeiten des Schülers (Wissen, Fähigkeiten, Fertigkeiten, Methoden, etc.). In diesem Fall wäre er befähigt, die Situation zu bewältigen, sofern dies von ihm erkannt wird und die objektiven Handlungsspielräume es zulassen (*Peter Paul Rubens hat ein Modell gefunden, baut seine Staffelei auf, mischt die Farben, postiert das Modell, lässt seiner Kreativität freien Lauf und beginnt mit unterschiedlichsten Utensilien und Techniken das Bild einer korpulenten Frau zu malen, es sei denn, es kommt ihm ein eifersüchtiger Ehemann dazwischen*).
Da innerhalb der Schule eine Reduzierung auf Unterrichtsfächer anhand des jeweiligen Bildungsideals vorgenommen wird, können nicht alle Arbeitstechniken in dem jeweiligen für sie bestimmten Fachgebiet erlernt werden.[123] Dies hat zur Folge, dass es zu einer Zweiteilung von Arbeitstechniken kommt: Zum einen in fachspezifische und zum anderen in so genannte allgemeine Arbeitstechniken. Die Aufgabe der Fächer besteht auch darin, die letztgenannten zu vermitteln, wobei in den Rahmenplänen keine klare Aufgabenzuweisung stattfindet,[124] woraus eventuell das unter 2.1 beschriebene mangelnde Methodenverständnis bei Schülern resultiert.
Nachdem nun der Begriff »Arbeitstechnik« ausgeführt wurde, sollen, bevor in Kapitel 2.3 mathematische Arbeitstechniken beschrieben werden, in den beiden folgenden Teilkapiteln zunächst allgemeine Arbeitstechniken vorgestellt werden, um dann fachspezifische Arbeitstechniken exemplarisch zu erläutern.

2.2.1. Allgemeine Arbeitstechniken

Die Vermittlung allgemeiner Arbeitstechniken ist in den letzten Jahren immer mehr in das Blickfeld der pädagogischen Literatur gerückt und bildet den Hauptteil der Veröffentlichungen im Rahmen des unter 2.1 beschriebenen Aufstiegs der Methodenkompetenz. Dabei gibt es zwei Bestrebungen, allgemeine Arbeitstechniken zu kategorisieren. KLIPPERT u.a.[125] favorisieren eine Einteilung, die sich an der Komplexität der zu erlernenden Arbeitstechnik orientiert und unterteilen in relativ einfache Mikromethoden (z.B. Lesetechniken oder aktives

[122] Vgl. Wollersheim, Heinz-Werner: Kompetenz-Erziehung: Befähigung zur Bewältigung, Frankfurt am Main 1993, S. 89.

[123] Einige Schulen haben deshalb sogar ein eigenes Unterrichtsfach „Arbeitstechnik" oder „Lernen" eingeführt, wobei die Dotierung dieses Faches recht unterschiedlich ausfällt. [Vgl. Schräder-Naef (wie Anm. 116), S. 31.]

[124] Manche Arbeitstechniken, wie z.B. »einen Vortrag halten« werden heutzutage von nahezu jedem Fach benötigt und sollten daher auch in all diesen thematisiert werden. Ein systematisches Methodenlernen in den Fächern ist jedoch nur selten zu beobachten. Dies wäre aber für einen dauerhaften Kompetenzerwerb erforderlich. [Vgl. Klipper (wie Anm. 119), S.44.]

[125] Vgl. Klippert (wie Anm.110), S. 28.

Zuhören) und komplexere Makromethoden (z.B. Gruppenarbeit oder Facharbeit). Demgegenüber steht z.B. HORST[126], der eine thematische Einteilung der Arbeitstechniken in folgende sechs Kategorien vornimmt:

1. Planen und Organisieren
2. Informations- und Materialbeschaffung
3. Mit Texten / Material umgehen
4. Schreiben und Darstellen
5. Kommunikation und Präsentation
6. Individuelle Lernmethoden

An dieser Stelle soll jedoch aufgrund der damit notwendigerweise verbundenen intensiven Auseinandersetzung mit allgemeinen Arbeitstechniken auf eine Klassifizierung verzichtet werden und lediglich eine möglichst objektive Darstellung erfolgen. Aufgegriffen wird diese Thematik aber wieder in Kapitel 2.2.2, in dem eine Entscheidung zwischen diesen beiden Methoden für die Klassifikation mathematischer Arbeitstechniken getroffen werden soll.
Ohne einen Anspruch auf Vollständigkeit erheben zu wollen, ergeben sich aus den bisherigen Überlegungen folgende für den Unterricht relevante allgemeine Arbeitstechniken[127]:

- Informationen sammeln:
  - Benutzung einer Bibliothek
  - Arbeiten mit Nachschlagewerken
  - Internetrecherche[128]
- Umgang mit Büchern/Texten:
  - Lesetechniken
  - Markieren
  - Zusammenfassen
- Heftführung/Arbeitsmappe anlegen
- Referate schreiben
- Umgang mit Selbstlernmedien (Computer, Kartei,...)
- Präsentation der Arbeitsergebnisse:
  - Berichte
  - Vortrag
  - Wandtafel
  - (szenische) Aufführung
- Mnemotechniken anwenden
- Lernpapier anfertigen

[126] Vgl. Horst, Uwe / Ohly, Karl Peter (Hg.): Lernbox. Lernmethoden – Arbeitstechniken, Seelze 2000.

[127] Ausführlichere Informationen zu allgemeinen Arbeitstechniken gibt es für den Bereich der Schule bei: Klippert (wie Anm. 110) und für den Bereich der Universität bei: Rost, Friedrich: Lern- und Arbeitstechniken für pädagogische Studiengänge, Opladen 1999 bzw. für Schule und Universität bei: Reischmann, Jost: Leichter lernen – leicht gemacht. Arbeitstechniken für Schule und Studium, Fortbildung und Examensvorbereitung, Bad Heilbrunn[5] 1993.

[128] Laut Bundeskanzler Gerhard Schröder soll sich sogar der »Umgang mit Wissen im Internet« zur vierten Kulturtechnik entwickeln [Vgl. Darnstädt (wie Anm. 61), S. 72.].

- „Handwerkliche“ Grundtechniken:
  - Ausschneiden
  - Schraffieren
- Umgang mit Kartenmaterial
- Diskussionen führen
- Gruppenarbeit organisieren
- Planspiel
- Feedback-Methoden
- Eigene Arbeit/Lernerfolg einschätzen

...

2.2.2. Fachspezifische Arbeitstechniken

Die folgende exemplarische Behandlung von fachspezifischen Arbeitstechniken dient zum einen einer Abgrenzung gegenüber allgemeinen Arbeitstechniken. Zum anderen soll ein kurzer Überblick über eine schon bestehende Auflistung bzw. Klassifikation von Arbeitstechniken eines bestimmten Faches gegeben werden.
Als Exempel soll das Fach „Geschichte“ dienen, da es in noch stärkerem Maße von den unter 1.1.2 beschriebenen gesellschaftlichen Entwicklungen betroffen ist als der Mathematikunterricht (siehe 2.3.1). Der Grund dafür besteht in der ständigen Entstehung von neuer Geschichte aus unserer unmittelbaren Vergangenheit, aber auch in immer neugewonnenen Erkenntnissen und Betrachtungsweisen über frühere Epochen (z.B. Frauengeschichte, Alltagsgeschichte etc.). Dies macht es dem Unterrichtsfach Geschichte unmöglich, alle Epochen von der Steinzeit bis in die Neuzeit angemessen zu behandeln. Schon allein die daraus resultierende Konzentration auf bestimmte Themen und die damit einhergehende Ausklammerung bestimmter Zeitabschnitte macht eine verstärkte Behandlung historischer Arbeitstechniken nötig, denn

> „*Wer gelernt hat, wo er sich über historische Sachverhalte informieren kann, wie Historiker Textquellen analysieren, oder was man aus historischen Spielfilmen erfährt, kann diese Fähigkeit auf andere Themen übertragen und anwenden.*“ [129]

Daraus ergibt sich für das Fach »Geschichte« folgender Katalog[130] historischer Arbeitstechniken[131]:

1. Orientierung in der Geschichte
   Hierunter ist die Anwendung von fachsprachlichen Begriffen und Kategorien, verständiger Umgang (nicht Darstellung!) mit Namen, Daten und Epochen und die Kenntnis und Anwendung historischer Theorien zu verstehen.

---

[129] Vgl. Sauer, Michael: Lernbox Geschichte. Das Methodenbuch, Seelze 2000, S. 3.
[130] Katalog ist dabei so zu verstehen, dass die vier aufgelisteten Aspekte beliebig fein in einzelne Arbeitstechniken untergliedert werden könnten.
[131] Vgl. Sauer (wie Anm. 129), S. 5.

2. Information und Recherche
   Auch wenn es sich hierbei um eine allgemeine Arbeitstechnik handelt, gibt es doch spezifisch historische Informationsquellen, wie z.B. das Archiv. Zudem handelt es sich bei jeglichem Schriftgut auch um historisches, so dass Bibliographieren, egal ob systematisch oder unsystematisch, eine genuin geschichtliche Aufgabe darstellt.[132]

3. Umgang mit Quellen, Darstellungen, Medien
   Ebenso wie beim Schriftgut, so gibt es auch bei den anderen Arten von Informationsquellen (akustische, plastische, ikonische) keine, die nicht für den Historiker brauchbar wäre. Unter dieser Arbeitstechnik ist aber nicht wie bei der vorangegangenen die Suche nach Informationen, sondern der fachliche Umgang mit ihnen zu verstehen. Darunter fällt unter anderem die Analyse der Authentizität, des Erkenntniswertes (Überrest oder Tradition), des Entstehungsdatums oder des Erschaffers einer Quelle. Wobei folgende Auflistung typische historische Quellen darstellt: Denkmäler, Gemälde, Fotos, Lieder, Akten, Kirchenbücher, Romane, Karikaturen, Werbung, Tonbänder, Filme, Karten, Bauwerke etc.

4. Ergebnispräsentation
   Wie jedes andere Unterrichtsfach, so hat auch der Geschichtsunterricht seine eigenen Darstellungsformen der Ergebnisse, wie z.B. Zeitleiste, historische Karte, Strukturskizzen etc. Der fachkundige Einsatz bzw. zunächst das Erstellen dieser Darstellungsarten ist das Ziel dieser Arbeitstechnik.

Die Darstellung historischer Arbeitstechniken zeigt, dass die Trennschärfe nicht nur zwischen allgemeinen und fachspezifischen Arbeitstechniken (z.B. Informationsrecherche), sondern auch zwischen fachspezifischen teilweise nur sehr gering ist (z.B. Darstellung von historischen Sachverhalten mittels Diagramme[133]). Folglich darf fachspezifisch nicht ausschließlich als in einem Fach notwendig verstanden werden, sondern vielmehr als Methode, die zwar genuin in einem bestimmten Fach beheimatet ist, aber auch in jedem anderen Unterrichtsfach benötigt werden kann.
Im nächsten Kapitel gilt es dementsprechend diejenigen Arbeitstechniken ausfindig zu machen, die genuin mathematisch sind. Die eben aufgezeigte Klassifizierung historischer Arbeitstechniken hat deutlich gemacht, dass für dieses Vorgehen eine thematische einer an Komplexität orientierten Einteilung vorzuziehen ist, da aus einer Festlegung an Oberbegriffen sich die verschiedenen Arbeitstechniken deduzieren lassen (siehe 2.3.3). Eine Einteilung nach Komplexitätsgraden erscheint deshalb erst im Anschluss an eine intensive Darstellung von mathematischen Arbeitstechniken möglich, wird aber aufgrund fehlender Notwendigkeit[134] nicht erfolgen.

[132] Vgl. Borowsky, Peter et al.: Einführung in die Geschichtswissenschaft I, Opladen 1989, S. 65-69.
[133] Vgl. Sauer (wie Anm. 129), S. 71-74.
[134] Ein Grund wäre z.B. die Entwicklung eines Tests über mathematische Arbeitstechniken. Dies ist jedoch nicht zu verwechseln mit der in Kapitel 3 vorgenommenen Umfrage!

2.3. Theorie der mathematischen Arbeitstechniken

Bevor in Teilkapitel 2.4 die im Mathematikunterricht zu vermittelnden Arbeitstechniken ausführlich beschrieben werden, soll zunächst deren Bedeutung, unterrichtliche Behandlung und Klassifizierung analysiert werden, um dadurch zu einer Theorie elementarer mathematischer Arbeitstechniken zu gelangen.

2.3.1. Sinn und Zweck von mathematischen Arbeitstechniken

Wurde in Kapitel 1.2.9 auf die Einmaligkeit der Bedeutung von Arbeitstechniken im Rahmen der dort dargestellten Klassifikation mathematischer Grundbildung hingewiesen, so bedarf es noch einer Begründung hierfür. Demgegenüber steht nämlich die Frage des Lehrers, warum man überhaupt diesen scheinbar beträchtlichen Mehraufwand der Vermittlung von Arbeitstechniken betreiben sollte, hat man doch mit der Vermittlung der in den Lehrplänen vorgeschriebenen stofflichen Inhalte schon genug zu tun.

Im Folgenden werden deshalb fünf Gründe angeführt, die ein verstärktes Behandeln von Arbeitstechniken im Mathematikunterricht nicht nur legitimieren, sondern explizit fordern. Die Punkte eins bis drei beziehen sich dabei sowohl auf den Mathematikunterricht als auch auf anderen Fachunterricht, die Argumente vier und fünf berücksichtigen dagegen insbesondere neuere Entwicklungen im Mathematikunterricht:

1. Selbstständigkeit wird gefördert
   Das höchste Ziel von Erziehung und Entwicklung ist die unter 2.1 angesprochene Selbstständigkeit des Schülers.[135] Je mehr dieser aber aktiv in seinen Lernprozess miteinbezogen werden soll, eventuell diesen sogar ganz übernimmt, umso mehr muss sich der Lehrer zurücknehmen und dem Schüler eigene selbstbestimmte Aufgaben übertragen.[136] Dies kann aber nur dann von Erfolg gekrönt sein, wenn der Schüler über die hierzu notwendigen Arbeitstechniken verfügt, um mit ihnen seinen Lernprozess selber zu planen, durchzuführen und diesen abschließend kritisch zu beurteilen.

2. Steigerung der Lernleistung
   „*Viele Lernschwierigkeiten könnten von vornherein vermieden werden, wenn Schüler und Schülerinnen möglichst früh im Lernprozess allgemein und fachbezogen Lern- und Arbeitstechniken vorbeugend vermittelt bekämen*“ so lautet das Ergebnis des Ulmer Lernförderprogramms und in ähnlicher Form auch zahlreicher anderer Studien.[137] Dies begründet sich darin, dass Schüler, bevor sie sich der vom Lehrer gestellten Fragestellung überhaupt widmen können, häufig schon im Vorfeld an ihren Lern- bzw.

---

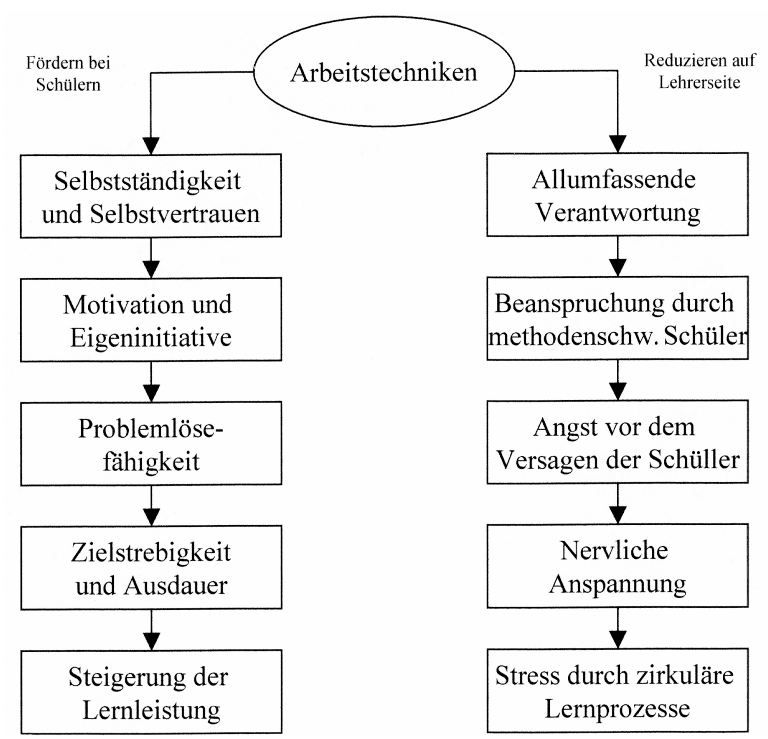
[135] Vgl. Terhart, Ewald: Selbständigkeit. Notizen zur Geschichte und Problematik einer pädagogischen Kategorie, in: Pädagogik (1990), Heft 6, S. 6-9.

[136] Vgl. Klafki, Wolfgang: Neue Studien zur Bildungstheorie und Didaktik. Zeitgemäße Allgemeinbildung und kritisch-konstruktive Didaktik, Weinheim 1996, S. 185.

[137] Vgl. Keller, Gustav: Das Lernen lehren – das Lernen lernen, in: Pädagogik und Schulalltag (1993), Heft 5, S. 529-535.

Arbeitsproblemen scheitern, und somit natürlich auf lange Sicht kaum zu motivieren sind. Im umgekehrten Fall heißt dies aber auch, dass Schüler, die über ein breites Spektrum an Arbeitstechniken verfügen, engagierter an neue Aufgaben herangehen, da das Scheitern bei einer Aufgabe nicht aus einem Fehlen des Handwerkszeugs resultiert, sondern vielmehr aus den speziellen Anforderungen der gestellten Aufgabe. Geht man also aufgrund der ausbleibenden Senkung intrinsischer Motivation beim Schüler,[138] von einer höheren Effizienz eines Unterrichts aus, der scheinbar zu Lasten von stofflichen Inhalten verstärkt Arbeitstechniken zu vermitteln sucht, so ist in diesem Unterricht längerfristig sogar eher mit einer Zunahme des Lernstoffs zu rechnen.[139]

3. Entlastung des Lehrers
   Für den Lehrer bringt die Vermittlung von Arbeitstechniken zunächst einen gewissen Mehraufwand mit sich, da er eventuell an Fortbildungen teilnehmen, Material zusammenstellen bzw. aufarbeiten und letztendlich die Methoden im Unterricht vermitteln muss. Dafür bedeuten die eben angesprochenen Aspekte der »Selbstständigkeit« und der gesteigerten »Lernleistung« für den Lehrer, dass er in einer entspannteren und für ihn mit weniger Arbeit verbundenen Atmosphäre unterrichtet, was die nachfolgende Grafik näher verdeutlicht:



[140]

---

[138] Vgl. Zech, Friedrich: Motivation im/für Mathematikunterricht im Lichte neuerer Psychologie, Pädagogik, Mathematikdidaktik, in: Der Mathematikunterricht 31 (1985) Heft 3, S. 14.

[139] Vgl. Klippert (wie Anm. 110), S. 244.

[140] In Annlehnung an die Grafik des Methodenlernens aus Klippert (wie Anm. 110), S. 34.

4. Anwendbarkeit von Mathematik im Rahmen der Halbwertzeit von Wissen und Arbeitstechniken
   Wie schon unter 1.1.2 beschrieben, findet in unserer heutigen Gesellschaft ein enormes Wissenswachstum statt, das eine Neuorientierung von Allgemeinbildung und damit auch von Unterricht notwendig macht. Deshalb gilt es gerade in Hinblick auf die Notwendigkeit zum lebenslangen Lernen, den Schülern gewisse Schlüsselqualifikationen zu vermitteln, dank derer sie sowohl innerhalb als auch außerhalb der Schule bzw. nach ihrer Schullaufbahn mit Wissen qualifiziert umgehen können. Zu diesen Schlüsselqualifikationen zählen Arbeitstechniken, deren 'Halbwertzeiten' zwar nicht unbegrenzt, in der Regel aber weitaus länger als die von Wissen sind.
   Dabei bestehen von Fachgebiet zu Fachgebiet große Unterschiede beim Veralten von Wissen.[141] Insbesondere der Mathematik als künstlich geschaffene Sprache kommt unter den Wissenschaften eine besondere Rolle zu. Zum einen veralten mathematische Inhalte, die in der Schule vermittelt werden, wenn überhaupt nur sehr langsam und zum anderen dringen neue mathematisch-wissenschaftliche Erkenntnisse aufgrund ihrer Komplexität nur in geringem Maße in die unterrichtliche Praxis vor (z.B. Beweis der Fermatschen Vermutung durch Andrew Wiles). Trotzdem unterliegt auch die Mathematik, vor allem aber die Mathematikdidaktik, den Veränderungen der Umwelt (z.B. Ablösung des Rechenstabs durch den Taschenrechner bzw. den Computer) und muss sich diesen im unterrichtlichen Geschehen derart anpassen, dass die Schüler befähigt werden, mündig an neuen Geschehnissen ihrer Umwelt (z.B. Vermehrtes Auftreten von graphischen Darstellungen im täglichen Leben) teilzunehmen. Von neueren Entwicklungen ist aber die mathematische Methodik stärker betroffen als deren stoffliche Inhalte, so dass im Falle der Mathematik die Halbwertzeit von Arbeitstechniken eher kürzer ist als die ihrer Inhalte. Aber gerade das macht eine verstärkte Behandlung von mathematischen Arbeitstechniken nötig. Denn die stofflichen Inhalte der Mathematik können nur solange isoliert von bestimmten Fähigkeiten und Methoden unterrichtet werden, solange sie vom Alltag losgelöst sind und sich somit über die darin stattfindenden Entwicklungen hinwegsetzen. Will man aber erreichen, dass der Schüler in der Lage ist, Mathematik im Sinne von FREUDENTHAL anzuwenden,[142] so bedarf er einer Unterrichtung in ihren neuesten Methoden, welche allerdings eine Verzahnung der Arbeitstechniken und der übrigen mathematischen Inhalte im Mathematikunterricht verlangt.

[141] Vgl. Brezinka (wie Anm. 29), S. 53.
[142] Vgl. Freudenthal, Hans: Mathematik anwenden lernen, in: Mathematik lehren (1984) Heft 6, S. 3.

5. Unterrichtliche Neuentwicklungen verlangen Arbeitstechniken
   Der wichtigste Grund, der für die Behandlung von Arbeitstechniken im Mathematikunterricht spricht, ist der, dass die Schüler diese zum einen im alltäglichen Leben verwenden können und müssen, und zum anderen für die stoffliche Behandlung mathematischer Themen im Unterricht eine Voraussetzung sind. Dementsprechend werden sie vom Lehrer in nahezu jeder Stunde verlangt, ohne dass diese aber immer thematisiert werden.[143] Auch wenn einige der in Kapitel 2.3.3 aufgeführten Arbeitstechniken, besonders die aus der Klasse „Synthetischer Umgang mit Problemen und Aufgaben“, im derzeitigen relativ kurzschrittigen Unterricht noch kaum zum Tragen kommen, so hat die TIMS-Studie bei aller Kritik an ihr doch deutlich aufgezeigt, dass „Problemlöseunterricht“ mit offenen Aufgaben und intelligenten Formen des Anwendens und Übens effizienter ist als der kalkülorientierte und somit nicht so stark auf Arbeitstechniken angewiesene Mathematikunterricht in Deutschland. Folgert man daraus, dass der Mathematikunterricht allgemein offener werden muss, sowohl was die Aufgabenkultur als auch die Methodenvielfalt im Unterricht betrifft,[144] so wird deutlich, dass die Schüler bei diesem Unterricht einen noch größeren Bedarf an mathematischen Arbeitstechniken haben werden als im jetzigen. Dies sollen die beiden folgenden Aufgaben exemplarisch verdeutlichen:

1.	’Traditionelle’ Aufgabe:	Eine quaderförmige Kiste hat die Maße 0,6m x 0,8m x 1,4m. Die Wandstärke beträgt 20mm. Wie viel Liter fasst die Kiste?[145]
	Benötigte Arbeitstechniken:	- eventuell Formelsammlung benutzen - Umgang mit dem Taschenrechner
2.	’Offene’ Aufgabe:	Entwirf eine werbewirksame Kartonverpackung für 1 kg Reis oder 500 g kleine Nudeln![146]
	Benötigte Arbeitstechniken:	- Formelsammlung benutzen - Umgang mit Geodreieck, Zirkel und Lineal - Umgang mit Taschenrechner - Arbeitsergebnisse vortragen/ präsentieren - Arbeitsschritte/Lösungswege planen - heuristische Strategien anwenden

---

[143] Vgl. Klippert (wie Anm. 110), S. 243.

[144] Vgl. Bastian, Johannes: Offener Unterricht. Zehn Merkmale zur Gestaltung von Übergängen, in: Pädagogik (1995), Heft 12, S. 6-11.

[145] Vgl. Schröder, Dr. Max: Welt und Zahl. 9. Schuljahr, Hannover 1985, S. 148.

[146] Vgl. Modellversuch Mathematik Hessen (Hg.): Materialien zum Modellversuch: Eine andere Aufgabenkultur. Geometrie, Kassel 1998.

2.3.2. Vermittlung von mathematischen Arbeitstechniken

Im heutigen Mathematikunterricht, in dem der Schüler nur wenige Möglichkeiten hat, sich und seine geistige Kapazität einzubringen, werden ihm wie im vorangegangenen Kapitel beschrieben nur vereinzelt Arbeitstechniken abverlangt. Auch wird durch solch einen Unterricht deren spätere Aneignung mit dem Ziel der Selbstständigkeit erschwert. Dies liegt daran, dass der Schüler über Jahre hinweg zur Passivität bei der Steuerung seiner Arbeitsprozesse verurteilt war und dadurch nur schwer die ihm durch offeneren Unterricht gebotenen Freiräume nutzen wird.[147] Aus diesem Grund ist es erforderlich, mit der Vermittlung von mathematischen Arbeitstechniken schon in der Grundschule zu beginnen. Zwar ist dort eine Behandlung auf der Metaebene in Form einer Reflexion des Arbeitsprozesses noch nicht möglich. Dessen ungeachtet können aber nahezu alle Arbeitstechniken, wie z.B. verständiges Lesen von Diagrammen, zumindest simplifiziert schon Grundschülern vermittelt werden.[148] Wie eine elementare Vermittlung für die Sekundarstufe I erfolgen kann, soll im Folgenden kurz beschrieben werden, wobei auf eine bildungsgang-spezifische Unterscheidung dieser Lernprozesse verzichtet werden soll. Eine differenzierte Behandlung von Arbeitstechniken in der Schule ist zwar schon aufgrund der unterschiedlich langen Schulzeit der Bildungsgänge unumgänglich, elementare Kenntnisse der verschiedenen mathematischen Arbeitstechniken, wie sie in Kapitel 2.4 beschrieben werden, sind aber in jedem Bildungsgang unabdingbar.[149]

Bevor die Methoden der Vermittlung behandelt werden können, sollen zunächst mögliche Organisationsformen auf ihre Zweckdienlichkeit untersucht werden.[150] Dabei kann die Vermittlung von Arbeitstechniken

- in einem eignen Unterrichtsfach »Arbeitstechniken«
- im Rahmen von einzelnen Vorträgen
- auf freiwilliger Basis in einer AG »Arbeitstechnik« oder als Thema einer Projektwoche
- in einem (unterrichtlichen) Kurs über Arbeitstechniken
- im Rahmen des Fachunterrichts

erfolgen.

---

[147] Vgl. Lergenmüller, Arno: Offenere Formen des Unterrichts, in: Der Mathematikunterricht 40 (1994) Heft 6, S. 6.

[148] Vgl. Hutchings, Merryn / Schmitz, Helen: Tolle Ideen. Leichter lernen: Arbeitstechniken, Mühlheim an der Ruhr 1997, S. 71.
Eine Ausnahme dabei bildet z.B. der Taschenrechner oder die Formelsammlung, die beide erst in der Sekundarstufe eingeführt werden, und deren Umgang somit auch erst zu diesem Zeitpunkt zu behandeln ist.

[149] Die Untersuchung im Rahmen der in Kapitel 3.1 durchgeführten Analyse der neuen Lehrplanentwürfe zeigt, dass z.B. in der Hauptschule der Umfang an verschiedenen Arbeitstechniken vergleichbar mit denen der Realschule bzw. des Gymnasium ist.

[150] Vgl. Chott, Peter: Das Lehren des Lernens. Förderung der Methodenkompetenz in der (Grund-) Schule, in: Pädagogisches Forum (1998) Heft 2, S. 178.

Da in der bisherigen Schullandschaft die Ressourcen und teilweise auch die Notwendigkeit für ein eigenes Unterrichtsfach »Arbeitstechniken« fehlen, einzelne Vorträge schon aus methodischen Gründen abzulehnen sind, und eine freiwillige Auseinandersetzung mit der eigenen Methodenkompetenz für Schüler eher unattraktiv wirkt,[151] verbleiben nur die beiden letzten Möglichkeiten. In natürlicher Weise findet sich in diesen beiden Vermittlungsmethoden die Dualität von Arbeitstechniken wieder. So erscheint die Vermittlung von allgemeinen Arbeitstechniken eher Aufgabe von speziellen kursartigen Einschüben im Unterricht zu sein, in denen das Methodentraining „*ins Zentrum der Unterrichtsarbeit rückt und phasenweise Vorrang vor der Stoffvermittlung erhält*".[152] Auch wenn sie später in anderen Fächern wie z.B. dem Geschichtsunterricht angewendet werden (siehe 2.2.2), macht dem gegenüber eine Vermittlung mathematischer Arbeitstechniken nur im Mathematikunterricht Sinn. Da hier der Lehrer den Schülern „*möglichst oft Gelegenheit geben [kann] ausgewählte, fachspezifische Methoden bewusst und durchdacht zu üben beziehungsweise aufzufrischen, damit sich die nötige Handlungssicherheit und Routine einstellt.*"[153]
Für die Vermittlung mathematischer Arbeitstechniken ergibt sich aber die Frage, in welcher Form dies im Mathematikunterricht geschehen soll. Die Gefahr beim indirekten Trainingsansatz, d.h. bei der Vermittlung von Arbeitstechnik während des Unterrichtens anderer fachlicher Inhalte besteht darin, dass das Methodentraining auf diese Weise dem Zufall überlassen wird und von den Schülern als solches gegebenenfalls erst gar nicht wahrgenommen wird. Die Folge wäre, dass eine bewusste Verankerung der methodischen Kompetenzen nicht stattfände, und diese an bestimmte Inhalte gekoppelt blieben. Ein Transfer von Arbeitstechniken, der unter anderem Bedingung des eigenständigen Arbeitens ist, kann nicht mehr vollzogen werden und würde ein Verfehlen des eigentlichen Zieles bedeuten.[154] Deshalb sind folgende drei Punkte bei der Behandlung von mathematischen Arbeitstechniken zu berücksichtigen, wobei es auch arbeitstechnisch spezifische Vorgehensweisen geben kann.

1. Die Schüler müssen im durch Lösen von Aufgaben charakterisierten Mathematikunterricht die Möglichkeit bekommen, selbstständig zu arbeiten. Dies setzt zum einen bestimmte Unterrichtsmethoden, und zum anderen Aufgaben bzw. Problemstellungen voraus, die Möglichkeiten für anspruchsvolle Lern- und Arbeitsformen bieten, wie z.B. die unter 2.3.1 aufgeführte „Verpackungs-Aufgabe". Dabei darf aber die Tatsache nicht vergessen werden, dass eine Aufgabe genauso wenig von sich aus eine Arbeitstechnik vermittelt, wie eine offene Aufgabe offenen Unterricht impliziert. Hieraus folgt, dass beim Lehrer ein hohes Maß an stofflicher und methodischer Kompetenz erforderlich ist, mit dem er diesen Prozess

[151] Vgl. Chott (wie Anm. 150), S. 2.
[152] Vgl. Klippert, Heinz: Methodentraining. Ein Programm zur Förderung des offenen Unterrichts, in: Pädagogik (1995) Heft 12, S. 35.
[153] Vgl. Klippert (wie Anm. 152), S. 36.
[154] Vgl. Chott (wie Anm. 150), S. 2.

fachkundig steuernd begleitet.[155] Ziel ist es, ein waches metakognitives Bewusstsein zu fördern, bei dem „*die Aufmerksamkeit des Lernenden nicht nur auf das Was also auf die zu lösende Aufgabe, ausgerichtet ist, sondern immer auch auf das Wie.*“[156]

2. Nach der einführenden Behandlung einer Arbeitstechnik muss der Umgang mit ihr immer wieder thematisiert werden. Dies kann in der Form geschehen, dass sie erneut besprochen, angewandt oder vertiefend behandelt wird. Dabei soll sie aber nicht nur zufällig im Rahmen einer bestimmten Aufgabe aufgegriffen werden, sondern als eigenständiger Bestandteil mathematischer Grundbildung im Unterricht ihren festen Platz haben und dementsprechend auch singulär, d.h. als eigenständiges Thema behandelt werden. Wirkliche Aussicht auf Erfolg hat dieses Ansinnen aber nur dann, wenn Rahmenpläne und Schulbücher dies aufgreifen und mathematische Arbeitstechniken als gleichberechtigt neben die übrigen mathematischen Inhalte stellen.[157]

3. Die Anwendung mathematischer Arbeitstechniken durch den Schüler sollte nicht nur auf Aufgaben im Unterricht beschränkt bleiben, sondern deren Notwendigkeit, aber auch Nützlichkeit sollte bei Hausaufgaben, Klassenarbeiten, Referaten und Facharbeiten, wie sie z.B. in Nordrhein-Westfalen in der zwölften Klasse Pflicht sind[158], und in außerschulischen Situationen (Lesen eines Diagramms in Zeitungen), aufgezeigt werden. Denn nur so ist zusätzlicher (!) Schulstoff motivierbar.

---

[155] Vgl. Köck, Peter: Lehrerpersönlichkeit und Selbsttätigkeit der Schüler – ein Wechselwirkungsverhältnis, in: Pädagogische Welt 51 (1997) Heft 11, S. 511f.

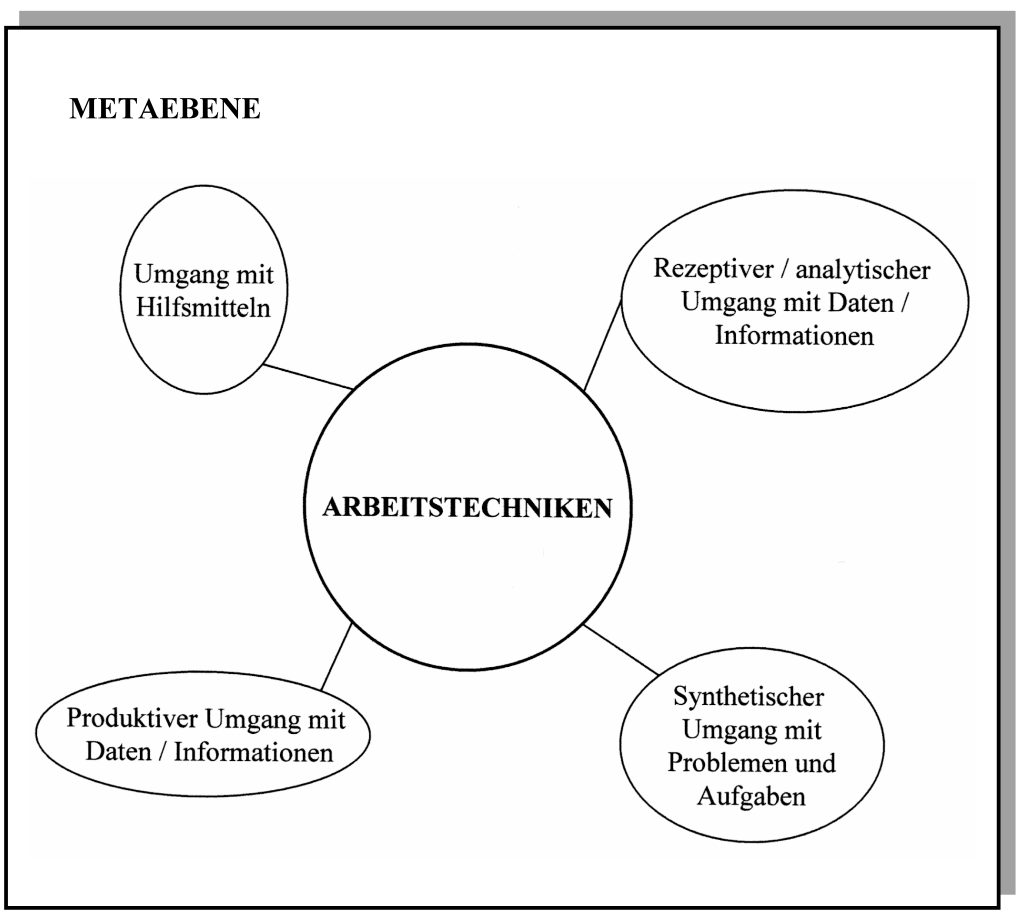
[156] Vgl. Beck, Erwin / Guldimann, Titus / Zutavern, Michael (Hg.): Eigenständig lernen (Kollegium, Band 2), St. Gallen 1995, S. 18.

[157] So werden in neueren Schulbüchern wie z.B. in MatheLive der Arbeitstechnik »Erstellen von Diagrammen« [Vgl. Kietzmann, U. et al.: MatheLive7, Stuttgart 2000, S. 189-191.] oder in MatheNetz den heuristischen Strategien [Vgl. Cukrowicz, Jutta / Zimmermann, Bernd: MatheNetz9, Braunschweig 2000, S. 245-251] einige Seiten gewidmet. Teilweise finden sich sogar in älteren Schulbüchern Kapitel über Arbeitstechniken, wie z.B. über die Anwendung des Rechenstabs [Vgl. Athen, Hermann, Griesel, Prof. Dr. Heinz: Mathematik heute 7, Hannover 1973.]

[158] Vgl. Ministerium für Schule und Weiterbildung, Wissenschaft und Forschung des Landes Nordrhein-Westfalen (Hg.): Richtlinien und Lehrpläne für die Sekundarstufe II – Gymnasium Mathematik, Düsseldorf 1999, S. 43f.

2.3.3. Klassifizierung mathematischer Arbeitstechniken

Wie schon in Kapitel 2.2.2 angemerkt, soll im Folgenden eine Klassifizierung mathematischer Arbeitstechniken vorgenommen werden, bevor überhaupt einzelne dieser Techniken näher erläutert werden. Zunächst sollen also die einzelnen Aufgabenfelder mathematischer Arbeitstechniken bestimmt werden, um anschließend einzelne Arbeitstechniken daraus zu bestimmen. Unter Berücksichtigung der fachlichen Besonderheiten des Mathematikunterrichts und der Definition (siehe 2.2) von Arbeitstechniken ergeben sich die folgenden vier Klassen, in die sich mathematische Arbeitstechniken unterteilen lassen:
Die erste Klasse umfasst Techniken, mit deren Erwerb sich Schüler hauptsächlich handwerklich-technische Kompetenzen aneignen, d.h. sie lernen mit den realen Hilfsmitteln der Mathematik verständig umzugehen. Die zweite Klasse beinhaltet Kompetenzen, die es den Schülern ermöglichen sollen, aus unterschiedlichen mathematischen Medien Informationen zu gewinnen. Im Gegensatz dazu gehören zur dritten Klasse Kompetenzen zur Aufarbeitung von Informationen. Schließlich als vierte Klasse mathematische Strategien, quasi das kognitive Werkzeug als Pendant zur „praktischen" ersten Klasse, welche es einem ermöglichen sollen, komplexe Probleme bzw. Aufgaben systematisch zu bearbeiten, und so mithilfe von Fertigkeiten und Fähigkeiten letztlich zu bewältigen. Dabei darf die vierte Klasse nicht mit den »Fähigkeiten« mathematischer Grundbildung verwechselt



werden. Der entscheidende Unterschied besteht nämlich darin, dass Arbeitstechniken der vierten Klasse bei einer Problemstellung durch Adaption an die Situation relativ leicht angewandt werden können (z.B. heuristische Strategie des „Rückwärtsarbeiten" bei der Bearbeitung einer Textaufgabe). D.h. die Kenntnis über verschiedene Vorgehensweisen beim Bearbeiten einer Aufgabe ermöglicht es, diese auch bei einer Aufgabe anzuwenden. Im Gegensatz dazu hilft einem die Kenntnis z.B. über den Kreislauf des Modellierens nur wenig, da noch weitere komplexe kognitive Leistungen nötig sind, um diese letztlich anzuwenden. Hierin drückt sich die in der Definition angesprochene partielle Standardisierung von Arbeitstechniken im Gegensatz zur Komplexität von Fähigkeiten aus.

Der Anspruch dieser Klassifizierung besteht darin, einen Großteil mathematischer Arbeitstechniken zu erfassen. Dies ist aber nicht so zu verstehen, dass in der folgenden Auflistung alle relevanten Arbeitstechniken aufgeführt sind, sondern vielmehr im Sinne der Vollständigkeit der Klassen nicht ihrer speziellen Inhalte. Dabei umfassen die jeweiligen Klassen folgende Arbeitstechniken, welche im nächsten Teilkapitel ausführlicher dargestellt werden:

1. Umgang mit Hilfsmitteln

- Umgang mit dem Taschenrechner
- Umgang mit Geodreieck, Lineal und Zirkel
- Umgang mit Formelsammlung
- Umgang mit dem Schulbuch
- Mathematische Software nutzen
- ...

2. Rezeptiver /analytischer Umgang mit Daten bzw. Informationen

- Informationen aus Diagrammen / Wertetabellen / Landkarten und anderen graphischen Darstellungen entnehmen
- Wesentliche Informationen eines mathematischen Textes erkennen
- ...

3. Produktiver Umgang mit Daten bzw. Informationen

- Eigene Aufgaben/Fragen verfassen
- Einen 'mathematischen' Text verfassen
- Dem Sachverhalt angemessene graphische Darstellungen erstellen
- ...

4. Synthetischer Umgang mit Problemen und Aufgaben

- Schätzen und Überschlagen
- Heuristische Strategien anwenden
- ...

2.4. Vorstellung mathematischer Arbeitstechniken

Die im vorangegangenen Abschnitt kategorisierten Arbeitstechniken sollen in diesem Kapitel näher erläutert werden. Dabei wird jeweils eine Arbeitstechnik pro Klasse ausführlich dargestellt und die übrigen werden lediglich kurz angerissen. Dies begründet sich zum einen darin, dass eine akribische Beschreibung aller Arbeitstechniken den Rahmen dieser Arbeit sprengen würde. Zum anderen reicht eine exemplarische Erläuterung aus, um deutlich zu machen, welche Arbeitstechniken zu den jeweiligen Klassen gehören, zumal die unter 2.3.3 angeführte Liste von Arbeitstechniken nahezu beliebig erweiterbar ist. Für die Klasse »Umgang mit Hilfsmitteln« wird der Taschenrechner, für die Klasse »Rezeptiver / analytischer Umgang mit Daten bzw. Informationen« das Textverständnis, für die Klasse »Produktiver Umgang mit Daten und Informationen« die graphischen Darstellungen und für die Klasse »Synthetischer Umgang mit Problemen und Aufgaben« das Schätzen und Überschlagen Gegenstand intensiverer Auseinandersetzung sein. Zusätzlich zu diesen vier Arbeitstechniken sollen als Metaarbeitstechnik die heuristischen Strategien ausführlich behandelt werden. Die methodische Vorgehensweise ist dabei so, dass zunächst die Kernpunkte der verschiedenen Arbeitstechniken beschrieben und im Anschluss daran Beispiele zu deren Anwendung angeführt werden. Dies entspricht einerseits der in der Schule am erfolgversprechendsten erscheinenden Vorgehensweise (siehe 2.3.2), andererseits wurde in zahlreichen Studien die geringe Wirksamkeit einer rein theoretischen Behandlung zu erlernender Kompetenzen nachgewiesen.

> „*Diese [Studien-] Ergebnisse illustrieren die geringe Transferbreite formaler Sachverhalte, die in der Schule gelernt werden. Sie unterstreichen deutlich die Notwendigkeit, mathematische Inhalte, die für die Anwendung wichtig sind, nicht abstrakt-formal abzuhandeln, sondern sie aus vielfältigen Mathematisierungssituationen heraus zu entwickeln*“[159]

Umgang mit Hilfsmitteln

2.4.1. Umgang mit dem Taschenrechner

1971 wurde von Texas Instrument der erste Taschenrechner gebaut und in größeren Stückzahlen verkauft. Er beherrschte die vier Grundrechenarten, wog 1 Kilogramm und kostete 450 DM. Bereits Ende der 80er Jahre, d.h. 20 Jahre später hatte fast jeder zweite Grundschüler, drei von vier Siebtklässlern und so gut wie jeder Zehntklässler einen eigenen Taschenrechner.[160] Grund für den Siegeszug des Taschenrechners sind die zahlreichen Vorteilen, die dessen unterrichtliche Verwendung bietet: Zeitersparnis, Chancen für schwächere Schüler, realistische Zahlen, Kontrollmöglichkeit, Konzentration auf den Rechenweg oder Verzicht auf

[159] Vgl. Tietze, Uwe-Peter et al.: Mathematik in der Sekundarstufe II. Band 1: Fachdidaktische Grundfragen – Didaktik der Analysis, Braunschweig 1997, S. 27.

[160] Vgl. Holzner, B.: So entstand der moderne Taschenrechner, in: TI-Nachrichten für die Schule (1989) Heft 2, Freisingen 1989, S. 2f.

umständliche Tabellen für z.B. trigonometrische Funktionen oder Zufallszahlen.[161] Insbesondere der Einsatz leistungsfähiger Taschenrechner im Unterricht wie z.B. des TI92, der mit dem Computerprogramm Derive arbeitet, bietet eine Fülle an Möglichkeiten. Bei der folgenden Betrachtung des Taschenrechnereinsatzes sollen diese allerdings ausgenommen sein, da sie als Minicomputer in Abschnitt 2.4.5 behandelt werden.

Dem »Umgang mit dem Taschenrechner« kommt unter den Arbeitstechniken eine besondere Bedeutung zu, da dieser zwar schon in der ersten Klasse von vielen Schülern zur Kontrolle der Hausaufgaben eingesetzt wird, offiziell in der Schule aber erst ab der Sekundarstufe I zugelassen und damit auch frühestens zu diesem Zeitpunkt im Unterricht thematisiert wird. Damit soll an dieser Stelle keine Debatte um den Zeitpunkt der Einführung des Taschenrechners angeführt werden. Für einen Großteil der Lehrer ist jedoch eine Einführung in der Grundschule aufgrund der darunter leidenden Rechenfertigkeit indiskutabel[162] und somit muss eine Klassenstufe der Sekundarstufe I diese Aufgabe übernehmen. Damit ist aber das eben erwähnte Problem der Diskrepanz zwischen offizieller Behandlung und privatem Einsatz nicht gelöst.

Da aber dieser Antagonismus auf absehbare Zeit nicht zu überwinden ist, und man somit als Lehrer davon ausgehen muss, mit unterschiedlichen Vorerfahrungen der Schüler bei Einführung des Taschenrechners in der Sekundarstufe I konfrontiert zu werden, empfiehlt sich eine zweistufige Vermittlung dieser Arbeitstechnik:

Die erste Stufe beinhaltet ein vom Lehrer geleitetes Kennen lernen der Grundfunktionen des Taschenrechners. Darunter fallen z.B. die vier Grundrechenoperationen, bestimmte Anzeigen wie z.B. »Error« und Zwischenergebnisse oder die Eingabe negativer Zahlen (Mehrfachbedeutung des Minuszeichens als Rechenzeichen bzw. Vorzeichen).[163] Im Anschluss an diese Einführung sollen sich Schüler selbstständig im Umgang mit dem Taschenrechner üben. Gesteuert wird dieser Prozess der Auseinandersetzung durch vom Lehrer spezifisch dafür gestellte Aufgaben, wobei der Schüler in diesem Rahmen nicht nur lernen sollte, wie man den Taschenrechner zum Lösen einer Aufgabe verwendet, sondern auch Methoden vermittelt bekommen sollte, mit denen man den Taschenrechner erkunden kann. Methodisch besonderst wichtig in dieser Phase ist im Sinne der von BLUM geforderten Trennung zwischen Lern- und Beurteilungssituationen,[164] dass den Schülern die Möglichkeit gegeben wird, sich ohne Leistungsdruck mit dem Taschenrechner auseinanderzusetzen. Hierdurch

---

[161] Vgl. Lux, Franziska et al.: Verbreitung von Taschenrechnern und deren Einsatz im Unterricht. Ergebnisse von Lehrer- und Schülerbefragungen, in: mathematica didactica 19 (1996) Band 2, S. 77. Da es sich aber bei »Umgang mit dem Taschenrechner« um eine Schülermethode handelt, soll im Rahmen der Beschreibung dieser Arbeitstechnik nicht näher auf die Vorzüge oder Verwendungszwecke des Taschenrechners für die unterrichtliche Gestaltung eingegangen werden.

[162] Auch wenn in dem Artikel von LUX für einen frühzeitigen Einsatz des Taschenrechners schon in der Grundschule geworben wird, sind 95% der befragten Lehrer der Meinung, dass dies sich negativ auf die Rechenfertigkeiten der Schüler auswirken würde. [Vgl. Lux (wie Anm. 161), S. 82.]

[163] Vgl. Flade, Lothar: Zur Einführung in den Gebrauch eines Taschenrechners, in: Mathematik lehren (1993), Heft 59, S. 9.

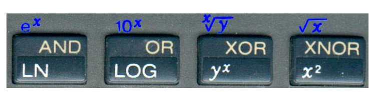
[164] Vgl. Blum (wie Anm. 79), S. 24.

sollen allen Schülern, unabhängig von ihren Vorkenntnissen im Umgang mit dem Taschenrechner, grundlegende Erfahrungen in dieser Arbeitstechnik ermöglicht werden, denen sich dann die zweite Stufe der Vermittlung anschließt:

> „*Wenn die Schüler ihren Taschenrechner schon recht gut beherrschen, wäre an geeigneter Stelle eine systematisierende Betrachtung angebracht, bei der die verschiedensten Tasten eines Taschenrechners (Tasten zur Eingabe von Zahlen, Operationstasten, Funktionstasten, Speichertasten) sowie evtl. vorhandene Konstanten- und Vorrangautomatik (Hierarchie) und u.U. auch Genauigkeitsfragen [...] im Zentrum stehen könnten.*“[165]

Demzufolge beinhaltet die zweite Stufe die drei wesentlichen Bereiche der Arbeitstechnik »Umgang mit dem Taschenrechner«. Erstens die Kenntnis über die Anordnung und Verwendungszwecke der verschiedenen Tasten, zweitens das Wissen über die Eingabe von Rechnungen und drittens die Behandlung numerischer Probleme.

1. Tasten des Taschenrechners
   Nahezu alle so genannten wissenschaftlichen Taschenrechner sind von der Anordnung der Tasten mehr oder weniger deutlich zweigeteilt.[166] Der eine Teil umfasst ein Zahlenfeld von 0 bis 9, die vier Grundrechenarten, eine Kommataste, eventuell eine Clear- bzw. All-Clear-Taste (C / AC) und das Gleichheitszeichen. Der andere Teil, der einen so genannten wissenschaftlichen Taschenrechner auszeichnet, besteht aus einer Reihe mathematischer Funktionen. Darunter sind Tasten zu verstehen, die eine Funktion liefern wie z.B. die Sinustaste, Tasten, die für die Eingabe von bestimmten mathematischen Notationen nötig sind (z.B. Brüche), Speichertasten oder Tasten zur Auswahl des Arbeitsmodus (z.B. Wechsel des Zahlensystems binär statt dezimal oder der Winkeleinheiten Radiant statt Grad). Die Anordnung dieser verschiedenen Funktionen ist dabei nicht willkürlich. So lässt sich sowohl in der Anordnung als auch der mehrfachen Belegung einer Taste eine gewisse Systematisierung feststellen, was folgendes Teilbild eines Taschenrechners verdeutlichen soll.

   Thematisch zusammengehörige Tastenfunktionen, etwa aus dem Bereich der Exponentialfunktionen werden dabei entweder in einer Reihe oder Spalte nebeneinander positioniert. Dabei wird die Belegung der Tasten häufig so gewählt, dass eine Funktion und deren Umkehrfunktion (z.B. e^x

[165] Vgl. Fanghänel, Günter / Flade, Lothar: Taschenrechner im Mathematikunterricht, in: Mathematik lehren (1993), Heft 59, S. 7.

[166] Diese Zweiteilung variiert von Hersteller zu Hersteller und von Modell zu Modell. Bei manchen besteht ein größerer Abstand zwischen diesen Feldern, bei anderen gehen sie ineinander über. Nicht wissenschaftliche oder extra für die Grundschule hergestellte Taschenrechner bestehen zum Großteil nur aus dem im Folgenden zuerst beschriebenen Feldern.

und ln (x) oder sin und $\sin^{-1}$) auf einer Taste liegen und mithilfe der Inverse-Taste (2nd / Shift) beide Operationen aufgerufen werden können.

Neben der Kenntnis über die Tastenanordnung muss der Schüler auch dazu befähigt werden, die einzelnen teilweise themenspezifischen Tasten sinnvoll anzuwenden. Dies sollte allerdings immer in der jeweiligen Unterrichtseinheit geschehen, in der diese Funktionen benötigt werden, was zur Folge hat, dass der „*Prozeß des Vertrautwerdens und Beherrschens eines Taschenrechners [...] sich über mehrere Schuljahre erstreckt*".[167] Denn es macht wenig Sinn sich z.B. mit der Prozenttaste auseinanderzusetzen, wenn die Schüler noch keine Grundvorstellungen des Prozentbegriffs ausgebildet haben. Dieser Prozess beinhaltet aber außer dem Wissen darüber, welche mathematische Operation der Taschenrechner mit dem Druck einer Taste vollführt auch die Fähigkeit, bestimmte Algorithmen mit dem Taschenrechner zu simulieren. Als Beispiel dafür mag die Simulation von Zufallszahlen dienen.

Die Taste »Random« produziert nach einem gewissen Zufallsprinzip Zahlen aus dem Intervall [0 ; 0,999] und soll somit ähnlich dem Wahrscheinlichkeitsmaß des Kolmogoroff-Axioms zur Erzeugung von Wahrscheinlichkeiten dienen. In Anwendungssituationen ist aber viel weniger die zufällige Erzeugung von Wahrscheinlichkeiten als vielmehr die Erzeugung von Zufallszahlen aus einer vorher festgelegten Menge von Interesse z.B. beim Werfen eines Würfels (d.h. zufälliges Generieren von natürlichen Zahlen zwischen 1 und 6). Dies erreicht man zum Beispiel, indem die vom Taschenrechner produzierte Zahl (0,000 – 0,999) mit 6 multipliziert (0,000 – 5,994) und 1 dazuaddiert (1,000 – 6,994) wird. Nun wendet man auf die erhaltene Zahl die Gaußfunktion an und erhält schließlich eine natürliche Zahl der Menge M={1,2,3,4,5,6}.

2. Eingabe von Rechnungen

   Die Problematik bei der Eingabe von Termen besteht in den zum Teil nicht sichtbaren Rechenoperationen, die der Taschenrechner bei unsachgemäßer Bedienung automatisch ausführt. Folglich sind neben dem Benutzen falscher Tasten oder dem Eintippen in der falschen Reihenfolge, vor allem die so genannten Automatiken des Taschenrechners verantwortlich für fehlerhafte Ergebnisse im Display. Darunter ist zum einen die Konstanten- und zum anderen die Vorrangautomatik zu verstehen.[168]

   Normalerweise bewirkt das Drücken der Tasten „-" und „+" nichts solange nicht eine Zahl im Anschluss daran eingetippt wird. Das bedeutet, dass bei folgender Rechnung trotz des Drückens der Plustaste vor dem Gleichheitszeichen das richtige Ergebnis herauskommt[169]:

   52 – 9 + = 43

[167] Vgl. Fanghänel (wie Anm. 165), S. 7.

[168] Vgl. Flade (wie Anm. 163), S. 9.

[169] Dies gilt für den Casio fx-85N. Bei einem Texas Instrument TI-34 schaltet sich genau bei dieser Rechnung schon die Konstantenautomatik ein, wobei dies nicht auf dem Display zu erkennen ist, wie bei dem Casio.

Dies ist vor allem dann von Vorteil, wenn man entgegen der ursprünglichen Absicht doch nichts mehr zu einem Ausdruck dazuaddieren will, nicht aber die ganze Rechnung nochmals eingeben möchte. Anders verhält es sich jedoch beim zweimaligen Drücken der Plustaste an der folgenden Stelle, da dadurch die Konstantenautomatik aktiviert wird (sichtbar am „K“ im Display) und der Taschenrechner zu einem gänzlich abweichenden Ergebnis kommt.

52 – 9 + + = 86

Ursache dafür ist, dass bei der Konstantenautomatik die Zahl, die vor der Aktivierung der Automatik Ergebnis des Terms war, mit jedem Drücken der Gleichheitstaste immer wieder zu dem Ausdruck addiert wird. In diesem Fall war das die Zahl „43“.

Noch häufiger verantwortlich für fehlerhafte Eingaben der Schüler ist die Vorrangautomatik, welche bei der Berechnung von Aufgaben mit verschiedenen mathematischen Operationen eine entscheidende Rolle spielt. Der Grund hierfür sind in der Aufgabenstellung eventuell nicht sichtbare, aber aufgrund der mathematischen Regeln notwendige Operationen, welche beim Ausbleiben vom Taschenrechner ohne Wissen des Schülers zur Durchführung anderer nicht beabsichtigter Operationen führen. Bei dem folgenden Beispiel handelt es sich um eine solche Aufgabe, die bei der unüberlegten Benutzung des Taschenrechners leicht zu einem fehlerhaften Ergebnis führen kann:

Aufgabe: Berechne mit dem Taschenrechner $\frac{173-20}{3} \cdot 7 =$

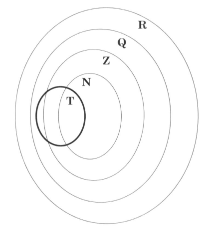
Eingabe: 173 – 20 ÷ 3 x 7 =

Ausgabe: $126,\overline{3}$ [Entspräche der Aufgabe:] $173-\frac{20}{3}\cdot 7 =$

Folglich gilt es zu berücksichtigen, dass der Taschenrechner die Aufgabe so bearbeiten würde, als wäre sie wie in der Zeile „Eingabe“ geschrieben. In diesem Fall gälte aber die Regel „Punkt- vor Strichrechnung“, so dass zunächst die 20 durch 3 geteilt, dann mit 7 multipliziert und erst zum Schluss von 173 abgezogen würde. Um hingegen das richtige Ergebnis zu erhalten wäre deshalb an dieser Stelle die zusätzliche Eingabe von Klammern nötig.

Daran wird nicht nur die Bedeutung der Kenntnis über diese Automatiken deutlich, sondern auch die Relevanz der Arbeitstechnik »Schätzen und Überschlagen« (siehe 1.1.1) für den Umgang mit dem Taschenrechner. Bei der Anwendung dieser auf die eben beschriebene Aufgabe würde man nämlich zunächst das Ergebnis auf ca. 350 schätzen und hätte durch die Diskrepanz dieses Wertes mit dem Wert der Anzeige die Falscheingabe bemerkt. Es ist also unbedingt erforderlich, dass der Schüler seinen Fähigkeiten zum Schätzen mehr vertraut als dem scheinbar perfekt rechnendem Taschenrechner.

3. Genauigkeitsprobleme
   Wurden bei der vorangegangenen Ausführung fehlerhafte Taschenrechnerergebnisse ausschließlich auf eine unsachgemäße Eingabe des Schülers zurückgeführt, so soll diese Eindeutigkeit in diesem Abschnitt revidiert werden.
   Als Geisteskonstrukt hat die Mathematik mit der Darstellung von irrationalen Zahlen mit unendlich vielen Nachkommastellen nur geringe Probleme. Anders sieht es mit dem endlichen Speicherplatz eines Taschenrechners aus. Aufgrund seiner Endlichkeit ist der Taschenrechner nicht in der Lage, nicht nur Zahlen mit unendlich vielen, sondern schon mit endlich vielen Stellen vollständig darzustellen. Daraus folgt, dass die Menge T der Taschenrechner-Zahlen nur einen geringen endlichen Teil der Zahlenbereiche $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, Q und $\mathbb{R}$ abdeckt. Die nicht vorhandene Vollständigkeit von $\mathbb{R}$ hat aber zur Folge, dass nicht alle Gesetze die in $\mathbb{R}$ gelten uneingeschränkt auf den Taschenrechner übertragbar sind.[170] Ein eindrucksvolles Beispiel für die Fehleranfälligkeit des Taschenrechners ist folgende Gleichung: $4 \cdot 2378^4 - 3363^4 + 2 \cdot 3363^2 = x$

   So liefert der TI-34 für „x" einen Wert von „–1462", „538" ist das Ergebnis des Casio fx-85N und „–462" hält der Casio fx-82LB für die richtige Lösung. Alle drei Taschenrechner berechnen allerdings ein falsches Ergebnis, denn das Resultat lautet „1". Verursacher dieser extremen Diskrepanz sind die 13 Stellen, auf die der Taschenrechner intern die Zwischenergebnisse aufgrund seiner beschränkten Kapazität runden muss, was sich bis zum Endergebnis zu den oben angeführten Differenzen subsumiert.
   Auch wenn der Taschenrechner nur selten wie bei dieser Aufgabe an seine Grenzen stößt, muss der Lehrer den Schülern bewusst machen, dass der Taschenrechner mit numerischen Verfahren arbeitet, die nicht frei von Fehlern sind. Schüler sollten deshalb mit den Zahlendarstellungen des Taschenrechners und den damit arbeitenden numerischen Rechenroutinen vertraut gemacht werden, um gegebenenfalls erforderliche Umformungen vorzunehmen.

   > „*[Denn] um den Rechner effektiv nutzen zu können, ist es oft erforderlich, einen Term durch einen zwar mathematisch äquivalenten, aber numerisch besseren Term zu ersetzen.*"[171]

---

[170] Vgl. Bardy, Peter / Herget, Wilfried: Rechner rechnen manchmal falsch, in: Mathematik lehren (1999), Heft 93, S. 57.
[171] Vgl. Bardy (wie Anm. 170), S. 59.

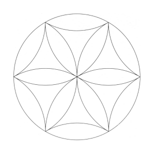
2.4.2. Umgang mit Geodreieck, Zirkel und Lineal

Wie bei allen anderen Arbeitstechniken der Klasse »Umgang mit Hilfsmitteln« gilt es auch hier, zwischen zwei Ebenen der unterrichtlichen Thematisierung zu unterscheiden. Zum einen geht es darum den Schülern den grundsätzlichen Aufbau des Hilfsmittels, in diesem Fall des Geodreiecks, Zirkels und Lineals zu verdeutlichen und zum anderen ihnen deren Einsatzmöglichkeiten aufzuzeigen.
Für die Arbeitstechnik »Umgang mit Geodreieck, Zirkel und Lineal« folgt daraus, dass die Schüler über die verschiedenen Skalen, deren Anordnung und die der Konstruktion des Geodreiecks, als Spezial-Lineal,[172] inhärenten Mathematik unterrichtet werden sollen. Ist dies der Fall, ergeben sich für die Schüler folgende Einsatzmöglichkeiten, deren Anwendungsgebiete von der Architektur über die Mathematik bis zum Zeichenunterricht, reichen:[173]

- Beliebige Strecken messen / zeichnen
- Winkel messen / zeichnen
- Parallelen zeichnen / überprüfen
- Senkrechte zeichnen / überprüfen
- Mittelpunkt einer Strecke finden

Der verständige Umgang mit dem Geodreieck schließt das Lineal mit ein, weshalb auf dessen nähere Betrachtung verzichtet werden soll.
Folglich gilt es noch den Zirkel auf seine (unterrichtliche) Verwendung hin zu untersuchen. Der Aufbau des Zirkels ist im Gegensatz zum Geodreieck relativ einfach, da auf ihm keine mathematischen Skalen o.ä. abgebildet sind, sondern er lediglich ein besonderes Zeicheninstrument darstellt. Als Besonderheit ist hier vielleicht darauf hinzuweisen, dass neben der Miene auch eine zweite Spitze eingesetzt werden kann, um den Zirkel nicht als Zeichen- sondern als Messinstrument zu nutzen. Mögliche Verwendungszwecke des Zirkels sind dann:

- (Teil-)Kreise zeichnen
- geometrische / künstlerische Figuren konstruieren, wie z.B. Mandalas (siehe Abb.), Umkreise oder regelmäßige Sechsecke (in Kombination mit einem Lineal)
- Terrestrische Navigation[174]



Ein Großteil dieser handwerklich technischen Fertigkeiten werden aber schon in der Grundschule behandelt, sind Gegenstand der Klassen 5 und 6 innerhalb des Themengebietes „Körper und Flächen“ oder können mittlerweile von Computerprogrammen wie EUKLID erledigt werden,[175] Deshalb kann eine Behandlung dieser Arbeitstechnik in der Sekundarstufe nicht auf technische

[172] Vgl. Buggenthin, Inge: Einführung in die Arbeit mit Geodreieck und Zirkel (Bergedorfer Kopiervorlagen, Band 273), Horneburg 2001, S. 2.
[173] Vgl. Kroll, Wolfgang: Mit Herz, Kopf und Hand. Zeichnen im Mathematikunterricht, in: Mathematik lehren (1986) Heft 14, S. 4-10.
[174] Vgl. Schenk, Bobby / Klasing, Delius: Yachnavigation. Vom Zirkel bis zum GPS, Bielefeld 1993.
[175] Vgl. Behle, Alexandra: Dreiecke und Vierecke mit dem Computer (Mathe Welt), in: Mathematik lehren (2000) Heft 102.

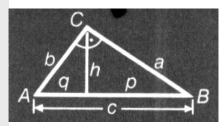
Fertigkeiten beschränkt bleiben, sondern muss die diesen Hilfsmitteln zugrundeliegenden Ideen thematisieren, um somit in Anwendungssituationen, in denen diese Hilfsmittel nicht direkt einsetzbar sind, zu Lösungsmöglichkeiten zu kommen.

2.4.3. Umgang mit der Formelsammlung

Ebenso wie in anderen Wissenschaften bestimmte fachspezifische Nachschlagewerke verwendet werden, etwa in Deutsch der Duden, gilt es in der Mathematik den Umgang mit einer Formelsammlung zu schulen. Das allgemeine Vorgehen dabei ist, dass zuerst einmal (vorausgesetzt die Schüler wissen was eine Formel ist) in der thematisch gegliederten Formelsammlung die für das jeweilige Problem zweckdienliche Formel gefunden werden muss, um daran anschließend die verschiedenen allgemeinen Bezeichnungen innerhalb der Zeichnung bzw. Formeln auf das gegebene Problem zu übertragen.

Rechtwinkliges Dreieck

Satz des Pythagoras:	$c^2 = a^2 + b^2$	$A = \frac{1}{2}\, c\, h = \frac{1}{2}\, c \sqrt{p\, q}$
Kathetensatz:	$a^2 = c\, p;\ b^2 = c\, q$	$= \frac{1}{2}\, a\, b$
Höhensatz:	$h^2 = p\, q$	



2.4.4. Umgang mit dem Schulbuch

Im bisherigen Mathematikunterricht spielen Medien wie Arbeitsmaterialien, Unterrichtsfilme, Demonstrationsmaterial, Zeichengeräte, Folien, Tonträger, Zeitungen u.ä. eine eher unbedeutende Rolle. Das Leitmedium des Unterrichts ist das Schulbuch. Es soll dem Schüler nicht nur die eben aufgezählten Medien ersetzen, sondern ihm auch die folgenden Betätigungen ermöglichen[176]:

- Vorbereitung eines Problems oder Thema
- Nachbereiten
- Vertiefen
- Ergänzen, Bearbeiten von Zusatzstoffen
- Üben
- Selbstständiges Erarbeiten eines Themas
- Nachschlagen
- Lernzielkontrolle

Damit die Schüler das Schulbuch nicht nur als Aufgabensammlung verstehen, müssen sie mit den in Kapitel 2.2.1 dargestellten allgemeinen Lerntechniken vertraut gemacht werden, aber auch den spezifischen Aufbau des Mathematikbuchs verstehen lernen, um die Möglichkeiten, die es ihnen bietet, auch nutzen zu können.

---

[176] Vgl. Glatfeld, Martin (Hg.): Das Schulbuch im Mathematikunterricht, Braunschweig 1981, S. 90.

2.4.5. Mathematische Software nutzen

Vor dem Hintergrund der so genannten informationstechnischen Grundbildung ist auch der Einsatz von Computern bzw. mathematischer Software im Mathematikunterricht im Rahmen dieser Arbeit zu betrachten, zumal einige Bundesländer, wie z.B. Schleswig-Holstein, in ihm sogar die Rolle eines Leitfachs sehen.[177] Ursache dieser Diskussion ist die unter 1.1.2 angesprochene notwendige Neuorientierung von Bildung, aber auch speziell von Zielen des Mathematikunterrichts, aufgrund der durch den Computer gebotenen Arbeitserleichterung.

> „*Die Beherrschung arithmetischer Techniken galt einst als anspruchsvolle geistige Leistung – ja gar als ein Merkmal von Bildung. Der Computer – und mit ihm der Taschenrechner – hat solche menschlichen Fertigkeiten entzaubert und sie zur stupiden Rechenarbeit degradiert, die man lieber einer Maschine anvertraut.*“[178]

Vorraussetzung für eine Veränderung des Mathematikunterrichts hin zu weniger Kalkülaufgaben und mehr realen Anwendungsproblemen, ist aber die Beherrschung der Grundfunktionen des Computers von allen Schülern (Inbetriebnahme, Keyboard bzw. Maus bedienen, Betriebssystem handhaben etc.). Erst dann bietet sich dem Lehrer und seinen Schülern eine breite Palette von mathematischer Software: EUKLID, DERIVE[179], MATHVIEW, EXCEL etc., welche in nahezu allen Themengebieten der Sekundarstufe I und II einsetzbar sind. Der Nachteil besteht allerdings darin, dass die Programme eine relativ lange Einarbeitungsphase verlangen. Dafür sind die Möglichkeiten, die sich den Schülern bieten enorm und erlauben es schon in der Sekundarstufe I, Inhalte der Oberstufe zu verwenden, ohne das diese explizit thematisiert werden müssen (z.B. ist der Extremwert dort, wo der dem Betrag nach größte Funktionswert ist). Auch wenn diese Arbeitstechnik zurzeit im Mathematikunterricht teilweise aufgrund der Rahmenbedingungen noch wenig gefordert und somit auch selten vermittelt wird, so kann der Mathematikunterricht nur dann glaubhaft bleiben, wenn er sich dieser neuen Technologie öffnet und sich neue Ziele steckt. Denn wie kann das Zeichnen eines Graphen die Krönung von zwei Jahren Analysis in der Oberstufe sein, wenn dies der TI-92 auf Knopfdruck erledigt. Damit ist aber nicht gemeint, dass die Schüler diese Fähigkeiten/Fertigkeiten, die der Computer ihnen abnimmt, nicht mehr beherrschen sollen, sondern dass vielmehr eine Verlagerung der Schwerpunkte stattfindet. Um zu erreichen, dass dies in einem sinnvollen Maße geschieht, darf nicht nur die technische Beherrschung der mathematischen Software und deren numerischen Verfahren Inhalt dieser Arbeitstechnik sein, sondern auch Kriterien für deren Einsatz.[180]

---

[177] Vgl. Bosler, Ulrich: Informationstechnische Grundbildung – Modelle und erste Erfahrungen, in: Mathematik lehren (1986) Heft 18, S. 51.

[178] Vgl. Hirscher, Horst: Neue Technologien als Anlaß einer erneuten Standortbestimmung für den Mathematikunterricht, in: mathematica didactica 14 (1991) Heft 2/3, S. 11.

[179] Dieses Programm wird durch die immer weitere Verbreitung des TI 92, eines tragbaren Taschencomputers, der dieses Programm benutzt, zumindest für die Sek. II immer wichtiger.

[180] Vgl. Lehmann, Eberhard: Wann soll man den Computer im Mathematikunterricht einsetzen?, in: Mathematik lehren (1990) Heft 24, S.4f.

Rezeptiver / analytischer Umgang mit Daten bzw. Informationen

2.4.6. Wesentliche Informationen eines mathematischen Textes selbstständig erkennen

Die TIMS-Studie hat aufgezeigt, dass die deutschen Schüler bei einfachen Kalkülaufgaben zumeist über dem internationalen Durchschnitt liegen, was am verhältnismäßig großen Stellenwert von Kalkülen im derzeitigen Mathematikunterricht liegt (siehe 1.2.1). Dies beinhaltet aber auch, dass Schüler häufig so genannte eingekleidete Aufgaben erhalten, denen sie relativ leicht die entscheidenden Daten zur Durchführung der zu erlernenden Rechenoperation entnehmen können. Deshalb sind in den meisten Fällen sogar nur die für diese Rechenoperation benötigten Daten angegeben, was zur Folge hat, dass die Aufgaben sehr konstruiert bzw. realitätsfern erscheinen und sich negativ auf die Motivation der Schüler auswirken.

> „*Melanie hat nachts noch keine Lust zu schlafen und zieht im Dunkeln aus ihrem Bücherregal (7 Krimis, 4 Romane, 5 Sachbücher) ein Buch. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie den gewünschten Krimi gezogen hat?*“[181]

Jeder Schüler, der mit dieser Aufgabe konfrontiert wird und nicht fragt:„Wieso macht die denn nicht das Licht an, das brauch sie doch spätestens beim Lesen?“ hat schon zu viele Aufgaben dieses Typs bearbeitet und in Folge dessen seine kritische Haltung Aufgaben gegenüber eingebüßt (Stichwort: Kapitänsaufgaben[182]). Zudem wird er kaum noch in der Lage sein, die wesentlichen Informationen eines mathematischen Textes, der nicht dementsprechend aufgearbeitet wurde, zu erkennen. Dies kann im Mathematikunterricht unentdeckt bleiben, sofern er bei diesen traditionellen Aufgaben verweilt. Bei Texten oder Problemsituationen aus dem alltäglichen Leben (Zeitungen, Werbung, Kostenvoranschläge etc.[183]) erschließt sich deshalb dem so unterrichteten Schüler der mathematische Inhalt nur in beschränktem Maße, da er nicht in der Lage ist, zwischen wichtigen und unwichtigen eventuell sogar fehlenden Angaben zu unterscheiden.

