

Reiss, Kristina

## **Bildungsstandards und die Rolle der Fachdidaktik am Beispiel der Mathematik**

*Zeitschrift für Pädagogik 50 (2004) 5, S. 635-649*

urn:nbn:de:0111-opus-48325

in Kooperation mit / in cooperation with:

# **BELTZ**

<http://www.beltz.de>

### **Nutzungsbedingungen / conditions of use**

Gewährt wird ein nicht exklusives, nicht übertragbares, persönliches und beschränktes Recht auf Nutzung dieses Dokuments. Dieses Dokument ist ausschließlich für den persönlichen, nicht-kommerziellen Gebrauch bestimmt. Die Nutzung stellt keine Übertragung des Eigentumsrechts an diesem Dokument dar und gilt vorbehaltlich der folgenden Einschränkungen: Auf sämtlichen Kopien dieses Dokuments müssen alle Urheberrechtshinweise und sonstigen Hinweise auf gesetzlichen Schutz beibehalten werden. Sie dürfen dieses Dokument nicht in irgendeiner Weise abändern, noch dürfen Sie dieses Dokument für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, aufführen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

We grant a non-exclusive, non-transferable, individual and limited right to using this document. This document is solely intended for your personal, non-commercial use. Use of this document does not include any transfer of property rights and it is conditional to the following limitations: All of the copies of this documents must retain all copyright information and other information regarding legal protection. You are not allowed to alter this document in any way, to copy it for public or commercial purposes, to exhibit the document in public, to perform, distribute or otherwise use the document in public.

Mit der Verwendung dieses Dokuments erkennen Sie die Nutzungsbedingungen an.  
By using this particular document, you accept the above-stated conditions of use.

### **Kontakt / Contact:**

**peDOCS**  
Deutsches Institut für Internationale Pädagogische Forschung (DIPF)  
Mitglied der Leibniz-Gemeinschaft  
Informationszentrum (IZ) Bildung  
Schloßstr. 29, D-60486 Frankfurt am Main  
E-Mail: [pedocs@dipf.de](mailto:pedocs@dipf.de)  
Internet: [www.pedocs.de](http://www.pedocs.de)

**Inhaltsverzeichnis**

*Thementeil: Bildungsstandards*

*Eckhard Klieme*

Begründung, Implementation und Wirkungen von Bildungsstandards:  
Aktuelle Diskussionslinien und empirische Befunde  
Einführung in den Thementeil ..... 625

*Kristina Reiss*

Bildungsstandards und die Rolle der Fachdidaktik  
am Beispiel der Mathematik ..... 635

*Heinz-Elmar Tenorth*

Bildungsstandards und Kerncurriculum –  
Systematischer Kontext, bildungstheoretische Probleme ..... 650

*Jürgen Rost*

Psychometrische Modelle zur Überprüfung von Bildungsstandards  
anhand von Kompetenzmodellen ..... 662

*Olaf Köller/Jürgen Baumert/Kai S. Cortina/Ulrich Trautwein/Rainer Watermann*

Öffnung von Bildungswegen in der Sekundarstufe II und die  
Wahrung von Standards. Analysen am Beispiel der Englischleistungen  
von Oberstufenschülern an integrierten Gesamtschulen, beruflichen  
und allgemein bildenden Gymnasien ..... 679

Linktipps zum Thema Bildungsstandards ..... 701

*Allgemeiner Teil*

*Alfred Schäfer*

Alterität: Überlegungen zu Grenzen des Pädagogischen Selbstverständnisses ..... 706

<i>Maria Fölling-Albers/Andreas Hartinger/Dženana Mörtl-Hafizović</i> Situieretes Lernen in der Lehrerbildung .....	727
<i>Peter Jörg Alexander/Matthias Pilz</i> Die Frage der Gleichwertigkeit von allgemeiner und beruflicher Bildung in Japan und Deutschland im Vergleich .....	748
 <i>Besprechungen</i>	
<i>Daniel Gredig/Elena Wilhelm</i> Erika Steinert/Gisela Thiele: Sozialarbeitsforschung für Studium und Praxis. Einführung in die qualitativen und quantitativen Methoden Hanne Schaffer: Empirische Sozialforschung für die Soziale Arbeit. Eine Einführung Hans-Uwe Otto/Gertrud Oelerich/Heinz G. Micheel (Hrsg.): Empirische Forschung und Soziale Arbeit. Ein Lehr- und Arbeitsbuch Cornelia Schweppe (Hrsg.): Qualitative Forschung in der Sozialpädagogik .....	770
<i>Cristina Allemann-Ghionda</i> Martina Weber: Heterogenität im Schulalltag. Konstruktion ethnischer und geschlecht- licher Unterschiede .....	779
<i>Andreas Krapp</i> Monique Boekaerts/Paul R. Pintrich/Moshe Zeidner (Eds.): Handbook of Self-Regulation .....	781
<i>Peter Martin Roeder</i> Kurt A. Heller (Hrsg.): Begabtenförderung im Gymnasium. Ergebnisse einer zehnjährigen Längsschnittstudie .....	783
 <i>Dokumentation</i>	
Pädagogische Neuerscheinungen .....	788

Kristina Reiss

## Bildungsstandards und die Rolle der Fachdidaktik am Beispiel der Mathematik

*Zusammenfassung: Die Definition einheitlicher Bildungsstandards in den Ländern der Bundesrepublik wurde vor nicht allzu langer Zeit von der Kultusministerkonferenz beschlossen. Bildungsstandards sind stets auf Schulfächer bezogen und müssen den wesentlichen Bildungsgehalt eines Faches widerspiegeln. So kommt denn auch den Fachdidaktiken bei ihrer Ausarbeitung, Operationalisierung und Implementation eine wichtige Rolle zu. Es ist keinesfalls selbstverständlich, welche Inhalte unverzichtbar sind, wie sie Eingang in den Unterricht finden und wie sie überprüft werden können. Die Mathematik ist nun eines der ersten Fächer, in dem die konkrete Arbeit bereits Ergebnisse zeigt. Der Beitrag führt daher am Beispiel dieses Unterrichtsfachs in die Diskussion ein.*

### 1. Einleitung

Die Debatte über die Einführung von einheitlichen Bildungsstandards in den Ländern der Bundesrepublik ist in vielfacher Hinsicht durchaus kontrovers geführt worden. In einem Punkt gab es allerdings von Beginn an weit gehenden Konsens: Bildungsstandards sind auf Schulfächer bezogen und müssen den wesentlichen Bildungsgehalt eines Faches widerspiegeln. Damit kommt insbesondere den Fachdidaktiken bei der Ausarbeitung, Operationalisierung und Implementation eine wichtige Rolle zu. Es ist in keinem Fach selbstverständlich, welche Inhalte als unverzichtbar angesehen werden und in welcher Art und Weise sie dann im Unterricht Berücksichtigung finden sollten. Genauso wenig ist allein durch die fachlichen Inhalte beschrieben, in welcher Form eine Überprüfung stattfinden kann und soll.

Der folgende Text soll am Beispiel des Unterrichtsfachs Mathematik einige aktuelle Fragen in der Debatte aufgreifen. Dazu werden zunächst zur Konkretisierung des Begriffs exemplarisch unterschiedliche Standards vorgestellt und deren Verankerung in fachdidaktischen und wissenspsychologischen Konzepten diskutiert. Es soll dann betrachtet werden, welchen Beitrag Fachdidaktiken zur Entwicklung und Überprüfung von Standards leisten können.

### 2. Zur Verwendung des Begriffs „Bildungsstandards“

Der Begriff Standard bzw. Bildungsstandard wird weder in der nationalen noch in der internationalen Diskussion einheitlich benutzt. Diese erste Abschnitt soll daher (in Anlehnung an Klieme u.a., 2003; man vergleiche auch den Beitrag von Klieme in diesem Heft) zu einer Klärung des Begriffs beitragen und dabei verschiedene Ebenen aufzeigen, unter denen der Begriff betrachtet werden kann.

Bildungsstandards sind (in einer ersten Näherung) normative Vorgaben, die für das Bildungssystem eine Steuerungsfunktion haben. Sie umfassen auf der Grundlage allgemeiner Bildungsziele konkrete Erwartungen an das Lehren und Lernen in der Schule, die mit fachspezifischen Inhalten verbunden sind. Dabei kann man sich zur Unterscheidung der Variation in der Begriffsverwendung an Leitideen orientieren (vgl. Klieme u.a. 2003, S. 32f.).

- *Leitidee 1: Standards können auf den Prozess oder auf die Ergebnisse schulischen Lernens fokussieren.* Diese Leitidee kann man sich gut vergegenwärtigen, wenn man an herkömmliche Lehrpläne und Rahmenrichtlinien denkt. Sie sind traditionell am *Input* orientiert, in ihnen wird also formuliert, welche Inhalte und Ziele Gegenstand des Fachunterrichts (in welchem Fach auch immer) sein sollen. Bildungsstandards werden hingegen eher am Ergebnis und damit dem *Outcome* orientiert. Sie enthalten in der Regel Formulierungen, welche Lernergebnisse von den Schülerinnen und Schülern erreicht werden sollen und über welche Kompetenzen sie zu einem bestimmten Zeitpunkt verfügen sollten.
- *Leitidee 2: Standards können auf verschiedenen Abstraktionsniveaus betrachtet werden.* Standards können auf einem hohen Abstraktionsniveau allgemeine Prinzipien guten Unterrichts beinhalten und so festlegen, welche Wertvorstellungen und übergreifenden Ziele durch den Unterricht vermittelt werden sollen. Sie können aber auch Kompetenzen (im Sinne von Weinert 2001) oder Qualifikationen beschreiben, die fachübergreifend oder fachspezifisch zu erwerben sind. Schließlich gibt es die Möglichkeit, konkrete Ziele und Inhalte in Bezug auf ein spezielles Fach als Standard zu begreifen.
- *Leitidee 3: Standards können sich auf unterschiedliche Erwartungsniveaus beziehen.* Bildungsstandards können in Form von *Mindeststandards* ein Leistungsniveau beschreiben, das im Wesentlichen von allen Schülerinnen und Schülern erreicht werden soll. Ein durchschnittliches Leistungsniveau wird durch *Regelstandards* festgelegt. *Idealstandards* nennen prinzipielle Möglichkeiten, welche Inhalte eines Fachs im Unterricht vermittelt werden könnten und basieren auf einem relativ hohen fachlichen Anspruch.

In der Expertise von Klieme u.a. (2003) werden Bildungsstandards in der Art definiert, dass sie an den Lernergebnissen der Schülerinnen und Schüler orientiert sind, auf der Grundlage allgemeiner Bildungsziele auf den Aufbau bereichsspezifischer Kompetenzen fokussieren und ein Mindestanforderungsniveau (auf der Grundlage eines geeigneten Kompetenzmodells) festlegen. Doch auch andere Ausprägungen der Leitideen finden sich in den letzten Jahren in vielerlei Hinsicht in konkreten Beispielen für Bildungsstandards wieder. Dabei gibt es insbesondere für den Mathematikunterricht eine Reihe von teilweise elaborierten Ansätzen ihrer Definition und Implementation.

### 3. Bildungsstandards für den Mathematikunterricht

Die Diskussion um Standards reicht in der Mathematikdidaktik bis in die 1980er-Jahre zurück. Es ist sicherlich gerechtfertigt, hier den NCTM (*National Council of Teachers of Mathematics*) als eine Institution herauszuheben, in der die Debatte zuerst auf eine breite Basis gestellt wurde. Der Verband von Lehrern aus Schulen sowie Wissenschaftlern an Hochschulen in den USA legte 1987 einen Entwurf für Bildungsstandards vor, der nach einer Diskussion im Fach ausgearbeitet und 1989 in Form der *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* der Öffentlichkeit vorgestellt wurde. Diese Standards waren eine erste Zusammenfassung dessen, was ein ambitionierter schulischer Mathematikunterricht leisten soll. Es folgten 1991 die *Professional Standards for Teaching Mathematics*, dann 1995 die *Assessment Standards for School Mathematics* und schließlich im Jahr 2000 die (ebenfalls im Vorfeld breit diskutierten) *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM 1991, 1995, 2000). Das Ergebnis, das man insbesondere in den Publikationen von 1989 und 2000 findet, sind Idealstandards, in denen die Ziele und Inhalte eines hervorragenden Mathematikunterrichts beschrieben werden. Aber auch für Regelstandards und Minimalstandards gibt es implementierte Beispiele, mit denen eine Auseinandersetzung durchaus lohnend ist.

#### 3.1 Standards als Beschreibung eines idealen Mathematikunterrichts: Das Beispiel der Principles and Standards des NCTM

Spezifische Standards hängen fraglos davon ab, welche Ziele von ihren Autoren als wesentlich erachtet werden. Dies muss man sich insbesondere bei einer kritischen Würdigung der NCTM *Principles and Standards* (kurz *Standards*) vor Augen halten. Die Standards von 1989 nennen Inhaltsbereiche und Methoden für einen vorbildlichen Mathematikunterricht. Sie entstanden im Hinblick auf die Idee einer tief greifenden Reform des Unterrichts, die durch sich ändernde Lebensbedingungen in der Informationsgesellschaft als dringend notwendig erachtet wird. Auf der inhaltlichen Ebene ging es darum, sinnvolles Wissen zu vermitteln und „to provide all students an opportunity to learn the mathematics they will need (NCTM 1989).“ Dieser inhaltliche Fokus wurde von einer methodischen Ausrichtung ergänzt, bei der Explorieren, Begründen und Kommunizieren von Mathematik eine wesentliche Rolle spielten. Explizit sollten Lehrerinnen und Lehrer weniger Instruktoren und mehr Unterstützer von Lernprozessen sein. Dabei ging (und geht) es darum, im Unterricht ein Wissen zu vermitteln, das die Lösung mathematischer Probleme ermöglicht und in Anwendungssituationen erfolgreich eingesetzt werden kann. Die Standards ordnen sich damit in ein Konzept von Unterricht ein, das in mathematikdidaktischer Hinsicht wesentlich durch die Arbeiten von Freudenthal (1973; 1983) beeinflusst ist. In Bezug auf die lerntheoretische Komponente berufen sich die Standards von 1989 auf eine konstruktivistische Auffassung des Lernens (im Sinne von Resnick 1987, bzw. Romberg/Carpenter 1986).

Die Standards des NCTM aus dem Jahr 2000 bauen auf diesen älteren Arbeiten auf. Sie stellen eine Ausarbeitung dar, die sich an neueren Entwicklungen im mathematikdidaktischen und erziehungswissenschaftlichen Bereich orientiert und noch konsequenter das Ziel verfolgt, inhaltliche Aspekte in einen lerntheoretisch fundierten Ansatz und in gesellschaftlich akzeptierte Anforderungen an das Lehren und Lernen einzubetten. Einleitend stehen jetzt *Prinzipien* eines guten Unterrichts, in denen fachübergreifende Werte zusammengefasst sind. Daneben stehen Themenbereiche (Zahlen und Operationen; Muster, Funktionen und Algebra, Geometrie und Raumorientierung, Messen, Datenanalyse, Statistik und Wahrscheinlichkeit) und Arbeitsmethoden (Problemlösen; Argumentieren und Beweisen; Kommunikation; Verbindungen; Darstellungen), die in exemplarischen Aufgaben aufeinander bezogen sind.

Diese inhaltlichen und prozessbezogenen Aspekte ziehen sich durch alle Stufen von der Vorklasse K bis zur Abschlussklasse 12, ein Aspekt, der die Standards ganz fundamental von herkömmlichen Curricula unterscheidet. Während hier spezifische Inhalte bestimmten Klassenstufen zugeordnet werden (also etwa das Bruchrechnen in den Lehrplänen in der sechsten Klasse und an keiner anderen Stelle genannt ist), wird in den Standards der einzelne fachliche Inhalt als Teil einer übergeordneten Thematik gesehen, die im Sinne eines kumulativen Lernens über alle Klassen hinweg entwickelt wird (und damit ist Bruchrechnen ein Aspekt des Umgangs mit Zahlen). Die Zuordnung einzelner Inhalte erfolgt eher grob in einem Bereich der mehrere Klassenstufen umfasst (K-2, 3-5, 6-8, 9-12). Damit werden dann aber, um auch hier ein konkretes Beispiel zu nennen, mathematische Themen wie *Daten und Wahrscheinlichkeit* zu einem frühen Zeitpunkt im Unterricht behandelt, wobei auf eine (selbstverständlich altersgemäße) mathematische Argumentation Wert gelegt wird. Gleiches gilt für die prozesshaften Aspekte mathematischen Arbeitens. Der Unterricht soll sich (über die ganze Schulzeit hinweg) an Problemen orientieren sowie die Schüler und Schülerinnen dazu befähigen, Verbindungen zwischen verschiedenen Bereichen zu erkennen und geeignete Darstellungen zu identifizieren und zu nutzen. Genauso spielt das Reden über Mathematik eine wichtige Rolle. Damit steht dieser Unterricht diametral dem Zerrbild eines Mathematikunterrichts gegenüber, dessen einziger Inhalt das Rechnen auf der Basis auswendig gelernter Zahlsätze und Algorithmen ist.

In Idealstandards wie denen des NCTM wird formuliert, wie ein guter (aus der Sicht des Fachs wohl optimal zu nennender) Unterricht aussehen kann. Sie zeigen auf, welche grundsätzlichen Inhalte und Methoden den Mathematikunterricht prägen sollten und was in ihm erreicht werden könnte. Damit beschreiben sie ein Angebot an die Schülerinnen und Schüler im Sinne einer *opportunity to learn*. Sie sind weniger als eine Messlatte gedacht, die *alle* Schülerinnen und Schüler erreichen sollen. Die Bedeutung der Standards liegt nicht zuletzt darin, dass sie Qualitätsmerkmale festlegen, die Schulbuchautoren, Lehrplanexperten, Lehrerausbilder und Testdesigner nutzen können, um ihr jeweiliges Produkt zu optimieren (Tate 2004). Entsprechend gibt es zu den Standards Beispielaufgaben, die Ziele und Inhalte exemplarisch veranschaulichen. Dabei finden sich in den Aufgaben nicht durchgehend anspruchsvolle oder schwierige Inhalte. Die Intentionen drücken sich vielmehr darin aus, dass nicht die Lösung, sondern der Weg

zur Lösung und seine Erklärung und Begründung das Unterrichtsziel ist. Die folgende Aufgabe aus den Standards für die Klassen 3 bis 5 ist dafür ein typisches Beispiel.

„José isst  $\frac{1}{2}$  einer Pizza. Ella isst  $\frac{1}{2}$  einer anderen Pizza. José sagt, dass er mehr Pizza als Ella gegessen hat, aber Ella sagt, beide hätten gleich viel Pizza gegessen. Benutze Wörter und Bilder um zeigen, dass José recht haben könnte.“

Die Beispiellösungen, die zu dieser Aufgabe angegeben werden, sind keine Musterlösungen im klassischen Sinn, sondern vielmehr authentische Schülerarbeiten, wobei sowohl korrekte als auch nicht korrekte Lösungen darunter sind. Lehrerinnen und Lehrer sollen durch Aufgaben und Lösungen Wege für einen Unterricht aufgezeigt bekommen, in dem die Diskussion über Mathematik und die individuellen Zugänge der Schülerinnen und Schüler betont werden. Es gibt in den Standards (dieser Logik entsprechend) kein Testinstrumentarium, mit dem der Erfolg im Unterricht im Sinne von Performanz gemessen werden kann.

### 3.2 Regelstandards: Das Beispiel der Bildungsstandards für den Mathematikunterricht der KMK

Im Jahr 2002 hat die Kultusministerkonferenz (KMK) beschlossen, einheitliche Bildungsstandards für die Bundesrepublik Deutschland einzuführen. Inzwischen sind diese Bildungsstandards für den mittleren Schulabschluss in einigen Fächern, darunter auch für die Mathematik, verabschiedet worden (KMK 2003). Andere Standards (für die Primarstufe und den Hauptschulabschluss sowie für andere Fächer) werden in diesem Jahr entweder vorgelegt oder zumindest auf den Weg gebracht. Die Standards der KMK sind als Regelstandards gedacht, in denen Kompetenzen beschrieben werden, die Schüler und Schülerinnen am Ende eines Schulabschnitts erworben haben *sollen*.

In den Standards für alle drei Schulformen bzw. in den Entwürfen findet man eine Beschreibung mathematischer Kompetenzen, die in allgemeine (Problemlösen, Kommunizieren, Argumentieren, Modellieren, Verwendung von Darstellungen, Nutzen von Hilfsmitteln und Arbeitsweisen) und inhaltsbezogene Kompetenzen (Zahl, Messen, Raum und Form, funktionale Zusammenhänge, Daten und Zufall für die Sekundarstufe I und Entsprechungen für die Primarstufe) aufgeteilt sind. In Bezug auf allgemeine Kompetenzen sind im Vergleich zu den Standards des NCTM die Aspekte *Modellieren* und *Nutzen von Hilfsmitteln* hinzugekommen, die *Verbindungen* (zwischen verschiedenen Bereichen der Mathematik) sind hingegen nicht explizit berücksichtigt worden. In Bezug auf die aufgeführten Inhaltsbereiche entsprechen die Beschreibungen der KMK annähernd den Vorgaben des NCTM. Allerdings gehen die konkreten Erwartungen an die Schülerinnen und Schüler in vielen Bereichen wie bei herkömmlichen Lehrplänen sehr ins Detail. Während in den Standards des NCTM regelmäßig der *Weg* zu einer Lösung betont wird, der dann auch für verschiedene mathematische Inhalte genutzt werden kann, finden sich in den Standards der KMK auch Formulierungen, die ausschließ-



lich ein bestimmtes *Ziel* beschreiben, wie das folgende Zitat belegt: „Die Schülerinnen und Schüler berechnen Flächeninhalt und Umfang von Rechteck, Dreieck und Kreis sowie daraus zusammengesetzten Figuren“ (KMK 2003, S. 14).

In der jeweiligen Konkretisierung der Inhaltsbereiche durch Beispielaufgaben unterscheiden sich die Standards von NCTM und KMK dann noch deutlicher. Die Basis der Aufgaben in den Bildungsstandards der KMK sind so genannte Anforderungsbereiche, die *Reproduzieren*, *Zusammenhänge herstellen* sowie *Verallgemeinern und Reflektieren* überschrieben sind. Diese Anforderungsbereiche drücken eine Stufung aus, die sich in den Aufgaben widerspiegelt. Die Aufgaben sind nicht selten relativ komplex und umfassen Teilaufgaben aus verschiedenen Anforderungsbereichen. Anhand der folgenden Aufgabenstellung kann dies exemplarisch in Bezug auf die Bildungsstandards für den mittleren Schulabschluss gezeigt werden.

Der Holzbestand eines Waldstückes beträgt  $80.000 \text{ m}^3$ . Er wächst jährlich um 2,5 %.

- Berechnen Sie den Holzbestand nach zwei Jahren.
- Stellen Sie die Entwicklung des Holzbestandes für die nächsten 20 Jahre mithilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms dar.

Folgender Tabellenkopf ist dafür vorgegeben:

	A	B	C	D
1	Anzahl der Jahre	Holzbestand		
2	0	80.000		
3	1			
4				
5				

Wie viele Jahre würde es dauern, bis sich der Holzbestand verdoppelt hat?

- Geben Sie zur Beantwortung der Frage in Aufgabe b) eine weitere Lösungsmöglichkeit ohne PC an.
- Die tatsächliche Entwicklung des Holzbestandes kann von der berechneten abweichen. Geben Sie dafür Gründe an.

Die Autoren sehen hier die unteren Anforderungsbereiche angesprochen. Im ersten Teil geht es um einfaches Prozentrechnen (auf der Ebene des Reproduzierens), in den anderen Teilen geht es um mathematisches Modellieren und Problemlösen sowie den Umgang mit einem technischen Hilfsmittel (auf der Ebene des Herstellens von Zusammenhängen). Damit wird konkret beschrieben, welche Leistungen von den Schülerinnen und Schülern erwartet werden. Die beigefügten Lösungen sind knapp gehalten und nennen rechnerische Ergebnisse bzw. in den beiden letzten Teilaufgaben jeweils ein Antwortbeispiel. Die Aufgaben sind konsequent auf das Ziel ausgerichtet, ihre Überprüfbarkeit zu gewährleisten.

An den Standards der KMK kann man verschiedene Schwierigkeiten festmachen, die wohl teilweise prinzipieller Art sind. Das erste Problem sieht man gerade im Vergleich mit den Principles and Standards des NCTM. Diese *Standards* gehen, wie oben bereits beschrieben, von einem fachübergreifenden Konzept aus, das allgemein akzeptierte *gesellschaftliche und pädagogische Leitlinien* umfasst. Diese Prinzipien eines guten Unterrichts können fachlich konkretisiert werden, sie sind aber auch eine Grundlage für ein ganzheitliches Bildungskonzept von Schule. Bei den Standards der KMK ist diese Ebene kaum ausgearbeitet, sodass die einzelnen Formulierungen weniger kohärent erscheinen als die Vorgaben des NCTM. Das zweite Problem ist fachlicher Natur, betrifft aber vermutlich nicht nur die Mathematik. Es ist die Schwierigkeit, tatsächlich *Regelstandards* zu formulieren. Sowohl die im Dezember 2003 verabschiedeten Standards für den mittleren Schulabschluss als auch die Entwürfe von Bildungsstandards am Ende der vierten Grundschulklasse bzw. der neunten Hauptschulklasse (Stand Mai 2004) umfassen im Wesentlichen *alle* Inhalte, die sich auch jetzt in den Lehrplänen und Rahmenrichtlinien der Länder finden (oder gehen gar darüber hinaus). Es scheint aus der Fachperspektive heraus nicht einfach zu sein, wünschenswerte von wesentlichen und diese wiederum von unverzichtbaren fachlichen Kompetenzen zu unterscheiden. Das dritte Problem resultiert schließlich daraus, dass die Standards der KMK nur für spezifische Klassenstufen definiert sind. Das erschwert es, die *Anschlussfähigkeit von Inhalten und Methoden* sicher zu stellen, die bei den Vorgaben des NCTM durch das lückenlose und einheitliche Konzept über alle Schuljahre hinweg gelungen ist.

### 3.3 Minimalstandards: Das nationale Curriculum in Schweden

Vermutlich herrscht weit gehend darüber Konsens, dass am Ende der Pflichtschulzeit zumindest in den Kernfächern ein Basiswissen vorhanden sein sollte, über das alle Schülerinnen und Schüler verfügen sollten. Durch Idealstandards und auch Regelstandards kann ein solches Basiswissen (realistischerweise) nicht abgebildet werden. Es sind vielmehr Minimalstandards, die ihm entsprechen. Auch hier gibt es Erfahrungen in verschiedenen Ländern, so etwa in Schweden, einem Land, das im Rahmen von PISA immerhin im oberen Leistungsbereich lag.

Das schwedische Schulsystem basiert auf einem nationalen Curriculum, das durch fachspezifische Ausführungen ergänzt wird. Das Curriculum ist eher allgemein gehalten und erinnert in Teilen an die *Principles* des NCTM. Es beschreibt fundamentale Aufgaben der Schule im Hinblick auf die Erziehung in einer demokratischen Gesellschaft und die damit verbundenen Ziele von Unterricht. Im Hinblick auf die Kernfächer werden grundlegende (und sehr allgemeine) Inhalte formuliert. So ist es etwa Aufgabe des Mathematikunterrichts, elementare mathematische Begriffe und Anwendungen zu vermitteln. Die fachspezifische Ergänzung ist kaum ausführlicher. Auf knapp vier Seiten werden der Bildungsauftrag des Fachs und die Ziele bis zum Ende des neunten Schuljahrs aufgezeigt. Dabei werden mehr oder weniger nur die Inhaltsbereiche genannt, in denen ein Basiswissen erworben werden soll. Konkret wird etwa in Bezug auf den Umgang mit

Brüchen gefordert, dass Schülerinnen und Schüler am Ende der fünften Jahrgangsstufe ein grundlegendes Verständnis einfacher Brüche und Dezimalzahlen erworben haben. Am Ende der neunten Jahrgangsstufe gehören das Rechnen mit Dezimalzahlen und das Prozentrechnen zum minimalen Standard, das Rechnen mit Brüchen wird *nicht* explizit gefordert (Skolverket 2000).

Im schwedischen Curriculum wird die Verantwortung der Schule deutlich gemacht, *alle* Schülerinnen und Schüler beim Erreichen der Ziele zu unterstützen und zu gewährleisten, dass sie am Ende der Pflichtschulzeit über ein Basiswissen verfügen, das über landesweite Tests erhoben wird. So werden in Klasse 9 die Kenntnisse in Schwedisch, Englisch und Mathematik getestet. Die Tests zeigen einerseits das Leistungsniveau des Individuums und sollen andererseits eine Unterstützungsfunktion für die Lehrkräfte bei der Benotung haben. Für das siebte Schuljahr stehen Materialien zur Verfügung, die eine Diagnose der Leistung ermöglichen, sodass zu diesem Zeitpunkt eventuelle Probleme offenbar werden können, die den ordentlichen Abschluss gefährden.

### 3.4 *Die Standards im Vergleich*

Die durch den NCTM, die KMK oder das nationale Curriculum von Schweden definierten Bildungsstandards unterscheiden sich nicht nur im Hinblick auf das Erwartungsniveau. So gibt es zu den Standards des NCTM zwar erläuternde Beispielaufgaben, aber keine Tests, mit denen die Performanz der Schülerinnen und Schüler erhoben werden soll. Sie fokussieren damit auf ein Lernangebot, nicht so sehr auf das Ergebnis. Das ist ein Unterschied zu den Standards der KMK und zum schwedischen Curriculum, aber auch ein Unterschied zu vielen Curricula in den USA und Kanada, in den mittlerweile eine *outcome based education* thematisiert wird (so ist beispielsweise das Curriculum von Oregon sehr zielgerichtet mit „Teaching and Learning to Standards“ überschrieben). Auch in Bezug auf das Abstraktionsniveau sind die drei Beispiele recht unterschiedlich. Während im schwedischen Curriculum allgemeine Prinzipien von Schule in einer demokratischen Gesellschaft im Vordergrund stehen, fokussieren die Standards in den beiden anderen Beispielen stärker auf konkrete Inhalte des Mathematikunterrichts. Die Bildungsstandards der KMK nennen (in Anlehnung an bestehende Lehrpläne) diese Inhalte recht detailliert.

## **4. Verankerung in fachdidaktischen und wissenspsychologischen Konzepten**

Die Principles and Standards des NCTM (2000, S. 20) berufen sich auf Ergebnisse mathematikdidaktischer Forschung: „In recent decades, psychological and educational research on the learning of complex subjects such as mathematics has solidly established the important role of conceptual understanding in the knowledge and activities of persons who are proficient.“ Sie befinden sich in einer mathematikdidaktischen Tradition, die durch Freudenthal (1977; 1983) beeinflusst ist. Im Kern steht eine Auffas-

bung, die Mathematik als eine Tätigkeit (im Gegensatz zu einem fertigen Produkt) begreift. Der Mathematikunterricht sollte seinen Ausgangspunkt dort nehmen, wo mathematische Begriffe einen realen Bezug haben. Es geht allerdings nicht darum, in den Anwendungen stehen zu bleiben. Vielmehr sind sie ein Instrument, um mathematische Begriffe zu verstehen und sinnvoll einzuordnen. Auf dieser Basis ist es möglich, mentale Objekte auszubilden und Phänomene zu mathematisieren, also einen Stoff „so zu ordnen, dass er eine mathematischer Verfeinerung zugängliche Struktur erhält“ (Freudenthal 1973, S. 127). Wesentlich geprägt sind die Standards des NCTM darüber hinaus (wie bereits erwähnt) von einer konstruktivistischen Auffassung des Lernens und Lehrens. Betont wird außerdem ein verständnisbasiertes („learning with understanding“) und am Individuum ausgerichtete Lehren und Lernen, bei dem neues Wissen *aktiv* aus Erfahrungen und dem Vorwissen aufgebaut wird.

In den Bildungsstandards der KMK wird formuliert, dass der Mathematikunterricht Grunderfahrungen vermitteln soll, sodass Schülerinnen und Schüler „technische, soziale und kulturelle Erscheinungen und Vorgänge mithilfe der Mathematik wahrnehmen, verstehen und unter Nutzung mathematischer Gesichtspunkte beurteilen; Mathematik mit ihrer Sprache, ihren Symbolen, Bildern und Formeln in der Bedeutung für die Beschreibung und Bearbeitung von Aufgaben und Problemen inner- und außerhalb der Mathematik kennen und begreifen; in der Bearbeitung von Fragen und Problemen mit mathematischen Mitteln allgemeine Problemlösefähigkeit erwerben“ (KMK 2003, S. 7). Diese Formulierung ist beeinflusst durch Freudenthal, basiert aber expliziter auf einem Konzept von Winter (1995) für den Mathematikunterricht.

In den Bildungsstandards der KMK findet sich allerdings kein ausgearbeiteter Bezug zu spezifischen Lerntheorien. Es wird darauf hingewiesen, dass sich der Mathematikunterricht am Lernen der Schülerinnen und Schüler und weniger an der Fachsystematik orientieren sollte. Individuelle Lernwege und Lernergebnisse sollen für das Lernen genutzt werden, das durch Selbstständigkeit, Kommunikation und Kooperation geprägt ist. Damit sind die Grundideen dann ganz ähnlich wie sie auch in den Standards des NCTM zu finden sind.

Es sollte allerdings nicht übersehen werden, dass sowohl die Standards des NCTM als auch die der KMK zu einem gewissen Teil eher implizit als explizit theoriegeleitet sind. Sie können zu einem nicht unerheblichen Anteil als Ergebnisse von *good practice* gesehen werden. Erfahrene Lehrer und Lehrerinnen (aus verschiedenen Arbeitsbereichen) haben ihr Fachwissen, ihr fachdidaktisches Wissen und ihre pädagogische Erfahrung genutzt, um Standards für den Mathematikunterricht zu formulieren. Sie spiegeln aber fraglos den Stand der Diskussion um einen guten Mathematikunterricht wider.

## 5. Mögliche Beiträge der Fachdidaktik zur Entwicklung von Standards

Bildungsstandards sind auf ein Fach oder einen Lernbereich bezogen. Sie orientieren sich an den grundlegenden Prinzipien, an der spezifischen Systematik und an den Kernideen dieses Fachs. Diese fachbezogenen Aspekte müssen exemplarisch in Aufgaben

übersetzt werden, sodass die spezifischen Ziele und Inhalte verdeutlicht werden. Außerdem muss es Testverfahren geben, durch die eine Überprüfung der Bildungsstandards geleistet wird. Damit ergeben sich für die Fachdidaktik verschiedene Ebenen, auf der sie die Entwicklung von Bildungsstandards unterstützen können. Die erste Ebene ist die der Identifizierung von wesentlichen Inhalten und Arbeitsmethoden des Fachs. Die zweite Ebene betrifft die Konkretisierung der Grundideen in Form von Beispielaufgaben. Auf der dritten Ebene geht es schließlich um Verfahren, mit deren Hilfe festgestellt werden kann, ob die so ausgearbeiteten Bildungsstandards erreicht worden sind.

### *5.1 Die Ebene der Inhalte von Bildungsstandards*

Die Identifizierung wesentlicher Inhalte und Arbeitsmethoden ist in jeder Fachdidaktik eine zentrale Aufgabe, die sich auch unabhängig von der Definition geeigneter Standards ergibt. Das Problem liegt hier meist nicht darin, einen Inhalt oder eine Methode als wesentlich für das Fach zu charakterisieren und seine Bezüge zu bestimmen. Die Schwierigkeit liegt vielmehr darin, diejenigen Inhalte und Methoden auszuwählen, die in einem allgemeinbildenden Unterricht, der auf viele verschiedene Lebensanforderungen vorbereiten muss, ihren Platz haben sollten. Die Fokussierung auf Kernbereiche und die damit verbundene Selbstbeschränkung von Fach und Fachdidaktik ist offensichtlich keine einfache Aufgabe.

Sowohl die Standards des NCTM als auch die Standards der KMK belegen durch die Breite der in ihnen abgebildeten Inhaltsbereiche das prinzipielle Dilemma. Einerseits ist mit Bildungsstandards der Anspruch verbunden, ein fundiertes fachliches Lernen zu gewährleisten, andererseits dürfen sie die Bedingungen des realen Unterrichts nicht unberücksichtigt lassen. Es gibt, um nur einige Beispiele zu nennen, nicht nur ein Unterrichtsfach, in dem Basiswissen vermittelt werden soll, zeitliche Rahmenbedingungen sowie individuelle Interessen und eine individuelle Leistungsfähigkeit bei Schülerinnen und Schülern. Mit der Definition von Standards ist immer die Frage nach ihrer Realisierbarkeit verbunden, die sehr zu Recht als ein Merkmal guter Bildungsstandards gilt (z.B. NRC 1999). Letztlich kann die Auswahl fachlicher Inhalte auf der Basis realistischer Erwartungen an das Lehren und Lernen in der Schule nur auf der Basis fachdidaktischen Wissens angemessen getroffen werden. Dieser Prozess sollte in einen Kontext eingebunden werden, der die schulischen und gesellschaftlichen, aber auch die individuellen Randbedingungen fachlichen Lernens berücksichtigt.

### *5.2 Die Ebene der Konkretisierung durch Beispielaufgaben auf der Basis eines geeigneten Kompetenzmodells*

Bildungsstandards beschreiben die Ziele schulischer Bildung in Form von Kompetenzanforderungen. Sie legen fest, über welche Kompetenzen die Schülerinnen und Schüler zu einem bestimmten Zeitpunkt verfügen sollten. Um diese Anforderungen zu konkre-

tisieren, müssen Aufgaben entwickelt werden. Die Basis sollte dabei ein Kompetenzmodell sein, das Aspekte, Abstufungen und Entwicklungsverläufe von Kompetenzen abbildet (vgl. Klieme u.a. 2003, S. 21). Auch diese Ebene der Erstellung von Beispielaufgaben auf der Basis eines Kompetenzmodells fällt in den originären Arbeitsbereich der Fachdidaktik.

Es gibt für das Mathematiklernen zahlreiche Beispiele, die jeweils auf eine bestimmte Klassenstufe oder Altersgruppe bezogen sind. So lassen sich die Aufgaben, die im Rahmen von TIMSS bzw. von PISA entwickelt und verwendet wurden, anhand von Kompetenzmodellen einordnen (Klieme 2000; Klieme/Neubrand/Lüdtke 2001). Beide Kompetenzmodelle haben fünf Stufen, die inhaltlich präzisiert worden sind. So umfasst das Kompetenzmodell aus PISA die Bereiche *Rechnen auf Grundschulniveau, elementare Modellierungen, Modellieren und begriffliches Verknüpfen, Modellieren auf der Basis anspruchsvoller Begriffe* und *komplexe Modellierung und innermathematisches Argumentieren*. Das Modell bezieht sich auf allgemeine mathematische Kompetenzen, so wie sie im Rahmen von PISA erhoben wurden. Kompetenzmodelle können auch Teilaspekte mathematischen Arbeitens umfassen. So beschreiben Reiss, Hellmich und Thomas (2002) ein Modell, das spezifisch auf Kompetenzen im Beweisen und Begründen gerichtet ist. Es umfasst die Bereiche *Anwenden von Regeln, einschrittiges Argumentieren und Begründen* sowie *Bilden einer Schlusskette aus mehreren Argumenten*. Im Rahmen einer breit angelegten Untersuchung mit Schülerinnen und Schülern der Klassenstufen 7 und 8 konnte dieses Modell empirisch bestätigt werden. Schließlich gibt es auch für den Bereich der Grundschulmathematik ein Kompetenzstufenmodell, das im Rahmen von IGLU definiert und erprobt wurde. Es umfasst fünf Bereiche, die von *rudimentärem schulischen Anfangswissen* über *Grundfertigkeiten* und die *Verfügbarkeit* bzw. *Beherrschung der Grundrechenarten* bis zum *Problemlösen* gehen (Walther/Geiser/Langeheine/Lobemeier 2004). In unserer Arbeitsgruppe wurde ein weiteres Modell entwickelt, das sich auf das Ende des ersten Schuljahres bezieht. Wir unterscheiden hier in die *Verfügbarkeit von Routineprozeduren in Bezug auf Zahlen und Operationen*, das *Verständnis und die flexible Verwendung von Zahlen einschließlich ihrer Relationen und Zerlegungen* und in *vertieftes Verständnis von Addition und Subtraktion sowie ihrer gegenseitigen Beziehungen*. Die Einteilung ließ sich in einem Test mit Kindern des ersten Schuljahres empirisch bestätigen (Grüßing 2002).

Die genannten Beispiele haben (bis auf die letztgenannte Arbeit, bei der eine Überprüfung noch aussteht) gemeinsam, dass die das Kompetenzmodell stützenden Tests Rasch-skalierbar sind. Dabei lassen sich sowohl Aufgaben als auch Probanden auf einer gemeinsamen eindimensionalen Skala anordnen. Eine bestimmte Punktzahl lässt sich eindeutig einem spezifischen Kompetenzniveau zuordnen, sodass das Erreichen eines bestimmten Standards kontrolliert werden kann.

Die Modelle haben allerdings auch ein Problem gemeinsam, denn sie sind nicht unbedingt geeignet, Entwicklungsverläufe darzustellen. Es gibt zwar einzelne Ergebnisse, die auf einen eher linearen mathematischen Kompetenzerwerb hindeuten. Danach unterscheiden sich im Grundschulbereich die Lösungen eines jüngeren Kindes auf einer hohen Kompetenzstufe und eines älteren Kindes auf einer niedrigen Kompetenzstufen

nicht prinzipiell in qualitativer Hinsicht (Brown u.a. 2003). Eine weitere empirische Absicherung scheint dringend geboten, denn das Ergebnis ist nicht unbedingt kompatibel mit Untersuchungen, in denen unterschiedliche Arbeitsweisen von Kindern auf unterschiedlichen kognitiven Niveaus explizit beschrieben wurden (z. B. Käpnick 1998) oder in denen etwa auf der Basis eines *Conceptual Change* argumentiert wird, einem Paradigma, das insbesondere in den Naturwissenschaftsdidaktiken breit diskutiert wird (Chi/Slotta/DeLeeuw 1994; