Wassner, Christoph; Martignon, Laura; Sedlmeier, Peter

Die Bedeutung der Darbietungsform für das alltagsorientierte Lehren von Stochastik

Prenzel, Manfred [Hrsg.]; Doll, Jörg [Hrsg.]: Bildungsqualität von Schule: Schulische und außerschulische Bedingungen mathematischer, naturwissenschaftlicher und überfachlicher Kompetenzen. Weinheim : Beltz 2002, S. 35-50. - (Zeitschrift für Pädagogik, Beiheft; 45)

urn:nbn:de:0111-opus-39370

Zeitschrift für Pädagogik · 45. Beiheft

Bildungsqualität von Schule: Schulische und außerschulische Bedingungen mathematischer, naturwissenschaftlicher und überfachlicher Kompetenzen

Herausgegeben von Manfred Prenzel und Jörg Doll

Beltz Verlag · Weinheim und Basel

Herstellung: Klaus Kaltenberg
Druck: Druckhaus »Thomas Müntzer«, Bad Langensalza
Printed in Germany
ISSN 0514-2717

Bestell-Nr. 41146

Inhaltsverzeichnis

Teil II: Lehrerexpertise und Unterrichtsmuster in Mathematik und Physik

Teil III: Entwicklung und Evaluation von Unterrichtsmodulen und Trainingsprogrammen

Teil V:
Einstellungen und Werte als förderliche oder hinderliche Bedingungen schulischer Leistungsfähigkeit

Teil VI:
Schulforschung

Christoph Wassner/Laura Martignon/Peter Sedlmeier

Die Bedeutung der Darbietungsform für das alltagsorientierte Lehren von Stochastik

1. Einleitung

„Statistisches Denken wird eines Tages genauso wichtig sein für eine aufgeklärte Gesellschaft wie die Fähigkeit, zu lesen und zu schreiben". Diese Worte des Romanautors H.G. Wells („Die Zeitmaschine") wiesen damals bereits auf einen absehbaren Wandel unserer Gesellschaft zu einer Informationsgesellschaft und der damit verbundenen Verschiebung von Fähigkeitsanforderungen an den heranwachsenden Menschen hin. Auch der Mathematiker Hans Freudenthal empfahl für das Lehren und Lernen von Mathematik eine starke „Orientierung an der Welt" mit dem Ziel der Ausbildung tragfähiger mentaler Modelle für mathematische Begriffe (Freudenthal 1983). In diesem Sinne ist zu diskutieren, ob die steigende Bedeutung von statistischer Information in unserer Umwelt und deren wachsende Kommunikation auch eine Neuorientierung von Zielen, Maßnahmen und Methoden der mathematischen Grundbildung erfordert. Das Ziel des hier dargestellten Projektes[1] ist die Untersuchung von Bedingungen und Verbesserungsmöglichkeiten einer entsprechenden fächerübergreifenden Kompetenz von Schülern, mit unsicheren Informationen und statistischen Daten umzugehen und Entscheidungen, die auf Daten basieren, treffen und begründen zu können. In der Literatur finden sich Bezeichnungen wie „Datenkompetenz" oder „Entscheiden unter Unsicherheit und Risiko". Erforderliche Fähigkeiten erstrecken sich vom richtigen und verantwortungsvollen Umgang mit statistischen Daten, dem Wissen um grundlegende Methoden zur Interpretation und Analyse bis hin zur Fähigkeit, Werkzeuge für sinnvolle Schlussfolgerungen und Entscheidungen unter Unsicherheit parat zu haben und benutzen zu können (vgl. NCTM 2000, S. 47). In unserer vom Austausch und der Analyse von Informationen geprägten Welt erfahren mathematische Teilgebiete wie Datenanalyse, Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik eine neue bildungspolitische Relevanz. Alltagsorientierte und problembasierte stochastische Bildung ist eine wichtige Voraussetzung, die die Schule schaffen muss, damit Schulabgänger als kritische und politisch ihres Handelns bewusste Erwachsene in Staat, Wirtschaft und Gesellschaft agieren können. Neuere Entwürfe zur stochastischen Bildung favorisieren deshalb Konzepte, die „stochastisches Denken" an Stelle bloßen Erlernens von Rechenverfahren fördern. Entscheidend ist, nicht in „methodischen Ritualen" (Gigerenzer 1999), halb verstandenen Regeln und eingepaukten Schemata verhaftet zu bleiben, sondern Stochastik möglichst realitätsbezogen und problemorientiert zu unterrichten.

1 Das Projekt wird seit 1.1.2001 von der DFG gefördert (Geschäftszeichen: Ma 1544 /10-1).

Wir fassen im Folgenden einige Entwicklungen im Bereich der didaktischen und psychologischen Forschung zur Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik und zu Möglichkeiten von computergestütztem Training zur Förderung von Lernaktivität zusammen, die als theoretischer Hintergrund der speziellen Forschungsfragen des Projektes anzusehen sind.

2. Didaktische und kognitionspsychologische Positionen und Befunde zur stochastischen Bildung

Neben einer Vielzahl von grundlegenden didaktischen Ansätzen zur Stochastik (z.B. Heitele 1976; Riemer 1985; Wickmann 1990; Borovcnik 1992; Garfield 1993) kamen von didaktischer Seite, insbesondere aus den USA, aber auch aus der kognitionspsychologischen Forschung neue Ideen, die interessant im Hinblick auf die Förderung flexiblen und realitätsbezogenen stochastischen Denkens sind. Eine zentrale Bedeutung für die derzeitige „Mathematical literacy"-Diskussion haben die „Principles and Standards for School Mathematics" des „National Council of Teachers of Mathematics" (NCTM 2000) aus den USA, die Empfehlungen für einen modernen mathematischen Unterricht geben. Es finden sich nicht nur Aussagen zu Inhalten, sondern auch zu Prozesselementen, wie z.B. Repräsentation und Kommunikation. Für den Themenbereich „probability & chance" sind einige Forderungen ein hoher Anteil an Eigenaktivität der Lernenden, Akzente auf der Anwendung der Stochastik im realen Leben und auf reale Fragestellungen und Betonung von „data handling" (authentische Datenanalyse) im allgemeinen Mathematik-Curriculum[2] als fächerübergreifendes Element (Biehler 1997, 2001; Engel 2001). Demgemäß soll die Ausbildung den Lernenden umfassende Möglichkeiten bieten, Daten zu erheben und aufzubereiten, grafische Darstellungen zu verwenden und schließlich Schlussfolgerungen und Entscheidungen basierend auf den analysierten Daten zu treffen.

Solche Schlussfolgerungen bereiten nicht nur Schülern erhebliche Probleme. Auch „Experten" wie z.B. Ärzten, Gesundheitsberatern oder Richtern fallen Entscheidungen unter Unsicherheit schwer (z.B. Gigerenzer im Druck; Krauss/Hertwig 2000). Die Behauptung, dass der Mensch hierbei resistenten kognitiven Täuschungen unterliegt (z.B. Kahneman/Slovic/Tversky 1982; Piattelli-Palmarini 1994), wurde durch neuere Forschungsarbeiten im Bereich der Kognitionspsychologie widerlegt (z.B. Gigerenzer/Hoffrage 1995; Cosmides/Tooby 1996). Der entscheidende Schlüssel zum Verstehen von Wahrscheinlichkeitsproblemen scheint die Verwendung der richtigen Darbietungsform zu sein. Im Bereich der bayesschen Schlussfolgerungen[3] z.B. zeigten diverse Studien (Gigerenzer/Hoffrage 1995; Sedlmeier/Gigerenzer 2001), dass insbesondere die Frage des numerischen Formates für den Verstehenserfolg entscheidend ist. Spezielle grafische

2 Das ist in Deutschland nur in NRW der Fall, sonst sind Elemente der beschreibenden Statistik nicht expliziter Bestandteil der Curricula.

3 Schlussfolgerung durch Anwendung des Bayes-Theorems.

Darstellungen statistischer Information unter Verwendung von „natürlichen", absoluten Häufigkeiten können die Performanz bei bayesschen Schlussfolgerungen erheblich verbessern. Wie kongruent Intuition und Wahrscheinlichkeitstheorie dabei sein können, zeigen Beispiele in Martignon/Wassner (2001). Der für diese Inferenz zentrale „Satz von Bayes" ist wohl nicht an sich unintuitiv, sondern er ist nur in entsprechender Form ein Stolperstein für die Intuition (Wassner/Krauss/Martignon 2002). In weiteren Projekten des Schwerpunktprogramms wurde ebenfalls deutlich (z.B. Münster/Berlin), dass flexibles Wissen über Repräsentation von hohem Nutzen sein kann, wenn wir für Lernende eine Brücke zwischen Mathematik und Anwendung im alltäglichen Leben schlagen wollen (Stern/Aprea/Ebner im Druck).

Ausgehend von der These, dass Darbietungsformen, die im Unterricht verwendet werden, nicht optimal an vorhandene probabilistische Intuitionen der Schüler angepasst sein können (Martignon 2000), ist eine offene Forschungsfrage, inwieweit solche Schülerintuitionen durch geeignete Darbietungsformen nutzbar gemacht werden können. Erkenntnisse der kognitiven Psychologie im Bereich des stochastischen Denkens können wesentliche Anhaltspunkte liefern, wie gezielt auf vorhandene Primärintuitionen aufgebaut werden kann. Empirische Untersuchungen wurden zum kurzfristigen Erfolg verschiedener Trainingsvarianten zu bedingten Wahrscheinlichkeiten durchgeführt, denen besondere Bedeutung im Bereich stochastischen Denkens beigemessen wird. Die Ergebnisse bezogen sich zunächst auf Unterschiede im Lernerfolg durch verschiedene grafische Modelle (z.B. Bea 1995).

Sedlmeier und Gigerenzer entwickelten mehrere computergestützte Trainingsprogramme, deren Grundkonzept auf der Verwendung von Häufigkeitsformaten (z.B. „20 von 1000") anstatt Warscheinlichkeitsformaten (z.B. „0,02" oder „2%") beruhte (z.B. in Verbindung mit einem grafischen Baummodell oder einem Flächenrastermodell, Abbildung 1, S. 38).

Trainings wurden mit Problemen zur Konjunktion von Wahrscheinlichkeiten, zu bedingten Wahrscheinlichkeiten (Sedlmeier 2000a, b) und zu bayesscher Inferenz (Sedlmeier 1997; Sedlmeier/Gigerenzer 2001) entwickelt. Es ergaben sich deutliche Unterschiede im Trainingserfolg im Vergleich zu analogen Trainings mit Wahrscheinlichkeitsformaten.

Wie kamen diese Unterschiede zustande? Es spricht einiges dafür, dass Intuitionen im Bereich des Umgangs mit Zufall und Unsicherheit als Resultat phylogenetischer Selektionsprozesse und ontogenetischer Lernprozesse in Interaktion mit der natürlichen Umgebung entstanden sind (Cosmides 1989; Cummins 1998; Sedlmeier/Wettler 1998). Dieser Auffassung folgend können wir Probleme umso leichter verarbeiten, je näher ihr Darbietungsformat dem Format ist, in dem Ereignisse und Objekte in der natürlichen Umgebung wahrgenommen werden können. Das natürliche Format ist allerdings wegen der Langsamkeit von phylogenetischen Selektionsprozessen nicht unbedingt das, welches wir gegenwärtig verwenden, sondern ein Format, mit dem unsere frühen Vorfahren zu tun hatten: Reale Häufigkeiten und nicht, wie heutzutage nach Entwicklung von Schrift und Mathematik, Prozentwerte oder Dezimalzahlen. Diese Überlegungen führten zum Konzept der „natürlichen Häufigkeiten" und zur Annahme, dass der

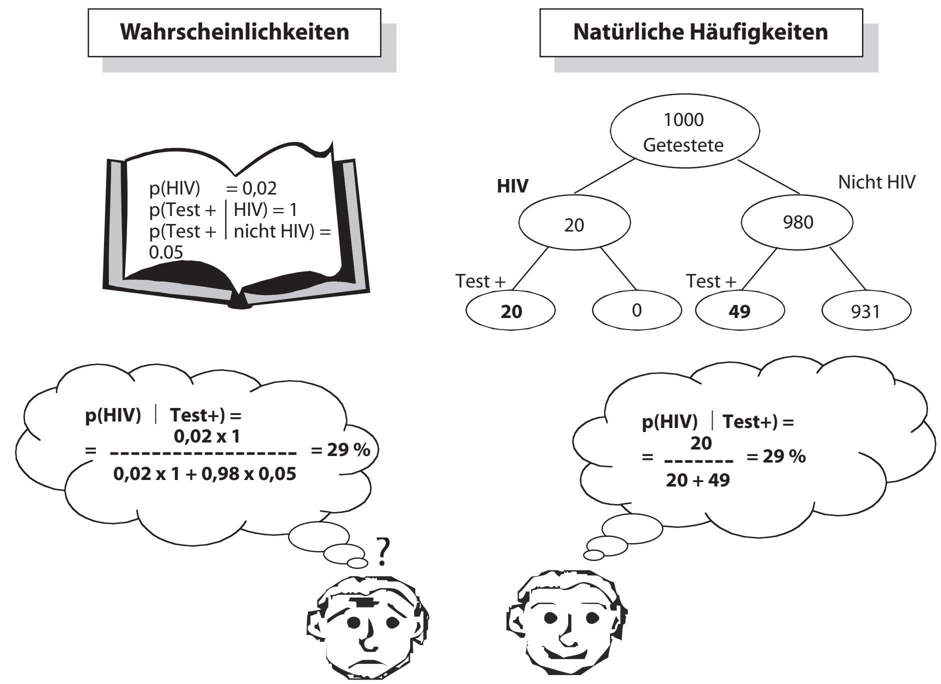

Abb. 1: ***Repräsentationsmodelle: Bayessche Inferenz mit der Formel von Bayes bzw. einem Häufigkeitsbaummodell***

Mensch sehr wohl über „adaptive Algorithmen" verfügt, die seiner Performanz im Umgang mit Wahrscheinlichkeitsproblemen förderlich sind (Gigerenzer 1993).

Ein weiteres, von Sedlmeier (1998; 1999) entwickeltes Trainingsprogramm benutzte ein animiertes Urnenmodell, um den Einfluss der Stichprobengröße auf die Reliabilität von Schätzungen zu lehren. Eine spezielle dynamische Häufigkeitsdarstellung förderte dabei die schon bei Kindern vorhandene Intuition, dass größere Stichproben zu genaueren Schätzungen führen (Piaget/Inhelder 1951/1975) und half beim Verstehen von Stichprobenverteilungen. Zudem untersuchten wir, welchen Einfluss die Flexibilität der Darstellung und damit der Grad der Eigenaktivität des Lernenden auf den Lernerfolg hat (s.u.). Implikationen aus diesen Studien für die Gestaltung von computergestützten Statistiktutoren werden in Sedlmeier/Wettler (1998) diskutiert.

3. Entwurf einer Lehr-Lernumgebung zur Förderung stochastischer Kompetenzen

Die Ergebnisse aus der Forschung zu Urteilen unter Unsicherheit und Training solcher Urteilsprozesse dienen als Grundlage für einen Entwurf einer schulischen Lehr-Lernumgebung zur stochastischen Grundbildung. Das bedeutsamste Ziel ist die Förderung fächerübergreifender Kompetenzen im Sinne des Umgangs mit unsicheren Informationen und Daten. Formelwissen und innermathematische Fähigkeiten treten deshalb in diesem Ansatz zunächst in den Hintergrund. Ein vorläufige Konkretisierung des Ansatzes erfolgte in Form von Lehr-Lernmaterialien zur Wahrscheinlichkeitsrechnung mit begleitender, computergestützter Trainingssoftware (Sedlmeier/Köhlers 2001).

Wir halten drei Bedingungen ausschlaggebend für den Erfolg einer entsprechenden Lehr-Lernumgebung (Überblick über theoretischen Hintergründe und Inhalte in Sedlmeier 2001). Zentral ist die bereits dargestellte Rolle des Darbietungsformates, d.h. die besondere Bedeutung sowohl statischer (z.B. grafische Darstellungen mit Häufigkeitsformaten) als auch dynamischer Repräsentation (z.B. Simulation von Zufallsprozessen). Eine weitere entscheidende Bedingung ist die Unterstützung der Eigenaktivität der Lernenden – sie sollen durch selbstentworfene, computergestützte Experimente Gesetzmäßigkeiten selbst erfahren können („learning by doing"). Die lernfördernde Wirkung von Eigenaktivität hat bereits Eingang in kognitionspsychologische Theorien gefunden, die als Grundlage für die Konstruktion von intelligenten Tutorsystemen benutzt werden (z.B. Anderson u.a. 1995). Demnach muss der Lernende aktiv in die Problemlösung einbezogen werden, um neues prozedurales Wissen erwerben zu können. Die dritte wichtige Bedingung ist eine Einbettung in alltagsrelevante bzw. authentische Probleme. Arbeiten im Bereich „situated cognition" (z.B. Brown/Collins/Duguid 1989) betonen die Wichtigkeit authentischer Kontexte beim Lehren und Lernen, da konzeptuelles Wissen nicht so leicht abstrahiert wird. In dieser Sichtweise ist konzeptuelles Wissen eine Menge von Werkzeugen, die in realen Situationen tatsächlich benutzt werden können. Die Bedingungen und Möglichkeiten der Anwendung ergeben sich erst aus dem Handlungskontext. Durch flexibel gestaltbare Visualisierungen und Simulationen wird ermöglicht, dass die Lernenden eigene Experimente in authentischen Kontexten durchführen können.

4. Fragestellungen und Ziele

Aus dem bisherigen Stand der Forschung lässt sich mit gutem Grund annehmen, dass Schüler eine höhere stochastische Kompetenz erreichen, wenn sie sich in Lehr-Lernumgebungen befinden, in denen diese Bedingungen erfüllt sind. Diese Rahmenhypothese wurde ab Januar 2001 systematisch durch außerschulische Trainingsstudien und erste Pilotimplementationen in schulischen Lehr-Lernumgebungen untersucht. Wir geben im Folgenden eine Zusammenfassung von Fragestellungen, Untersuchungsmethoden und ersten Befunden des Forschungsprojekts.

Die Fragestellungen betrafen zunächst eine systematische und individuelle Überprüfung der genannten Bedingungen im Hinblick darauf, ob ihr Vorhandensein grundlegende Kompetenzen im Umgang mit Unsicherheit verbessern kann. Die Implikationen für die Gestaltung der Lehr-Lernumgebung sind:

1) Verbesserung der Instruktionsqualität durch intuitive (an individuelle Verarbeitungsprozesse der Schüler angepasste) Darbietungsformen,
2) Verstärkte Möglichkeiten der eigenen Lernhandlung von Schülern durch interaktive und flexible, computergestützte Trainingsprogramme,
3) Betonung alltagsorientierter und problembasierter Unterrichtsmuster.

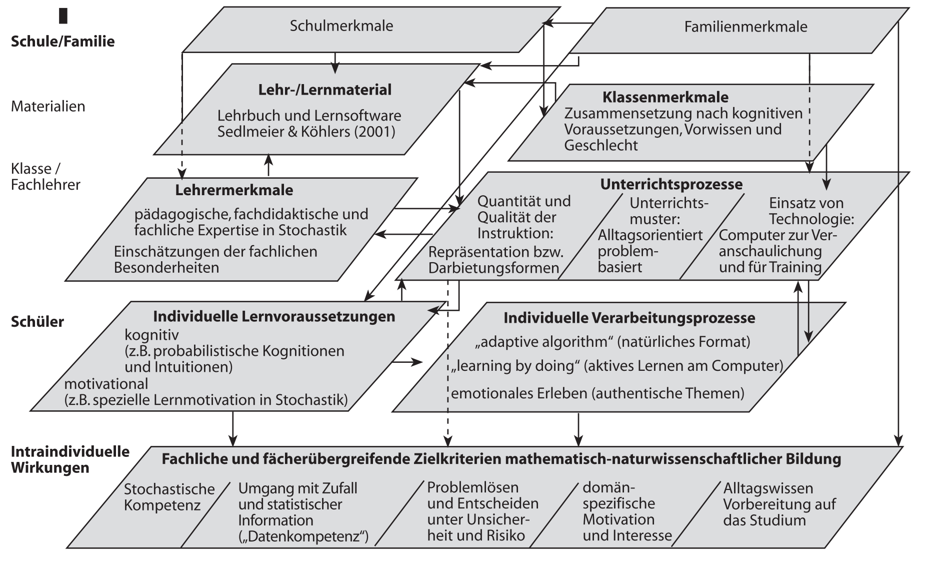

Abb. 2: ***Einordnung in das mehrebenanalytische Rahmenmodell***

Abbildung 2 zeigt die Einordnung zu untersuchender Bedingungen in ein mehrebenenanalytisches Rahmenmodell des Wirkungsgefüges von Lernvoraussetzungen auf fachliche und fächerübergreifende Zielkriterien von stochastischer Bildung. Der Untersuchungsbereich beginnt in der 2. Ebene (unterhalb von Schule/Familie), wobei zunächst Lehr-Lernmaterialien für die Stochastik und individuelle Verarbeitungsprozesse in ihrer Interaktion untersucht werden sollen. Die neuen Materialien wurden, wie bereits dargestellt, konsequent nach kognitionstheoretischen bzw. empirisch validierten Konzepten entwickelt (Sedlmeier/Köhlers 2001). Auf Schülerebene soll untersucht werden, wie bestimmte Merkmale auf individuelle Verarbeitungsprozesse der Schüler wirken. Die Gestaltung und Auswahl von Lehrmaterialien betrifft in natürlicher Weise den Prozess der Unterrichtsplanung und -vorbereitung und hat nicht nur inhaltliche, sondern natürlich auch Auswirkungen auf Unterrichtsprozesse. Die natürliche Interaktion zwischen Lehrmaterial, Unterricht und individueller Schülerebene muss folgerichtig um die Lehrerdimension ergänzt werden. Lehrervorstellungen üben erheblichen Einfluss auf Lehr-Lernprozesse aus und sind deshalb ein wichtiger Faktor, wenn Bedingungen des Lernens untersucht werden (z.B. Fischler 2001). Eine grundlegende fachliche Besonderheit der

Stochastik ist die Mittlerrolle zwischen der Exaktheit der Mathematik und der Beliebigkeit einer vom Zufall geprägten Welt. So ist etwa eine deutliche Wahr-Falsch-Kategorisierung gewohnter mathematischer Aufgabenstellungen bei stochastischen Aussagen oft nicht möglich. Kompetenz und Ansichten der Lehrer über fachliche Besonderheiten bilden die Basis für die Instruktionsqualität im Unterricht.

Konsistent zur theoretischen Einbettung ergeben sich konkrete Forschungsfragen im Hinblick auf individuelle Verarbeitungs- und Unterrichtsprozesse:

- Welchen Einfluss haben verschiedene Repräsentationsmodelle auf den Lern- und Verstehenserfolg bei grundlegenden Wahrscheinlichkeitsproblemen (z.B. im Bereich bedingte Wahrscheinlichkeit, bayessche Inferenz, statistische Interpretation von Wahrscheinlichkeit, statistische Verteilungen)?
- Welchen Nutzen haben verschiedene Repräsentationen für Transfer- und Formalisierungkompetenzen?
- Hat die Einkleidung in authentische Kontexte Auswirkungen auf Lernmotivation und Verstehen von Wahrscheinlichkeitsproblemen?
- Inwieweit kann der Einsatz von interaktiver Simulations- bzw. Trainingssoftware beim Verstehen und der Durchdringung der Problemlösungen helfen? Welche besondere Rolle spielt dabei die Betonung der Eigenaktivität der Lernenden?

5. Trainingstudien zu individuellen Verarbeitungsprozessen bei unterschiedlichen Repräsentationsmodellen

Untersuchungsmethoden im Projekt betrafen zunächst Trainingsstudien zur systematischen Überprüfung individueller Verarbeitungsprozesse der Schüler im Labor. Wir beschränken uns in diesem „Werkstattbericht“ auf die Darstellung einer repräsentativen Trainingsstudie.

5.1 Untersuchungsgegenstand

In der Trainingsstudie wurde der Einfluss unterschiedlicher Repräsentationsmodelle auf das Verständnis von bedingter Wahrscheinlichkeit bzw. bayesscher Inferenz untersucht. Die Trainingsvarianten unterschieden sich hinsichtlich der verwendeten Repräsentationsformate. In einem Formeltraining (FORM) übten die Schüler, zur Lösung von Wahrscheinlichkeitsaufgaben passende Wahrscheinlichkeitsinformationen in verschiedene Formeln für bedingte Wahrscheinlichkeiten einzusetzen, und in einem Häufigkeitstraining (BAUM) übten sie, diese Aufgaben durch Einsetzen von Häufigkeiten in einen Häufigkeitsbaum zu lösen. In einer weiteren Variante wurde sowohl die Formeldarstellung als auch die Häufigkeitsbaumverwendung trainiert (KOMBI). Die Gesamtdauer aller drei Trainingsvarianten lag bei etwa 1 Stunde.

Beschreibung der Trainings: In allen Versionen erklärte das computergestützte Trainingsprogramm zunächst anhand von Beispielen, wie Probleme aus dem Bereich der bayesschen Inferenz mithilfe des jeweiligen Repräsentationsmodells (Formel oder Häufigkeitsbaum) gelöst werden konnte. Anschließend sollten die Versuchsteilnehmer in einem Übungsmodus das Gelernte anwenden, indem sie weitere Aufgaben schrittweise am Computer lösten. Das Trainingsprogramm gab Feedback, wenn die Versuchsperson Übungsschritte nicht korrekt bzw. Anweisungen falsch verstanden hat (vgl. auch Sedlmeier/Gigerenzer 2001).

5.2 Hypothesen

Wir erwarteten, dass das Häufigkeitstraining (BAUM) zu einem besseren konzeptuellen Verständnis von bedingter Wahrscheinlichkeit bzw. bayesscher Inferenz als das formale Wahrscheinlichkeitstraining (FORM) führt. Bei Training, das zunächst formale Lösungsmethoden einführt und zusätzlich die Übersetzung in das Häufigkeitsmodell beinhaltet (KOMBI) kann etwa das Verständnisniveau des BAUM-Trainings erreicht werden. Das FORM-Training unterstützt die Fähigkeit besser, mathematisch zu abstrahieren, d.h. Lösungsalgorithmen allgemein angeben zu können.

5.3 Erhebungsinstrumente

Die verwendeten Tests wurden aus typischen Aufgaben der Bereiche bedingte Wahrscheinlichkeit und bayessche Inferenz mit verschiedenen inhaltlichen und prozessualen Anforderungen konstruiert. Die kontextbezogenen Problemstellungen sind adaptiert aus vorangegangenen Studien (Sedlmeier 1999). Zusätzlich zu Aufgabenitems, die eine numerische Lösung verlangten, beinhalteten die Tests auch Multiple-Choice-Items. Bei allen Items wurde auch eine genaue schriftliche Erläuterung des Lösungswegs verlangt. Die einzelnen Items wurden nach Anforderungen klassifiziert, sodass die Überprüfung eines differenziellen Lerngewinns in verschiedenen Anforderungsstufen möglich ist. Folgende Anforderungsstufen wurden unterschieden:

- A1: Es soll angegeben werden, welche Informationen aus dem Aufgabentext für die Lösung gebraucht werden bzw. wie einzelne Informationen das Ergebnis beeinflussen können (keine algorithmischen Verknüpfungen nötig).
- A1+: Es soll aus gegebenen Informationen eine „totale Wahrscheinlichkeit“ gebildet werden, d.h. eine Teilstruktur der bayeschen Inferenzaufgabe.
- A2: Es soll eine bayessche Inferenzaufgabe mit den Informationen aus dem Aufgabentext gelöst werden. Diese Anforderung war, wie oben beschrieben, Gegenstand der Trainings.
- A3: Es soll eine bayessche Inferenzaufgabe gelöst werden, die in ihrer Struktur von den trainierten Aufgaben abweicht. Anstatt der üblichen dichotomen Struktur, kom-

men trichotome Ereignisstrukturen vor (z.B. Kriterien für Wetter: gut, schlecht, wechselhaft).

- A4: Es soll eine bayessche Inferenzaufgabe mit extrem wahrscheinlichen bzw. unwahrscheinlichen Werten gelöst werden (z.B. bedingte Wahrscheinlichkeiten im Aufgabentext sind fast gleich 100% bzw. fast gleich 0%).

Während A1 und A1+ Teilanforderungen von A2 darstellen, sind bei A3 und A4 einfache „Transferleistungen" nötig, d.h. es muss eine Problemstruktur erkannt werden, die von der im Training geübten abweicht. Mögliche unterschiedliche Itemschwierigkeiten wurden durch eine systematische Permutation der Darbietungsreihenfolge der Items in allen Gruppen kontrolliert.

Zur Erfassung der Abstrahierungsfähigkeiten wurde in einem Teiltest überprüft, ob die Schüler fähig sind, allgemein und ohne die kontextbezogene Einbettung zugrunde liegende mathematische Strukturen zu erkennen und zu formulieren. Zusätzliche Fragen erhoben allgemeines mathematisches Vorwissen, subjektive Präferenzen und die Einschätzung der Aufgabenschwierigkeiten.

5.4 Stichproben

In der 1. Studie wurden 47 Schüler (31 männlich/16 weiblich) der 13. Jahrgangsstufe eines Leistungskurses Mathematik (Sekundarstufe II) mit unterrichtlichen Vorkenntnissen im Themengebiet zufällig dem BAUM-Training (BAUM: N = 24, m/w: 16/8) oder formalem Training (FORM: N = 23, m/w: 15/8) zugeordnet. Die Gruppen waren hinsichtlich leistungsbezogener Merkmale weitgehend parallel (Klausur in Mathematik im Themengebiet, in Punkten [Skala 0–15]: M = 8,65, s = 2,87; BAUM M = 8,83, s = 2,59). Es wurde in beiden Gruppen üblicher Unterricht zu diesem Themengebiet durchgeführt.

Die 2. Studie wurde mit 53 Schülern (23 Jungen/30 Mädchen) ohne unterrichtliche Vorkenntnisse in Stochastik der Jahrgangsstufen 9 bis 11 (Sekundarstufe I) durchgeführt. N = 27 erhielten das Training BAUM und N = 26 erhielten ein kombiniertes Training (KOMBI). Die Gruppen waren hinsichtlich personenbezogener Merkmale weitgehend parallel, insbesondere die proportionale Zusammensetzung der Gruppen hinsichtlich Jahrgangsstufen. Die Untersuchung von Schülern der Sekundarstufe I ist auch im Hinblick auf deutliche Empfehlungen von Seiten der Didaktik zur Ausweitung der Stochastikcurricula auf frühere Stufen von Relevanz.

5.5 Ergebnisse und Diskussion

Studie 1: Sekundarstufe II

Quantitative Ergebnisse: Im Vortest (Pre) und unmittelbar nach dem Training gegebenen Nachtest (Post) wurden folgende Testleistungen in den beiden Trainingsgruppen, jeweils im gesamten Test bzw. nach Aufgabenanforderungen gegliedert, erreicht:

Tab. 1: ***Erreichte Testleistungen (Mittelwerte in% der erreichbaren Testscores) in der Sekundarstufe II mit unterrichtlichem Vorwissen im Gesamttest (ges) und in verschiedenen Anforderungsstufen (A1 bis A4)***

Gruppe	Pre, ges.	Pre, A1	Pre, A1+	Pre, A2	Post, ges.	Post, A1+	Post, A2	Post, A3	Post, A4
FORM	**47,83%**	65,22%	39,13%	36,96%	**48,12%**	43,48%	64,13%	40,22%	43,48%
BAUM	**51,52%**	60,42%	50,00%	43,75%	**78,33%**	91,67%	93,75%	72,92%	58,33%

Die Unterschiede im Lernzuwachs durch das Training zwischen den Gruppen sind sehr deutlich festzustellen. Nach FORM-Training erreichen die Schüler in etwa denselben Prozentanteil an erreichbaren Testscores, während nach BAUM-Training der Prozentanteil um etwa 27 Prozentpunkte höher liegt als vorher. Tab. 2 gibt einen Überblick über (differenzielle) Unterschiede im Lernzuwachs beider Gruppen in den verschiedenen Anforderungsstufen:

Tab. 2: ***Differentielle Unterschiede im Lernzuwachs im Gesamttest und in verschiedenen Anforderungsstufen***

Gruppe	Δ_{ges} (s. Abb. 3)	d_{ges}	Δ_{A1+} (s. Abb. 4)	d_{A1+}	Δ_{A2} (s. Abb. 5)	d_{A2}	Δ_{A3} (s. Abb. 6)	d_{A3}	Δ_{A4} (s. Abb. 6)	d_{A4}
FORM	0,29%		6,52%		27,17%		40,22%		43,48%	
BAUM	26,81%	0,67	37,50%	0,84	50,00%	0,46	72,92%	0,92	58,33%	0,355

(Δ = Mittlere Leistungssteigerungen zwischen Vor- und Nachtest in Prozentpunkten; d = Effektgrößenindex für den Unterschied zwischen den mittleren Leistungssteigerungen pro Gruppe)

Im Vortest erreichten die Schüler beider Gruppen im Mittel jeweils etwa 50% der möglichen Testscores, wobei die BAUM-Gruppe etwas bessere Vorleistungen zeigte. Während die mittleren Testleistungen der FORM-Gruppe nach dem Training unter 50% der erreichbaren Testscores blieben, erreichte die BAUM-Gruppe eine deutlich höhere Testleistung von fast 80%. Der Nachtest enthielt im Gegensatz zum Vortest keine A1-Aufgaben, da erfahrungsgemäß nach beiden Trainings alle Schüler diese Anforderungsstufe erreichen konnten. Außerdem enthielt der Nachtest auch die komplizierter strukturierten Aufgaben vom Typ A3 bzw. A4 (siehe Tab.1). Insofern ist davon auszugehen, dass das Anforderungsniveau des Nachtests insgesamt höher war als das des Vortests. Es ist zu beachten, dass nicht das absolute Leistungsniveau, sondern der (differenzielle) Unterschied im Lernzuwachs entscheidend ist. Differenziert nach Anforderungsstufen ergeben sich mittlere Unterschiedseffekte (d = 0,46) im Lernzuwachs bei A2-Aufgaben (siehe Abb. 5), die im Training geübt wurden. Das Häufigkeitstraining ermöglichte gegenüber dem Wahrscheinlichkeitstraining bei bereits im Themengebiet unterrichteten Schülern eines Leistungskurses Mathematik deutlich höhere Lernzuwächse. Schüler der BAUM-Gruppe konnten bei A2-Aufgaben nach dem Training im Mittel fast 95% der möglichen Punkte erreichen.

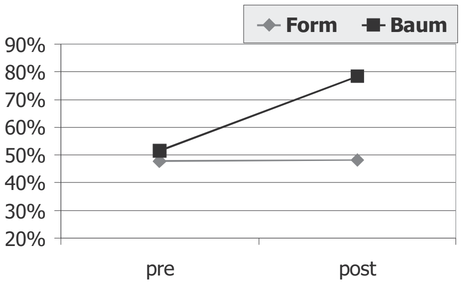

Abb. 3: ***Unterschiede in den Testleistungen (Mittelwerte in % der möglichen Testscores), die Aufgaben***

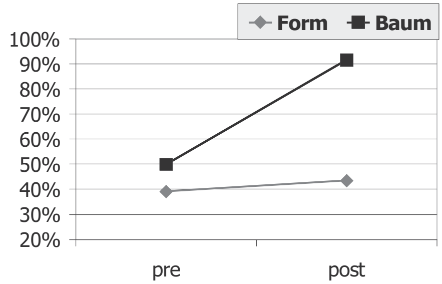

Abb. 4: ***Unterschiede in den Testleistungen (Mittelwerte in % der möglichen Testscores), nur A1+***

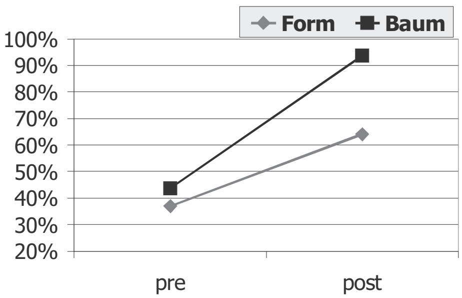

Abb. 5: ***Unterschiede in den Testleistungen (Mittelwerte in % der möglichen Testscores), nur A2***

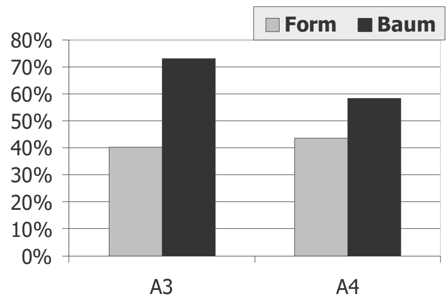

Abb. 6: ***Unterschiede in den Testleistungen (Mittelwerte in % der möglichen Testscores), A3 und A4 (post)***

Noch größere Unterschiedseffekte in den Lernzuwächsen (bis d = 0,92, siehe Tab. 2) ergeben sich für die Anforderungsstufen, die nicht explizit Trainigsinhalt waren.

- A1+: Aus didaktischer Sicht scheint gerade in diesem Bereich eine besondere Schwäche der formalen Repräsentation zu liegen, da die hier nötige Umordnung nach der anderen Bedingung und Bildung der totalen Wahrscheinlichkeit nicht deutlich wird (vgl. Wassner/Krauss/Martignon 2002).
- A3 und A4: Das trainierte Lösungsverfahren mit Häufigkeitsbäumen kann offensichtlich flexibler zur Bearbeitung unterschiedlicher Aufgabenstrukturen eingesetzt werden als das formale Verfahren. Beim Auftreten „extremer" Wahrscheinlichkeitswerte (z.B. 100%) in Anforderung A4 ist der Unterschiedseffekt jedoch geringer (d = 0,355).

Insgesamt zeigt sich also ein deutlicher Vorteil des Häufigkeitstrainings im Vergleich zum Wahrscheinlichkeitstraining.

Qualitative Analyse: Den Schülern wurden keine expliziten Vorgaben zur Verwendung einer bestimmten Repräsentationsform oder eines numerischen Formates in den freien Überlegungsteilen gegeben. Es zeigte sich eine gemischte Verwendung im Vortest, je nach gelernter bzw. erinnerter Lösungsmethode aus dem vorangegangenen Mathematikunterricht. Es gibt eine Präferenz für grafische Repräsentationen (FORM: 65%, BAUM: 74%) und für Wahrscheinlichkeitsformate (65% in beiden Gruppen). Naturgemäß wurde dieser Verwendungsmix von Repräsentationen durch das Training stark beeinflusst: Die Gruppe BAUM benutzte bei allen Anforderungsstufen (auch A3 und A4) im Posttest zu 96% den trainierten Häufigkeitsbaum zur Lösung. Die Gruppe FORM demgegenüber verwendete bei A2-Aufgaben im Posttest nur zu 74% die trainierte formale Lösungsmethode. Bei höheren Anforderungsstufen sank die Verwendungsrate ab (A3: 39%, A4: 52%).

Der Zusammenhang zwischen der Verwendung einer speziellen Repräsentation und ihrer korrekten Erstellung zeigt ebenfalls deutliche Unterschiede zwischen den Gruppen. In Gruppe BAUM führte ein im Posttest verwendeter Häufigkeitsbaum bei A2-Aufgaben zu 96% zu einem korrekten Ergebnis. In Gruppe FORM wurde bei der Verwendung der trainerten Formeldarstellung in A2-Aufgaben im Posttest nur zu 53% ein korrektes Ergebnis erreicht.

In einem ex-post Fragebogen schätzte die Gruppe BAUM die Aufgabenschwierigkeit im Posttest leichter ein als die Gruppe FORM (4-stufige Likert-Skala, „leicht“ und „eher leicht“: FORM A2: 65%, A3: 39%, A4: 35%. BAUM A2: 83%, A3: 75%, A4: 50%), natürlich auch als Ergebnis einer hohen Korrelation mit den höheren Lernerfolgen. Schüler der BAUM-Gruppe finden die Häufigkeitsbaumrepräsentation zu 78% einfach und verständlich. Schüler der FORM-Gruppe geben zu 48% an, die formale Repräsentation gerne zu verwenden, Schüler der BAUM-Gruppe zu 96%. 48% aus der BAUM-Gruppe, aber auch 42% aus FORM-Gruppe – wohlgemerkt nach dem formalen Training und Posttest – halten die mathematische Formel von Bayes für schwierig zu erinnern.

Hohe Verwendungsraten im Nachtest und persönliche Einschätzungen (ex post) lassen folgern, dass die Schüler der BAUM-Gruppe vom Nutzen der Häufigkeitsbäume überzeugt waren. Die qualitative Analyse der Lösungen mit dem Häufigkeitsbaum lässt eine weitgehende Einsicht in die Bearbeitung der Probleme erkennen. Bei der FORM-Gruppe hingegen wurde die trainierte Lösungsmethode mit der Formel deutlich weniger oft eingesetzt. Das spiegelt sich in den Einschätzungen wieder, wie sie in der ex-post Befragung erkennbar waren.

Die intuitive Verständlichkeit des Häufigkeitsbaumes und seine flexible Übertragbarkeit auf andere Aufgabenkontexte bzw. strukturen scheint für die auffällig hohen Lösungsraten verantwortlich zu sein. Die korrekte Verwendung formaler Repräsentation bereitet hingegen selbst nach intensivem Training Schwierigkeiten, nicht zuletzt, weil sie sich einer naiven Intuition zu entziehen scheint (vgl. Wassner/Krauss/Martignon 2002).

Studie 2: Sekundarstufe I

Quantitative Ergebnisse: Im Vortest (Pre) und unmittelbar nach dem Training gegebenen Nachtest (Post) wurden folgende Testleistungen in den beiden Trainingsgruppen, jeweils im gesamten Test bzw. nach Aufgabenanforderungen gegliedert, erreicht:

Tab. 3: ***Erreichte Testleistungen (Mittelwerte in% der erreichbaren Testscores) in der Sekundarstufe I ohne unterrichtlichem Vorwissen im Gesamttest (ges) und in verschiedenen Anforderungsstufen (A1 bis A3)***

Gruppe	Pre, ges.	Pre, A1	Pre, A1+	Pre, A2	Post, ges.	Post,A1+	Post, A2	Post, A3
KOMBI	**12,59%**	25,96%	11,54%	0	**43,32%**	20,51%	52,88%	31,73%
BAUM	**18,52%**	33,33%	22,22%	0,93%	**58,09%**	45,68%	63,27%	51,85%

Tab.4 gibt einen Überblick über (differenzielle) Unterschiede im Lernzuwachs beider Gruppen im Gesamttest und in den verschiedenen Anforderungsstufen:

Tab. 4: ***Differentielle Unterschiede im Lernzuwachs im Gesamttest und in verschiedenen Anforderungsstufen***

<table>
<tr><th>Gruppe</th><th>Δ_{ges}</th><th>d_{ges}</th><th>Δ_{A1+}</th><th>d_{A1+}</th><th>Δ_{A2}</th><th>d_{A2}</th><th>Δ_{A3}</th><th>d_{A3}</th></tr>
<tr><td>KOMBI</td><td>30,73%</td><td rowspan="2">0,39</td><td>8,97%</td><td rowspan="2">0,31</td><td>52,88%</td><td rowspan="2">0,32</td><td>31,73%</td><td rowspan="2">0,63</td></tr>
<tr><td>BAUM</td><td>39,57%</td><td>23,46%</td><td>62,34%</td><td>51,85%</td></tr>
</table>

(Δ = Mittlere Leistungssteigerungen zwischen Vor- und Nachtest in Prozentpunkten;
d = Effektgrößenindex für den Unterschied zwischen den mittleren Leistungssteigerungen pro Gruppe)

Die Testleistungen in beiden Gruppen stiegen durch das Training sehr deutlich an. Das Anforderungsniveau des Nachtests ist insgesamt höher zu bewerten als das des Vortests (vgl. oben). Differenziert nach Anforderungsstufen ergeben sich kleinere bis mittlere Unterschiedseffekte zwischen den Trainingsgruppen ($d \approx 0{,}3$) im Lernzuwachs bei A1+ und A2-Aufgaben. Die relativ hohen Leistungszuwächse bei Aufgaben der Aufgabenanforderung A2 zeigen, dass nicht in Stochastik unterrichtete Schüler ab Klasse 9 erfolgreich mit Problemen der Wahrscheinlichkeitsrechnung konfrontiert werden können. Die Schüler der BAUM-Gruppe konnten ihre Leistung vom Nullniveau auf ca. 63% der zu erreichenden Punkte steigern. Deutlichere Unterschiedseffekte zwischen den Trainingsvarianten ergeben sich für die Anforderungsstufe A3. Wir finden einen deutlichen Effekt ($d = 0{,}63$) zugunsten der BAUM-Trainingsgruppe. A4-Aufgaben waren im Test der Sekundarstufe I nicht enthalten. Insgesamt zeigt sich also ein deutlicher Vorteil des Häufigkeits- gegenüber dem Wahrscheinlichkeitstraining.

Abstrahierungsfähigkeit

Bei diesen zusätzlichen Testitems sollten die Schüler ohne unterrichtliches Vorwissen (Studie 2) von den konkreten kontextbezogenen Problemen ausgehend in mehreren Abstraktionsschritten Angaben zu allgemeinen mathematischen Zusammenhängen ohne Einbettung in Aufgabenkontexte geben. Aus den Vorfragebögen zum allgemeinen mathematischen Vorwissen geht hervor, dass kein Schüler über derartiges abstraktes probabilistisches Wissen verfügte. Im Unterschied zum BAUM-Training beinhaltete das FORM-Training eine allgemeine Herleitung der Bayesformel ohne Einbettung in einen Aufgabenkontext. Es wurde daher als Hypothese angenommen, dass formales Training die Abstrahierungsfähigkeiten deutlich besser unterstützt.

Den allgemeinen Zusammenhang zwischen bedingter Wahrscheinlichkeit und konjunktiver Verknüpfung $P(A) \cdot P(B \mid A) = P(A \cap B)$ konnten so die Schüler der ursprünglich formal trainierten KOMBI-Gruppe zu 68,4% angeben. Doch auch nach reinem BAUM-Training konnten diesen Zusammenhang 67,2% der Schüler allgemein formulieren. Bei der Aufstellung der kompletten Bayesformel hingegegen konnten wir einen klareren Vorteil des KOMBI-Trainings finden: 44,7% können die allgemeine Bayesformel für zwei Ereignisse angeben im Unterschied zu 28,9% nach BAUM-Training.

5.6 Implikationen

Aus den Ergebnissen dieser Trainingsstudie mit Schülern und Erkenntnissen früherer Studien (v.a. von Gigerenzer und Sedlmeier) kann gefolgert werden, dass Repräsentations- und Darbietungsformen entscheidenden Einfluss auf individuelle Verarbeitungsprozesse bei bayesscher Inferenz und bedingter Wahrscheinlichkeit haben. Durch ein einstündiges, computerbasiertes Training mit Darbietungsformen, die auf Häufigkeitsformaten und grafischen Baummodellen basieren, konnten nicht nur die höchsten Lern- und Verständniszuwächse erreicht werden, sondern auch eine deutliche Verbesserung der flexiblen Anwendung und eine Steigerung der Nachhaltigkeit des Gelernten. Im Hinblick auf Lehr-Lernprozesse lassen die Vorleistungen der getesteten Schülern den Schluss zu, dass bisher üblicher Stochastikunterricht (z.B. im LK Mathematik im Themenbereich bedingte Wahrscheinlichkeit) noch nicht zu optimalen Lernerfolgen führt. Die Bereicherung der Instruktion durch die Verwendung „intuitiver“ Darbietungsformen, die im Alltag leichter zu benutzen sind, wie etwa Häufigkeitsbäume, ist dringend anzuraten. Substanzielle fachliche und fächerübergreifende Kompetenzen im Umgang mit statistischer Information und realen Wahrscheinlichkeitsproblemen sind leichter und nachhaltiger zu erreichen. Eine Kombination mit auf Wahrscheinlichkeitsformaten basierendem formalem Training ist sinnvoll, wenn abstrakte mathematische Modellierung das Lernziel ist. Die erreichbaren hohen Lernzuwächse bei Schülern der Sekundarstufe I bestärken darüberhinaus Forderungen eines früheren Beginns der Schulstochastik in allen Mathematiklehrplänen.

Literatur

Anderson, J.R./Corbett, A./Koedinger, K./Pelletier, R. (1995): Cognitive tutors: Lessons learned. In: The Journal of the Learning Sciences 4, S. 167–207.

Bea, W. (1995): Stochastisches Denken – Analysen aus kognitionspsychologischer und didaktischer Perspektive. In: Crott, H.W./Scholz, R.W. (Hrsg.): Psychologie des Entscheidungsverhaltens und des Konflikts. Frankfurt a.M.: Europäischer Verlag der Wissenschaften.

Biehler, R. (1997): Students´ difficulties in practising computer supported data analysis – Some hypothetical generalizations from results of two explanatory studies. In: Garfield, J./Burril, G. (Hrsg.): Research on the role of technology in teaching and learning statistics. Voorburg: International Statistical Institute, S. 169–190.

Biehler, R. (2001): Statistische Kompetenz von Schülerinnen und Schülern – Konzepte und Ergebnisse empirischer Studien am Beispiel des Vergleiches von statistischen Verteilungen. In: Borovcnik, M./Engel, J./Wickmann, D. (Hrsg): Anregungen zum Stochastikunterricht. Hildesheim: Franzbecker, S. 97–114.

Borovcnik, M. (1992): Stochastik im Wechselspiel von Intuitionen und Mathematik, Lehrbücher und Monographien zur Didaktik der Mathematik, Band 10. Mannheim: BI-Wissenschaftsverlag.

Brown, J.S./Collins, A./Duguid, P. (1989): Situated Cognition and the Culture of Learning. In: Educational Researcher 18 (1), S. 32–42.

Cosmides, L. (1989): The logic of social exchange: Has natural selection shaped how humans reason?. In: Cognition 31, S. 187–276.

Cosmides, L./Tooby, J. (1996): Are Humans Good Intuitive Statisticians after all? Rethinking Some Conclusions from the Literature on Judgment Under Uncertainty. In: Cognition 58, S. 1–73.

Cummins, D.D. (1998): Social norms and other minds: the evolutionary roots of higher cognition. In: Cummins, D.D./Allen, C. (Hrsg.): The evolution of mind. New York: Oxford University Press. S. 31–50.

Engel, J. (2001): Datenorientierte Mathematik und beziehungshaltige Zugänge zur Statistik: Konzepte und Beispiele. In: Borovcnik, M./Engel, J./Wickmann, D. (Hrsg): Anregungen zum Stochastikunterricht. Hildesheim: Franzbecker, S. 63–82.

Fischler, H. (2001): Verfahren zur Erfassung von Lehrer-Vorstellungen zum Lehren und Lernen in den Naturwissenschaften. In: Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften 7, S.105–120.

Freudenthal, H. (1983): Didactical phenomenology of mathematical structures. Dordrecht : Reidel.

Garfield, J. (1993): Teaching Statistics Using Small-Group Cooperative Learning. In: Journal of Statistics Education 1 (1).

Gigerenzer, G. (1993): Die Repräsentation von Information und ihre Auswirkung auf statistisches Denken. In: Hell, W./Fiedler, K./Gigerenzer, G. (Hrsg.): Kognitive Täuschungen – Fehl-Leistungen und Mechanismen des Urteilens, Denkens und Erinnerns. Heidelberg: Spektrum, S. 99–127.

Gigerenzer, G. (1999): Mentale Fakultäten, methodische Rituale und andere Stolpersteine. In: Zeitschrift für Psychologie 207, S. 287–297.

Gigerenzer, G. (in press): Calculated Risk: What Numbers really tell us about our lives. New York: Simon & Schuster.

Gigerenzer, G./Hoffrage, U. (1995): How to improve Bayesian reasoning without instruction: Frequency formats. In: Psychological Review 102, S. 684–704.

Heitele, D. (1976): Didaktische Ansätze zum Stochastikunterricht in Grundschule und Förderstufe. Dissertation, Dortmund.

Kahneman, D./Slovic, P./Tversky, A. (1982): Judgment under uncertainty: Heuristics and biases. Cambridge, England: Cambridge University Press.

Krauss, S./Hertwig, R. (2000): Muss DNA-Evidenz schwer verständlich sein? Der Ausweg aus einem Kommunikationsproblem. In: Monatsschrift für Kriminologie und Strafrechtsreform 3, S. 155–162.

Martignon, L. (2000): Repräsentation von Information in mathematischen Kontexten: eine kognitionspsychologische Vision. In: Neubrand, M./Jahnke, T (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht 2000. Hildesheim: Franzbecker.

Martignon, L./Wassner, C. (2001): Repräsentation von Information in der Wahrscheinlichkeitstheorie. In: Borovcnik, M./Engel, J./Wickmann, D. (Hrsg): Anregungen zum Stochastikunterricht. Hildesheim: Franzbecker, S. 163–170.

NCTM – National Council of Teachers of Mathematics (2000): Principles and Standards for school mathematics. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.

Piaget, J./Inhelder, B. (1951/1975): The origin of the idea of chance in children (L. Leake, Jr./P. Burrel/ H.D. Fischbein, Transl.). New York: Norton.

Piattelli-Palmarini, M. (1994): Inevitable illusions: How mistakes of reason rule our minds. New York: Wiley.

Riemer, W. (1985): Neue Ideen zur Stochastik, Lehrbücher und Monographien zur Didaktik der Mathematik, Band 3. Mannheim: Bibliographisches Institut.

Sedlmeier, P. (1997): BasicBayes: A tutor system for simple Bayesian inference. In: Behavior Research Methods, Instruments, & Computers 29, S. 328–336.

Sedlmeier, P. (1998): The distribution matters: Two types of sample-size tasks. In: Journal of Behavioral Decision Making 11, S. 281–301.

Sedlmeier, P. (1999): Improving statistical reasoning: Theoretical models and practical implications. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.

Sedlmeier, P. (2000a): How to improve statistical thinking: Choose the task representation wisely and learn by doing. In: Instructional Science 28, S. 227–262.

Sedlmeier, P. (2000b): Wie kann der gymnasiale Statistikunterricht von der psychologischen Urteilsforschung profitieren? In: Neubrand, M./Jahnke, T (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht 2000. Hildesheim: Franzbecker, S. 599–602.

Sedlmeier, P. (2001): Statistik ohne Formeln. In: Borovcnik, M./Engel, J./Wickmann, D. (Hrsg): Anregungen zum Stochastikunterricht. Hildesheim: Franzbecker, S. 83–95.

Sedlmeier, P./Gigerenzer, G. (2000): Was Bernoulli wrong? On intuitions about sample size. In: Journal of Behavioral Decision Making 13, S. 133–139.

Sedlmeier, P./Gigerenzer, G. (2001): Teaching Bayesian reasoning in less than two hours. In: Journal of Experimental Psychology: General 130, S. 380–400.

Sedlmeier, P./Köhlers, D. (2001): Wahrscheinlichkeiten im Alltag. Braunschweig: Westermann-Schulbuchverlag.

Sedlmeier, P./Wettler, M. (1998): Was muss ein Tutorsystem „wissen“? In: Zeitschrift für Pädagogische Psychologie 12, S. 219–235.

Stern, E./Aprea, C./Ebner, H. (in press): Improving cross-content representation. Learning and Instruction.

Wassner, C./Krauss, S./Martignon, L. (2002): Muss der Satz von Bayes schwer verständlich sein? In: Praxis der Mathematik 44/1, S. 12–16.

Wickmann, D. (1990): Bayes-Statistik – Einsicht gewinnen und entscheiden bei Unsicherheit, Lehrbücher und Monographien zur Didaktik der Mathematik, Band 4. Mannheim: BI-Wissenschaftsverlag.

Anschrift der Autoren:
Christoph Wassner, Max-Planck-Institut für Bildungsforschung, Lentzeallee 94, 14195 Berlin.
Laura Martignon, Max-Planck-Institut für Bildungsforschung, Lentzeallee 94, 14195 Berlin.
Peter Sedlmeier, Technische Universität Chemnitz, Institut für Psychologie, Wilhelm-Raabe-Straße 43, 09120 Chemnitz.