Daraus ergeben sich zwei Forderungen an den Mathematikunterricht. Zum einen gilt es, auch ’unterrichtsfremde’ Texte zum Gegenstand des Unterricht zu machen, und zum anderen bedarf es in diesem Rahmen einer Unterweisung zum fachkundigen Umgang mit Originaltexten, damit eine Überforderung der Lernenden nicht das Gegenteil des Erwünschten bewirkt.[184]

Die Vermittlung dieser Techniken zum sinnentnehmenden Lesen eines mathematischen Textes hängt eng mit den Aufgaben bzw. Arbeitstechniken des Faches Deutsch zusammen, wobei diese an die Mathematik angepasst werden

---

[181] Vgl. Griesel, Heinz / Postel, Helmut: Elemente der Mathematik. 7. Schuljahr, Hannover 1994.

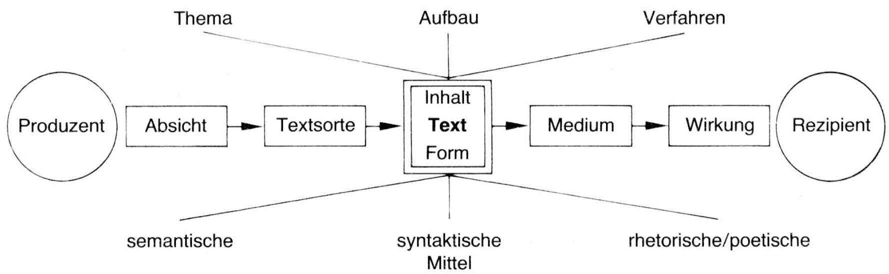
[182] Vgl. Warzel, Arno: Der Sinn in Textaufgaben, in: Mathematik lehren (1995), Heft 68, S. 5-7.

[183] Vgl. Herget, Wilfried / Scholz, Dietmar: Die etwas andere Aufgabe, Seelze 1998.

[184] Vgl. Sensenschmidt, Bernd: Durch eine Wüste von Nutzlosigkeit, in: Mathematik lehren (1995) Heft 68, S. 60.

müssen und deshalb bei dieser Arbeitstechnik eine fächerübergreifende Zusammenarbeit mit dem Deutschlehrer sinnvoll erscheint.

Aufgabe des Deutschlehrers ist es dabei dem Schüler, eher allgemeine Herangehensweisen und Betrachtungsweisen für die Analyse und das Verstehen eines Sachtextes, um den es sich in der Regel im anwendungsorientierten Mathematikunterricht handelt, zu vermitteln.
So verdeutlicht das folgende Kommunikationsmodell wesentliche Bestandteile einer allgemeinen Analyse von Sachtexten auf der Metaebene[185]:



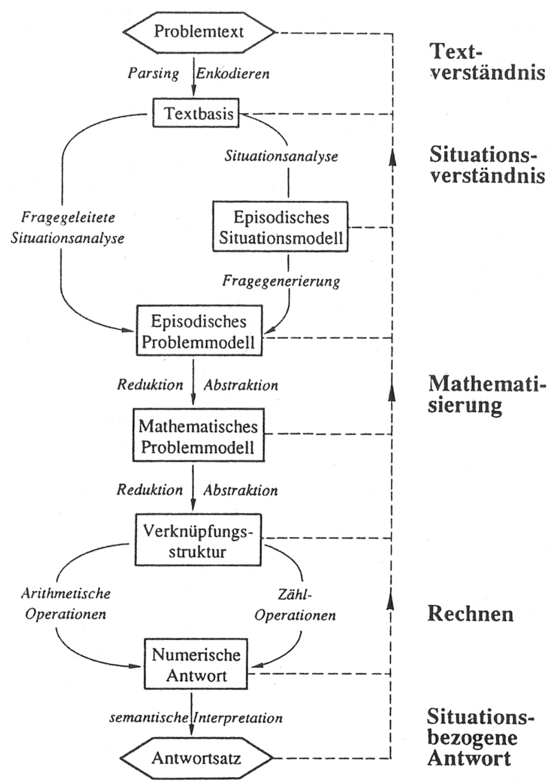
Die im Folgenden aufgeführte 5-Schritt-Lesemethode wird in der Fachliteratur hingegen immer wieder zur Erschließung des Inhalts eines (Sach-)Textes angegeben:

> ***„1. Schritt: Überfliegen***
> *Lies den Text zunächst einmal zügig durch, um dir einen Überblick zu verschaffen. Achte dabei vor allem auf Überschriften und andere Hervorhebungen. Es geht zunächst nur um eine grobe Vorstellung von Inhalten und vom Aufbau des Textes.*
>
> ***2. Schritt: Fragen an den Text richten***
> *Überlege, um welche Fragen es in diesem Text geht. Zur Übung kannst du die Fragen auf einen Zettel schreiben.*
>
> ***3. Schritt: Gründlich lesen***
> *Lies den Text jetzt gründlich durch. Denke dabei an die Fragen, auf die dir der Text Antwort geben soll. Mache kleine Pausen, damit sich das Gelesene festigen kann.*
>
> ***4. Schritt: Abschnittsweise zusammenfassen***
> *Texte sind oft so in Abschnitte gegliedert, dass mit einem neuen Gedanken auch ein neuer Absatz beginnt. Manche Texte musst du aber erst selbst in solche Sinnabschnitte gliedern.*
> *Fasse das Gelesene nach jedem Sinnabschnitt in deinen Worten zusammen, zur Übung schriftlich, später gedanklich.*
>
> ***5. Schritt: Im Überblick rekapitulieren***
> *Abschließend solltest du mit Hilfe deiner Aufzeichnungen das Wichtigste wiederholen. Dies kannst du in Gedanken oder in schriftlicher Form tun.“*[186]

[185] Vgl. Beier (wie Anm. 112), S. 35.
[186] Vgl. Gresch, Elke et al.: Informationen beschaffen – aufarbeiten – präsentieren, Seelze 2001, S. 20 oder Bundeszentrale für polit. Bildung: Methoden-Kiste, Bonn 2000, Methodenkarte 12A.

Beides, Analysemodell und Lesemethode, kann jedoch nicht rezeptartig angewandt werden, um einen Text letztendlich zu verstehen, da dafür der Informationsverarbeitungsprozess schon durch die unterschiedliche Text- als auch die individuelle kognitive Struktur des Rezipienten (heuristische und epistemische)[187] zu komplex ist. Damit wird das Wissen über diese beiden Sachverhalte nicht überflüssig, sie dient vielmehr dazu dem einzelnen Schüler den Einstieg in die Textanalyse bzw. das Verstehen von Sachtexten zu erleichtern.

Entsprechendes gilt für die Aufgabe des Mathematiklehrers. Beschäftigt sich der Deutschlehrer mit dem Verstehen von Sachtexten, so geht es im Mathematikunterricht u.a. darum den Schüler zum Lösen von textbasierten Aufgaben bzw. zum Verstehen mathematischer Texte zu befähigen.[188] Auch hierbei kann wieder grob zwischen einem eher theoretischen und einem eher praktisch orientierten Modell unterschieden werden: Zum einen die strukturelle Analyse des Lösungs-/ Leseprozesses bei Textaufgaben (hier nach REUSSER[189]):



---

[187] Vgl. Winter, Heinrich: Problemorientierung des Sachrechnens in der Primarstufe als Möglichkeit, entdeckendes Lernen zu fördern, in: Bardy, Peter (Hg.): Mathematische und mathematikdidaktische Ausbildung von Grundschullehrerinnen/-lehrern (Studien zur Schul- und Bildungsforschung, Band 6), Weinheim 1997, S. 59ff.

188 Dabei sollen diejenigen Texte als „mathematisch“ bezeichnet werden, in denen Zusammenhänge zwischen Zahlen bzw. Variablen, graphische Darstellungen wie sie in Kapitel 2.4.7 beschrieben werden und geometrische Abbildungen enthalten sind.

189 Vgl. Reusser, Kurt: Kognitive Modellierung von Text-, Situations- und mathematischem Verständnis beim Lösen von Textaufgaben, in: Reiss, K. et al. (Hg.): Maschinelles Lernen. Modellierung von Lernen mit Maschinen, Berlin 1992, S. 261.

Und zum anderen – besonders zum Verstehen mathematischer Texte und schon weniger zum Lösen von textbasierten Aufgaben geeignet – die in Ahnlehnung an ENDRES[190] entwickelte „Check-Liste“. Dabei können Punkte dieser Liste in Abhängigkeit der Art des Textes und der Erfahrung mit dieser Bearbeitungstechnik ausgelassen werden. Die Reihenfolge sollte jedoch beibehalten werden:

1. **Genaues Lesen des Textes** (siehe 5-Schritt-Lesemethode)
2. **Unterstreichen aller Ausdrücke** (grün) **und Zahlen** (gelb**), die für das Rechnen wichtig sein könnten**
3. **Übersetzen der Ausdrücke in die mathematische Fachsprache**
   (z.B. „vermindern“ → subtrahieren oder der „neunte Teil“ → geteilt durch neun etc.)
4. **Aufschreiben der Zahlen mit ihren Einheiten und Bedeutungen**
   (z.B. 3 Millionen DM Jahresumsatz erwirtschaftet die Firma XY, 300 Angestellte arbeiten bei ihr etc.)
5. **Eventuelles Erstellen einer Skizze zur Verdeutlichung der Zahlenzusammenhänge**
6. **Aufschreiben der in der Aufgabenstellung / den eigenen Fragen auftauchenden unbekannten Größen**
7. **Suchen der geeigneten Zahlen und Rechenwege für die abschließende Rechnung**

Der vorgestellte Plan zur Behandlung mathematischer Texte soll dabei sowohl zum Verständnis von Textaufgaben des Mathematikunterrichts als auch zur kritischen Auseinandersetzung mit Schriften, die jedem im Alltag begegnen können, befähigen. Die beiden folgenden Beispiele belegen jedoch, dass zum einen dies zwar nicht - wie oben schon erwähnt - zum Lösen einer Textaufgabe qualifiziert, zum anderen kann es aber sehr wohl dazu dienen die wesentlichen Informationen eines mathematischen Textes zu erschließen:

I. Tanken

Herr Stein wohnt in Trier nahe der Grenze zu Luxemburg. Deshalb fährt er mit seinem VW Golf zum Tanken nach Luxemburg, wo sich direkt hinter der 20 Kilometer weit entfernten Grenze eine Tankstelle befindet. Dort kostet der Liter Benzin nur 0,85 Euro im Gegensatz zu 1,1 Euro in Trier.

Lohnt sich die Fahrt für Herrn Stein? Begründe.

Da es sich hierbei um die minimale Beschreibung einer authentischen Realsituation, welche auf eine unterbestimmte Modellierungsaufgabe im Bereich der Algebra hinausläuft, handelt, sind noch zahlreiche andere Arbeitstechniken, Fertigkeiten, Fähigkeiten wie z.B. „Schätzen und Überschlagen“, „Modellieren“, „Logisches Argumentieren“, „Grundvorstellungen zu proportionalen Beziehungen“ etc. zum Erstellen des Situationsmodells bzw. zum Lösen der Aufgabe notwendig, d.h. die „Check-Liste“ versagt bei dieser Aufgabe.

[190] Vgl. Endres, Wolfgang et al.: Mathe mit Methode, Weinheim 1999, S. 63f.

II. Zeitungsartikel: Lehren fürs Bündnis

Anhand des folgenden Zeitungsartikels[191], welcher besonders für diejenigen Schüler von Interesse sein dürfte, die nach der Schule eine Ausbildung anstreben, kann jedoch die Nützlichkeit der „ENDRES“-Liste gezeigt werden.

Lehren fürs Bündnis

Der Streit um Ausbildungsplätze / Von Arne Daniels

So laut hatte man Gerhard Schröder lange nicht erlebt. „Das ist ein Erfolg, liebe Genossen, liebe Freunde! Ein Erfolg ist das!“ rief krächzend der erkältete Kanzler. Zum ersten Mal seit 1991, erklärt er den versammelten Funktionären der IG Metall, sei „die Zahl der verfügbaren Ausbildungsplätze im Westen größer als die Nachfrage“. Ihm sei es lieber, dass jeder Jugendliche „einen Ausbildungsplatz hat, im Konsens herbeigeholt, statt dass ich eine fruchtlose Instrumentendebatte führen muss“. Das ging gegen die Gewerkschaftsjugend, die ihm mit der nicht mehr ganz jugendlichen Forderung nach einer Ausbildungsumlage zusetzte. Schlichtes Motto: Wer nicht ausbildet, wird umgelegt.

Dass sich Schröder vergangene Woche so erhitzt, lag nicht allein an seiner Grippe und den Buh-Rufen der Metaller. Das Thema Ausbildung bietet dieses Jahr mehr als die nur mäßig unterhaltsame Vorstellung, die jeden Herbst aufgeführt wird: Die Gewerkschaften beklagen eine immense Lehrstellenlücke; die Arbeitgeber beschwichtigen, alles sei halb so schlimm; die Bundesanstalt für Arbeit appelliert an die Unternehmen, in einem letzten Kraftakt allen jungen Menschen einen Ausbildungsplatz zu verschaffen. Diesmal jedoch kommt auch das Bündnis für Arbeit ins Spiel.

Schließlich zählt die Zusage, dass „jeder junge Mensch, der kann und will, ausgebildet wird“, zu den wenigen greifbaren Ergebnissen, die Schröders Bündnis bislang zustande gebracht hat. Die Wirtschaft will nicht nur den „demographisch bedingten Zusatzbedarf an betrieblichen Ausbildungsplätzen“ decken (macht 6000 Stellen), sondern noch einmal 10000 Stellen drauflegen. Der Kanzler will an diesem Beispiel beweisen, dass seine Konsensrunde wirklich funktioniert, die Wirtschaft, dass sie Zusagen auch einhalten kann; und die Gewerkschaften sind argwöhnischer den je, denn für sie hängt vom Erfolg beim Ausbildungskonsens die Zukunft des ganzen Bündnisses ab.

Nun hat das übliche Verwirrspiel mit den Zahlen begonnen. Bernhard Jagoda, Chef der Nürnberger Bundesanstalt, rechnet vor, dass der Zuwachs von knapp 25000 Ausbildungsplätzen zum Stichtag 30. September ausschließlich dem Jugendsofortprogramm der Bundesregierung zuzuschreiben ist.

Der Deutsche Industrie- und Handelstag hingegen meldet allein für seinen Bereich 28500 neue Plätze, wovon nur zwei Drittel unter das Sofortprogramm fielen. Die Arbeitgeberverbände geben sich zuversichtlich, dass die versprochenen 16000 neuen Stellen tatsächlich geschaffen werden; die offiziellen Statistiken würden ohnehin nur einen schrumpfenden Teil des tatsächlichen Marktes widerspiegeln.

Sicher ist nur: Im Westen ist die Bilanz von Bewerbern und offenen Stellen zumindest rechnerisch ausgeglichen; im Osten hingegen ist die Lücke noch gewachsen. Insgesamt gelten 29400 Jugendliche als unvermittelt, das sind, immerhin, gut 6000 weniger als voriges Jahr.

Überall in der Republik sollen nun regionale Ausbildungskonferenzen erreichen, dass den 29000 Unversorgten noch eine Lehrstelle zugeschanzt wird. In vielen Fällen dürfte das auch gelingen – dehnbar ist allerdings die Bündnis-Zusage, dass die Lernwilligen „möglichst wohnortnah“ und im „gewünschten Berufsfeld“ untergebracht werden. Denn die von der Bundesanstalt abgezirkelten zwölf Berufsfelder sind bisweilen recht weitläufig: Wer sich eine Banklehre wünscht, könnte etwa zum Industriekaufmann ausgebildet werden – theoretisch aber auch im Einzelhandel landen.

All jene, die trotz dieses komplizierten Verfahrens keine betriebliche Lehrstelle abbekommen, werden im Dezember der Bundesregierung gemeldet. Die ist dann in der Pflicht, für Ersatz zu sorgen – etwa durch überbetriebliche Ausbildungszentren, die vor allem im Osten immer wichtiger werden. Der Rest dürfte im Sofortprogramm unterkommen, das auch kommendes Jahr fortgesetzt wird.

Selbst wenn das Bündnis-Versprechen damit formal eingehalten wird, heißt das noch lange nicht, dass auch wirklich alle Ausbildungswilligen ausgebildet werden. Denn für die rund 100000 Jugendlichen, die in Warteschleifen wie zusätzlichen Schuljahren oder vorübergehenden Jobs auf eine Lehrstelle hoffen, gilt die Zusage ebenso wenig wie für all jene, die in den kommenden Wochen ihre bisherige Lehre abbrechen – oder erst jetzt merken, dass ihnen noch ein Ausbildungsplatz fehlt.

[191] Vgl. Daniels, Arne: Lehren fürs Bündnis, in: Die Zeit (14.Oktober 1999), Nr. 42, S. 39.

Mögliche Fragestellungen an diesen Zeitungsartikel wären:

a) Wie viele Auszubildende waren 1998 bzw. 1999 nicht vermittelbar?
b) Wie sind meine Aussichten, eine Lehrstelle zu bekommen, wenn ich in Westdeutschland lebe?
c) Wie viele Ausbildungsplätze wurden durch das Sofortprogramm der Regierung neu geschaffen?

Mithilfe der Check-Liste sollen diese nun beantwortet werden:

1. ✓
2. ✓
3.
   - Zahl der verfügbaren Ausbildungsplätze im Westen > Nachfrage
   - + 10 000 zusätzliche neuen Stellen
   - + 25 000 Zuwachs an Ausbildungsplätzen
   - Anzahl Bewerber im Westen ≅ offene Stellen
   - - 6 000 Unvermittelbare
4.
   - seit 1991 erstmals mehr Plätze als Bewerber im Westen
   - 16 000 Ausbildungsplätze will die Wirtschaft neu schaffen
   - 25 000 neue Plätze soll ausschließlich das Sofortprogramm der Regierung erzielt haben
   - 28 500 neue Stellen meldet der DIH in seinem Bereich
   - $28\,500 \cdot \frac{2}{3} = 19\,000$ Plätze hat laut dem Deutschen Industrie- und Handelstag das Sofortprogramm der Regierung neu geschaffen
   - 29 400 Jugendliche gelten dieses Jahr als Unvermittelbar
   - 6 000 Jugendliche weniger gelten dieses Jahr als Unvermittelbar im Gegensatz zum Vorjahr
   - 12 Berufsfelder hat die Bundesanstalt abgezirkelt
   - 100 000 Jugendliche warten auf einen Ausbildungsplatz
5. Gesucht:
   - Nicht vermittelbare Auszubildende 1999
   - Nicht vermittelbare Auszubildende 1998
   - Aussichten für Lehrstellen im Westen
   - Neue Ausbildungsplätze durch das Sofortprogramm
6. ✗
7. a_1) Anzahl der nicht zu vermittelnden Auszubildende 1999 = 29 400

   a_2) Da 1999 6000 Jugendliche weniger als im Vorjahr nicht zu vermitteln waren, folgt, dass die Anzahl 1998 bei 29 400 + 6 000 = 35 400 Unvermittelbaren lag

   b) Da einmal gesagt wird, dass es mehr Plätze als Bewerber und einmal, dass es genauso viele Plätze wie Bewerber im Westen gibt, scheinen die Chancen zumindest im Westen einen Ausbildungsplatz zu bekommen relativ gut zu sein.

   c) Zwischen 19 000 und 25 000 neuen Ausbildungsplätzen hat das Sofortprogramm der Regierung geschaffen.

Die beiden vorangegangenen Beispiele verdeutlichen die partielle Standardisierung dieser mathematischen Arbeitstechnik, indem weder das Wissen über den allgemeinen Lösungsprozess einer Textaufgabe noch die rezeptologische-kleinschritttige Liste von Endres den Schüler zum Lösen einer textbasierten Aufgabe befähigen. Er wird durch diese Arbeitstechnik bestehend aus metakognitiven und praktischen Kentnissen lediglich in die Lage versetzt gewisse Schemata beim Lesen und Bearbeiten eines mathematischen Textes abzurufen, auf seine Situation zu adaptieren und erlangt somit evtl. die Kompetenz zum Lösen der Aufgabe.

Produktiver Umgang mit Daten bzw. Informationen

2.4.7. Graphische Darstellungen erstellen bzw. sinnentnehmend lesen

Jeder Wissensbereich verfügt nach BRUNER über drei verschiedene Repräsentationsmodi des Wissens. [192]

- Enaktive Repräsentationen erlauben das Erreichen eines bestimmten Ziels durch eine Zahl von aktiven Handlungen.
- Ikonische Repräsentationen veranschaulichen gewisse Konzeptionen durch zusammenhängende Bilder und Graphiken.[193]
- Symbolische Repräsentationen beinhalten eine Reihe symbolischer und logischer Lehrsätze, die einem systematischen Beziehungsgefüge entstammen.

Dabei ist die für die Mathematik und damit häufig auch für den Mathematikunterricht typische Darstellungsform die symbolische, da diese dem Wesen der Mathematik als Wissenschaft scheinbar am ähnlichsten ist. Hingegen nimmt die ikonische Repräsentation in der Regel die Rolle eines methodischen Hilfsmittels zur Vermittlung abstrakter mathematischer Sachverhalte ein, wird aber dadurch auf ein reines Kommunikationsmittel ohne explorativen Gehalt reduziert. BIEHLER wendet dagegen ein:

> „*Graphische Darstellungen können und müssen nicht nur als gesellschaftliche Mittel des Lernens und Kommunizierens gesehen werden, sondern auch als Erkenntnismittel der Mathematik als Wissenschaft und dabei vor allem der angewandten Mathematik*“[194]

Daraus ergibt sich die in Kapitel 2.3.3 aufgeführte Zweiteilung in eine rezeptive und eine produktive Arbeitstechnik »Umgang mit graphischen Darstellungen«. Die rezeptive Arbeitstechnik beschäftigt sich folglich mit der Frage: „Wie kann man einer graphischen Darstellung verständig Informationen entnehmen, gegebenenfalls auch unter Berücksichtigung der Grafik inhärenter Verzerrungen. Wie man mittels graphischer Darstellungen Informationen adäquat vermitteln, aber auch neue gewinnen kann, ist Anliegen der produktiven Arbeitstechnik, welche im Folgenden näher beschrieben werden soll.

---

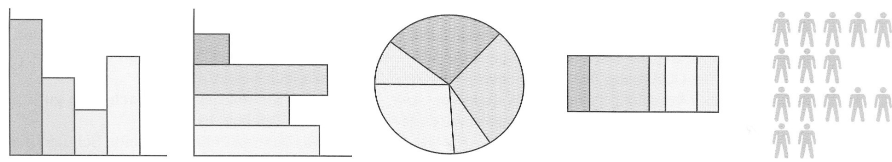
[192] Vgl. Picker, Bernold: Mathematikunterricht als Vermittlung von grundlegenden Ideen, in: Der Mathematikunterricht 31 (1985) Heft 4, S. 8.

[193] 90% der Informationen, die der Mensch verarbeitet, nimmt er über die Augen, also durch ikonische Repräsentation auf! [Vgl. Brückner, Sascha: Schwierige Suche nach dem besten Durchblick, in: HNA (21.04.2001) Nr. 93, S. 45.]

[194] Vgl. Biehler, Rolf: Graphische Darstellungen, in: mathematica didacta 57 (1985) 8, S. 77.

Grundlage der Arbeitstechnik »Graphische Darstellungen erstellen« ist die Kenntnis der verschiedenen Arten graphischer Darstellungen, da je nach zu vermittelndem Inhalt ein anderer Typus der Veranschaulichung auszuwählen ist.

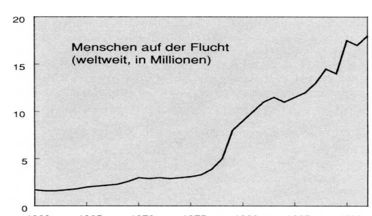
1. Diagramme
   Einen Großteil der Grafiken, mit denen man im täglichen Leben konfrontiert wird, sind Diagramme.[195] Diese werden besonders häufig in den Massenmedien, aber auch in anderen Bereichen (siehe 2.2.2) zur Darlegung statistischer Sachverhalte benötigt. In der Statistik werden die erhobenen Daten zunächst in einer Häufigkeitsliste angegeben. Da diese aber aufgrund ihrer symbolischen Darstellung weniger anschaulich ist, Zusammenhänge in ihr schwerer ersichtlich werden und sie eine geringere gedächtnisstützende Funktion hat als z.B. Grafiken werden Diagramme (oder Graphen siehe 2.) als ikonische Darstellungsart gewählt.



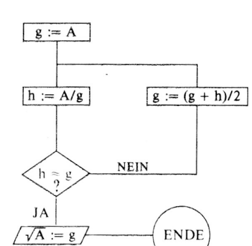
Säulendiagramm Balkendiagramm Kreisdiagramm Blockdiagramm Piktogramm

   Doch nicht jedes Diagramm ist zur Illustration jedes Inhalts geeignet. So werden Säulen- und Balkendiagramme hauptsächlich für Vergleiche (z.B. Niederschlagsmenge verschiedener Städte), Kreis- und Blockdiagramme insbesondere für Aufteilungen einer Größe auf einzelne Elemente (z.B. Verteilung der Parlamentssitze) verwendet und Piktogramme werden sowohl für Vergleiche als auch für Aufteilungen, gebraucht.[196]

2. Graphen
   Graphen sind in der Statistik besonders zur Verdeutlichung von Trends geeignet. Dabei wird auf der Abszisse die Zeit und auf der Ordinate die untersuchte Größe (z.B. Flüchtling) abgetragen. Im Mathematikunterricht wird fast ausschließlich der Graph als graphischen Illustrationen verwendet, welche insbesondere zur Darstellung der Beziehung zwischen zwei Größen (Kovariabilität) dient.



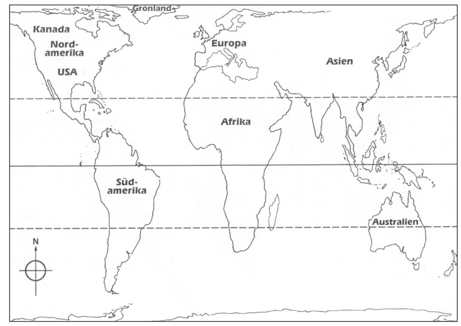
3. Flussdiagramme
   Hierbei handelt es sich im Gegensatz zu den beiden vorangegangenen Veranschaulichungen nicht um die Darstellung von Datensätzen, sondern um die Illustration der Algorithmisierung mathematischer Vorgänge, wie z.B. des nebenstehenden Heron-Verfahrens.[197]



[195] Vgl. Krämer, Walter: So überzeugt man mit Statistik, Frankfurt am Main 1994, S. 62.
[196] Vgl. Krämer, Walter: Statistik verstehen. Eine Gebrauchsanweisung, Frankfurt am Main^3 1998, S. 109-130.
[197] Vgl. Perters, Wilhelms: Rekonstruktion und Visualisierung als mathematikdidaktische Strategie, in: Der Mathematikunterricht 33 (1987), Heft 4, S. 19.

4. Karten

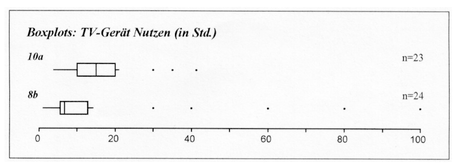
Auch wenn man das Erstellen von Karten eher im Geographieunterricht ansiedeln würde, so beinhaltet dieser Vorgang zahlreiche mathematische Überlegungen. Allein die Abbildung unserer Erde stellt einen vor das unlösbare Problem, eine zugleich flächen- und winkelgetreue Darstellung zu finden. Dies führt dazu, dass es zahlreiche Erdprojektionen gibt (z.B. Petersprojektion↑, Hammers Planisphäre, Mercatorprojektion).[198] All diesen liegt das generelle Problem der Darstellung eines dreidimensionalen Objekts in der Ebene zugrunde. Weitere mathematische Aspekte bei der Kartographie sind Koordinaten, Höhenlinien, Maßstäbe etc.



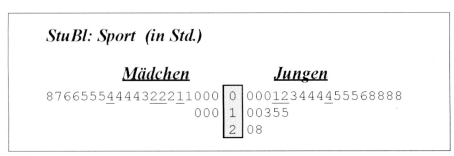
5. Statistische Schaubilder

Zwar sind die unter Punkt 1 und 2 beschriebenen Schaubilder zur Darstellung statistischer Sachverhalte geeignet, unter statistischen Schaubildern sollen aber diejenigen verstanden werden, die weniger zur Illustration eines Datensatzes für Laien als vielmehr zur Exploration der erhobenen Daten dienen. Darunter fallen u.a.:

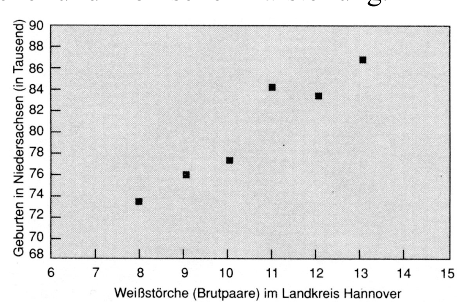
- Boxplots, die eine graphische Zusammenfassung und Visualisierung des Medians und der Quartile darstellen.



- So genannte Stängel- und Blätter-Schaubilder, denen eine Häufigkeitsverteilung kontinuierlicher Daten zugrunde liegt und mithilfe derer man einfache Verteilungsformen vergleichen kann.[199] Die Besonderheit dieses Typus besteht dabei in der Mischung aus tabellarischer und ikonischer Darstellung.



- Korrelogramme, welche die Korrelation zwischen zwei Sachverhalten aufzeigen, ohne dabei jedoch etwas über deren Ursache auszusagen.[200]



[198] Vgl. Hutchings (wie Anm.148), S. 56.

[199] Vgl. Biehler, Rolf / Kombrink, Klaus: Mediennutzung von Schülerinnen und Schülern, in: Mathematik lehren (1999) Heft 97, S. 10.

[200] Vgl. Krämer (wie Anm. 195), S. 84f.

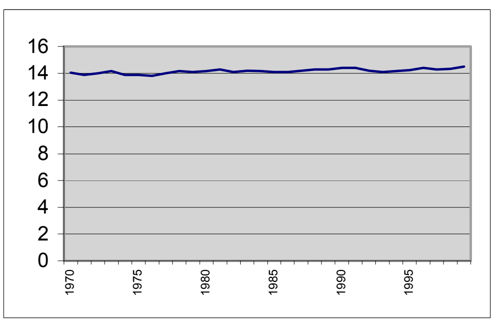
Allein die Kenntnis über die verschiedenen Arten der Veranschaulichung[201] reicht jedoch nicht aus, um eine problemadäquate Darstellung zu erstellen. Denn neben der Wahl des Darstellungstypus muss dieser dem speziellen Sachverhalt entsprechend angepasst werden. Dabei gilt es vor allem neben den Farben, speziellen Effekten (z.B. 3D), Schraffierungen etc. auch die Skalierung der verschiedenen graphischen Darstellungen angemessen zu wählen.
Folgendes Beispiel soll den möglichen Ablauf beim Erstellen einer Graphik und der sich daran anschließenden explorativen Datenanalyse beschreiben:

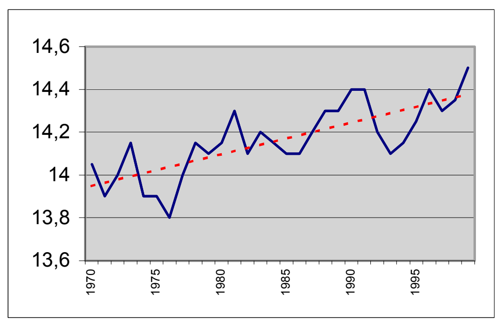
Die nachstehende Tabelle gibt die globalen Durchschnittstemperaturen in den Jahren 1970 bis 1999 an. Dabei stellt sie als eigene Darstellungsart schon eine gewisse Aufarbeitung des Rohmaterials dar, da in ihr die arithmetischen Mittelwerte der verschiedenen Messstationen auf der Welt angegeben sind.

Jahr	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984
C°	14,05	13,9	14	14,15	13,9	13,9	13,8	14	14,15	14,1	14,15	14,3	14,1	14,2	14,15

Jahr	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
C°	14,1	14,1	14,2	14,3	14,3	14,4	14,4	14,2	14,1	14,15	14,25	14,4	14,3	14,35	14,5

Anhand dieser Daten wird ein gewisser Trend, nämlich ein ansteigender Temperaturverlaufs, ersichtlich. Um diesen Trend darzustellen oder um ihn mithilfe der Grafik zu widerlegen, empfiehlt es sich, einen Graphen mit der Zeit als Abszissenabschnitt und der Durchschnitttemperatur als Ordinatenabschnitt anzufertigen.





Obwohl den beiden hier abgebildeten Graphen die obenstehenden Temperaturdaten zugrunde liegen, vermitteln sie einen konträren Eindruck. Während die linke Grafik eine eher kaum wahrnehmbare Zunahme der Durchschnittstemperatur darzustellen scheint, ist bei der rechten ein deutlicher Aufwärtstrend (rot gestrichelte Trendlinie) zu erkennen. Dies begründet sich in der unterschiedlichen Skalierung der Ordinate (links absolut / rechts partiell), und führt zur Frage einer adäquaten Einteilung. KRÄMER verurteilt in seinen Büchern lediglich die partielle Skalierungsart, da diese häufig z.B. zur Schönung von Bilanzen genutzt wird.[202] Dabei gilt es jedoch die immense Höhe der bei ihm

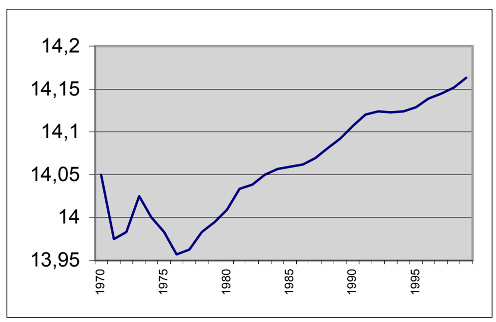
[201] Neben den eben beschriebenen sechs Klassen von Darstellungstypen gibt es noch zahlreiche andere z.B. Würfelnetze u.ä., welche aber aufgrund ihrer nicht ganz so großen Bedeutung für das alltägliche Leben und der eher vereinzelten Anwendung im Mathematikunterricht nicht aufgeführt wurden.

[202] Vgl. Krämer, Walter: So lügt man mit Statistik, Frankfurt[4] 1992, S. 37.

beschriebenen Beträge zu berücksichtigen, so dass eine partielle Skalierung geringe Geldzuwächse vergrößert und damit verfälschend darstellt. Zwar wird diese extreme Betonung von kleinen Zuwächsen auch beim obigen partiell-skalierten Temperaturgraph vorgenommen, aber die Bedeutung ist eine andere als bei den Vermögensbilanzen KRÄMERS. Denn bei Einnahmen in Millionenhöhe stellen Zuwächse in Tausenderhöhe kaum eine Verbesserung der Finanzlage dar. Anders ist es bei der Weltdurchschnittstemperatur. Hier bedeutet eine Zunahme von nur 1C°, ein Ansteigen des Meeresspiegels um ca. 15 cm, so dass die absolut-skalierte Darstellung eine Verharmlosung der gegenwärtigen Entwicklung wäre und somit die partiell-skalierte als adäquate Veranschaulichung auszuwählen ist.[203]

Damit aber die so erstellte Graphik nicht zu einem „toten graphischen Bild" mit lediglich darstellendem Charakter degeneriert wird, ist eine weitere nähere Untersuchung, die so genannte explorative Datenanalyse, nötig,[204] welche allerdings die Grenze dieser Arbeitstechnik zu den Fähigkeiten markiert. Ihre Aufgabe besteht darin, weiterführende Fragen an die Grafik zu stellen, diese zu lösen, aber eventuell auch neue aufzustellen.

Bezogen auf den Temperaturgraphen könnte man sich z.B. die Frage stellen, ob die weltweite Durchschnittstemperatur überhaupt gestiegen ist, wenn die Jahresdurchschnittstemperatur 1973, 1978, 1980, 1984 und 1994 jeweils bei 14,15 lag. Deutet dies nicht vielmehr darauf hin, dass es zwar Schwankungen gibt, aber der jährliche Wert immer um 14,15 liegt? Klarheit schafft hier der nebenstehende Graph, der aus dem obenstehenden Graphen entwickelt wurde. In ihm sind auf der Abszisse die Mittelwerte des jeweiligen Intervalls [1970 , Jahr] abgetragen. Deutlich wird, dass seit 1976 die Durchschnittstemperatur der Jahre (nicht die jährliche!) fast monoton wächst und man somit auch von einem allgemeinen Anstieg der globalen Durchschnittstemperatur sprechen kann. Eine Frage, die dieser Graph aufwerfen könnte, wäre, warum von 1973 bis 1976 die Durchschnittstemperatur gesunken ist. Eine mögliche Antwort wäre die Ölkrise des Jahres 1973 und die daraus resultierende Verringerung des CO_2-Ausstoßes. Letztlich hat die exemplarische Erstellung einer graphischen Darstellung und die anschließende kurze EDA gezeigt, dass



> „*mathematische Inhalte [...] hier einen konkreten Wirklichkeitsbezug [haben]. Die enge Verflechtung von mathematischen Inhalten und thematischen Informationen stellt dabei die Nützlichkeit von Mathematik heraus: Die Schülerinnen und Schüler lernen, mathematische Methoden für einen bestimmten Erkenntnisgewinn einzusetzen*"[205]

[203] Vgl. Riek, Wolfgang: Malediven versenkt, Alpen ohne Gletscher, in: HNA (11.03.2001) Nr. 10, S. 5.

[204] Vgl. Biehler (wie Anm. 194), S. 68.

[205] Vgl. Biehler (wie Anm. 199), S. 11.

2.4.8. Eigene Aufgaben / Fragen verfassen

Typisch deutscher Mathematikunterricht ist zumeist dadurch gekennzeichnet, dass der Lehrer den Schülern Aufgaben stellt, die diese dann zu bearbeiten haben. Für die Motivation der Lernenden wäre es wohl günstiger, sie mit einer bestimmten für sie relevanten/interessanten Situation zu konfrontieren. Es gilt ihnen Möglichkeiten zu bieten, sich Fragen bzw. Aufgaben auszudenken und diese auch zu bearbeiten. Besonderes Augenmerk von Seiten der Schüler gilt es dabei auf die verfügbaren Informationen zu richten, da sie letztendlich den Rahmen der Aufgaben bestimmen. Dass bei diesem Prozess schon über den aktuellen mathematischen Inhalt des Unterrichts hinausgehende interessante Fragen auftauchen können, kann für die Schüler eventuell ein Anreiz sein, sich z.B. intensiver mit vertiefendem nachfolgendem Stoff auseinander zu setzen.

> „*Fragenstellen bedeutet Neugierde, und Neugierde wiederum ist die Voraussetzung, um zu neuen Erkenntnissen zu gelangen. Wer Fragen stellt, legt seine Passivität ab, er wird aktiv. Ein Mathematikunterricht, der lediglich aus dem Beantworten von Fragen besteht, die der Lehrer stellt (und die der Schüler nie stellen würde), ermöglicht keine Einblicke in mathematische Arbeitsmethoden und ist auch ziemlich langweilig*“[206]

Bei Anwendung dieser Arbeitstechnik steigt aber nicht nur die Motivation der Schüler, sondern auch deren Kompetenz sich auf der Metaebene mit Aufgaben auseinander zu setzen und diese z.B. kritisch zu hinterfragen.

2.4.9. Einen mathematischen Text verfassen

Unter dieser Arbeitstechnik ist die Fähigkeit zu verstehen, einen mathematischen Inhalt in eigene Worte zu fassen, wobei dies bei den verschiedensten unterrichtlichen Anlässen als Methode eingesetzt werden kann.[207]

1. Als Rekonstruktion von Gehörtem, Gesehenem oder Gelesenem
   Hierbei versuchen die Schüler Inhalte, die ihnen zuvor in Form eines Lehrervortrages vermittelt wurden (z.B. Polynomdivision), in schriftlicher Form möglichst vollständig und exakt zu beschreiben, so dass ein Schüler, dem dieser Inhalt unbekannt ist, ihn mithilfe des erstellten Textes sich selbst aneignen könnte.
2. Als Problemlöse- und Untersuchungsbericht
   Die Schüler sollen entgegen den sonstigen Gewohnheiten nur die richtige Rechnung und eventuell einen Antwortsatz aufzuschreiben, einen kompletten Bericht darüber anfertigen, wie sie zu ihrer Lösung gekommen sind. Dies beinhaltet u.a. die Beschreibung von Irrwegen, Beobachtungen, neuen Erkenntnissen und des endgültigen Lösungsweges.

---

[206] Vgl. Baptist (wie Anm. 1), S. 8.
[207] In Anlehnung an: Maier, Hermann: Schreiben im Mathematikunterricht, in: Mathematik lehren (2000) Heft 99, S. 11f.

3. Als Produktion eigener Definitionen
   In einer frühen Phase eines neuen Themengebiets können die Schüler eigene Definitionen zu mathematischen Sachverhalten, wie z.B. unechten Brüchen aufschreiben. Im Laufe des weiteren Unterrichtsgeschehens können diese Definitionen dann, wenn nötig, präzisiert bzw. mit den Fachtermini notiert werden.
4. Als Deskription eines vorliegenden innermathematischen Sachverhalts
   Hierunter ist die Rückübersetzung von gewonnen Ergebnissen oder vorgegebenen Sachverhalten, die in der abstrakten mathematischen Sprache formuliert sind, zu verstehen. Darunter kann sowohl die Beschreibung einer Autofahrt mithilfe eines Weg-Zeit-Diagramms verstanden werden, als auch die Interpretation einer Formel wie z.B. $2x + 5y = 37$, wenn x die Anzahl der Äpfel und y die Anzahl der Birnen bezeichnet.
5. Als Aufsatz über ein Fachthema
   In neueren Schulbüchern (siehe 3.2), aber auch in einigen Bundesländern wird die Anfertigung einer Facharbeit verlangt. Hierbei muss sich der Schüler ein mathematisches Thema wie z.B. „Untersuchung der Kommunalwahlen in Hessen“ selbstständig erarbeiten und eine Facharbeit im Umfang von 8 bis 12 Seiten darüber anfertigen.[208]

Der Nutzen dieser Arbeitstechnik besteht dabei darin, dass der Schüler mit seinen individuellen Kenntnissen einen Sachverhalt zu beschreiben versucht und sich somit die Inhalte in besonderer Weise bewusst macht, sie strukturiert und sie als eigentliches Ziel, schließlich durchdringt. Für den Lehrer bedeutet das, dass in der Arbeitsphase der eigenständigen Textproduktion eine sehr feine Binnendifferenzierung entsteht, dank derer er in der Lage ist, Fehlvorstellungen einzelner Schüler zu erkennen und diese gezielt zu beseitigen.

[208] Vgl. Ministerium für Schule und Weiterbildung, Wissenschaft und Forschung des Landes Nordrhein-Westfalen (wie Anm. 158), S. 44.

Synthetischer Umgang mit Problemen und Aufgaben

2.4.10. Schätzen und Überschlagen

Im derzeitigen Mathematikunterricht existiert häufig eine scharfe Trennlinie zwischen richtigen und falschen Lösungen. Dies liegt unter anderem daran, dass man innerhalb der mathematischen Welt verweilt und selbst beim Lösen scheinbar realitätsbezogener Aufgaben lediglich die in der Aufgabenstellung auftretenden Zahlen zu berücksichtigen hat:

> „*Aufgaben werden zwar im Rahmen einer vermeintlichen Sachsituation formuliert, beim Lösen jedoch ist dieser Zusammenhang durchweg zu vergessen.*“[209]

Die mögliche teilweise sogar geforderte Vernachlässigung des Kontextes hat zur Folge, dass man durch unreflektierte Anwendung von Rechenoperationen auf die vorgegebenen Zahlen zu einem exakten Ergebnis kommt.[210] Der Vorteil dieser Vorgehensweise besteht darin, dass die Mathematik eine imposante Klarheit und Reinheit ausstrahlt. Diesen Eindruck ausnutzend wird die Mathematik sogar teilweise zur Glaubhaftmachung reeller Sachverhalte herangezogen, indem z.B. beim Bruttoinlandsprodukt scheinbar genaue Ergebnisse präsentiert werden, welche aber durch nicht exakt feststellbare Zahlen entstanden sind, was in der Natur realer Daten liegt.[211] In der scheinbaren Unverträglichkeit zwischen mathematischen Rechenverfahren und den Ungenauigkeiten der Realität zeigt sich hingegen der Nachteil.

Soll aber der Mathematikunterricht nach den Überlegungen aus Kapitel 1.2 zum verständigen Anwenden von Mathematik in der Lebenswelt dienen, dann bedarf es einer Brücke[212] zwischen diesen beiden Antagonismen, welche die Arbeitstechnik »Schätzen und Überschlagen« bilden kann. Diese lässt sich in zwei Bereiche aufteilen. Zum einen in das »quantitative Taxieren« und zum anderen in das »kontextbezogene Ergebnisschätzen«.

Dabei meint »quantitatives Taxieren«, dass man versucht, eine nicht mehr überschaubare oder nicht ermittelbare Anzahl an Elementen durch geeignete Strategien annähernd zu schätzen. Die Notwendigkeit dieser Arbeitstechnik liegt in der Unzulänglichkeit der menschlichen Zahlenwahrnehmungsfähigkeit. Dabei spielt die Zahl »vier« eine bedeutende Rolle, denn sie markiert die Grenze der Menge, die der Mensch ohne nachzuzählen erkennen kann. Das heißt, befinden sich im Blickfeld eines Menschen höchstens vier Elemente, so werden sie von ihm als dementsprechend große Menge unmittelbar erfasst.[213]

---

[209] Vgl. Herget, Wilfried: Ganz genau – genau das ist Mathe!, in: Mathematik lehren (1999) Heft 93, S. 7.

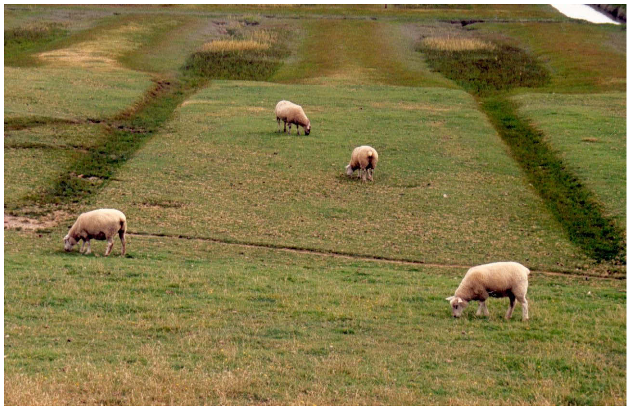
[210] Dass dies dann für Schüler zu einem gängigen Prinzip wird und das Lösen nicht lösbarer Aufgaben zur Folge hat, zeigen die Ergebnisse von BARUK [Vgl. Baruk, Stella: Wie alt ist der Kapitän? Über den Irrtum in der Mathematik, Basel 1989.].

[211] Vgl. Schornstein, Johannes: Von der Genauigkeit offizieller Zahlen, in: Mathematik lehren (1999) Heft 93, S. 20.

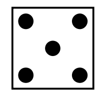
[212] Vgl. Herget (wie Anm. 209), S. 4-7.

[213] Vgl. Ifrah, Georges: Universalgeschichte der Zahlen, Frankfurt am Main 1991, S. 26f.

Das folgende Bild soll verdeutlichen, dass man in der Lage ist, die Anzahl der Schafe, ohne sie durch irgendwelche Strategien zu ermitteln, sofort zu erkennen.



Größere Mengen kann der Mensch in der Regel nicht ohne weiteres wahrnehmen, es sei denn sie sind in bestimmten uns sehr vertrauten Konstellationen angeordnet, wie etwa die fünf Punkte auf einem Würfel.

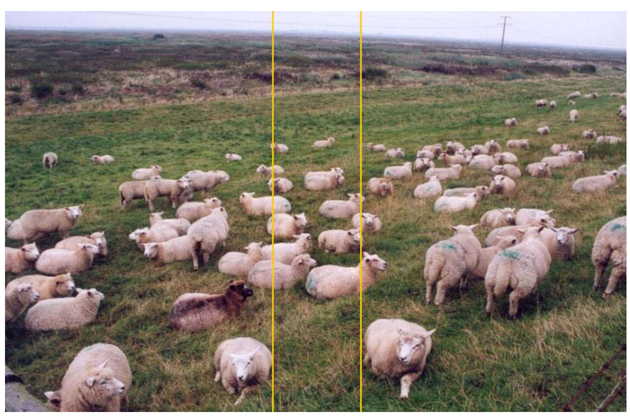


Da dies in der Realität aber sehr selten geschieht, ist man gezwungen auf einfache Zählstrategien zurückzugreifen, wie das nächste Schafbild zeigen soll.

Um bei diesem Bild die Anzahl der Schafe zu bestimmen, scheint es günstig, eine sinnvolle Zählstrategie anzuwenden, anstatt auf das »Zählen« zurückzugreifen (gerade Grundschulkinder ziehen diese für sie sicherere Methode meistens vor). Denkbar wäre eine Einteilung der Schafgruppe in vier plus ein oder in zwei plus drei Schafe, um mittels Addition dieser beiden Gruppengrößen die Gesamtanzahl zu erhalten. Nur bei einer kurzen Anzahlspanne ist das einzelne Abzählen günstig, da hier mit noch geringem Zeitaufwand ein genaues Ergebnis erzielt werden kann.

Zwar ist bei dem vorherigen Bild auch eine Einteilung der Schafe möglich, bevor man sich aber eine sinnvolle überlegt hat, ist die Vorgehensweise die Schafe einzeln abzuzählen schneller. Diese Spanne, in der das einzelne Abzählen die günstigste Variante ist, reicht etwa von acht bis höchstens zwanzig. Bei einer größeren Anzahl an Elementen in unserem Blickfeld (↓) erscheint es sinnvoll, wenn nicht ein exaktes Ergebnis gefordert ist, Schätzstrategie anzuwenden. In diesem Fall ist eine der zahlreichen Strategien, die die Arbeitstechnik »quantitatives Taxieren« beinhaltet, gefordert.

Die meisten Strategien zielen darauf ab, einen gewissen Bereich des Bildes (↑) bzw. der Elemente exakt zu zählen und dann hochzurechnen. Diese Strategie muss aber an die jeweilige Situation angepasst werden. Bei obiger Aufnahme gilt es zu beachten, dass aufgrund der Perspektive in der linken Hälfte des Bildes weitaus weniger Schafe pro Bildfläche zu sehen sind als in der rechten. Deshalb empfiehlt es sich, z.B. einen mittleren Streifen des Bildes zu wählen, dessen ganzzahliges Vielfache seiner Breite die Gesamtbreite des Bildes ergibt. In diesem Bereich zählt man nun die Anzahl der Schafe bzw. Teilschafe und multipliziert dies mit dem Reziproken des Anteils, den der Streifen am Gesamtbild ausmacht.



Konkret auf dieses Bild angewandt ergibt sich daraus, dass sich in dem von den beiden gelben Linien eingefassten Streifen (↑) 14 (Teil-)Schafe befinden. Die Breite der davon rechts und links befindlichen Bereiche beläuft sich auf jeweils das Dreifache, so dass die Anzahl der 14 Schafe im mittleren Streifen mit sieben multipliziert werden muss und man als Ergebnis 98 Schafe erhält. Die tatsächliche

Anzahl der Schafe auf diesem Bild liegt bei 92. Der Grund warum dieses Ergebnis so exakt wird liegt, u.a. darin, dass man ein Bild vor sich hat und nicht die reale Schafherde, da in diesem Fall eine Einteilung schwerer vorzunehmen wäre. Trotzdem ist auch in der Realität diese Strategie einsetzbar und liefert zumindest ein Ergebnis, das in derselben Größenordnung liegt, wie die tatsächliche Anzahl an Schafen. Weitere mögliche Schätzstrategien zur Bestimmung einer unbekannten Anzahl an Elementen wären:

- Die Elemente eines anderen geometrischen Bereichs als die eines Streifens (z.B. Quadrat) zu zählen und hochzurechnen.
- Eine horizontale und eine vertikale Linie ziehen, die Elemente, die von ihr berührt werden zählen und dann die Anzahl miteinander multiplizieren.
- Man schätzt z.B. ab wie viel 10er-Gruppen in der Gesamtmenge zu finden sind.
- Der jeweils gegebene Kontext ermöglicht eventuell noch weitere Strategien. In dem Fall einer Schafherde könnte man schauen wie viel Gras ein Schaf pro Tag frisst und dann mithilfe der Gesamtfläche die von der Herde an einem Tag abgefressen wurde die Anzahl der Schafe ermitteln. ...

Welche dieser Strategien am günstigsten ist, muss von dem jeweiligen Kontext abhängig gemacht werden. Die partielle Standardisierung dieser Arbeitstechnik besteht folglich darin, dass sie zwar gewisse Grundverfahren zum Ermitteln der Mächtigkeit einer Menge beinhaltet, diese aber noch an die jeweilige Situation adaptiert werden müssen. So ist es für das anzuwendende Verfahren ein Unterschied, ob man die Anzahl der Steine der Pyramide von Gizeh, die Anzahl der Demonstranten einer Kundgebung oder die Anzahl der Maschen beim Stricken eines Pullovers bestimmen will.

Unter »kontextbezogenes Ergebnisschätzen« soll der Überschlag aus einer Rechnung verstanden werden, der ein inner- oder außermathematischer Kontext zugrunde liegt. Damit ist ein höheres Anforderungsniveau an den Schüler gestellt als beim »quantitativen Taxieren«, da hier sowohl verschiedene mathematische Fertigkeiten als auch eine intensivere Analyse des Kontextes nötig sein können. Im Folgenden sollen deshalb an sechs Beispielen verschiedene Strategien dieser Arbeitstechnik aufgezeigt werden. Dabei handelt es sich bei dem ersten Beispiel um ein innermathematisches, bei dem lediglich das Ergebnis einer Multiplikationsaufgabe abgeschätzt werden muss[214]:

1*a*)
$$\begin{array}{l} 8\cdot 12\cdot 32 = 3072 \\ 96\cdot 32 \\ 100\cdot 30 = 3000 \end{array}$$

1*b*)
$$\begin{array}{l} 8\cdot 12\cdot 32 = 3072 \\ 8\cdot 12\cdot 8\cdot 4 \\ 64\cdot 48 \\ 60\cdot 50 = 3000 \end{array}$$

Abweichung: 2,4%

[214] Entnommen aus: Winter, Heinrich: Näherungskalkulationen aus dem Alltag, in: Mathematik lehren (1983) Heft 1, S. 21.

Um das Ergebnis dieser Aufgabe abzuschätzen, ist es sinnvoll, die einzelnen Faktoren auf die Zehnerstelle zu runden bzw. vorher diese in kleinere Zahlen aufzuteilen um mit diesen ’leichter’ zu berechnenden Produkten fortzufahren.

2) Eine ähnliche Strategie benutzt der Hausmann beim Einkaufen im Supermarkt, wenn er sich nicht ganz sicher ist, ob das mitgenommene Geld ausreichen wird. Dabei gilt es so zu runden, dass nur ganze oder halbe Mark-Beträge zu addieren sind[215]:

Biomarkt Greger
Wilh. Allee 275, 34131 Kassel, Tel.35200

16.03.2001 17:12 Bon-Nr.404 Kr.1 Ks.1

1	Pasta Variata se	3,79	1
1	Rooibos 'African	7,49	1
1	Spirelli semolat	3,49	1
1	dennree Süßrahmb	2,69	1
1	KATO-Räuchertofu	3,49	1
1	KATO-Räuchertofu	3,49	1
1	Samba Haselnuß S	7,69	1
1	Allos-Frucht&H.A	4,79	1
1	Provamel Sojadr.	3,99	1
1	Allos Amaranth-W	6,99	1
1	Obst/Gemüse	2,49	1
1	Obst/Gemüse	2,49	1

Summe 52,88*
(Summe Euro 27,04*)
MwSt 1 = 7,0% : 3,46
Gegeben (Bar) 52,88
Zurueck 0,00

Vielen Dank für Ihren Einkauf!

Gerundet:

4,0	DM
7,5	DM
3,5	DM
2,5	DM
3,5	DM
3,5	DM
7,5	DM
5,0	DM
4,0	DM
7,0	DM
2,5	DM
2,5	DM
53,0	DM Summe

Abweichung: 0,2 %

3) Überprüfe, ob die nebenstehende CD auf eine 75-Minuten-Kassette überspielt werden kann.
Überschlag:
Die Minuten werden zusammengezählt, dann werden passende Sekundenpaare gesucht, die sich ungefähr zu einer Minute ergänzen und schließlich zu den Minuten addiert.
Ergebnis: 67 + 1 (1/2/3) +1 (4/6) +1 (5/7) + 1 (8/11) + 1 (9/10) = 72
Die tatsächliche Spielzeit beträgt 72:05 Minuten
⇒ 0,1 % Abweichung

Wolfgang Amadeus Mozart

Figaro's Hochzeit KV 492
1 Ouvertüre 4:15

Sinfonie Nr. 41 KV 551 "Jupiter"
2 Allegro vivace (1. Satz) 11:20

Sonate für Klavier Nr. 11 KV 331
3 Rondo alla Turca (3.Satz) 3:32

Konzert für Horn und Orchester Nr. 3 KV 447
4 Allegro (1. Satz) 7:55

Konzert für Piano und Orchester Nr. 17 KV 453
5 Andante (2. Satz) 9:18

Konzert für Oboe und Orchester Nr. 9 KV 314
6 Rondo allegretto (3. Satz) 6:07

Konzert für Klavier und Orchester Nr. 9 KV 251
7 Andante (2. Satz) 10:43

Serenade Nr. 13 KV 525 "Eine kleine Nachtmusik"
8 Allegro 6:13
9 Romanca 6:43
10 Menuetto Allegretto 2:18
11 Rondo, Allegro 3:24

[215] Vgl. Wittmann, Erich / Müller, Gerhard: Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 2, Stuttgart 1992, S. 90.

Es existieren aber auch mathematische Schätzregeln, wie z.B. die p·d-Regel, welche bei der Bestimmung der Verdoppelungszeit eines Betrages bei festem Zinssatz hilfreich ist oder die Benutzung des Mittelwertes bei Werten, die für den Taschenrechner nicht mehr berechenbar sind.

4) Eine Bank bietet seinen Kunden 3,5% Zinsen an. Wie lange würde es dauern, bis sich das Vermögen verdoppelt hat?

Rechnung: $p \cdot d \approx 70$ [Prozentsatz · Dauer ≈ 70]

$\Rightarrow$ $3{,}5 \cdot d \approx 70$

$\Rightarrow$ $d \approx 20$ [$1{,}035^{20} = 1{,}9898 \Rightarrow 0{,}5$ % Abweichung]

Antwort: Es würde ca. 20 Jahre dauern bis sich das Vermögen verdoppelt hätte.

5) Bei der Berechnung des Geburtstagsproblems in der Stochastik ergibt sich folgendes Problem[216]:

$$p_n = \frac{365 \cdot 364 \cdot \ldots \cdot (365 - n + 1)}{365^n}$$

Dem Zähler entspricht der Bruch (365!)/(342!), welcher aber aufgrund der Zahlen (siehe 2.4.1) mit einem normalen Taschenrechner nicht mehr berechenbar ist. Deshalb kann man an dieser Stelle auf den Mittelwert der Faktoren im Zähler zurückgreifen, so dass sich für n = 23 die Berechnung auf folgenden wieder mit dem Taschenrechner fassbaren Bruch beschränkt:

$$p_{23} = \left(\frac{354}{365}\right)^{23} = 0{,}4947$$

[Der tatsächliche Wert liegt gerundet bei: 0,4927 $\Rightarrow$ 0,4 % Abweichung]

6) Neben diesen eher mathematisch-kognitiven Verfahren gibt es aber noch das pragmatische Verfahren des Vergleichens mit bekannten bzw. ermittelbaren Größen. Dieses kann bei der folgenden Abbildung zur Ermittlung der Schuhgröße angewandt werden.[217]

Auf großem Fuß müsste leben, wem dieser Riesenschuh passt. Antal Annus, ein 73 Jahre alter Schuhmacher aus dem ungarischen Dorf Csanádapáca, zeigt stolz sein beeindruckendes Werk. Ob er den Schuh jedoch für einen seiner Kunden maßgeschneidert hat, ist nicht bekannt.

[216] Vgl. Kütting, Herbert: Didaktik der Stochastik, Mannheim 1994, S. 256.

[217] Vgl. Herget, Wilfried / Stuck, Corinna: Wie groß sind Sieben-Meilen-Stiefel, in: Mathematik lehren (1996), S. 19.

Bei der Bestimmung der Schuhgröße des auf der vorherigen Seite abgebildeten Riesenschuhs, kann z.B. die Brille des Schusters als Vergleichsgröße dienen. Dazu wird die Breite einer realen Brille bestimmt, um dann aus dem ungefähren Verhältnis der Größe der Bild-Brille zum Bild-Schuh die Schuhbreite des Bild-Schuhs abzuschätzen. Zur Bestimmung der Schuhgröße bedarf es aber noch der Überlegung, wie die Schuhgröße mit der Schuhlänge zusammenhängt, was aber durch eine kleine Erhebung der zur Verfügung stehenden Schuhe relativ schnell ermittelt werden kann.

7) Ohne jegliche Zahlenangaben kommen die so genannten Fermi-Fragen aus, wie z.B. „Wie viele Klavierstimmer gibt es in Chicago?“[218] Die Antwort auf eine zunächst unbeantwortbare Fermi-Frage erhält man, durch das Treffen zahlreicher Abschätzungen: Chicago hat drei Millionen Einwohner, ein Haushalt besteht im Durchschnitt aus drei Personen, jeder zehnte Haushalt hat ein Klavier, ein Klavier muss alle fünf Jahre gestimmt werden etc.

Zusammenfassend ergeben sich daraus die folgenden sechs unterschiedlichen Schätzstrategien, die jedoch nur einen Bruchteil möglicher Strategien darstellen (siehe z.B. 3.3.8):

- Sinnvolles Runden
- Mathematische Schätzregeln anwenden
- Mit Mittelwerten rechnen
- Sinnvolles Gruppieren von Zahlen
- Mit bekannten bzw. ermittelbaren Größen vergleichen
- Mehrfaches Abschätzen unbekannter Größen

Die Güte all dieser Verfahren, auch der des »quantitativen Taxierens«, beruht darauf, dass sich die Fehler in einer Kette von Berechnungen wahrscheinlich gegenseitig aufheben. Dabei geht man davon aus, dass weder alle Fehler zu einer Unter- noch zu einer Überschätzung führen, was allerdings voraussetzt, dass man sich entweder an die Rundungsregeln hält oder nicht eine bestimmte Richtung bei Abweichungen bevorzugt. Dass man mit solchen sehr schnell durchführbaren Überschlagsrechnungen ein relativ genaues Ergebnis erhält, zeigen zum einen die in den Beispielen berechneten Abweichungen und zum anderen die Tatsache, dass Enrico Fermi mithilfe einer kurzen Überschlagsrechnung im Jahr 1945 die Sprengkraft der soeben gezündeten Atombombe berechnete, wozu Physiker und Rechenmaschinen mehrere Wochen benötigten.
Doch warum sollen nun Schüler diese Arbeitstechnik des »Schätzens und Überschlagens« beherrschen? Sicherlich nicht, um die Sprengkraft einer Atombombe zu ermitteln. Zu den Vermittlungsaufgaben dieser Arbeitstechnik gehört neben den oben beschriebenen rein technischen Fähigkeiten ein Ergebnis möglichst genau im Kopf zu überschlagen, den Schülern eine gewisse skeptische Grundhaltung ihren Ergebnissen gegenüber beizubringen. Dies beinhaltet, dass

[218] Vgl. Von Baeyer, Hans Christian: Fermis Lösung, in: Tipler, Paul: Physik, Heidelberg 1994, S. 10-13.

bevor man zu rechnen beginnt, man sich mithilfe der Schätzstrategien überlegen sollte, welches ungefähre Ergebnis bei einer Aufgabe zu erwarten ist (Ist der Wert positiv oder negativ? Dimension? etc.).

> „*Für weite Bereiche der Mathematik ist das Erraten von Lösungen und Begründungsketten aus intimer Vertrautheit mit den Gegebenheiten durchaus legitim und Bestandteil einer ersten Lösungsphase, der sich dann allerdings Rechtfertigung und Begründung anschließen.*“[219]

Besondere Bedeutung erlangt diese Arbeitstechnik nach der Einführung des Taschenrechners, wenn die Schüler dazu neigen unreflektiert das Ergebnis des Displays zu übernehmen.

2.4.11. Heuristische Strategien anwenden

Heuristische Strategien als genuin mathematische Arbeitstechnik zu bezeichnen ist aus zwei Gründen nicht ganz unproblematisch. Zum einen ist die Heuristik nicht genuin mathematisch, sondern leitet sich von dem griechischen Begriff »heurískein« ab, der in der damaligen Wissenschaft für die „Lehre von den Methoden zur Auffindung neuer wissenschaftlicher Erkenntnisse“ stand[220]. Und zum anderen kann die Heuristik nur schwer als Arbeitstechnik bezeichnet werden, da sie die anderen vorangegangenen Arbeitstechniken an Komplexität nicht nur übertrifft, sondern diese sogar teilweise beinhaltet, was dazu führt, dass Heuristik eher als Metaarbeitstechnik zu bezeichnen ist. Trotzdem soll sie in dieser Auflistung mathematischer Arbeitstechniken nicht fehlen, da auch sie mehrere partiell standardisierte Verfahren beinhaltet.

> „*Heuristische Vorgehensweisen (Prinzipien, Strategien, Hilfsmittel) sind vor allem dadurch charakterisiert, daß sie vom konkreten Inhalt der zu lösenden Aufgabe weitgehend unabhängig sind und daß sie den Aufgabenlöser zum Aufbau von Suchräumen für effektive Lösungsvarianten bei beliebigen Aufgaben befähigen.*“[221]

Zudem wurde heuristisches Gedankengut dank POLYA für die Mathematik und speziell für den auf Aufgabenlösen orientierten Mathematikunterricht adaptiert bzw. modifiziert,[222] so dass neben der Psychologie die Mathematik das Hauptbetätigungsfeld der Heuristik darstellt und somit eine enge Verbindung auch zum Mathematikunterricht besteht.[223] Dies beides mag eine Bezeichnung der Heuristik als mathematische Arbeitstechnik rechtfertigen, verlangt aber nach einer

---

[219] Vgl. Blum, Werner / Törner, Günter: Didaktik der Analysis, Göttingen 1983, S. 77.

[220] Vgl. Meyers Lexikonredaktion (Hg.): Meyers Großes Taschenlexikon. Band 24, Mannheim 1987, S. 325.

[221] Vgl. König, Helmut: Einige für den Mathematikunterricht bedeutsame heuristische Vorgehensweisen, in: Der Mathematikunterricht 38 (1992) Heft 3, S. 24.

[222] Vgl. z.B. Hinkfuß, Harald: Heuristische Methoden im Mathematikunterricht (Bielefelder Hochschulschriften, Band 23), S. 73f.

[223] Dass diese Metaarbeitstechnik eine immer größere Bedeutung im Mathematikunterricht einnimmt bzw. einnehmen soll, wird unter anderem daran ersichtlich, dass neuere Schulbücher deren Behandlung mehrere Seiten widmen. [Vgl. MatheNetz 9 (wie Anm.157), S. 245-251.]

Definition mathematischer Heuristik, welche in Anlehnung an BRUDER wie folgt lautet:[224]

Definition:
Als ***mathematisch heuristische Bildung*** werden fachspezifische Methoden und Techniken zum Problemlösen mit mathematischen Mitteln bezeichnet. In diesem Sinne bedeutet heuristischer Erfahrungsgewinn einen Zuwachs an Methodenwissen und Methodenbeherrschung auf einer Metaebene, nämlich als individuell verfügbares Auswahlfeld möglicher Vorgehensweisen beim Problemlösen mit mathematischen Mitteln.

In dem von WINTER als Bibel der Heuristik bezeichneten Buch „Schule des Denkens“ von POLYA wird die eben angeführte Definition mit konkreten Inhalten gefüllt.[225] Danach ist hierfür zweierlei nötig: Zum einen eine genauere Beschreibung des Problemlöseprozesses und zum anderen eine Darstellung, was überhaupt unter heuristischen Vorgehensweisen zu verstehen ist.
POLYA teilt dabei den Prozess des Problemlösens in vier relevante Phasen auf, in denen in unterschiedlichem Umfang heuristische Strategien angewandt werden müssen:[226]

1. Erfassen der Aufgabe
   In dieser ersten Phase soll der Schüler die Aufgabe lesen und sich so mit ihr auseinandersetzen, dass er in der Lage ist ihre Hauptteile zu benennen, d.h. die Unbekannten, die Daten und die Bedingungen. Zudem muss er sich die Frage stellen, ob die angegebenen Bedingungen ausreichend sind, um die Unbekannten zu bestimmen und wenn nötig, sollte er Bezeichnungen für die verschiedenen Variablen einführen.

2. Suche nach einem Lösungsplan
   Dieser Teil bildet den eigentlichen Kern heuristischer Problemlösestrategien. Der Schüler muss, wenn er nicht dank eines Geistesblitzes befähigt ist sofort mit der Berechnung der Lösung zu beginnen, verschiedene heuristische Prinzipien anwenden. Darunter sind u.a. die folgenden Strategien zu verstehen[227]:

   - Das Analogieprinzip,
     beinhaltet die Suche nach einer analogen Problemstellung, die sich eventuell leichter lösen lässt oder schon gelöst wurde, um die bei diesem Problem gefundenen Lösungsstrategien auf die Ausgangsaufgabe zu übertragen.

[224] Vgl. Bruder, Regina: Akzentuierte Aufgaben und heuristische Erfahrungen – Wege zu einem anspruchsvollen Mathematikunterricht für alle, in: Flade, Lothar / Herget, Wilfried (Hg.): Mathematik lehren und lernen nach TIMSS: Anregungen für die Sekundarstufe, Berlin 2000, S. 72.
[225] Vgl. Winter (wie Anm. 68), S. 178f.
[226] Vgl. Polya, Georges: Schule des Denkens. Vom Lösen mathematischer Probleme, Tübingen[4] 1995, S. 18ff.
[227] Vgl. König (wie Anm. 221), S. 27-35.

- Das Rückführungsprinzip
  führt die gestellte Aufgabe auf eine bereits gelöste Aufgabe zurück (z.B. wird das Addieren ungleichnamiger Brüche auf das Addieren gleichnamiger Brüche zurückgeführt).
- Das systematische Probieren
  beinhaltet das Ausprobieren aller möglichen Lösungen nach einem vorher festgelegten Ordnungsprinzip (z.B. lexikographisch).
- Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten
  bezieht sich darauf, ob man etwas anhand der gegebenen Größen bzw. Bedingungen unmittelbar berechnen bzw. folgern kann, oder ob es günstiger ist bei dem gewünschten Ergebnis zu beginnen und sich zu fragen, aus welchen Informationen sich dieses überhaupt bestimmen lassen würde.
- Einsatz von Hilfsmittel
  umfasst das Anfertigen von Skizzen, Tabellen, Gleichungen etc.

Wenn auch die aufgelisteten heuristischen Methoden zu den wichtigsten zählen, so gibt es noch eine Vielzahl anderer Strategien, wie z.B. das Zerlegungsprinzip, das Symmetrieprinzip, das Extremalprinzip oder das in Kapitel 1.2.7 als Modellieren bezeichnete Transformationsprinzip.[228]

3. Ausführen des Plans
   Bei der Ausführung des in Punkt zwei aufgestellten Plans kommt es nicht mehr auf heuristische Strategien an, sondern vielmehr auf mathematische Fertigkeiten. Es besteht allerdings die Gefahr, dass der Schüler den Plan vergisst, „*wenn [er] den Plan von außen empfangen und ihn aufgrund der Autorität des Lehrers angenommen hat*“[229]
4. Kontrolle und Auswertung
   Während für die meisten (Schüler) nach dem Lösen der Aufgabe die Arbeit beendet ist, erscheint es sinnvoll, die Lösung noch etwas genauer zu betrachten, da sich daran Wissen festigen und die Fähigkeit Aufgaben zu lösen entwickeln lässt. Dabei geht es zunächst darum, die Richtigkeit des erhaltenen Ergebnisses falls möglich zu überprüfen, um im Anschluss daran den Versuch zu unternehmen weitere Lösungsmöglichkeiten und einen möglichen Verwendungszweck bei anderen Problemen zu finden.[230]

---

228 Vgl. Bruder, Regina: Problemlösen lernen – aber wie? Ein altes aber nicht befriedigend gelöstes Problem, in: Mathematik lehren (1992) Heft 52, S. 12.

229 Vgl. Polya (wie Anm. 226), S. 26.

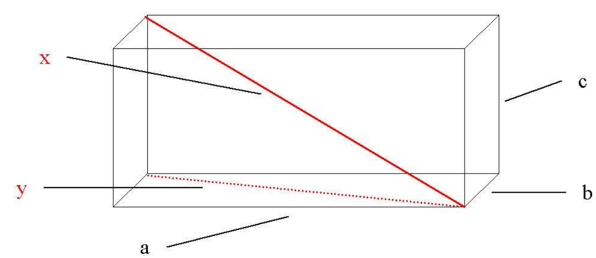
230 ARENDT kritisiert daran, dass die Schüler sich schon häufig mit einer richtigen Lösung zufrieden geben und keinerlei Lust verspüren nach weiteren Wegen zu suchen, weshalb man darauf auch im offenen Unterricht verzichten sollte. Als Gründe dafür nennt er drohenden Motivationsverlust, eine ergebnisorientierte Gesellschaft und die Unmöglichkeit zum Diskussionszwang. [Vgl. Arend, Michael: Geometrie. Eine Unterrichtsreihe in einer 7. Gymnasialklasse, in: Pro Schule. Zeitschrift des Hessischen Landesinstituts für Pädagogik (2000) Heft 3, S. 25f.] Dem ist entgegenzuhalten, dass eine methodische Aufbereitung der Ergebnispräsentation z.B. durch den „Markt der Möglichkeiten“ sowohl einen Motivationsschub als auch einen gewissen, wenn auch sanften Zwang zur Auseinandersetzung mit verschiedenen Lösungsstrategien bewirkt. [Vgl. Brauneck, Peter et al.: Methodensammlung. Anregungen und Beispiele für die Moderation, Soest 1997, Karte 043].

Bei heuristischer Bildung handelt es sich folglich um eine nur durch langjährige Erfahrung erlernbare Metaarbeitstechnik, deren Ziel erst dann erreicht ist, „*wenn die Schüler in der Lage sind, beim selbständigen Lösen problemhafter Aufgaben aus dem Repertoire der angeeigneten Strategien oder Hilfsmittel jeweils günstige Vorgehensweisen auszuwählen und einzusetzen.*“[231] Oder um es mit anderen Worten zu sagen: Jeder Schüler hat das Recht auf sein »heureka!«, und genau dies soll ihm heuristische Bildung ermöglichen.

Mittels eines relativ einfachen Beispiels, das schon von POLYA zu diesem Zweck verwendet wurde, soll die Funktionalität dieser Einteilung des Problemlöseprozesses dargestellt werden:[232]

„Ermittle die Länge der Diagonale in einem Quader, dessen Länge, Breite und Höhe bekannt sind!“

1. Erfassen der Aufgabe
   Die vorgegebene Länge, Breite und Höhe des Quaders sollen mit a, b und c, die unbekannte Diagonalenlänge mit x bezeichnet werden. Da ein Quader durch die drei bekannten Seitenlängen eindeutig bestimmt ist, muss auch die Diagonalenlänge eindeutig bestimmt sein. Die Aufgabe ist also mit den vorhandenen Bedingungen eindeutig lösbar.
2. Suche nach einem Lösungsplan
   Zunächst einmal empfiehlt es sich, wie bei vielen geometrischen Problemen, eine Skizze mit den eingeführten Bezeichnungen anzufertigen:



   Im Anschluss daran kann man, basierend auf dem »Rückführungsprinzip«, die Aufgabe auf die Berechnung der Hypotenusenlänge eines rechtwinkligen Dreiecks reduzieren. Dabei wird zunächst eine weitere Größe y zur Berechnung von x benötigt.

---

231 Vgl. Heyer, Ulrich, König, Helmut: Heuristische Vorgehensweisen bewusst herausbilden – Methodische Empfehlungen für den Mathematikunterricht, in: Der Mathematikunterricht 38 (1992) Heft 3, S. 51 & 61.

232 Vgl. Polya (wie Anm. 226), S. 21-34.

3. Ausführen des Plans
   Für die Berechnung der Hypotenusenlänge eines rechtwinkligen Dreiecks gilt der Satz des Pythagoras. Darum berechnen sich x bzw. y wie folgt:

   $$y^2 = a^2 + b^2 \quad \text{und} \quad x^2 = y^2 + c^2$$

   Einsetzen von y^2 aus der ersten in die zweite Gleichung und leichtes Umformen ergibt schließlich die Länge der Diagonale x:

   $$x = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

4. Kontrolle und Auswertung
   Ebenso wie die Aufgabe ist auch die Lösung analog einer Aufgabe aus der ebenen Geometrie, nämlich zu den gegebenen Seitenlängen a und b eines Rechtecks die Diagonalenlänge finden. Eine mögliche Frage an die Lösung wäre deshalb: „Was passiert mit Aufgabe und Lösung, wenn man für c = 0 einsetzt?“.
   In Hinblick auf die Frage „Kannst Du das Resultat oder die Methode für irgendeine andere Aufgabe verwenden?“[233] könnte die oben ermittelte Formel z.B. zur Berechnung des Abstandes einer Raumecke zum Raummittelpunkt o.ä. benutzt werden.

2.4.12. Fazit

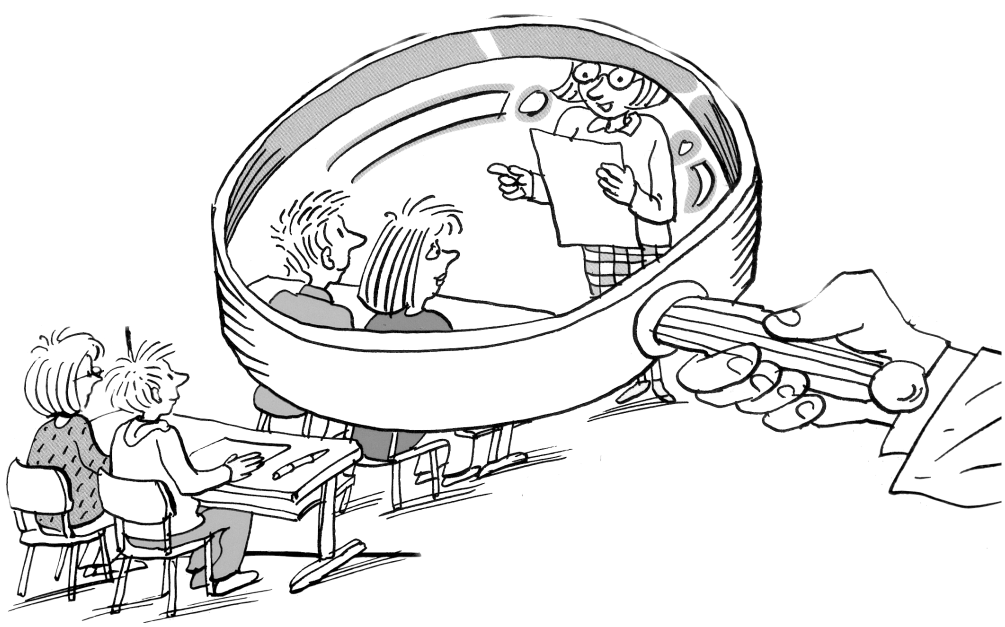
Die Darstellung dieser elf Arbeitstechniken hat deutlich gezeigt, dass sich hinter dem Begriff »mathematische Arbeitstechniken« ein Komplex verschiedenster Elemente verbirgt, der jedoch gleich dem Werkzeugkoffer eines Handwerkers für sich genommen ohne jeden praktischen Wert ist. Erst in Verbindung mit den übrigen Elementen mathematischer Grundbildung (Fachwissen, Fertigkeiten etc.) können Arbeitstechniken verständig eingesetzt werden. Demzufolge stellt eine isolierte Behandlung ihrer Inhalte kein adäquates Vorgehen der Vermittlung dar, weil mathematische Arbeitstechniken andere Aspekte mathematischer Grundbildung beinhalten und somit diese schon beim Erlernen vom Schüler verlangen. So kann z.B. nicht erlernt werden, einen Graphen zu erstellen, wenn Grundvorstellungen von Funktionen fehlen und eine Unterweisung im Umgang mit dem Geodreieck ist ebenfalls ohne geometrische Grundkenntnisse nicht möglich. Daraus lässt sich aber nicht folgern, dass Arbeitstechniken ausschließlich auf eine parallele Behandlung neben den anderen Elementen mathematischer Grundbildung reduziert werden sollen. Eine elementare Anwendung von Arbeitstechniken mit den eben skizzierten Inhalten in der Sekundarstufe I verlangt wie in Kapitel 2.3.2 beschrieben sowohl Phasen der eigenständigen Unterrichtung als auch Abschnitte, in denen sie lediglich das Werkzeug zum Bearbeiten anderer fachlicher Inhalte im Mathematikunterricht darstellen. Von zentraler Bedeutung ist dabei, dass die verwendeten Arbeitstechniken von den Schülern als eigenständige Elemente wahrgenommen und nicht als Beiwerk bestimmter Themengebiete verstanden werden.

---

[233] Vgl. Polya (wie Anm. 226), S. 32.

Kapitel 3:

Analysen und empirische Untersuchungen



3. Analysen und empirische Untersuchungen

Während im vorangegangenen Abschnitt die Notwendigkeit der Verwendung von Arbeitstechniken im Mathematikunterricht und deren Inhalte beschrieben wurden, soll dieses Kapitel dazu dienen, herauszufinden, inwieweit Arbeitstechniken im bisherigen Unterrichtsgeschehen von Bedeutung waren bzw. welche Relevanz ihnen im zukünftigen Unterricht zukommen sollte. Dazu werden die drei wichtigsten inhaltsbestimmenden Elemente von Unterricht[234] auf ihren Umgang mit Arbeitstechniken hin untersucht:

- Der Rahmenplan des jeweiligen Kultusministeriums als offizieller Anforderungskatalog, in dem sowohl der verbindliche Kern des Unterrichts als auch fakultative Inhalte beschrieben werden.
- Das Schulbuch als Leitmedium des Unterrichts (siehe 2.4.4) und einer der ersten Anlaufstellen des Lehrers bei der (methodischen) Planung von Unterrichtseinheiten.
- Schließlich die beiden wichtigsten Akteure schulischen Unterrichts: Zum einen den Lehrer als Organisator und Lenker des Unterrichts und zum anderen die Schüler als aktive Mitgestalter schulischer Aktivitäten.

Einschränkend muss jedoch erwähnt werden, dass die im Folgenden näher beschriebenen empirischen Untersuchungen – besonders die in Kapitel 3.3 – auf einer relativ schmalen regional begrenzten Datenbasis (Sekundarstufe I / Nordhessen) beruhen und infolgedessen nur eine geringe allgemeingültige Aussagekraft besitzen. Für eine erste Diagnose der realen Verhältnisse – mehr kann in diesem Rahmen nicht geleistet werden – erscheinen sie aber durchaus geeignet.

Dabei soll eine relativ kurze Analyse der beiden ersten oben angeführten Punkte dazu dienen, neuere Entwicklungen bezüglich der Notwendigkeit von Arbeitstechniken aufzuzeigen. Methodisch soll dies durch eine quantitative Analyse verschieden alter Rahmen- bzw. Lehrpläne und Schulbücher geschehen. Hierzu soll ein Vergleich der absoluten Häufigkeiten bezüglich der Nennung von Arbeitstechniken erfolgen. Ob sich der darin eventuell sichtbar werdende Trend in einer durch einen Fragebogen erstellten Momentaufnahme des jetzigen Unterrichts verifizieren lässt, soll im dritten Teilkapitel diskutiert werden. [235]

[234] Dabei soll die bedeutende Rolle der Fachdidaktik nicht bestritten werden. Da aber zum Thema Arbeitstechniken keinerlei Literatur, außer über einzelne Aspekte, vorhanden ist, muss eine Untersuchung der Forschungssituation aufgrund fehlender Forschung entfallen.

[235] Wurde in den vorherigen Kapiteln auf eine einheitliche Darstellung der selbsterstellten Grafiken geachtet, so wird innerhalb dieses Kapitels aufgrund der Verwendung verschiedener Statistikprogramme (Exel, Medass Light, SPSS) eine homogene Darstellung nicht immer gegeben sein.

3.1. Rahmenplan-Analyse

> „*Dem Selbstverständnis der meisten Richtlinienautoren und erst recht der Auffassung der Kultusminister samt untergeordneter Schulverwaltung entspricht, daß durch die Richtlinien geregelt werden solle, was wann wo und mit wem in den Schulen zu passieren habe. Während Schulgesetze und Verordnungen den allgemeinen rechtlichen und organisatorischen Rahmen des Unterrichts bestimmen, sollen die Richtlinien – vermittelt durch den Kopf des Lehrers – die Ziel- und Inhaltsentscheidung im Unterricht innerhalb gewisser Spielbreiten steuern.*“[236]

Der methodische Aufbau des hessischen Rahmenplans ist dabei zweigeteilt. In einem theoretisch ausgerichteten ersten Teil, in dem die Aufgaben und Ziele des Unterrichts, die ihm zugrunde liegenden didaktisch-methodischen Grundsätze und überblicksartig die verschiedenen Themengebiete dargestellt werden und in einen zweiten so genannten unterrichtspraktischen Teil, der chronologisch nach den Jahrgangstufen kategorisiert eine detaillierte Behandlung der verschiedenen Inhalte des Mathematikunterrichts beinhaltet. Hierbei wird ausgehend von durchschnittlich 40 Unterrichtswochen im Schuljahr ein Minimum an Inhalten beschrieben, das in zwei Dritteln der verfügbaren Unterrichtszeit vermittelt werden sollte. Das verbleibende Drittel kann für fakultative Themen, Übungen, Wiederholungen oder Vertiefungen genutzt werden. Der Rahmenplan beschränkt sich folglich auf eine Darstellung der zu vermittelnden Inhalte, da außer im ersten Teil keinerlei genauer Angaben zu deren Umsetzung gemacht werden.
Daraus resultierend soll sich die Analyse des Rahmenplans auf eine quantitative Untersuchung der geforderten Arbeitstechniken beschränken. Gegenstand der Analyse soll dabei zum einen der zurzeit gültige Rahmenplan Mathematik des Hessischen Kultusministeriums von 1995 sein und zum anderen der aktuell diskutierte Entwurf des Lehrplans Mathematik für Realschulen.[237] Beide sind nach der oben beschriebenen Zweiteilung aufgebaut, wobei nur der zweite Teil untersucht werden soll. Zwar fordern sie einhellig im ersten Teil die Beherrschung von Arbeitsmethoden, die im zweiten Teil sichtbar werdende praktische Umsetzung entspricht aber nicht immer den vorangegangenen theoretischen Überlegungen. So fordert der Rahmenplan von 1995 im theoretischen Teil den Einsatz heuristischer Strategien bei der Behandlung des Arbeitsbereichs »Figuren und Körper«[238], im nachfolgenden unterrichtspraktischen Teil fehlt dieser Aspekt allerdings.
Das nachfolgende Balkendiagramm spiegelt die Anzahl der Forderungen nach der Verwendung von Arbeitstechniken bei den einzelnen Themengebieten des

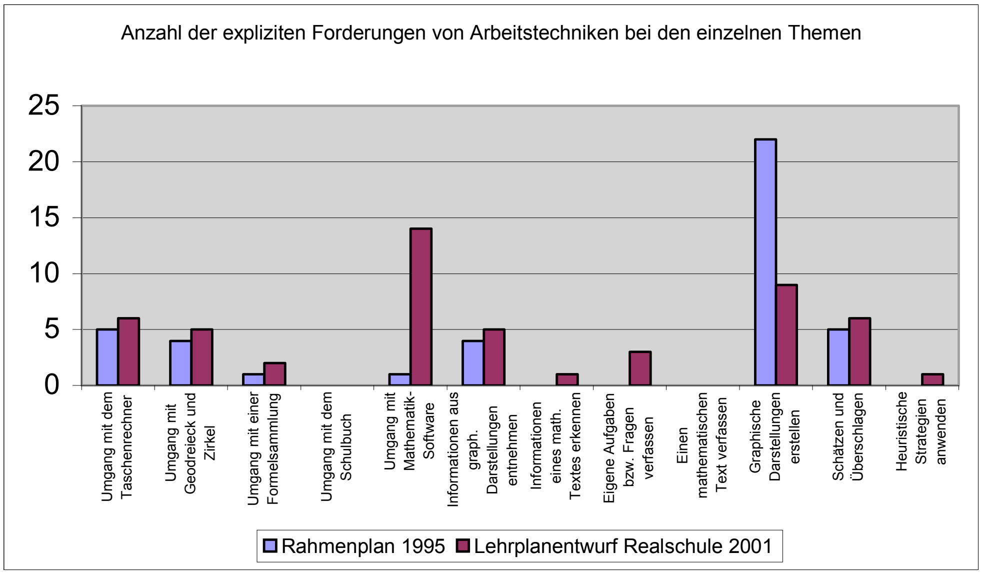
---

[236] Vgl. Meyer, Hilbert: Leitfaden zur Unterrichtsvorbereitung (Skriptor Ratgeber Schule, Band 6), Frankfurt am Main[12] 1993, S. 266.

[237] Da die neuen Lehrpläne bildungsgangspezifisch verfasst werden und der Lehrplan des Gymnasiums noch „*hinsichtlich der Arbeitsmethoden der Schülerinnen und Schüler und der informations- und kommunikationstechnischen Grundbildung*“ überarbeitet werden muss, dient der Lehrplan der Realschule mit wahrscheinlich noch mehr als im Lehrplan der Hauptschule geforderten Arbeitstechniken als Vergleichsobjekt. [Vgl. http://www.kultusministerium.hessen.de]

[238] Vgl. Hessisches Kultusministerium (wie Anm.88), S. 10.

Mathematikunterrichts wider, wobei die Vergleichbarkeit der Rahmenpläne darunter leidet, dass die Version von 1995 insgesamt 29 und die von 2001 insgesamt 23 Themen auflistet. Ein Trend bleibt aber trotzdem erkennbar.



Drei Auffälligkeiten lassen sich nun bei der Interpretation dieses Diagramms feststellen:

Erstens existiert sowohl beim Rahmenplan als auch beim Lehrplanentwurf jeweils eine Arbeitstechnik, die deutlich häufiger genannt wird als die übrigen. War im 95er Rahmenplan noch das »Erstellen von graphischen Darstellungen« die wichtigste Arbeitstechnik, so fällt diese im neuen Lehrplan auf Rang zwei zurück, da anstelle dessen der Einsatz mathematischer Software in den Mittelpunkt methodischer Anforderungen gerückt ist. Die Ursachen für diesen Bedeutungszuwachs des Computers im Lehrplan dürften dabei in den unter 1.1.1 beschriebenen gesellschaftlichen Entwicklungen bezüglich neuerer Technologien gesehen werden.

Zweitens, und das ist die wichtigste Feststellung, die sich aus dem Diagramm gewinnen lässt, kann trotz weniger Themengebiete im neuen Lehrplan eine deutliche Zunahme der Gesamtzahl an Forderungen von Arbeitstechniken in den verschiedenen Themengebieten festgestellt werden (42 → 52). Aber auch bei den einzelnen Arbeitstechniken wird der alte Rahmenplan, mit Ausnahme der graphischen Darstellungen, vom neuen Lehrplanentwurf übertroffen. Noch aussagekräftiger, ist der feststellbare Anstieg an geforderten Arbeitstechniken (7 → 10). Denn die Kombination aus häufiger Anwendung der bestehenden und Hinzunahme neuer Arbeitstechniken bei gleich bleibenden Themengebieten lässt erkennen, dass der Lehrplan den unter 2.3.1 beschriebenen unterrichtlichen Neuentwicklungen scheinbar Rechnung zu tragen versucht.

Drittens werden zwei der zwölf unter 2.4 vorgestellten Arbeitstechniken in keinem der beiden Lehrpläne erwähnt. Der Grund dafür, dass die Arbeitstechnik »Einen mathematischen Text verfassen« nicht Gegenstand des Mathematikunterrichts sein soll, könnte mit der in den Köpfen der Mathematiklehrer bzw. Lehrplanautoren noch immer existierenden Kluft zwischen mathematischer und textueller Symbolik zusammenhängen. Der nicht stattfindende Umgang mit dem Schulbuch im Rahmen- bzw. Lehrplan lässt hingegen darauf schließen, dass von offizieller Seite das Schulbuch lediglich als Materialsammlung angesehen werden soll und nicht, eventuell auch aufgrund seiner Stellung als inoffizieller Konkurrent zum Lehrplan, noch weiterer Förderung bedarf.

> „*Einflußreichere Variablen [als die Lehrpläne] bei der Steuerung des alltäglichen Unterrichts dürften demgegenüber die in Studium und Ausbildung vermittelte Fachsozialisation der Lehrer und die für ein Schulfach vorliegenden Schülerbücher und Lehrerbegleithefte sein. Da die Schulbuchautoren und die Verlage die Richtlinienentwicklung sorgfältig beachten, um ihre Produkte in allen Bundesländern genehmigt zu bekommen, liegt hier jedoch eine massive indirekte Steuerungsfunktion der Richtlinien vor.*“[239]

Aus der eben beschriebenen indirekten Einflussnahme von Lehrplänen, verbunden mit dem Tatbestand, dass weniger als 50% der Lehrer sich mit diesen überhaupt auseinandersetzen,[240] kann man schließen, dass eine Analyse von Schulbüchern eventuell besser geeignet erscheint, den tatsächlichen Inhalt an Arbeitstechniken im derzeit praktizierten Mathematikunterricht herauszufinden.

Festzuhalten bleibt jedoch, dass der neue Lehrplanentwurf eine zumindest offizielle Forderung nach einem verstärkten Einsatz von mehr Arbeitstechniken[241] im Mathematikunterricht besonders des Computers darstellt. Im folgenden Kapitel gilt es zu untersuchen, ob sich insbesondere neue Schulbücher diesem Trend anschließen und vermehrt Aufgaben beinhalten, die die Anwendung mathematischer Arbeitstechniken verlangen.

---

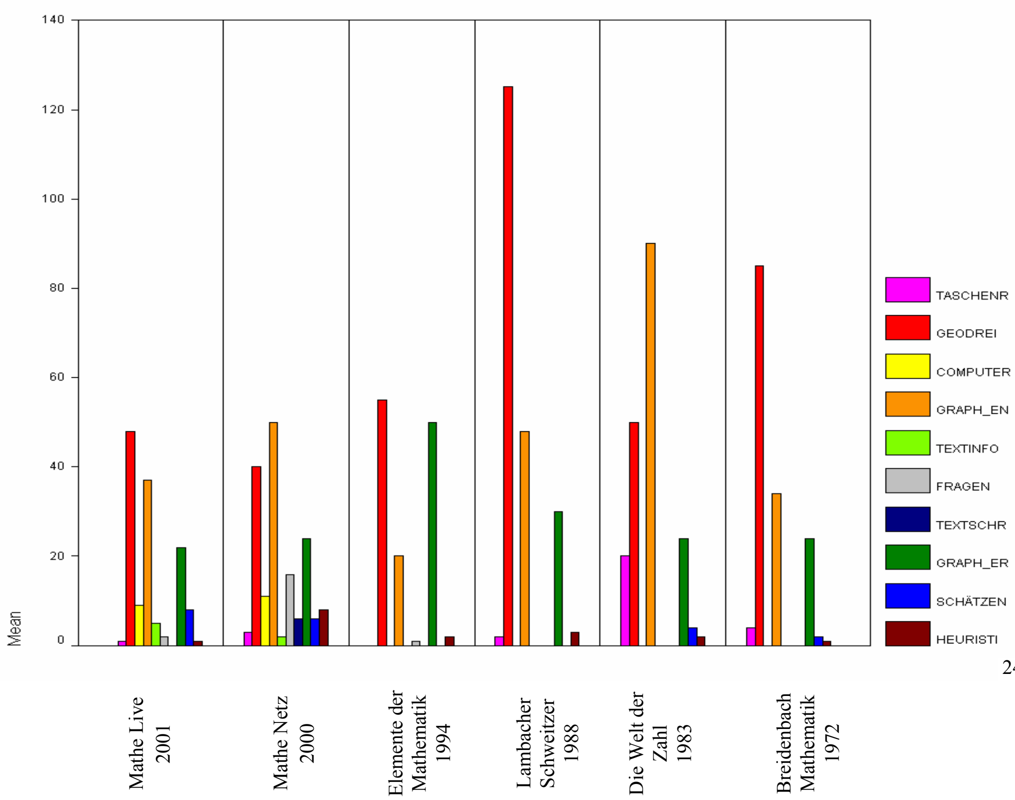
[239] Vgl. Meyer (wie Anm. 236), S. 269f.

[240] Vgl. Meyer (wie Anm. 236), S. 268.

[241] Dies wird schon daran ersichtlich, dass es im neuen Lehrplan eine eigene Kategorie »Arbeitsmethoden der Schülerinnen und Schüler / Hinweise / Erläuterungen« gibt, deren Inhalt sich weitestgehend aus Arbeitstechniken zusammensetzt, wobei auch allgemeine Arbeitstechniken, wie z.B. „Präsentation von Lösungswegen und Ergebnissen“ im Bereich der Prozentrechnung mitaufgeführt sind.

3.2. Schulbuch-Analyse

Wenn das Schulbuch, wie unter 2.4.4 erläutert, das auf den Lehrplänen basierende Leitmedium des Unterrichts ist, muss sich deren Gestaltung auch darin widerspiegeln. War aber die Analyse des hessischen Rahmen- bzw. Lehrplans relativ einfach, so bietet sich einem hier nicht nur eine breite Palette an unterschiedlichen Schulbüchern, sondern - im Gegensatz zu den jahrgangs-übergreifenden Lehrplänen - existiert zudem für jede Klassenstufe ein Buch. Dies hat zur Folge, dass eine Beschränkung auf die Jahrgangstufe 8 vorgenommen wird, da spätestens hier eine elementare Behandlung aller im Rahmen dieser Arbeit aufgeführten Arbeitstechniken stattgefunden haben sollte. Darüber hinaus testen die beiden in 3.3.8 behandelten Modellversuchstests Themengebiete der Klassen 7 und 8 ab. Wie schon im vorangegangenen Kapitel soll sich diese Untersuchung auf eine Darstellung der Nennungen der in 2.4 beschriebenen Arbeitstechniken beschränken. Dazu soll nun erläutert werden wie viel Aufgaben innerhalb eines Mathematikbuches jeweils eine bestimmte Arbeitstechnik explizit fordern. Im folgenden Diagramm wurden deshalb sechs unterschiedlich alte Bücher auf ihren Anteil an Arbeitstechniken hin untersucht:



[242]

[242] Die Abkürzungen in dieser und der in 3.3 dargestellten Untersuchung bedeuten dabei: Taschenr – Umgang mit dem Taschenrechner / Geodrei – Umgang mit Geodreieck, Zirkel und Lineal / Computer – Umgang mit mathematischer Software / Graph_en – Informationen aus graphischen Darstellungen entnehmen / Textinfo – Informationen aus mathematischen Texten entnehmen / Fragen – Eigene Fragen und Aufgaben formulieren / Textschr – Einen mathematischen Text verfassen / Graph_er – graphische Darstellungen erstellen / Schätzen – Schätzen und Überschlagen / Heuristi – heuristische Strategien anwenden.

Folgende Sachverhalte lassen sich u.a. an diesem Diagramm ablesen:[243]

1. Die Arbeitstechnik, zu der am häufigsten Aufgaben innerhalb der Schulbücher der achten Klasse gestellt werden, ist der »Umgang mit Geodreieck, Zirkel und Lineal«, wobei sich dies auf wenige Kapitel zum Thema Geometrie beschränkt. Nur selten wird diese Arbeitstechnik in anderen Themengebieten verlangt.[244] Ebenfalls noch überdurchschnittlich oft wird der »Umgang mit graphischen Darstellungen«, dabei sowohl das Erstellen als auch das Interpretieren, in Schulbüchern verlangt. Dies resultiert hauptsächlich aus der Behandlung von Funktionen und der in diesem Rahmen benötigten Erstellung und Interpretation von Funktionsgraphen.
2. Die Arbeitstechnik »Umgang mit dem Taschenrechner« wurde im Mathematikbuch „Die Welt der Zahlen“ von 1983 weitaus häufiger verlangt[245] als in allen anderen fünf Büchern zusammen. Unklar ist dabei, ob dies zu der damaligen Zeit ein genereller Trend war oder nur eine Besonderheit dieses Mathematikbuchs.
3. »Umgang mit mathematischer Software« und »Schätzen und Überschlagen« sind die Arbeitstechniken, die in den beiden neuesten Büchern nicht nur hinzugekommen sind, sondern unter Berücksichtigung dessen auch in relativ vielen Aufgaben Anwendung finden (ca. 10 pro Buch).
4. Lediglich „Mathe Netz“ beinhaltet jeweils am Ende eines Kapitels die Arbeitstechnik »Einen mathematischen Text schreiben« und dies als Abschluss des Themengebiets.
5. Seit 1994 scheint unter den Arbeitstechniken eine quantitative Angleichung stattzufinden, d.h. die Unterschiede unter den Arbeitstechniken bezüglich der Anzahl ihrer Aufgaben verringern sich.
6. In den Büchern von 1972 bis 1994 haben keine wesentlichen Veränderungen bezüglich des Einsatzes von unterschiedlichen Arbeitstechniken stattgefunden. Im Gegenteil, die Aufgaben der beiden Bücher der Jahre 72 und 83 verlangen quantitativ sogar den Einsatz einer zusätzlichen Arbeitstechnik verglichen mit denen der Jahre 88 und 94. Demgegenüber stehen die Bücher aus den Jahren 2000 und 2001, die alle neun im nächsten Kapitel von den Schülern zu bewertenden mathematischen Arbeitstechniken beinhalten.

---

[243] Dadurch, dass die beiden Arbeitstechniken »Umgang mit dem Schulbuch bzw. der Formelsammlung« in keinem der untersuchten Schulbücher behandelt werden, wurden sie im obigen Diagramm nicht aufgeführt.

[244] Im Anhang befindet sich für jedes Schulbuch eine detaillierte Tabelle, in der für die einzelnen Kapitel die Anzahl der Aufgaben mit der Forderung nach einer bestimmten Arbeitstechnik aufgelistet ist.

[245] An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass mit expliziter Forderung einer Arbeitstechnik nicht gemeint ist, dass man diese bei einer Aufgabe anwenden kann, sondern, dass deren Einsatz in der Aufgabenstellung gefordert wird. Wobei jedoch auch die Aufgaben bzw. Ausführungen gezählt wurden, die den Umgang mit Arbeitstechniken vermitteln.

Ohne allein daraus folgern zu wollen, dass diese Bücher aufgrund der Förderung eines verstärkten Methodenrepertoires die besseren sind, geht die methodische Qualität bei »Mathe live« und »Mathe Netz« sogar über das in diesem Diagramm Sichtbare deutlich hinaus. Dies liegt daran, dass in »Mathe live« zu den mathematischen noch zahlreiche allgemeine Arbeitstechniken (z.B. »Sammeln von Informationen«) von den Schülern verlangt werden, da es bewusst Aufgaben beinhaltet, die aus dem Klassenraum herausführen. Zudem werden in »Mathe Netz« zu jedem Kapitel/Überthema Projekte vorgestellt, die die Schüler bearbeiten können.
Damit zeichnet sich bei der Untersuchung der Schulbücher ein ähnliches Bild ab, wie bei der Analyse des Rahmen- bzw. Lehrplans. Wurden bis vor etwa fünf Jahren nur wenige Arbeitstechniken in Schulbuchaufgaben gefordert, so scheint sich dies zurzeit zu wandeln. Neue Arbeitstechniken, besonders der Umgang mit dem Computer, kommen hinzu, alte verlieren an Dominanz und teilweise treten mathematische Inhalte sogar gegenüber den mathematischen Arbeitstechniken zurück.[246]
Für die Zukunft sieht es also, so aus, als ob sowohl der offizielle Lehrplan als auch der inoffizielle in Form des Schulbuchs eine verstärkte Behandlung von Arbeitstechniken fordern und auch fördern. Da aber weder der Lehrplan schon verabschiedet wurde, noch die neuen Schulbücher flächendeckend angeschafft sein dürften und die älteren nur in geringerem Maße Arbeitstechniken verlangen, stellt sich die Frage, inwieweit der in diesen beiden Kapiteln beschriebene Trend schon in die Klassenzimmer vorgedrungen ist.
Dies herauszufinden ist Aufgabe des nächsten Kapitels, wobei als Methode der Evaluation ein Fragebogen ausgewählt wurde.

[246] Siehe Fußnote Nr. 157.

3.3. Evaluation der hessischen Modellversuchsschulen

3.3.1. Darstellung des Untersuchungsaufbaus

Ziel der vorgenommenen Erhebung war es, herauszufinden, inwieweit Arbeitstechniken im derzeitigen Mathematikunterricht sowohl aus Sicht des Lehrers als auch aus der des Schülers von Bedeutung sind. Um dies zu ermitteln wurde ein Fragebogen konzipiert, auf dem neben 9 mathematischen noch 2 allgemeine Arbeitstechniken und 2 Fähigkeiten bewertet werden sollten (siehe Anhang), welche im Folgenden aufgelistet sind[247]:

Mathematische Arbeitstechniken

1. Umgang mit dem Taschenrechner
2. Umgang mit Geodreieck, Zirkel und Lineal
3. Umgang mit mathematischer Software
4. Informationen aus graphischen Darstellungen entnehmen
5. Wesentliche Informationen eines mathematischen Textes erkennen
6. Eigene Aufgaben / Fragen verfassen
7. Graphische Darstellungen erstellen
8. Schätzen und Überschlagen
9. Heuristische Strategien anwenden[248]

Allgemeine Arbeitstechniken

10. Arbeitsergebnisse selber vortragen
11. Arbeitsschritte bzw. Lösungswege selbständig planen

Fähigkeiten

1. Modellieren
2. Argumentieren und Begründen

Die Schüler und Lehrer konnten in Anlehnung an die Schulnoten jeder dieser diskreten Variablen einen Wert von 1 bis 6 zuweisen. Der Wert „1“ bedeutet dabei eine sehr große, der Wert „6“ eine verschwindend geringe und die Zwischenwerte eine entsprechend abgestufte Relevanz der jeweiligen Variable. Der Vorteil dieser „Benotung“ der Arbeitstechniken bestand zum einen in der den Schülern schon bekannten Bewertungsskala und zum anderen wurde dadurch eine mittlere Ausprägung vermieden, da sich die Teilnehmer zumindest für eine Ausrichtung ihrer Meinung entscheiden mussten (1-3 eher wichtig / 4-6 eher unwichtig). Durchgeführt wurde diese Erhebung an den 6 hessischen Modellversuchsschulen in 25 Klassen mit 571 Schülern (83 Hauptschüler / 214 Realschüler / 275 Gymnasiasten) und 23 Lehrern.

[247] Da der Fragenbogen aufgrund organisatorischer Zwänge im Vorfeld der intensiven Auseinandersetzung mit den Themen der Kapitel 1 und 2 entstanden ist, wurden zwei allgemeine Arbeitstechniken und zwei Fähigkeiten mitaufgenommen. Hingegen waren aus dem selben Grund die in Kapitel 2 erwähnten mathematischen Arbeitstechniken »Umgang mit dem Schulbuch« und »Umgang der Formelsammlung« nicht Gegenstand dieses Fragebogens. Trotzdem deckt er mit Ausnahme der letztgenannten all die Arbeitstechniken, die sowohl in den Rahmenplänen als auch den Schulbüchern erwähnt werden, ab (siehe 3.1 & 3.2).

[248] Im Fragebogen wurde dies zur besseren Verständlichkeit mit „Bei der Lösung einer Aufgabe mehrere bekannte Lösungsstrategien anwenden“ bezeichnet.

3.3.2. Das Problem des Ist- bzw. Sollzustandes

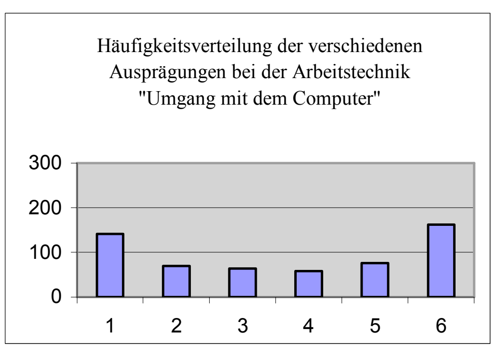
Mit Hilfe der Auswertung dieses Fragebogens soll der Versuch unternommen werden, herauszufinden, welche Arbeitstechniken im realen Unterricht tatsächlich Anwendung finden, und welche eine eher untergeordnete Rolle spielen. Nach den diesbezüglichen Ursachen wurde nicht gefragt, da lediglich der Ist-Zustand erhoben werden sollte. Zunächst erweist sich dabei jedoch die dem Fragebogen zugrunde liegende Formulierung der Fragestellung als problematisch:

> *„In meinem Mathematikunterricht ist es sehr wichtig (1) ... überhaupt nicht wichtig (6) folgende Arbeitstechniken zu beherrschen:“*

So schien einigen Schülern unklar zu sein, ob mit „meinem Mathematikunterricht“ derjenige Unterricht gemeint war, den man tagtäglich erlebt (Ist-Zustand) oder jener, den man selber für sinnvoll halten würde (Soll-Zustand). Dies verdeutlicht folgende, den Fragebögen beigefügte, Bemerkung eines Lehrers:

> *„... Anmerkungen: Oft / Hin und wieder ist nicht die Realität beschrieben sondern Wünsche (Bsp.: Umgang mit dem Computer) ...“*

Darüber hinaus fiel schon bei der Eingabe der ausgefüllten Tests in den Computer auf, das eine überraschend große Anzahl an Schülern bei der Kategorie „Umgang mit dem Computer“ entweder bei „1“ oder bei „6“ ein Kreuz gemacht hatte. Als Ursache dafür konnte aber ausgeschlossen werden, dass in manchen Klassen der Computer sehr stark bzw. überhaupt nicht zur Anwendung kommt, da innerhalb einer Klasse sowohl die „1“ als auch die „6“ mehrfach angekreuzt wurde.
Es stellt sich somit die Frage, ob die erhaltenen Fragebögen nicht die Antworten auf zwei verschiedene Fragen darstellen. Die eine fragt nach dem Ist-Zustand, die andere nach dem Soll-Zustand. Ob dies tatsächlich der Fall ist, soll im Folgenden untersucht werden, wobei bei der Arbeitstechnik „Umgang mit dem Computer“ angesetzt werden soll, da das Problem hier sichtbar geworden ist.
Zunächst bestätigt folgendes Diagramm (Histogramm der Gesamtstichprobe) den vagen Eindruck, dass gerade bei dieser Arbeitstechnik einige Schüler nicht den Ist-Zustand beschrieben haben:



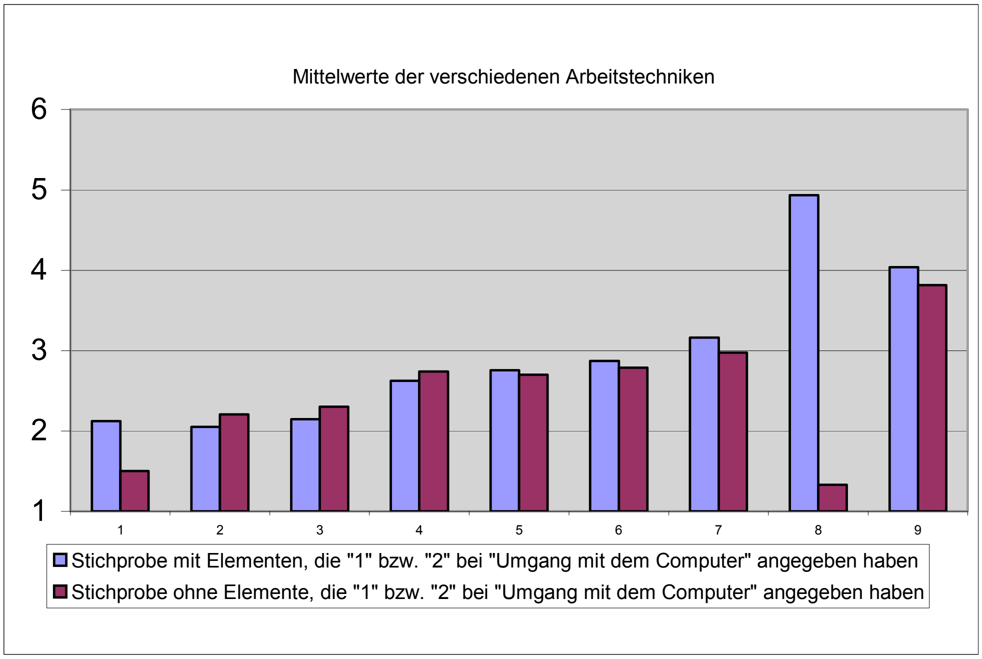
Das häufige Auftreten der beiden extremen Ausprägungen „1“ und „6“ deutet nämlich darauf hin, da es sich bei der erwünschten Schülermeinung um die Beschreibung eines Ist-Zustandes handeln soll, dass der eine Teil der Probanden die Frage missverstanden haben muss. Und zwar handelt es sich mit ziemlich großer Wahrscheinlichkeit um die Schüler, die ein Kreuz bei „1“ oder „2“ gemacht und somit den Soll-Zustand beschrieben haben, da

- in nur wenigen Klassen ausreichend Computer zur Verfügung stehen;
- eigene Unterrichtsbeobachtungen in zahlreichen der 25 Klassen ergeben haben, dass der Computer so gut wie gar nicht eingesetzt wird;
- dies die Arbeitstechnik war, die bei den Lehrern als am wenigsten relevant bezeichnet wurde (mit 4,43 sogar um 0,8 höher als bei den Schülern).

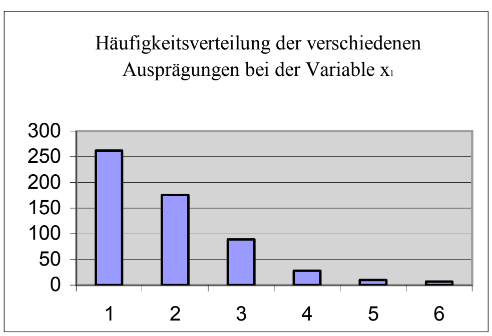
Die restlichen Fragebögen mit „3“, „4“, „5“ oder „6“ als Ausprägung der Variable erscheinen unter den eben beschriebenen Bedingungen als realistische, sich nicht ausschließende Meinungen, d.h. als diejenigen Antworten, die bei dieser Arbeitstechnik den Ist-Zustand beschreiben könnten.

Da bei der Einschätzung dieser Arbeitstechnik die oben beschriebene Problematik aufgetreten ist, kommt der Variable „Umgang mit Computern“ im Folgenden eine Indikatorfunktion bei der Trennung der Fragebögen in zwei, im Folgenden als „Ist-“ bzw. „Soll-Zustandsbeschreibung“ bezeichneten Stichproben, zu.
Dies ist nötig, da man zunächst das Antwortverhalten bei den übrigen 8 Arbeitstechniken der Stichprobe „Soll-Zustandsbeschreibung“ mit denen der „Ist-Zustandsbeschreibung“ vergleichen muss, um dort eventuell dieselben gravierenden Differenzen festzustellen bzw. auszuschließen und mit diesem Ergebnis dann zu entscheiden, die Fragebögen aus der gesamten Testwertung herauszunehmen, oder lediglich bei der Arbeitstechnik »Umgang mit Computern« nicht zu berücksichtigen.

In der folgenden Tabelle sind zu diesem Zweck die arithmetischen Mittelwerte der beiden Stichproben für die gesamten neun Arbeitstechniken aufgetragen. Dabei entspricht der Arbeitstechnik „Umgang mit dem Computer die Variable x_8. Die Variablen der übrigen Arbeitstechniken werden erst im folgenden Kapitel erläutert, da zunächst der Blick nur auf die jeweiligen Differenzen der Mittelwertpaare gerichtet werden soll und nicht auf das spezielle Abschneiden bestimmter Arbeitstechniken.



Es wird deutlich, dass sich die beiden Stichproben lediglich bei zwei der neun Mittelwerte auffällig, d.h. um mehr als 0,5 unterscheiden, die Unterschiede der restlichen Variablen jedoch äußerst gering sind. Zwar existiert neben der Arbeitstechnik „Umgang mit dem Computer“ (x_8) noch eine weitere Variable x_1, die größere Differenzen zwischen den beiden Stichproben aufweißt, aber bei den Mittelwerten dieser Arbeitstechnik handelt es sich lediglich um unterschiedlich starke Ausprägungen einer Meinung und nicht um konträre Auffassungen, wie folgende Häufigkeitsverteilung (der Gesamtstichprobe!) der Variablen x_1 bestätigt:



Während bei der Arbeitstechnik „Umgang mit dem Computer“ sowohl die „1“ als auch die „6“ relativ häufig angekreuzt wurden, gruppieren sich bei der Variable x_1 die Kreuze deutlich in dem Bereich 1-3 und vermitteln so den Eindruck eines einheitlichen Meinungsbildes mit unterschiedlich starken Tendenzen.

Daraus ergeben sich nun zwei Thesen:

1. Die 210 Schüler, die den Soll-Zustand, also „1“ oder „2“, bei der Arbeitstechnik „Umgang mit dem Computer“ angekreuzt haben, haben bei allen anderen Arbeitstechniken ebenfalls den Soll-Zustand angekreuzt und liegen mit ihren Wunschvorstellungen (zufällig) genau in der Realität, da sie dort annähernd die gleichen Mittelwerte aufweisen wie die Stichprobe der „Ist-Zustandsbeschreibung“.

oder

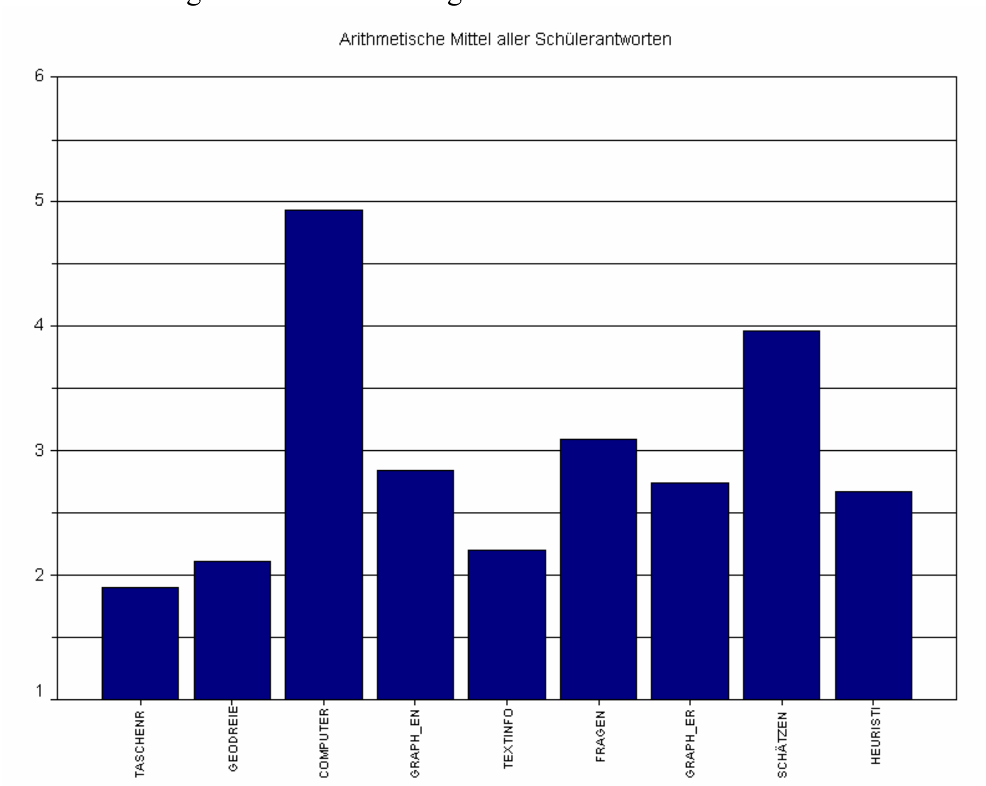
2. Die Schüler haben, und das ist weitaus wahrscheinlicher, lediglich bei der Arbeitstechnik „Umgang mit dem Computer“ ihre Wunschvorstellung angekreuzt. Ein möglicher Grund dafür mag der sein, dass dies wahrscheinlich die einzige Arbeitstechnik ist, die sofort einen Motivationsschub bei den Schülern auslöst und deren Einbeziehung in den Unterricht im Gegensatz zu den eher theoretisch anmutenden übrigen Arbeitstechniken besonders wünschenswert erscheint.

Der Grund für das Auftreten des Problems scheint also nicht, wie eingangs vermutet, die Fragestellung zu sein, da die Problematik des Ist- bzw. des Sollzustandes ansonsten auch bei anderen Arbeitstechniken auftreten würde. Auffällig ist jedoch, ohne dies weiter interpretieren zu wollen, dass von einem Bildungsgang zum nächst höheren der prozentuale Anteil an ’falschen’ Kreuzen bei der Arbeitstechnik »Umgang mit dem Computer« um 25% deutlich abnimmt (Hauptschule 70% / Realschule 45% / Gymnasium 20%).

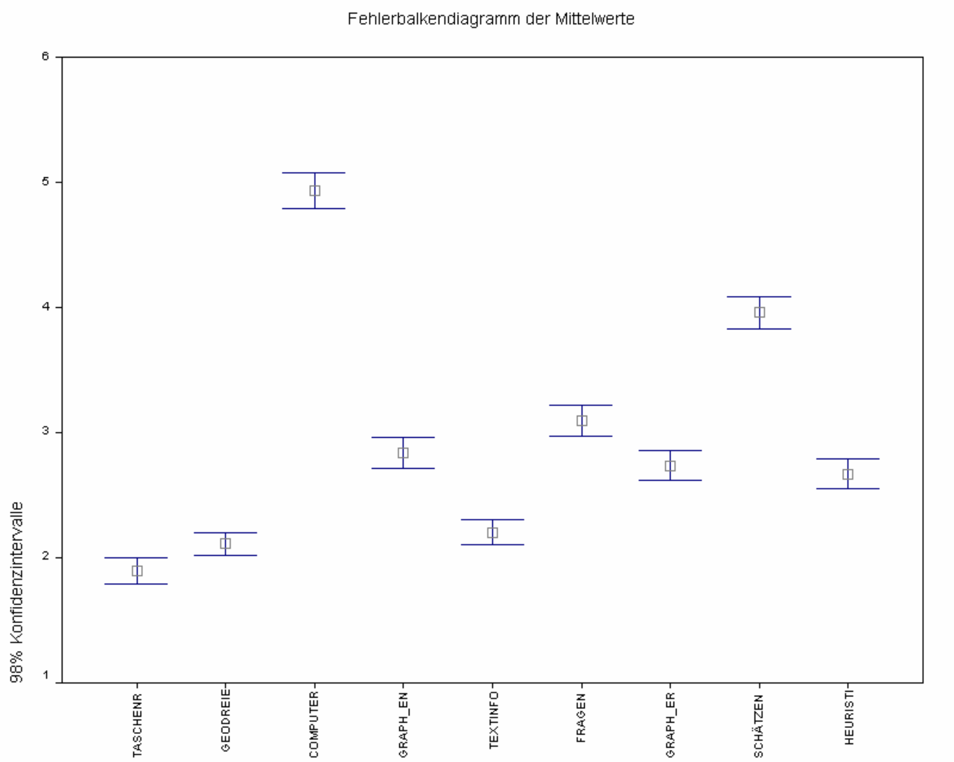
Als Fazit aus der Untersuchung dieses Problems lässt sich folgern, dass man zwar die Antworten der Stichprobe „Soll-Zustandsbeschreibung“ bei der Arbeitstechnik „Umgang mit dem Computer“ herausnehmen muss, aber bezüglich der Auswertung der restlichen Variablen deren Daten weiter mit einbeziehen kann. Die daraus resultierenden Ergebnisse der Arbeitstechnik »Umgang mit mathematischer Software« sind trotzdem kritisch zu betrachten und sollen im Folgenden zwar mit aufgeführt werden, dienen aber lediglich dazu, eine grobe Einschätzung deren Bedeutsamkeit aufzuzeigen.

3.3.3. Darstellung der Schüler-Antworten

Für die Darstellung der Ergebnisse des Fragebogens wird im Folgenden das arithmetische Mittel gewählt, da dieses aufgrund der Modalität der Evaluation dem „Problem der Robustheit“[249] gewachsen ist, d.h. vereinzelte extreme Meinungen von Schülern können den Mittelwert kaum beeinflussen. Dies liegt zum einen daran, dass bei der Stichprobengröße von 572 teilnehmenden Schülern die Stimme eines einzelnen nur einen geringen Bruchteil ausmacht, nämlich ungefähr 0,17 %, und zum anderen ist der Unterschied der verschiedenen Ausprägungen (1-6) relativ gering. Dies führt dazu, dass die 0,17%-Gewichtung eines Schülers selbst bei der maximalen Abweichung um fünf vom Mittelwert (alle anderen Schüler geben „1“ an nur der eine Schüler wählt die „6“ oder umgekehrt) diesen nur um 0,0085 nach oben bzw. unten modifiziert.
Um aber ein für statistische Untersuchungen unentbehrliches Streuungsmaß zu erhalten, sollen die Schülerantworten nicht nur in einem Diagramm mit arithmetischen Mittelwerten der einzelnen Variablen veranschaulicht, sondern zudem durch Histogramme und Fehlerbalken detaillierter beschrieben werden. Dies hat den Vorteil, dass man einen Überblick über das Streuungsmaß erhält, den Modalwert ablesen und signifikante Unterschiede zwischen den einzelnen Variablen unmittelbar erkennen kann. Dabei soll als Streuungsmaß keine der bekannten Darstellungsarten (z.B. Boxplots) dienen, da aufgrund der geringen Anzahl an Ausprägungen nur eingeschränkt verwertbare Aussagen entstehen würden und folglich zusätzlich Histogramme erstellt werden müssten.



[249] Vgl. Stahel, Werner: Statistische Datenanalyse. Eine Einführung für Naturwissenschaftler, Braunschweig[3] 2000, S. 171f.



Diese beiden Darstellungen der Mittelwerte verdeutlichen, dass bei den Schülern eine differenzierte Meinung über die verschiedenen Arbeitstechniken[250] existiert. Zeigt das erste Balkendiagramm lediglich die Mittelwerte der Arbeitstechniken, so lassen sich am Fehlerdiagramm signifikante Unterschiede zwischen den Variablen daran erkennen, ob sich die 98%-Konfidenzintervalle überlappen oder nicht. Dabei gibt ein „*Konfidenzbereich [...] an, in welchen Grenzen der unbekannte Mittelwert für die [Arbeitstechnik...] bei einer vorzugebenden Wahrscheinlichkeit bzw. einem Sicherheitsgrad erwartet werden kann.*“[251] Findet eine Überlappung zwischen zwei oder mehreren dieser Bereiche statt, so kann von einem signifikanten Unterschied (Signifikanzniveau von 2%) der dazugehörigen Arbeitstechnik ausgegangen werden. Im umgedrehten Fall spricht man von einem nicht signifikanten Unterschied, d.h. obwohl das arithmetische Mittel voneinander abweicht, ist von einer relativen Gleichbeurteilung dieser Arbeitstechnik durch die Schüler auszugehen.

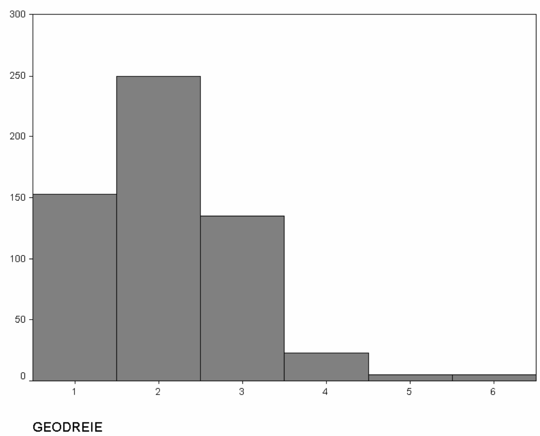
Anhand der dargestellten Mittelwerte und Fehlerbalken kann eine grobe, aber eindeutige Klassifizierung von Arbeitstechniken bezüglich ihrer Bedeutsamkeit vorgenommen werden. Dabei bestehen die Klassen aus der maximalen Anzahl an Arbeitstechniken, bei denen jede Arbeitstechnik zumindest mit einer anderen derselben Klasse keine statistisch-signifikanten Unterschiede aufweist. Hieraus ergibt sich dann folgende nach deren Bedeutung geordnete eindeutige Klassifizierung der Arbeitstechniken:

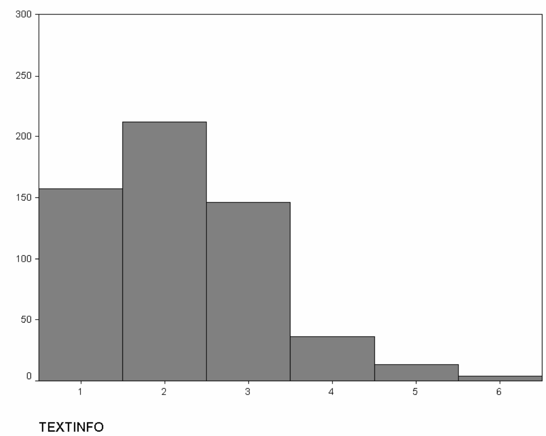
---

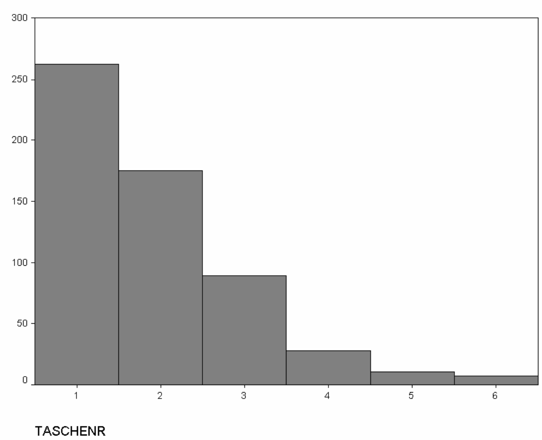
[250] Die beiden allgemeinen Arbeitstechniken und die mathematischen Fähigkeiten werden im Folgenden nicht mit in die Auswertung aufgenommen (siehe Fußnote 245).

[251] Janssen, Jürgen / Laatz, Wilfried: Statistische Datenanalyse mit SPSS für Windows. Eine anwendungsorientierte Einführung in das Basissystem, Berlin 1994, S. 514.

1. Klasse
   Zu den wichtigsten bzw. am meisten im Unterricht verwendeten Arbeitstechniken zählen der »Umgang mit dem Taschenrechner bzw. dem Geodreieck« (1,9 / 2,1) und das Erkennen »Wesentlicher Informationen eines mathematischen Textes« (2,2) mit einem arithmetischen Mittelwert von ca. 2. Deckt sich der Wert für »Umgang mit dem Geodreieck« noch mit den Ergebnissen der Schulbuch- bzw. Rahmenplananalyse, so ist die bei den anderen Arbeitstechniken nicht der Fall. Da jedoch die im Fragebogen gestellte Frage, Textaufgaben des Leitmediums Schulbuch als mathematischen Text nicht ausschließt und zudem Studien belegen, dass mit der Einführung des Taschenrechners Schüler dazu neigen, selbst einfachste Rechnungen mit diesem durchzuführen,[252] scheinen diese Schülermeinungen die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten theoretischen (siehe 2.4.4) und analytischen Darstellungen zu bestätigen.
   Besonders deutlich wird die herausragende Rolle dieser drei Arbeitstechniken, wenn man deren zugehörige Histogramme betrachtet:



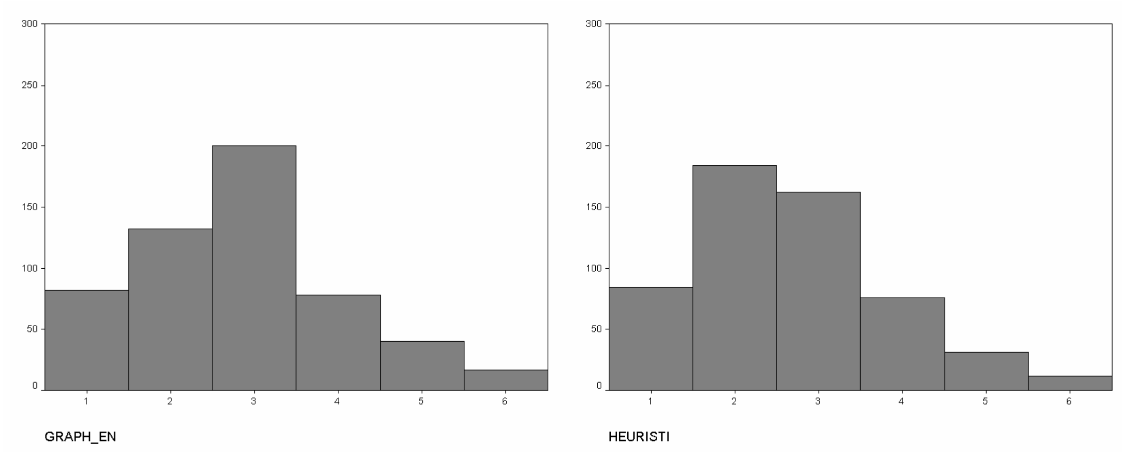




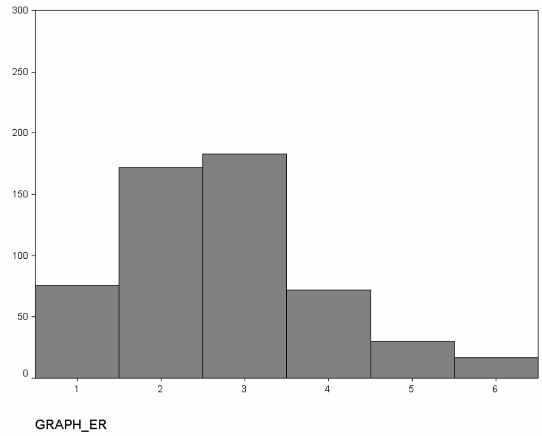
[252] Vgl. Lux (wie Anm. 161), S. 79.

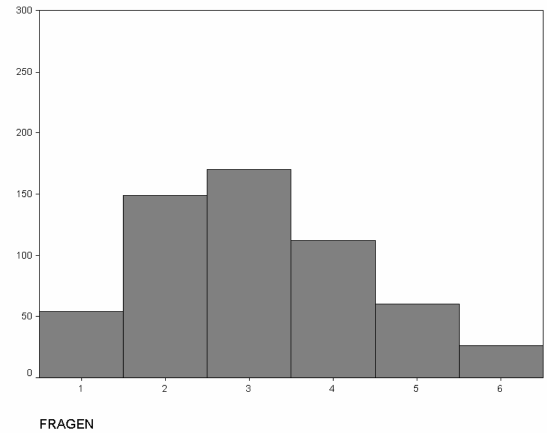
An diesen Histogrammen wird nicht nur ersichtlich, dass die Schüler den betreffenden Arbeitstechniken eine gute Durchschnittsnote zugeteilt haben, sondern auch, dass die Verteilung der Schülerantworten ein relativ eindeutiges Meinungsbild widerspiegelt. So liegt zum einen der Modalwert, wie aus dem arithmetischen Mittel zu erwarten war, bei eins bzw. zwei und zum anderen liegen ca. 90% der Schülerantworten im Intervall [1,3]. Daraus lässt sich schließen, dass unabhängig von beeinflussenden Faktoren, wie z.B. Geschlecht, Bildungsgang oder Schule bei diesen Arbeitstechniken, sich alle Schüler bei der Beurteilung deren Bedeutung einig sind.

2. Klasse
   Die Arbeitstechniken der nächsten Gruppierung erhielten von den Schülern die 'Note' 2,5 - 3.1 Darunter fallen das Erstellen graphischer Darstellungen (2,7), das Entnehmen von Informationen aus ihnen (2,8), das Anwenden heuristischer Strategien (2,7) und das Formulieren von eigenen Aufgaben bzw. Fragen (3,1). Damit liegen diese Arbeitstechniken nur knapp unter der Grenze von 3,5 ab der eine Arbeitstechnik als nahezu unbedeutend angesehen werden kann. Zumindest teilweise erscheint dieser Aspekt als treffend, denn in den Schulbüchern und Rahmenplänen der letzten Jahre wurde lediglich vereinzelt bzw. überhaupt nicht der Einsatz von heuristischen Strategien und das Formulieren eigener Fragen gefordert. Dem gegenüber erscheint aber das als überraschend schlecht zu bezeichnende Ergebnis der Arbeitstechnik »Umgang mit graphischen Darstellungen«[253] als widersprüchlich zu den Ergebnissen der Kapitel 3.1 & 3.2.
   Die Betrachtung der folgenden Histogramme zeigt einen interessanten Trend, der sich bei der Untersuchung der folgenden beiden Klassen bestätigt:



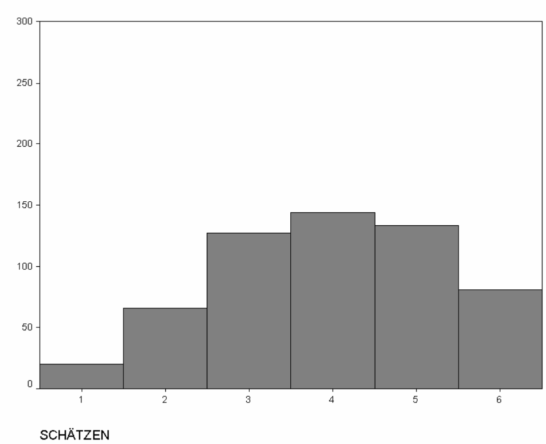
[253] Da die Ergebnisse der beiden Arbeitstechniken »Informationen aus graphischen Darstellungen entnehmen« und »Graphische Darstellungen erstellen« korrelieren (Produktmomenten-Korrelation von Pearson liegt bei 0,612 mit einem Signifikanzniveau von 0,01) und inhaltlich verwandt sind, werden sie in diesem Zusammenhang als eine Arbeitstechnik betrachtet.





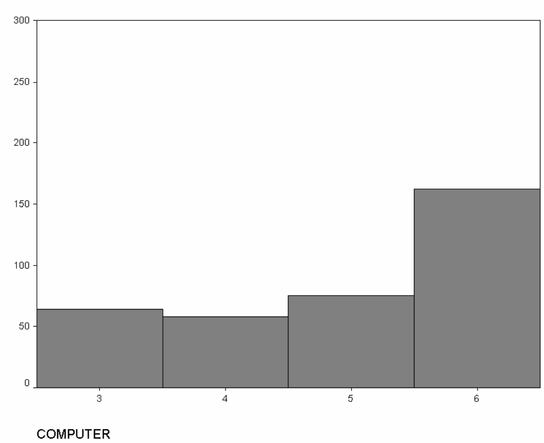
Waren bei den Arbeitstechniken der ersten Klasse ca. 90% der Schülerantworten in einem drei Elemente umfassenden Intervall, so handelt es sich bei den Arbeitstechniken der zweiten Klasse um das ‚nächstgrößere' Intervall [1,4] bzw. bei der am schlechtesten beurteilten Arbeitstechnik dieser Klasse um das Intervall [1,5] (im Intervall [1,4] liegen ca. 85%). Mit der Verschlechterung der Bewertung geht demzufolge nicht nur eine Verschiebung der Lage, sondern auch gleichzeitig eine Veränderung der Langschwänzigkeit[254] des Histogramms einher. Das heißt, dass bei den schlechter bewerteten Arbeitstechniken die Einschätzungen der Schüler an Homogenität verlieren, was die nächste Klasse ebenfalls zu bestätigen scheint.

3. Klasse
»Schätzen und Überschlagen« betrachten die Schüler der Modellversuchsschulen für das Bestehen im Unterricht für kaum nötig („4"), und widersprechen damit den Forderungen des Rahmen- bzw. Lehrplans. Die Ursache dafür ist wie schon bei den graphischen Darstellungen nicht unmittelbar aus bekannten unterrichtlichen Gegebenheiten ersichtlich und muss im Folgenden näher untersucht werden.
Bei der Streuung der Schülerbeurteilungen setzt sich der in der 2. Klasse festgestellte Trend fort, dass heißt in diesem Fall handelt es sich um ein fünf Elemente umfassendes Intervall [2,6], das 90% aller Schülerantworten beinhaltet.



[254] Vgl. Stahel (wie Anm. 249), S. 20.

4. Klasse
   Der Einsatz mathematischer Software im Unterricht dürfte aufgrund ungünstiger Rahmenbedingungen und teilweise nicht dafür qualifizierten Lehrpersonals eher die Seltenheit sein, weshalb diese Arbeitstechnik einen korrigierten Mittelwert (siehe 3.3.2) von „5“ erhält. Der Grund für diese Korrektur lag in den widersprüchlichen Angaben der Schüler, welche sich in einer übermäßig großen Quartils-Differenz von vier äußerte.[255] Dies hat jedoch zur Folge, dass das zu dieser Arbeitstechnik gehörende Histogramm lediglich die Ausprägungen 3 bis 6 beinhaltet und nur schwer mit den Streuungen der vorangegangenen Klassen verglichen werden kann. So wurde zwar die Ausprägung „6“, im Gegensatz zu den anderen Ausprägungen, von einer deutlich höheren Anzahl an Schülern angekreuzt, aber die anderen drei Antwortmöglichkeiten weisen eine annähernd gleichgroße Häufigkeit an Schülermeinungen auf. Über die mögliche Verteilung der Ausprägungen „1“ bzw. „2“, kann jedoch nur spekuliert werden, da das Streuungsmaß bei dieser Arbeitstechnik durch die vorgenommene Korrektur der Stichprobe nicht mehr aussagekräftig ist (siehe 3.3.2).



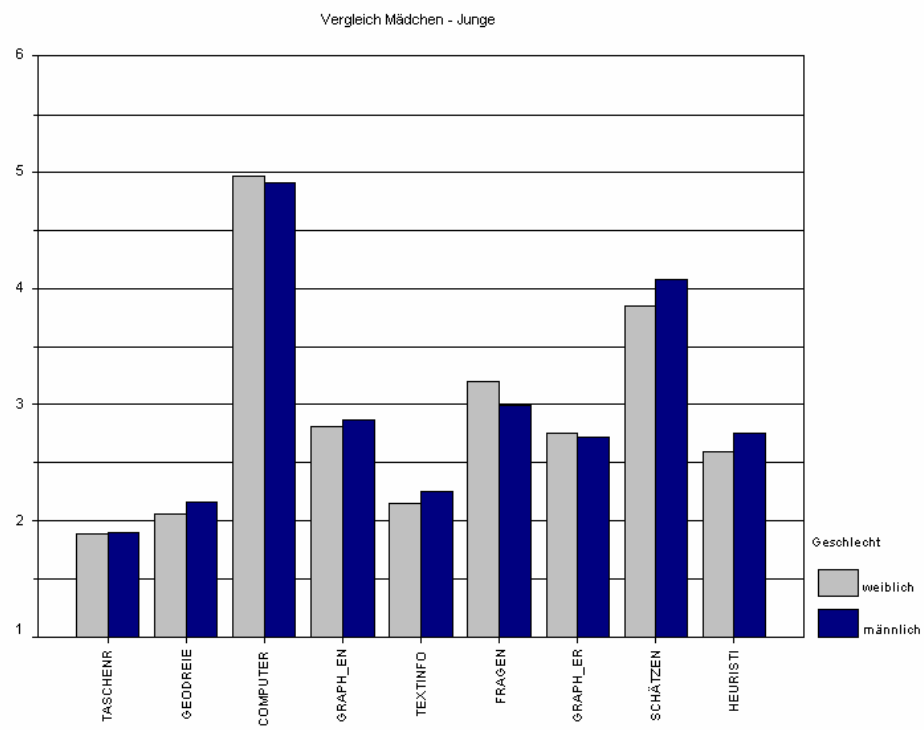
Im folgenden soll aus zwei Gründen eine Unterteilung der Gesamtstichprobe vorgenommen werden: Zum einen, um eventuell unterschiedliche Meinungen bei bestimmten Schülergruppierungen als Ursache der oben festgestellten von Klasse zu Klasse steigenden Heterogenität zu ermitteln, und zum anderen um gruppenspezifische Aussagen zu erhalten. Als sinnvoll erscheint dabei eine jeweilige Kategorisierung in Teilstichproben der drei folgenden Gruppen:

- Jungen-Mädchen
- Hauptschüler, Realschüler und Gymnasiasten
- Schulen- bzw. Klassen

[255] Hierbei handelt es sich um ein Streuungsmaß, bei dem diejenigen Ausprägungen gezählt werden, die ober- und unterhalb des Medians liegen und zusammen 50% aller Beobachtungen umfassen. [Vgl. Stahel (wie Anm. 249), S. 18.]

3.3.4. Vergleich von Jungen und Mädchen

Zur Darstellung der geschlechtsspezifischen Ansichten über die Bedeutung mathematischer Arbeitstechniken im Unterricht soll ein Stabdiagramm dienen, da zunächst einmal Unterschiede festgestellt werden müssen, bevor man sie auf statistische Signifikanz testen kann. Dafür ist aber, wie in Kapitel 2.4.7 angemerkt, ein Stab- oder Kreisdiagramm am ehesten geeignet. Das Erstellen eines Fehlerbalkendiagramms im Anschluss daran ist aufgrund der aus dem folgenden Diagramm gewonnenen Erkenntnisse nicht notwendig.



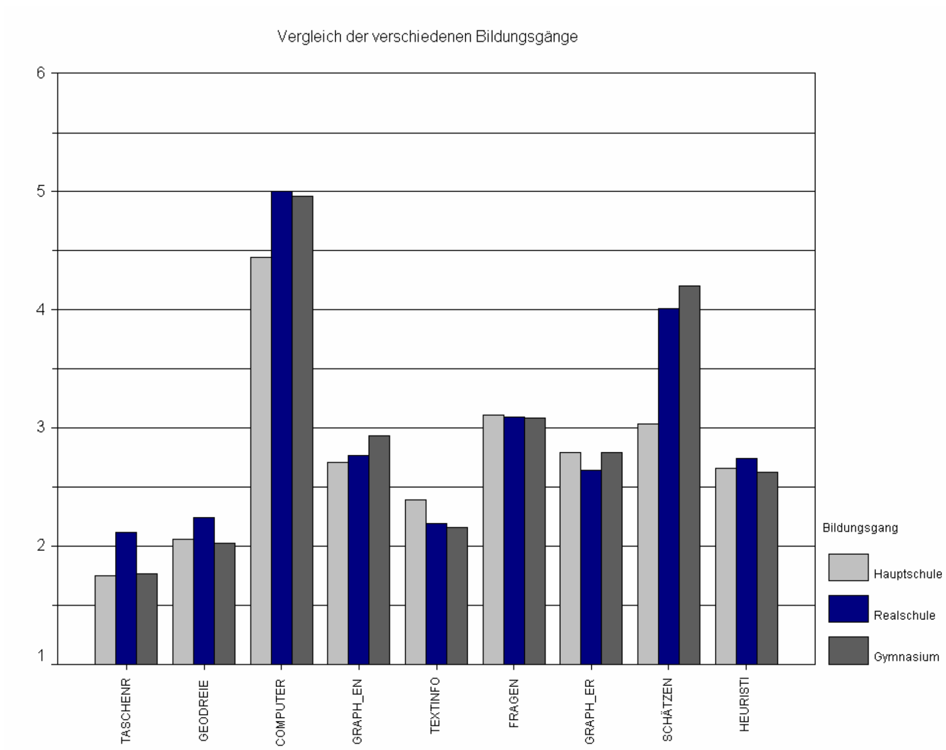
Beim Vergleich der einzelnen Säulen fällt auf, dass die Unterschiede zwischen den Beurteilungen der Jungen und denen der Mädchen nur sehr gering sind. Damit scheidet dieses Kriterium ebenso zur Erklärung der breiteren Streuung der Variablen der zweiten und dritten Klasse wie auch zur weiteren Analyse der Ergebnisse der Arbeitstechniken »Schätzen und Überschlagen« und »Umgang mit graphischen Darstellungen« aus.
Andererseits stehen diese Ergebnisse im Einklang mit Untersuchungen über geschlechterspezifische Unterschiede.

> „*Die [...] aufgezeigte Abhängigkeit der Art und Weise der Bearbeitung von Darstellungs- und Interpretationsaufgaben von der subjektiven Bedeutung des Sachkontexts lässt jedenfalls die Vermutung stabiler geschlechtsspezifischer Unterschiede bei deren Behandlung nur schwer aufrechthalten.*“[256]

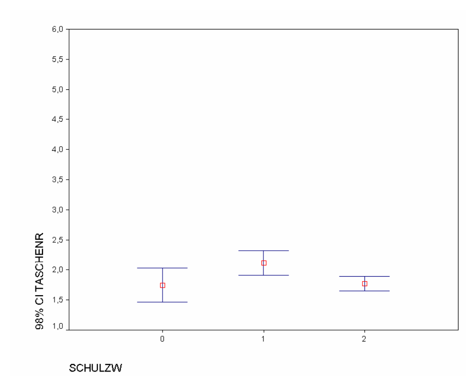
[256] Vgl. Jungwirth, Helga: Interpretieren und Entwerfen von Graphiken in der Sek. I – eine Fallstudie, in: mathematica didactica 12 (1989) Heft 2/3, S. 148.

3.3.5. Vergleich der verschiedenen Bildungsgänge

Dass eine stärkere Differenzierung zwischen den Inhalten der verschiedenen Bildungsgänge nicht nur von Pädagogen , wie z.B. von DAMEROW (siehe 1.2.2), gefordert wird sondern auch ihren Weg in die Praxis findet, zeigt sich besonders deutlich in den nach Bildungsgängen unterschiedenen neuen Lehrplänen. Ob sich diese differenzierte Betrachtung der Bildungsgänge auch auf Arbeitstechniken bezieht, war aufgrund des noch nicht fertig gestellten gymnasialen Lehrplans nicht Gegenstand der unter 3.1 durchgeführten Untersuchung. Trotzdem soll an dieser Stelle erläutert werden, inwieweit sich die unterschiedlichen Funktionen der verschiedenen Bildungsgänge (z.B. Berufsvorbereitung vs. Studienpropädeutik?) auf das von den Schülern im Mathematikunterricht verlangte methodische Repertoire auswirken.

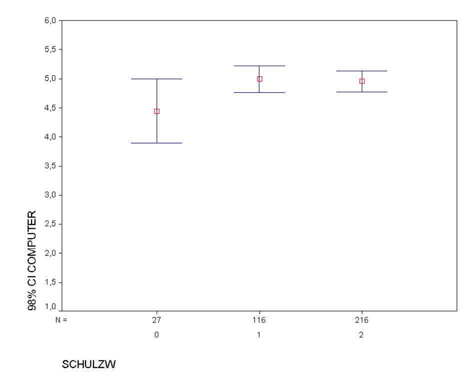


Drei größere Differenzen lassen sich anhand dieses Diagramms erkennen. Zum einen beim »Umgang mit dem Taschenrechner«, bei dem die Hauptschüler und Gymnasiasten eine scheinbar größere Bedeutung für ihren Unterricht sehen als die Realschüler. Das nebenstehende Fehlerdiagramm zeigt aber, dass diese Unterschiede nicht statistisch-signifikant sind, da sich die Fehlerbalken der drei Bildungsgänge[257]

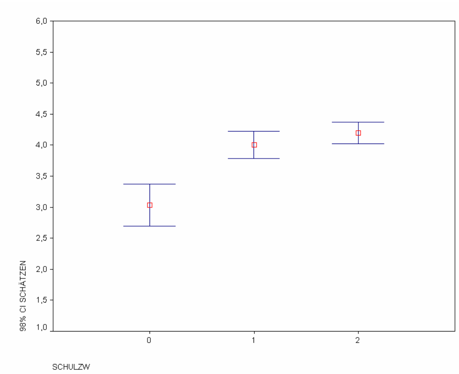


[257] Dabei steht die 0 für die Hauptschule, die 1 für die Realschule und die 2 für das Gymnasium.

überlappen. Ebenso verhält es sich mit der Arbeitstechnik »Umgang mit dem Computer«, bei der eine scheinbar so große Differenz vorliegt, dass sie auf statistisch-signifikante Unterschiede hinweist. Da jedoch die Größe der Hauptschul-Stichprobe von vornherein nur bei 83 Schülern lag und wie in Abschnitt 3.3.2 beschrieben ein Großteil der Hauptschüler versehentlich den Soll-Zustand skizziert hat, folglich also bei der weiteren Betrachtung dieser Arbeitstechnik nicht weiter miteinbezogen wird, hat sich die Stichprobengröße „N" auf 27 Hauptschüler reduziert. Dementsprechend groß ist das daraus resultierende 98%-Konfidenzintervall des vermutlichen Mittelwerts, so dass, wie im nebenstehenden Fehlerbalkendiagramm zu sehen ist, kein statistisch-signifikanter Unterschied zwischen den verschiedenen Bildungsgängen bei dieser Arbeitstechnik vorliegt.

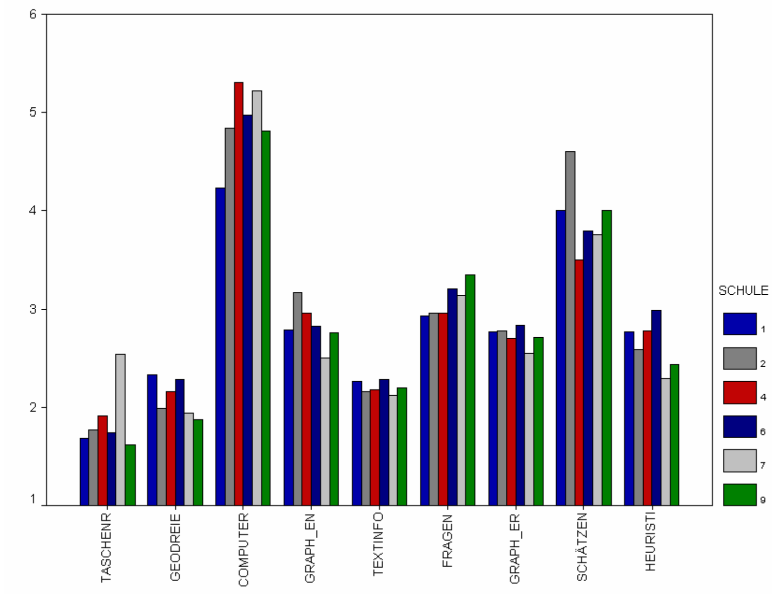


Anders verhält es sich jedoch mit dem »Schätzen und Überschlagen«. Hier liegt sehr deutlich ein statistisch-signifikanter Unterschied zwischen der Hauptschule und der Realschule bzw. dem Gymnasium vor. Während die Hauptschüler diese Arbeitstechnik mit einer durchschnittlichen Bewertung von „3" noch als eher wichtig betrachten, beurteilen die Real- bzw. Gymnasialschüler das Beherrschen dieser Schülermethode als eher unwichtig, um in ihrem Mathematikunterricht zu bestehen. Eine mögliche Erklärung wäre der erhöhte Exaktheitsanspruch des Mathematikunterrichts in den beiden höheren Bildungsgängen, welcher sich scheinbar mit der Arbeitstechnik »Schätzen und Überschlagen« nicht verträgt (siehe 1.1.1). Ob dies aber der tatsächliche Grund für diese bildungsgangspezifischen Differenzen ist, bleibt ungewiss, jedoch kann hierin die Ursache der unter 3.3.3 beschriebenen großen Streuung der Schülerantworten und das relativ schlechte Abschneiden dieser Arbeitstechnik gesehen werden.

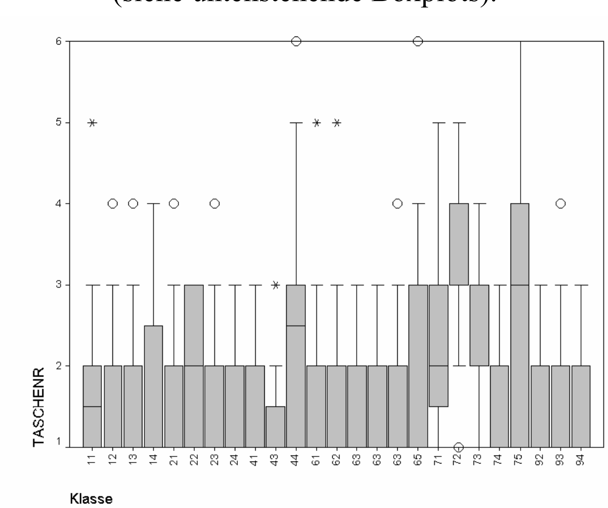


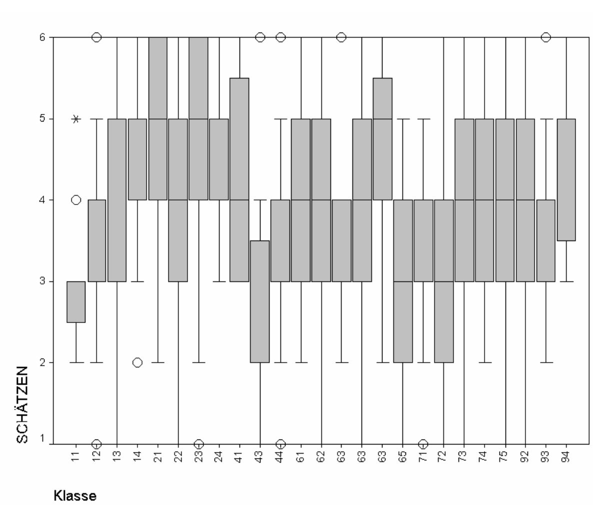
3.3.6. Vergleich der verschiedenen Schulen bzw. Klassen

Das folgende Diagramm der jeweiligen Schulbeurteilungen zeigt deutlich, dass zwischen den Schulen lediglich vereinzelt bei bestimmten Arbeitstechniken im Mittel ein Unterschied besteht, ansonsten aber von einer relativen Homogenität der Schülermeinungen unterschiedlicher Schulen ausgegangen werden kann.

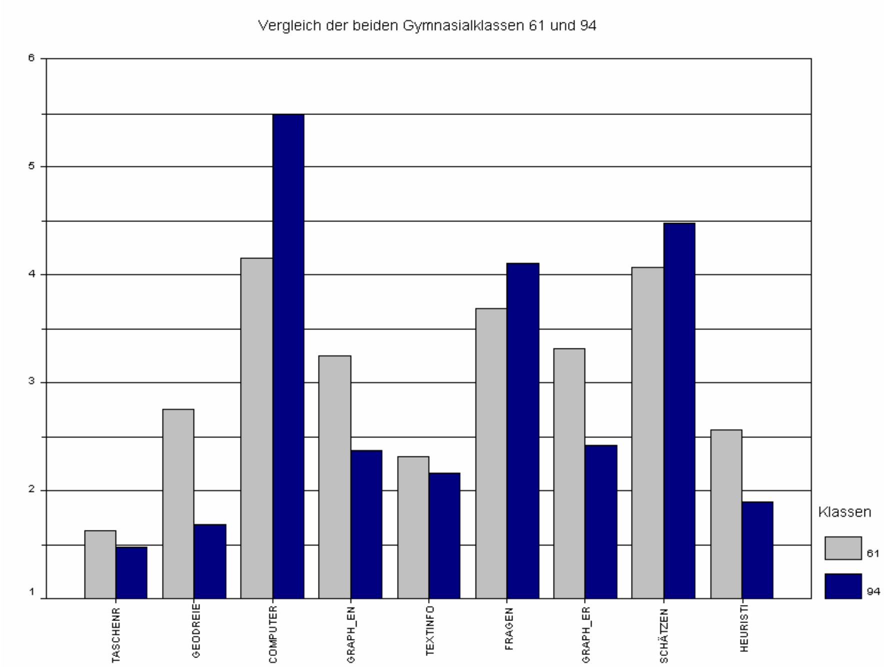


Dementsprechend müssen, da auch bei der Untersuchung der Jungen-Mädchen bzw. der bildungsgang- und der schulspezifischen Stichproben nur vereinzelt Unterschiede beobachtet wurden, die in 3.3.3 festgestellten relativ breiten Streuungen der absoluten Häufigkeiten durch andere Faktoren entstanden sein. Mögliche Ursachen dafür könnten Unterschiede zwischen den Klassen oder, was aber die Validität der Evaluation beeinträchtigen würde, eine scheinbar willkürliche Verteilung der Schülermeinungen sein. Zumindest letzteres kann ausgeschlossen werden, da die klassenspezifischen hier aus Platzgründen nicht angeführten Histogramme ein innerhalb der Klasse relativ geschlossenes Meinungsbild widerspiegeln. Wie in Abschnitt 3.3.3 beschrieben, lässt sich aber auch innerhalb der Klassen feststellen, dass mit der schlechteren Benotung einer Arbeitstechnik ein heterogenes Meinungsbild innerhalb einer Klasse verbunden ist (siehe untenstehende Boxplots).





An diesen Boxplots[258] zweier Arbeitstechniken lässt sich nicht nur eine unterschiedliche Verteilung der Schülermeinungen erkennen, sondern auch anhand des in dieser Darstellungsart befindlichen Medians wird ebenfalls offensichtlich, dass zwischen den verschiedenen Klassen teilweise erhebliche Unterschiede bezüglich der Einschätzungen von Arbeitstechniken bestehen. Im Folgenden ist deshalb ein exemplarischer Vergleich (der Mittelwerte) der beiden Gymnasialklassen (Nr. 61 und 94) angeführt, der verdeutlicht, dass scheinbar der ganz persönliche Unterrichtsstil des Lehrers bestimmt, ob und welche Arbeitstechniken im Mathematikunterricht benötigt werden. So wird laut Schüleraussagen in Klasse 94 weitaus häufiger der verständige Umgang mit graphischen Darstellungen (Interpretieren: 2,37 zu 3,25 und Erstellen: 2,42 zu 3,31) gefordert. Im Gegensatz dazu verlangt der Unterricht in Klasse 61 vermehrt die Arbeitstechniken »Umgang mit mathematischer Software« und »Eigene Aufgaben / Fragen verfassen«. Als Ursache dafür können nach den vorangegangenen Überlegungen (3.3.4 & 3.3.5) nur die speziell in dieser Klasse vom Lehrer geforderten methodischen Praktiken in Betracht kommen.



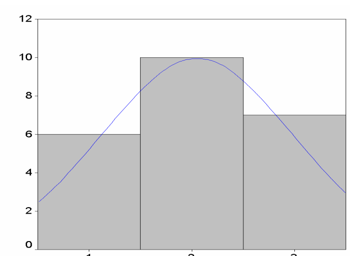
Ein Vergleich aller Klassen miteinander zeigt jedoch, dass keine Klasse existiert, in der statistisch signifikant mehr bzw. weniger Arbeitstechniken behandelt werden als in den anderen. Leichte Tendenzen zur verstärkten Behandlung sind allerdings bei einigen Klassen erkennbar. Inwieweit diese Schülermeinungen von den Lehrern geteilt werden, soll im nächsten Abschnitt geklärt werden.

[258] Da Boxplots unterschiedlich definiert werden können, soll hier die Definition des Programms SPSS, mit dem sie erstellt wurden, angeführt werden:
"*Box plots: Summary plot based on the median, quartiles, and extreme values. The box represents the interquartile range which contains the 50% of values. The whiskers are lines that extend from the box to the highest and lowest values, excluding outliers. A line across the box indicates the median.*" [Vgl. SPSS for Windows. Release 10.1.0, Help-Topic- "Boxplots"]

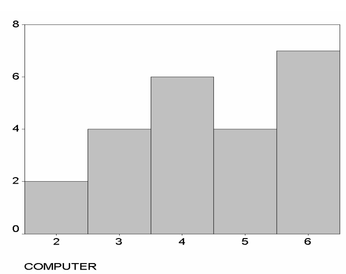
3.3.7. Lehrer-Schülervergleich

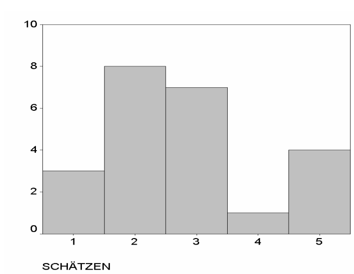
Bevor die Ergebnisse der Lehrerbefragung mit denen der Schülerbefragung verglichen werden, sollen erstgenannte zunächst kurz analysiert werden. Grundsätzlich lässt sich sagen, dass die Modellversuchs-Lehrer Arbeitstechniken in ihrem Unterricht als wichtig betrachten. Mit Ausnahme des »Umgangs mit mathematischer Software« (4,5) und des »Schätzens und Überschlagens« (2,75) erhielten alle Arbeitstechniken einen Mittelwert unter 2,5. Statistisch signifikante Unterschiede sind aber aufgrund des geringen Stichprobenumfangs (N=23) lediglich zwischen dem »Umgang mit mathematischer Software« und den restlichen Arbeitstechniken festzustellen. Weitere Auffälligkeiten bei der Betrachtung der Verteilung der Lehrerantworten sind die Folgenden:

- Zwei Lehrer betrachten den Umgang mit dem Computer in ihrem Unterricht als wichtig. Besonders bemerkenswert ist dies, da es sich um zwei Hauptschullehrer handelt. Ob es sich auch hier um das in 3.3.2 beschriebene Problem der Bewertung des Ist- bzw. Sollzustands handelt ist allerdings zu bezweifeln.
- Die Arbeitstechnik »Wesentliche Informationen eines mathematischen Textes erkennen« wurde von den Lehrern ausschließlich mit „1“ oder „2“ bewertet und erhielt somit einen Mittelwert von 1,43!
- Immerhin ein (Realschul-)Lehrer ist der Meinung, dass der »Umgang mit dem Taschenrechner« in seinem Unterricht eine eher unwichtige Rolle spielt und bewertet diese Arbeitstechnik mit „4“.
- Lediglich bei dem »Umgang mit mathematischer Software« und »Wesentliche Informationen eines mathematischen Textes erkennen« liegt der Modalwert nicht bei „2“, sondern bei „6“ bzw. bei „1“.
- Das nebenstehende Histogramm gibt die ungefähre Verteilung (ohne Berücksichtigung der voranstehenden Punkte) aller Arbeitstechniken mit Ausnahme des »Umgangs mit mathematischer Software« und des »Schätzens und Überschlagens« wieder.



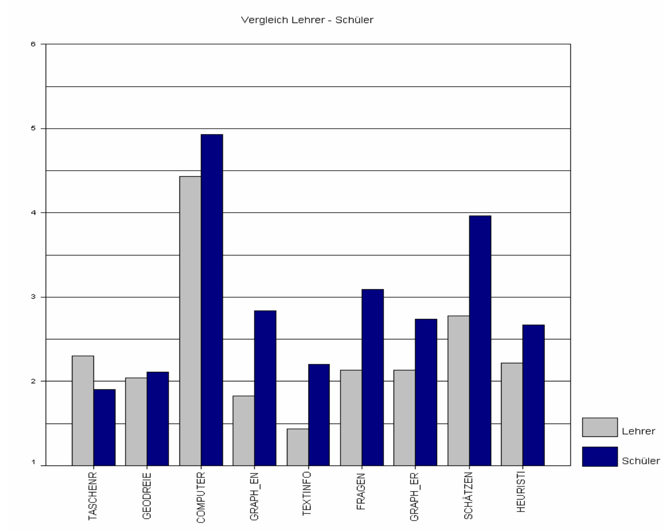
- Wie bei den Schülern geht auch bei den Lehrern mit der schlechteren Bewertung einer Arbeitstechnik ein heterogeneres Meinungsbild einher. Ersichtlich wird dies an den Histogrammen der beiden am schlechtesten beurteilten Arbeitstechniken:





- Erstaunlicherweise sind fünf der 23 Lehrer (vier Gymnasial- und ein Realschullehrer), wie in dem oben abgebildeten Histogramm deutlich wird, der Meinung, dass die Arbeitstechnik »Schätzen und Überschlagen« in ihrem Unterricht eine eher unwichtige Rolle spielt.

Aus dem Vergleich dieser Ergebnisse mit denen der Schüler ergibt sich folgendes Diagramm der jeweiligen arithmetischen Mittel:



Augenfällig an diesem Diagramm sind die deutlichen Unterschied zwischen den Lehrer- und Schülermeinungen. Dabei betrachten die Lehrer im Gegensatz zu den Schülern das Beherrschen aller Arbeitstechniken mit Ausnahme des »Umgangs mit dem Taschenrechner« und des »Umgangs mit Geodreieck, Zirkel und Lineal« als notwendiger. Lediglich die Notwendigkeit des Taschenrechners als methodisches Hilfsmittel wird von den Schülern höher eingestuft. Bei den Zeichenutensilien nehmen beide Gruppen ungefähr die gleiche Einschätzung vor.
Daraus ergibt sich die Frage, welche dieser beiden Parteien die Unterrichtssituation am treffendsten wiedergibt. So erscheint das Meinungsbild der Schüler differenzierter, aber in der Verteilung der einzelnen Aussagen auch heterogener. Die Lehrer hingegen betrachten wahrscheinlich die Notwendigkeit von Arbeitstechniken in ihrem Unterricht als ein Qualitätsmerkmal und werden somit sich selbst nur schwer ein schlechtes Zeugnis ausstellen. Eine Lösung dieses Problems ist mit den vorliegenden Informationen nicht möglich. Folglich bleibt festzustellen, dass eine Kluft unbekannter Herkunft zwischen den vom Lehrer intendierten und denen vom einzelnen Schüler als wichtig empfundenen Arbeitstechniken besteht. Um die Ursache dafür zu ermitteln, bedarf es aber zusätzlicher Evaluationsmethoden.

> „*Zwar ist es leider so, dass Evaluationsergebnisse häufig erst richtig ernst genommen werden, wenn Zahlen vorliegen. Dennoch lohnt es sich, [... um qualitative Ergebnisse zu erlangen] auch andere Methoden in Betracht zu ziehen: Interviews, Dokumentenanalyse, Unterrichtsbeobachtungen,...* “[259]

[259] Vgl. Burkard, Christoph / Eikenbusch, Gerhard: Praxishandbuch Evaluation in der Schule, Berlin 2000, S. 196.

3.3.8. Vergleich fachlicher Kompetenzen mit methodischen Einschätzungen

Aufgrund der Tatsache, dass im Rahmen dieser Arbeit die eben angesprochenen weiteren Evaluationsmöglichkeiten nicht durchführbar sind, soll zumindest ein exemplarischer Vergleich mit Ergebnissen einer anderen Erhebung, die in diesen Schulen vorgenommen wurde, erfolgen. Dies hat den Zweck eventuell Rückschlüsse ziehen zu können, ob die Schüler- bzw. Lehrermeinung bezüglich der methodischen Kompetenzen sich in der Fähigkeit bestimmte Aufgaben zu lösen widerspiegelt.

Da es sich bei den Teilnehmern des im Rahmen dieser Arbeit erstellten Fragebogens ausschließlich um Modellversuchsschulen handelt, die alle an zwei so genannten Modellversuchstests[260] mit Aufgaben zu den Inhalten der Klasse 7 bzw. 8 teilgenommen haben, kann ein Vergleich der Ergebnisse dieser Tests mit den in den vorherigen Abschnitten analysierten des Fragebogens erfolgen. Dafür soll die Arbeitstechnik »Schätzen und Überschlagen« als exemplarisches Beispiel dienen, da sie in den vorangegangenen Abschnitten einige Besonderheiten aufwies (relativ schlechte Einschätzung bei Lehrern und Schülern, bildungsgang-spezifische Unterschiede und große Streubreite bei den Antworten) und es hierzu innerhalb der Tests eine passende Aufgabe gibt. Bei der im Folgenden behandelten Aufgabe handelt es sich um das aus dem TIMSS-Aufgabenpool freigegebene Testitem U1, das jedoch nur in den gymnasialen Testbögen des 2. Modellversuchstest verwendet wurde.[261]

Teresa will 5 Lieder auf eine Kassette aufnehmen. Die Dauer jedes Liedes ist in der Tabelle angegeben.

Lied	Dauer
1	2 Minuten 41 Sekunden
2	3 Minuten 10 Sekunden
3	2 Minuten 51 Sekunden
4	3 Minuten
5	3 Minuten 32 Sekunden

a) ***Schätze*** auf eine Minute genau die gesamte Spieldauer aller 5 Lieder.

b) Erkläre, wie du darauf gekommen bist.

Schätzung:______________________________

Erklärung:______________________________

____

[260] Vgl. Herzog, Andrea / Blum, Werner: Evaluation im Modellversuch Mathematik, in: Pro Schule Zeitschrift des Hessischen Landesinstituts für Pädagogik (2000) Heft 3, S. 54-57.

[261] Dies ist von besonderem Interesse, da gerade die gymnasiale Schülerbewertung der Arbeitstechnik »Schätzen und Überschlagen« besonders schlecht war (siehe 3.3.5).

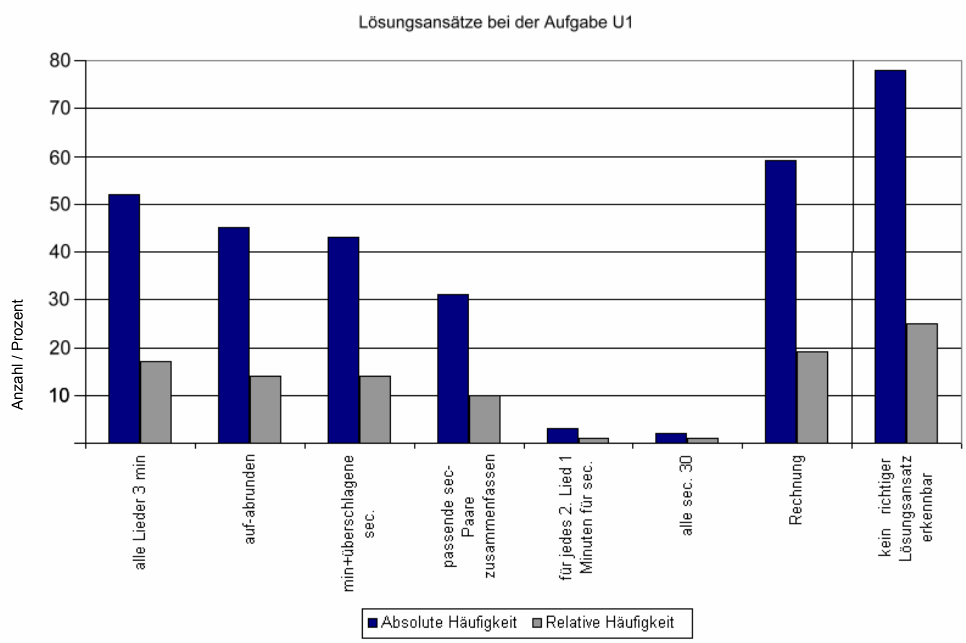
Im Gegensatz zur TIMSS-Aufgabe wurde bei der hier abgebildeten Modellversuchsaufgabe das Wort „Schätze“ fett und nicht in Großbuchstaben geschrieben. Ansonsten wurden geringfügige Änderungen am Originaltext vorgenommen, welche aber den Inhalt der Aufgabe nicht verändert haben. Daraus resultieren folgende drei Anforderungen an die Schüler bei dieser Aufgabe:

- Aktivierung der Vorstellung von Größen in diesem Fall Minuten und Sekunden und irgendeiner Vorstellung der Addition (siehe 1.2.5)
- Das unter 1.1.1 beschriebene kontextbezogene Ergebnisschätzen
- Einfaches Begründen dessen, was mathematisch getan werden muss, um die Aufgabe zu lösen

Für die folgende Betrachtung der Schülerlösungen des Modellversuchs-Tests ist nur das Ergebnis des Aufgabenteils b) von Belang, da es Aufschluss über die verschiedenen Lösungsstrategien der Schüler gibt. Dabei wurden die Antworten in folgende acht Kategorien mit verschiedenen Lösungsansätzen eingeteilt (bei den Angaben in Klammern handelt es sich, sofern nicht anders erwähnt, um Minuten):

1. Da einige Lieder mehr als 30 Sekunden und einige weniger als 30 Sekunden (die Minuten sind dabei nicht miteingerechnet, sondern nur die angegebenen Sekunden) haben, geht man davon aus, dass alle Lieder neben der Minutenangabe 30 Sekunden haben und addiert schließlich die so erhaltenen Liedlängen. (2,5 + 3,5 + 2,5 + 3,5 + 3,5 = 15,5)
2. Man geht davon aus, dass alle Lieder etwa 3 Minuten lang sind und multipliziert die Anzahl der Lieder mit 3. (5·3 = 15)
3. Die Lieder bei denen 30 Sekunden und mehr angegeben sind, werden auf die nächste volle Minute aufgerundet, die restlichen werden abgerundet und zum Schluss werden alle addiert. (3 + 3 + 3 + 3 + 4 = 16)
4. Die Minuten der Lieder werden addiert und mit den Sekunden werden jeweils passende Paare gebildet, die ca. 1 Minute ergeben und zu den Minuten addiert. (2 + 3 + 2 + 3 + 3 + 1 [aus 10sec + 51sec] + 1 [aus 41sec + 32sec] = 15)
5. Man addiert die Minuten und überschlägt die Sekundenanzahl, indem man z.B. nur die 10er Stelle der Sekundenangabe berücksichtig. (2min 40sec + 3min 10sec + 2min 50sec + 3min + 3min 30sec = 15min 10sec)
6. Man addiert die Minuten der Liedlängen und zählt bei jedem zweiten eine Minute für die unterschlagenen Sekunden dazu. (3 + 2+1 + 2 + 3+1 + 3 = 15)
7. Da es sich hierbei nicht um eine reine Schätzaufgabe handelt, bei der man ausschließlich durch Schätzen zu einem Ergebnis gelangt, kann bei dieser Aufgabe auch durch Rechnung die exakte Gesamtlänge der Lieder bestimmt werden.
8. Keine Lösungsansätze sind erkennbar.

Bei der Einteilung der Schülerantworten spielt es keine Rolle, ob hierfür im Modellversuchs-Test ein Punkt vergeben wurde oder nicht, sondern lediglich welcher Lösungsansatz gewählt wurde. Betrachtet man nämlich die Lösungshäufigkeiten der Modellversuchsgymnasien, so liegen sie mit einer durchschnittlichen Lösungswahrscheinlichkeit von 65,5% deutlich über der Lösungswahrscheinlichkeit der gymnasialen deutschen TIMSS-Gruppe.[262] Dass dies aber nicht mit einem Widerspruch zu den relativ schlechten Bewertungen der Schüler und der Lehrer der Arbeitstechnik »Schätzen und Überschlagen« gleichzusetzen ist, zeigt das folgende Diagramm, in dem die Anzahl der Schüler, die eine bestimmte Lösungsstrategie verwand haben, abgetragen ist.



Auch wenn die Mehrzahl der Schüler (ca. 55%) Schätzstrategien angewandt hat, die zum richtigen Ergebnis führen, fällt doch auf, dass trotz des fett geschriebenen Wortes „Schätze“ in der Aufgabenstellung die häufigste Lösungsstrategie mit ca. 19% die Rechnung, also gerade keine Schätzstrategie war. Verbunden mit der Tatsache, dass ca. 25% der Schüler diese Aufgabe aufgrund von Problemen mit den oben angeführten Anforderungen gar nicht erst angemessen bearbeiten konnten, erscheint die Einschätzung der gymnasialen (!) Schüler bezüglich der Arbeitstechnik »Schätzen und Überschlagen« mit einem arithmetischen Mittel von 4 als durchaus angemessen. Eine strengere Bepunktung der Tests,[263] würde also einen Prozentwert von lediglich 55% richtigen Lösungen liefern.

Als Vergleich sei an dieser Stelle kurz angeführt, dass die Lösungswahrscheinlichkeit der einzigen Aufgabe, die mit »Wesentliche Informationen eines

[262] Die genauen Ergebnisse der TIMSS-Gruppe können hier nicht genannt werden, da sie vom Max-Planck-Institut noch nicht veröffentlicht wurden und geheim gehalten werden sollen.

[263] Teilweise wurde die Strategie „Rechnung“ als gültige Bewältigung der Aufgabe gewertet.

mathematischen Textes erkennen« eine Arbeitstechnik der ersten Bewertungsklasse aus Abschnitt 3.3.3 fordert bei 76,6%, also deutlich darüber liegt.[264]
Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die schlechte Schülerbewertung der Arbeitstechnik »Schätzen und Überschlagen« sich scheinbar auch in den Fähigkeiten von Schülern Aufgaben zu lösen, die diese Arbeitstechnik fordern, niederschlägt. Verbunden mit dem Verweis auf die überdurchschnittlich gut bewertete Arbeitstechnik »Wesentliche Informationen eines mathematischen Textes erkennen« und das sehr gute Ergebnis bei der Bearbeitung der zugehörigen Aufgabe kann folgende These aufgestellt werden: Die Schülerbewertung der Arbeitstechniken stehen nicht nur bei der Arbeitstechnik »Schätzen und Überschlagen«, sondern auch bei allen anderen im Zusammenhang mit den damit verbundenen methodischen Kompetenzen der Schüler.
Dies zu verifizieren bedarf allerdings eines anderen Fragenbogens oder Tests, der sich explizit mit den Leistungen der Schüler bei den jeweiligen Arbeitstechniken beschäftigt.

3.4. Fazit

Ergab die Analyse des Rahmen- bzw. Lehrplans und der darauf basierenden Schulbücher einen deutlichen Trend zu einem verstärktem Einsatz von Arbeitstechniken, was auch die Hinzunahme weiterer Arbeitstechniken wie z.B. des »Umgangs mit mathematischer Software« beinhaltet, so lässt sich diese Entwicklung nicht unmittelbar in der Schule wieder finden. Zwar scheint den Lehrern die Bedeutung von Arbeitstechniken bewusst zu sein, was sich daran erkennen lässt, dass die unterrichtliche Relevanz von fast allen Arbeitstechniken mit „2“, also recht gut, bewertet wurden, ob dies aber im unterrichtlichen Geschehen tatsächlich in diesem Maße zur Anwendung kommt, muss angesichts der Schülermeinungen bezweifelt werden. Diese teilen die Arbeitstechniken grob in vier Klassen unterschiedlicher Bedeutung ein (wichtig - teilweise wichtig – kaum nötig – eher unwichtig) und zwar im Verhältnis 3:4:1:1. Damit erkennen zwar auch sie die Relevanz von Arbeitstechniken in ihrem Unterricht an, nehmen aber bei einigen davon eine Abstufung der Bedeutsamkeit vor.
Mit einer noch stärkeren Differenzierung wäre wahrscheinlich zu rechnen, wenn der Fragebogen nicht nur die Arbeitstechniken nennen und deren Beurteilung verlangen würde, sondern die unter 2.4 genannten Inhalte einer Arbeitstechnik weitestgehend vollständig im Unterricht auftauchen müssten. Dementsprechend reicht aber schon eine eingeschränktere Sichtweise einer Arbeitstechnik aus, damit diese als unterrichtlich bedeutsam gilt. So führen z.B. mit großer Wahrscheinlichkeit die zahlreichen Textaufgaben der Schulbücher, welche lediglich einen Teilaspekt der Arbeitstechnik »Wesentliche Informationen eines mathematischen Textes erkennen« ausmachen dazu, dass diese Arbeitstechnik einen Mittelwert von 2,2 erhielt. Wenn man die Schüler allerdings danach fragen würde, wie oft „reale“ mathematische Texte wie z.B. Zeitungsausschnitte,

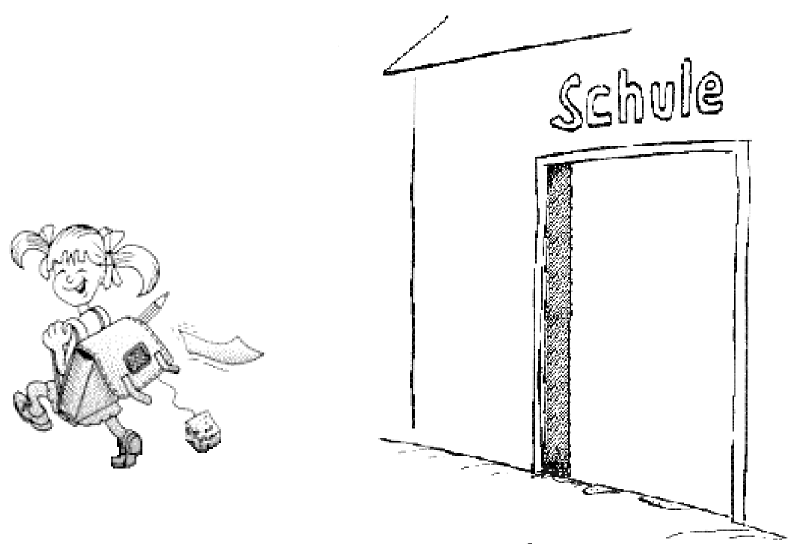
[264] Hierbei handelt es sich um die Aufgabe Nr. 4 des 2. Modellversuch-Tests Gruppe C, wobei hervorzuheben ist, dass diese Lösungswahrscheinlichkeit bei lediglich fünf der 24 Aufgaben des Hauptschultest erreicht wird.

Werbung etc. Gegenstand ihres Unterrichts sind, wäre vermutlich mit einer weitaus schlechteren Beurteilung zu rechnen. In diesem Sinne bleibt das Messinstrument „Fragebogen“ an der Oberfläche und erforscht nicht in welchem Umfang die verschiedenen Aspekte einer Arbeitstechnik gefordert werden, sondern misst wie bei den Analysen der Kapitel 3.1 und 3.2 lediglich die absolute Häufigkeit von methodischen Handlungen, die in den Bereich einer bestimmten Arbeitstechnik fallen.
Folglich muss die Beantwortung der zu Beginn dieses Kapitels gestellten Frage, inwieweit Arbeitstechniken im bisherigen Unterrichtsgeschehen von Bedeutung sind bzw. im zukünftigen an Relevanz erhallten sollen, wie folgt ausfallen:

In der gegenwärtigen Situation findet ein Bedeutungswandel der Arbeitstechniken im Mathematikunterricht statt. So verlangen sowohl die neuen Lehrpläne als auch die neuesten Schulbücher weitaus mehr und eine breitere Anwendung von Arbeitstechniken. Das letztendliche Ziel dieser Entwicklung, nämlich eine auf Schülerseite methodische Kompetenzerweiterung im Mathematikunterricht, scheint nach Auswertung der Schülermeinung aber noch nicht vollends erreicht zu sein, auch wenn Lehrer Arbeitstechniken zu den Vermittlungszielen ihres Unterrichts zählen. Ursachen dieses scheinbaren Antagonismus aufgrund der durchgeführten Analysen zu nennen würde aber einer sachlichen Basis entbehren und soll deshalb mit dem Verweis des Bedarfs weiterer Untersuchungen an dieser Stelle ausbleiben.

Kapitel 4:

Schluss



4. Schluss

4.1. Zusammenfassung

In diesem Abschnitt sollen die wichtigsten im Rahmen dieser Arbeit gewonnenen Ergebnisse kurz zusammengefasst werden, um im Anschluss daran einen Ausblick auf die sich eventuell anschließende fachdidaktischen Forschung zu geben.

- Zahlreiche gesellschaftliche Entwicklungen, wie exponentielles Wachstum der Wissensmenge, Bedrohung der Existenz des Menschen durch politisch-ökologische Gefahren, Konzentration auf Schlüsselqualifikationen in der Berufswelt, neue arbeitsmodifizierende Technologien etc., verlangen eine Neukalibrierung des Bildungskompasses und damit auch der Inhalte von Unterricht (siehe 1.1.2).
- Aus der Synthese zahlreicher schon bestehender Bildungskonzeptionen erstellt HEYMANN eine adäquate für die vorliegende Arbeit als Grundlage dienende Lösung des Problems der Neuorientierung von Bildung in Form eines auf die Schule bzw. Unterricht übertragbaren modernen Allgemeinbildungskonzepts (siehe 1.1.7).
- Der aus dem HEYMANNschen Allgemeinbildungskonzept resultierende Kern des Mathematikunterrichts wird mit mathematischer Grundbildung bezeichnet. Dabei handelt es sich um ein schon seit den 70er Jahren bestehendes theoretisches Konstrukt, dem die TIMS- bzw. PISA-Studie neuen Impuls verliehen hat. Hierfür wurde eine eigene Definition mathematischer Grundbildung mit den daraus resultierenden Inhalten erstellt, wozu insbesondere der Komplex der Arbeitstechniken als zentrale Thematik der Untersuchung gehört (siehe 1.2).
- Da in der fachdidaktische Literatur keine Publikation zum Thema „Arbeitstechniken im Mathematikunterricht“ existiert, wurde in dieser Arbeit eine Abgrenzung des Begriffs »Arbeitstechnik« von anderen unterrichtlichen Methoden vorgenommen, um im Anschluss daran zu einer fachspezifischen Definition und Klassifikation mathematischer Arbeitstechniken zu gelangen (siehe 2.1 / 2.2.1 / 2.3.3)
- Basierend auf der Definition von mathematischen Arbeitstechniken wurde deren Nutzen für den Mathematikunterricht aufgezeigt, der vor allem in der Förderung der Selbstständigkeit, der Steigerung der Lernleistung, der Entlastung des Lehrers, der Anwendbarkeit von Mathematik sowie in der Berücksichtigung unterrichtlicher Neuentwicklungen besteht (siehe 2.3.1).
- Im Anschluss daran erfolgte eine exemplarische Darstellung einzelner Arbeitstechniken aus vier verschiedenen selbstdefinierten Kategorien. Die darin sichtbar werdende Komplexität verdeutlicht, dass mathematische Arbeitstechniken zusätzliche Inhalte des Mathematikunterrichts darstellen und dementsprechend eigenständig, nicht aber isoliert behandelt werden müssen (siehe 2.4).

- Im dritten analytischen Teil wurde untersucht, inwieweit Lehrpläne als intendiertes bzw. Schulbücher als potentielles Curriculum im Laufe der Zeit Arbeitstechniken als Inhalte mitaufnahmen und wie in ihnen die Relevanz von Arbeitstechniken im Mathematikunterricht eingeschätzt wurde. Hier zeichnete sich ein deutlicher Trend für den verstärkten Einsatz von mehr Arbeitstechniken im Mathematikunterricht als Ergebnis einer quantitativen – aber nicht repräsentativen - Analyse ab. Eine thematisch sich anschließende qualitative Untersuchung müsste Gegenstand weiterer Forschung sein (siehe 3.1 / 3.2).
- Eine Untersuchung des implementierten Curriculum hinsichtlich der Verwendung von Arbeitstechniken im Unterricht wurde auf die Analyse einer Meinungsumfrage unter Lehrern und Schülern reduziert. Dabei zeigte sich bei den Schülerantworten ein differenzierteres Meinungsbild als bei den Lehrer, die nahezu jede Arbeitstechnik als wichtig in ihrem Unterricht einstuften. Insgesamt zeichnete sich jedoch ein Bild ab, dass eher die Relevanz von Arbeitstechniken im derzeitigen Unterricht unterstrich, wobei unklar ist, inwieweit der volle Umfang einer Arbeitstechnik oder nur einzelne ihrer Elemente von Bedeutung sind (siehe 3.3).
- Zusammenfassend lässt sich anhand der durchgeführten Analysen feststellen, dass in der gegenwärtigen Situation scheinbar ein Bedeutungswandel der Arbeitstechniken im Mathematikunterricht stattfindet. Dass dessen Ziele aber noch nicht vollends in der Schule implementiert sind, zeigen die unterschiedlichen Lehrer- und Schülermeinungen.

4.2. Ausblick

Ziel dieser Arbeit war es, einen Beitrag zur Erstellung einer Arbeitstechnik-Theorie, als eigenständig mathematisch-didaktische Kategorie zu leisten. Dazu wurden Arbeitstechniken weitestgehend isoliert von den anderen Elementen mathematischer Grundbildung behandelt (siehe 2. Kapitel). Dass aber keineswegs eine Reduzierung des Mathematikunterrichts auf Arbeitstechniken als Handwerkszeug der Schulmathematik sinnvoll ist, soll mit folgendem Zitat FÜHRERS unterstrichen werden:

> „*Wäre Mathematik [...] „draußen" nur Werkzeug für Standartsituationen, wie der Hammer zum Nagel und das Auto zum Fahren, dann könnte man die nichtalltägliche Mathematik getrost den Spezialisten überlassen, und die alltägliche wie Adam Ries als Handwerk lehren. Aber sie ist es nicht. Eine Grafik spricht nur scheinbar für sich selbst, ihre sachgemäße Entschlüsselung, das Verstehen ihrer 'Botschaft' ist in hohem Maße an vorausgegangene Lernprozesse gebunden.*"[265]

Demzufolge muss die Einbindung von Arbeitstechniken als zusätzliche Unterrichtselemente ein Schwerpunkt weiterer fachdidaktischer Forschung sein, wozu sowohl die in 2.3.2 angesprochene unterrichtliche Vermittlung mathematischer Arbeitstechniken als auch die Erstellung geeigneten Materials gehören sollte. Eine besondere Rolle kommt dabei dem Leitmedium Schulbuch zu, ohne dass eine nachhaltige Veränderung von Unterricht kaum denkbar ist:

> „*[Das Schulbuch] dient während des Unterrichts und danach als offizielle Zusammenfassung und Ergänzung des Unterrichtsstoffs. Es wird zum Üben und Vertiefen benutzt. Oft dient es auch als notdürftiger Behelf für all das, was aus Zeitgründen nicht mehr erarbeitet werden konnte. Die Schüler müssen sich dann den Sach-, Sinn- oder Problemzusammenhang [...], aus dem Schulbuch herausklauben*"[266]

Folglich gilt es die in Kapitel 3.2 beschriebenen Entwicklungen der Schulbuchgestaltung verstärkt fortzusetzen, um eine Thematisierung von Arbeitstechniken im Unterricht zu erreichen. Dazu muss jedoch auch bei den Lehrenden eine Sensibilisierung bezüglich dieser Thematik erreicht werden. Denn nur wenn mathematische Arbeitstechniken vom Schüler wahrgenommen werden, kann eine Verbesserung der Unterrichtskultur im Sinne einer verstärkten Eigenaktivität des Lernenden erreichen werden. Ein möglicher Beleg dieser fehlenden Thematisierung mag in den divergierenden Lehrer- und Schülermeinungen gesehen werden (siehe 3.4). Dementsprechend gilt es, das in der Einleitung angeführte Zitat wie folgt zu erweitern:

The best way to learn is to do, the worst way to teach is to talk, but if you want to take the best way you need to teach learning and to talk about doing.

---

[265] Vgl. Führer, Lutz: Pädagogik des Mathematikunterrichts. Eine Einführung in die Fachdidaktik für Sekundarstufen, Braunschweig 1997, S. 122.

[266] Vgl. Meyer (wie Anm. 113), S. 174.

Kapitel 5:

Verzeichnisse

5. Verzeichnisse

5.1. Literaturverzeichnis

Adorno, Theodor: Theorie der Halbbildung, in: Pleines, Jürgen-Eckhard (Hg.): Bildungstheorien, Freiburg 1978.

Arend, Michael: Geometrie. Eine Unterrichtsreihe in einer 7. Gymnasialklasse, in: Pro Schule. Zeitschrift des Hessischen Landesinstituts für Pädagogik (2000) Heft 3, S. 22-29.

Athen, Hermann / Griesel, Heinz: Mathematik heute 7, Hannover 1973.

Baptist, Peter: Nach TIMSS und vor Pisa – Gedanken zum Mathematikunterricht, in: Flade, Lothar / Herget, Wilfried (Hg.): Mathematik lehren und lernen nach TIMSS. Anregungen für die Sekundarstufe, Berlin 2000.

Bardy, Peter / Herget, Wilfried: Rechner rechnen manchmal falsch, in: Mathematik lehren (1999) Heft 93, S. 55-59.

Baruk, Stella: Wie alt ist der Kapitän? Über den Irrtum in der Mathematik, Basel 1989.

Bastian, Johannes: Offener Unterricht. Zehn Merkmale zur Gestaltung von Übergängen, in: Pädagogik (1995) Heft 12, S. 6-11.

Baumer, Jürgen et al.: TIMSS – Mathematisch-naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich. Deskriptive Befunde, Opladen 1997.

Beck, Erwin et al. (Hg.): Eigenständig lernen (Kollegium, Band 2), St. Gallen 1995.

Becker, Klaus Michael: Von Hare / Niemeyer über d'Hondt zu Lague / Schepers, in: MNU 45 (1992) Heft 1, S. 24-26.

Behle, Alexandra: Dreiecke und Vierecke mit dem Computer (Mathe Welt), in: Mathematik lehren (2000) Heft 102.

Beier, Heinz et al.: Vorkurs Deutsch. Arbeitstechniken, Literaturepochen, München 1984.

Biehler, Rolf / Kombrink, Klaus: Mediennutzung von Schülerinnen und Schüler, in: Mathematik lehren (1999) Heft 97, S. 6-11.

Biehler, Rolf: Graphische Darstellungen, in: mathematica didactica 57 (1985) Heft 8, S. 57-81.

Blum, Werner / Neubrand, Michael: TIMSS und der Mathematikunterricht, Hannover 1998.

Blum, Werner / Törner, Günter: Didaktik der Analysis, Göttingen 1983.

Blum, Werner / Wiegand, Bernd: Offene Aufgaben – wie und wozu ?, in: Mathematik lehren (2000) Heft 100, S. 52-55.

Blum, Werner et al.: Tests als Hilfe zur Selbstevaluation, in: Mathematik lehren (2001) Heft 109. [noch unveröffentlicht]

Blum, Werner: Qualitätsentwicklung im Mathematikunterricht ... ...eine Folge von TIMSS?, in: Pädagogik (2000) Heft 12, S. 23-26.

Blum, Werner: Sind 7 Jahre Mathematik genug ? Presseerklärung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, in: Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (Dezember 1995) Nr. 61, S. 47.

Bönsch, Manfred: Bildung in der Schule, in Seibert, Norbert / Serve, Helmut (Hg.): Bildung und Erziehung an der Schwelle zum dritten Jahrtausend, München 1994, S. 21-45.

Borowsky, Peter et al.: Einführung in die Geschichtswissenschaft I, Opladen 1989.

Bosler, Ulrich: Informationstechnische Grundbildung – Modelle und erste Erfahrungen, in: Mathematik lehren (1986) Heft 18, S. 51.

Brauneck, Peter et al.: Methodensammlung. Anregungen und Beispiele für die Moderation, Soest 1997.

Breidenbach, Walter: Mathematik für die Sekundarstufe I - 8. Schuljahr, Braunschweig 1972.

Brezinka, Wolfgang: „Allgemeinbildung“: Sinn und Grenzen eines Ideals, in: Pädagogische Rundschau 52 (1998) Heft 1, S. 47-58.

Brückner, Sascha: Schwierige Suche nach dem besten Durchblick, in: HNA (21.04.2001) Nr. 93, S. 45.

Bruder, Regina: Akzentuierte Aufgaben und heuristische Erfahrungen – Wege zu einem anspruchsvollen Mathematikunterricht für alle, in: Flade, Lothar / Herget, Wilfried (Hg.): Mathematik lehren und lernen nach TIMSS. Anregungen für die Sekundarstufe, Berlin 2000.

Bruder, Regina: Problemlösen lernen – aber wie? Ein altes aber nicht befriedigend gelöstes Problem, in: Mathematik lehren (1992) Heft 52, S. 6-12.

Buggenthin, Inge: Einführung in die Arbeit mit Geodreieck und Zirkel (Bergedorfer Kopiervorlagen, Band 273), Horneburg 2001.

Bundeszentrale für politische Bildung: Methoden-Kiste, Bonn 2000.

Burkard, Christoph / Eikenbusch, Gerhard: Praxishandbuch Evaluation in der Schule, Berlin 2000.

Burtscheidt, Christine: Das Fach braucht ein besseres Image, in: Süddeutsche Zeitung (10./11.02.2001) Nr. 34, S. 13.

Chott, Peter: Das Lehren des Lernens. Förderung der Methodenkompetenz in der (Grund-)Schule, in: Pädagogisches Forum (1998) Heft 2, S. 174-180.

Cukrowicz, Jutta / Zimmermann, Bernd: MatheNetz 8, Braunschweig 2000.

Cukrowicz, Jutta / Zimmermann, Bernd: MatheNetz 9, Braunschweig 2001.

Damerow, Peter: Wieviel Mathematik braucht ein Hauptschüler?, in: mathematica didacta (1980) Heft 3, S. 69-85.

Daniels, Arne: Lehren für Bündnis, in: DIE ZEIT (14.10.1999) Nr. 42, S. 39.

Darnstädt, Thomas: Start-up ins Leben, in: DER SPIEGEL (02.04.2001), S. 66-89.

DER SPIEGEL: Bestsellerliste, (24.02.2001) Heft 9, S. 202.

Deutsches Pisa Konsortium: Schülerleistungen im internationalen Vergleich, Berlin 2000.

dpa: Suche nach Ulrike weiter ohne Ergebnis. Besser aufklären, in: HNA (05.03.2001) Nr. 54, S. 28.

Endres, Wolfgang et al.: Mathe mit Methode. Der Textaufgaben-Knacker, Weinheim 1999.

Endres, Wolfgang: Die Endres Lernmethodik, Weinheim 2001.

Etzold, Sabine: Der Prophet im Klassenzimmer, in: DIE ZEIT (17.06.1999) Nr. 25.

Eva, Reick / Zedler, Reinhard: 1500 wollen, aber nicht mal 200 können, in: AKTIV Wirtschaftszeitung 30 (31.03.2001) Nr. 4 Ausgabe C, S. 5.

Fanghänel, Günter / Flade, Lothar: Taschenrechner im Mathematikunterricht, in: Mathematik lehren (1993) Heft 59, S. 5-8.

Flade, Lothar: Zur Einführung in den Gebrauch eines Taschenrechners, in: Mathematik lehren (1993) Heft 59, S. 9-11.

Flitner, Andreas: Reform der Erziehung. Impulse des 20. Jahrhunderts, München 1999.

Freudenthal, Hans: Mathematik als pädagogische Aufgabe. Band 1, Stuttgart 1973.

Freudenthal, Hans: Mathematik anwenden lernen, in: Mathematik lehren (1984) Heft 6, S. 3.

Führer, Lutz: Pädagogik des Mathematikunterrichts. Eine Einführung in die Fachdidaktik für Sekundarstufen, Braunschweig 1997.

Gaudig, Hugo: Die Methode des Schülers im Dienst der Bildung der Persönlichkeit (1917), in: Geppert, K. / Preuß, E. (Hg.): Selbstständiges Lernen, Bad Heilbrunn 1980.

Glatfeld, Martin (Hg.): Das Schulbuch im Mathematikunterricht, Braunschweig 1981.

Glöckel, Hans: Allgemeinbildung als Auftrag der Schule, in: Pädagogische Welt 47 (1993) Heft 2, S. 50-53.

Gresch, Elke et al.: Informationen beschaffen – aufarbeiten – präsentieren, Seelze 2001

Griesel, Heinz / Postel, Helmut (Hg.): Elemente der Mathematik - 8. Schuljahr, Hannover 1994.

Griesel, Heinz / Postel, Helmut: Elemente der Mathematik. 7. Schuljahr, Hannover 1994.

Herget, Wilfried / Scholz, Dietmar: Die etwas andere Aufgabe, Seelze 1998.

Herget, Wilfried / Stuck, Corinna: Wie groß sind Sieben-Meilen-Stiefel, in: Mathematik lehren (1996) Heft 74, S. 22.

Herget, Wilfried: Ganz genau – genau das ist Mathe!, in: Mathematik lehren (1999) Heft 93, S. 4-9.

Herzog, Andrea / Blum, Werner: Evaluation im Modellversuch Mathematik, in: in: Pro Schule Zeitschrift des Hessischen Landesinstituts für Pädagogik (2000) Heft 3, S. 54-57.

Hessisches Kultusministerium (Hg.): Rahmenplan Mathematik. Sekundarstufe I, Wiesbaden 1995.

Heyer, Ulrich / König, Helmut: Heuristische Vorgehensweise bewusst herausbilden – Methodische Empfehlungen für den Mathematikunterricht, in: Der Mathematikunterricht 38 (1992) Heft 3, S. 51-65.

Heymann, Hans Werner (Hg.): Allgemeinbildung und Fachunterricht, Hamburg 1997.

Heymann, Hans Werner: Allgemeinbildender Mathematikunterricht – was könnte das sein?, in: Mathematik lehren (1989) Heft 33, S. 4-9.

Heymann, Hans Werner: Allgemeinbildung (Studien zur Schulpädagogik und Didaktik, Band 13), Weinheim 1996.

Heymann, Hans Werner: Methoden des Lernens – Methoden der Fächer, in: Pädagogik 50 (1998) Heft 3, S. 7-8.

Heymann, Hans Werner: Überlegungen zu einem zeitgemäßen Allgemeinbildungskonzept, in: Heymann, Hans Werner / van Lück, Willi (Hg.): Allgemeinbildung und öffentliche Schule: Klärungsversuche (IDM Materialien und Studien, Band 37), Bielefeld 1990, S. 21-26.

Hinkfuß, Harald: Heuristische Methoden im Mathematikunterricht (Bielefelder Hochschulschriften, Band 23), Bielefeld 1980.

Hirscher, Horst: Neue Technologien als Anlaß einer erneuten Standortbestimmung für den Mathematikunterricht, in: mathematica didactica 14 (1991) Heft 2/3, S. 3-24.

Holzner, B.: So entstand der moderne Taschenrechner, in: TI-Nachrichten für die Schule (1989) Heft 2, Freisingen 1989, S. 2-3.

Horst, Uwe / Ohly, Karl Peter (Hg.): Lernbox. Lernmethoden – Arbeitstechniken, Seelze 2000.

http://kultur-netz.de/hdk/bildung.htm (02.03.2001)

http://www.deuropa.de/d/herzog/home.html (02.03.2001)

http://www.kultusministerium.hessen.de (07.04.2001)

http://www.pisa.oecd.org/pisa/math.htm (08.04.2001)

Hutchings, Merryn / Schmitz, Helen: Tolle Ideen. Leichter lernen: Arbeitstechniken, Mühlheim an der Ruhr 1997.

Ifrah, Georges: Universalgeschichte der Zahlen, Frankfurt 1991.

Janssen, Jürgen / Laatz, Wilfried: Statistische Datenanalyse mit SPSS für Windows. Eine anwendungsorientierte Einführung in das Basissystem, Berlin 1994.

Jungwirth, Helga: Interpretieren und Entwerfen von Graphiken in der Sek. I – eine Fallstudie, in: mathematica didactica 12 (1989) Heft 2/3, S. 125-151.

Kaiser, Gabriele: Realitätsbezüge im Mathematikunterricht. Ein Überblick über die aktuelle und historische Diskussion, in: Graumann, Günter et al. (Hg.): Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht (Band 2), Hildesheim 1995, S. 66-84.

Keller, Gustav: Das Lernen lehren – das Lernen lernen, in: Pädagogik und Schulalltag (1993) Heft 5, S. 529-535.

Kietzmann, U. et al.: Mathe live 7, Stuttgart 2000.

Kietzmann, U. et al.: Mathe live 8, Stuttgart 2001.

Klafki, Wolfgang: Allgemeinbildung heute. Grundlinien einer gegenwarts- und zukunftsbezogenen Konzeption, in: Pädagogische Welt 47 (1993) Heft 3, S. 98-103.

Klafki, Wolfgang: Neue Studien zur Bildungstheorien und Didaktik. Zeitgemäße Allgemeinbildung und kritisch-konstruktive Didaktik, Weinheim 1996.

Klafki, Wolfgang: Schlüsselprobleme als inhaltlicher Kern internationaler Erziehung, in: Seibert, Norbert / Serve, Helmut (Hg.): Bildung und Erziehung an der Schwelle zum dritten Jahrtausend, München 1994, S. 135-161.

Klippert, Heinz: Methodentraining. Ein Programm zur Förderung des offenen Unterrichts, in: Pädagogik (1995) Heft 12, S. 35-38.

Klippert, Heinz: Methodentraining. Übungsbausteine für den Unterricht, Weinheim[11] 1999.

Klippert, Heinz: Neue Lernkultur im Fachunterricht, in: Kalb, Peter (Hg.): Die Schule entwickeln, Weinheim 2001, S. 11-46.

Klippert, Heinz: Pädagogische Schulentwicklung. Planungs- und Arbeitshilfen zur Förderung einer neuen Lernkultur, Weinheim[2] 2000.

Klippert, Heinz: Teamentwicklung im Klassenraum. Übungsbausteine für den Unterricht, Weinheim 1998.

Köck, Peter: Lehrerpersönlichkeit und Selbständigkeit der Schüler – ein Wechselwirkungsverhältnis, in: Pädagogische Welt 51 (1997) Heft 11, S. 508-511. [gebundene Jahresausgabe]

Koechlin, Carol / Zwaan, Sandi: Informationen beschaffen – bewerten – benutzen, Mühlheim 1998.

Köhler, Hartmut: Bildung in der gefährdeten Welt (Bildungsraum Schule, Band 3) Buxheim 1993.

König, Helmut: Einige für den Mathematikunterricht bedeutsame heuristische Vorgehensweisen, in: Der Mathematikunterricht 38 (1992) Heft 3, S. 24-38.

Körner, Henning: Neue Bildungsziele durch den Computer?, in: Hirscher, Horst (Hg.): Wieviel Termumformung braucht der Mensch?, Hildesheim 1993.

Krämer, Walter: So lügt man mit Statistik, Frankfurt am Main[8] 1992.

Krämer, Walter: So überzeugt man mit Statistik, Frankfurt am Main 1994.

Krämer, Walter: Statistik verstehen. Eine Gebrauchsanweisung, Frankfurt am Main[3] 1998.

Kroll, Wolfgang: Mit Herz, Kopf und Hand. Zeichnen im Mathematikunterricht, in: Mathematik lehren (1986) Heft 14, S. 4-10.

Kütting, Herbert: Didaktik der Stochastik, Mannheim 1994.

Lehmann, Eberhard: Wann soll man den Computer im Mathematikunterricht einsetzen?, in: Mathematik lehren (1990) Heft 24, S. 4-5.

Lenzen, Dieter (Hg.): Pädagogische Grundbegriffe. Band 1 Aggression bis Interdisziplinarität, Hamburg 1989.

Lenzen, Dieter (Hg.): Pädagogische Grundbegriffe. Band 2 Jugend bis Zeugnis, Hamburg 1989.

Lergenmüller, Arno: Offenere Formen des Unterrichts, in: Der Mathematikunterricht 40 (1994) Heft 6, S. 5-10.

Liebau, Eckart: Allgemeinbildung heute, in: Die Deutsche Schule 6 – Beiheft 2000, S. 132-146.

Lux, Franziska et al. :Verbreitung von Taschenrechner und deren Einsatz im Unterricht. Ergebnisse von Lehrer- und Schülerbefragung, in: mathematica didactica 19 (1996) Band 2, S. 58-91.

Maier, Hermann: Schreiben im Mathematikunterricht, in: Mathematik lehren (2000) Heft 99, S. 10-13.

Messinger, Heinz: Langenscheidts Großes Schulwörterbuch. Englisch-Deutsch, Berlin 1988.

Meyer, Hilbert: Leitfaden zur Unterrichtsvorbereitung (Skriptor Ratgeber Schule, Band 6), Frankfurt am Main[12] 1993.

Meyer, Hilbert: Unterrichtsmethoden. I Theorieband, Frankfurt am Main[6] 1994.

Meyer, Hilbert: Unterrichtsmethoden. II Praxisband, Frankfurt am Main[9] 2000.

Meyer, Meinert: Allgemeinbildung und Sekundarstufe II, in: Heymann, Hans Werner / van Lück, Willi (Hg.): Allgemeinbildung und öffentliche Schule: Klärungsversuche (IDM Materialien und Studien, Band 37), Bielefeld 1990, S. 51-92.

Meyers Lexikonredaktion (Hg.): Meyers Großes Taschenlexikon. Band 1-20, Mannheim 1987.

Ministerium für Schule und Weiterbildung, Wissenschaft und Forschung des Landes Nordrhein-Westfalen (Hg.): Richtlinien und Lehrpläne für die Sekundarstufe I – Gesamtschule in Nordrhein-Westfalen. Mathematik, Frechen 1998.

Ministerium für Schule und Weiterbildung, Wissenschaft und Forschung des Landes Nordrhein-Westfalen (Hg.): Richtlinien und Lehrpläne für die Sekundarstufe II. Mathematik, Düsseldorf 1999.

Modellversuch Mathematik Hessen (Hg.): Materialien zum Modellversuch: Eine andere Aufgabenkultur. Geometrie, Kassel 1998.

Oehl, Wilhelm et al. (Hg.): Die Welt der Zahlen - 8. Schuljahr, Hannover 1983.

Peters, Wilhelms: Rekonstruktion und Visualisierung als mathematikdidaktische Strategie, in: Der Mathematikunterricht 33 (1987) Heft 4, S. 3-28.

Picker, Bernold: Mathematikunterricht als Vermittlung von grundlegenden Ideen, in: Der Mathematikunterricht 31 (1985) Heft 4, S. 6-9.

Polya, Georges: Schule des Denkens. Vom Lösen mathematischer Probleme, Tübingen[4] 1995.

Potschka, Hermann: Allgemeinbildung in unserer Zeit, in: Pädagogische Welt 47 (1993) Heft 2, S. 54-57.

Reischmann, Jost: Leichter lernen – leicht gemacht. Arbeitstechniken für Schule und Studium, Fortbildung und Examensvorbereitung, Bad Heilbrunn[5] 1993.

Reusser, Kurt: Kognitive Modellierung von Text-, Situations- und mathematischem Verständnis beim Lösen von Textaufgaben, in: Reiss, K. et al. (Hg.): Maschinelles Lernen. Modellierung von Lernen mit Maschinen, Berlin 1992, S. 255-279

Rieck, Wolfgang: Malediven versenkt, Alpen ohne Gletscher, in: HNA (11.03.2001) Nr. 10, S. 5.

Rost, Friedrich: Lern- und Arbeitstechniken für pädagogische Studiengänge, Opladen 1999.

Sacher, Werner: Gehören informationstechnische Kompetenzen zur Allgemeinbildung?, in: Pädagogische Welt 47 (1993) Heft 3, S. 107-111.

Sauer, Michael: Lernbox Geschichte. Das Methodenbuch, Seelze 2000.

Schenk, Bobby / Klasing, Delius: Yachtnavigation. Vom Zirkel bis zum GPS, Bielefeld 1993.

Schießl, Otmar: Es darf wieder von Bildung gesprochen werden, in: Pädagogische Welt 47 (1993) Heft 3, S. 104-106.

Schmid, August / Schweizer, Wilhelm (Hg.): Lambacher Schweitzer 8, Stuttgart 1988.

Schornstein, Johannes: Von der Genauigkeit offizieller Zahlen, in: Mathematik lehren (1999) Heft 93, S. 20-22.

Schraeder-Naef, Regula: Schüler lernen Lernen. Vermittlung von Lern- und Arbeitstechniken in der Schule, Weinheim^{6} 1996.

Schröder, Max: Welt und Zahl. 9. Schuljahr, Hannover 1985.

Schwan, Alexander: Politische Theorien des Rationalismus und der Aufklärung, in: Lieber, Hans-Joachim (Hg.): Politische Theorien von der Antike bis zur Gegenwart (Studien zur Geschichte und Politik, Band 299), Bonn 1993, S. 157-257.

Schwanitz, Dietrich: Bildung. Alles was man wissen muss, Frankfurt am Main 1999.

Schwarz, Paul: Wenn die Pädagogen mit ihrem Latein am Ende sind, in: Frankfurter Rundschau (27.05.1999).

Sehmisch, Martin: PDS-Kampagne zur Haschischdebatte, in: HNA (04.03.2001) Nr. 9, S. 48.

Sensenschmidt, Bernd: Durch eine Wüste von Nutzlosigkeit, in: Mathematik lehren (1995) Heft 68, S. 60-63.

Siller, Rolf: Orientierung durch Allgemeinbildung, in: Pädagogische Welt 47 (1993) Heft 2, S. 58-61.

Stahel, Werner: Statistische Datenanalyse. Eine Einführung für Naturwissenschaftler, Braunschweig^{3} 2000

Tenorth, Heinz-Elmar (Hg.): Allgemeine Bildung. Analysen zu ihrer Wirklichkeit, Versuche über ihre Zukunft, Weinheim 1986.

Tenorth, Heinz-Elmar: Alle alles zu lehren. Möglichkeiten und Perspektiven allgemeiner Bildung, Darmstadt 1994.

Terhart, Ewald: Lehr-Lern-Methoden. Eine Einführung in Probleme der methodischen Organisation von Lehren und Lernen, Weinheim 1997.

Terhart, Ewald: Selbständigkeit. Notizen zur Geschichte und Problematik einer pädagogischen Kategorien, in: Pädagogik (1990) Heft 6, S. 6-9.

Tietze, Uwe-Peter et al.: Mathematik in der Sekundarstufe II. Band 1: Fachdidaktische Grundfragen – Didaktik der Analysis, Braunschweig 1997.

Vom Hofe, Rudolf: Grundvorstellungen – Basis für inhaltliches Denken, in: Mathematik lehren (1996) Heft 78, S. 4-8.

Vom Hofe, Rudolf: Grundvorstellungen mathematischer Inhalte als didaktische Modelle für Theorie und Praxis des Mathematikunterrichts (Dissertation), Kassel 1994.

Von Baeyer, Hans Christian: Fermis Lösung, in: Tipler, Paul: Physik, Heidelberg 1994, S. 10-13.

Walsch, Werner: Beweisen im Mathematikunterricht – logische, psychologische und didaktische Aspekte, in: Der Mathematikunterricht 38 (1992) Heft S. 23-32.

Warzel, Arno: Der Sinn in Textaufgaben, in: Mathematik lehren (1995) Heft 68, S. 5-7.

Wiegand, Bernd: Mathematische Anwendungsfähigkeit. Detailanalysen von TIMSS und Kassel-Exeter-Studie (Texte zur mathematischen Forschung und Lehre, Band 11), Hildesheim 2000.

Winter, Heinrich: Allgemeine Lernziele für den Mathematikunterricht?, in: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 7 (1975) 3, S. 106-116.

Winter, Heinrich: Entdeckendes Lernen. Einblicke in die Ideengeschichte und ihre Bedeutung für die Pädagogik, Braunschweig 1989.

Winter, Heinrich: Mathematikunterricht und Allgemeinbildung, in: Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (Dezember 1995) Nr. 61, S. 37-46.

Winter, Heinrich: Näherungskalkulationen aus dem Alltag, in: Mathematik lehren (1983) Heft 1, S. 21-24.

Winter, Heinrich: Problemorientierung des Sachrechnens in der Primarstufe als Möglichkeit, entdeckendes Lernen zu fördern, in: Bardy, Peter (Hg.): Mathematische und mathematikdidaktische Ausbildung von Grundschullehrerinnen/-lehrern (Studien zur Schul- und Bildungsforschung, Band 6), Weinheim 1997, S. 57-92.

Winter, Heinrich: Sachrechnen in der Grundschule, Berlin 1992.

Wittmann, Erich / Müller, Gerhard: Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 2, Stuttgart 1992.

Wittmann, Erich: Grundfragen des Mathematikunterrichts, Braunschweig 1981.

Wollersheim, Heinz-Werner: Kompetenz-Erziehung: Befähigung zur Bewältigung, Frankfurt am Main 1993.

Zech, Friedrich: Grundkurs Mathematikdidaktik. Theoretische und praktische Anleitung für das Lehren und Lernen von Mathematik, Weinheim[8] 1996.

Zech, Friedrich: Motivation im/für Mathematikunterricht im Lichte neuerer Psychologie, Pädagogik, Mathematikdidaktik, in: Der Mathematikunterricht 31 (1985) Heft 3, S. 7-27.

5.2. Abbildungsverzeichnis

Im Folgenden liste ich nur die Abbildungen auf, die weder von mir selbst erstellt wurden, noch auf meinen eigenen Entwürfen beruhen.

Anhang

Fragebogen der empirischen Untersuchung (Schülerversion)

Arbeitstechniken im Mathematikunterricht

❍ Mädchen ❍ Junge

Klasse: ____________________

Schule: ____

Schulzweig: ❍ Gymnasium ❍ Realschule ❍ Hauptschule

In meinem Mathematikunterricht ist es sehr wichtig (1) ... überhaupt nicht wichtig (6), folgende Arbeitstechniken zu beherrschen:

Pro Arbeitstechnik bzw. Zeile **ein** Kreuz für die entsprechende Bedeutung !

Sehr wichtig .... unwichtig

	1	2	3	4	5	6
Umgang mit Geodreieck, Zirkel und Lineal						
Arbeitsergebnisse selbst vortragen						
Die wesentlichen Informationen eines (mathematischen) Textes selbstständig erkennen						
Bei Rechnungen das Ergebnis vorher schätzen bzw. überschlagen						
Umgang mit dem Taschenrechner						
Umgang mit dem Computer						
Eigene Fragen oder Aufgaben formulieren						
Arbeitsschritte bzw. Lösungswege zu einer Aufgabe selbstständig planen						
Modellieren, dass heißt ein Problem aus der realen Welt in die Mathematik übertragen, um es mit Hilfe der Mathematik zu lösen						
Bei der Lösung einer Aufgabe mehrere bekannte Lösungsstrategien anwenden						
Informationen aus Diagrammen, Tabellen, Graphen oder andere graphische Darstellungen entnehmen						
Tabellen, Graphen und andere Darstellungen erstellen						
Argumentieren und Begründen						

Fragebogen der empirischen Untersuchung (Lehrerversion)

Arbeitstechniken im Mathematikunterricht

(Lehrer/innen-Fragebogen)

Klasse: ____________________

Schule: ____

Schulzweig: ❍ Gymnasium ❍ Realschule ❍ Hauptschule

In meinem Mathematikunterricht ist für mich sehr wichtig (1) ... überhaupt nicht wichtig (6), dass meine Schüler folgende Arbeitstechniken beherrschen:

Pro Arbeitstechnik bzw. Zeile **ein** Kreuz für die entsprechende Bedeutung !

Sehr wichtig .... unwichtig

	1	2	3	4	5	6
Umgang mit Geodreieck, Zirkel und Lineal						
Arbeitsergebnisse selbst vortragen						
Die wesentlichen Informationen eines (mathematischen) Textes selbstständig erkennen						
Bei Rechnungen das Ergebnis vorher schätzen bzw. überschlagen						
Umgang mit dem Taschenrechner						
Umgang mit dem Computer						
Eigene Fragen oder Aufgaben formulieren						
Arbeitsschritte bzw. Lösungswege zu einer Aufgabe selbstständig planen						
Modellieren, dass heißt ein Problem aus der realen Welt in die Mathematik übertragen, um es mit Hilfe der Mathematik zu lösen						
Bei der Lösung einer Aufgabe mehrere bekannte Lösungsstrategien anwenden						
Informationen aus Diagrammen, Tabellen, Graphen oder andere graphische Darstellungen entnehmen						
Tabellen, Graphen und andere Darstellungen erstellen						
Argumentieren und Begründen						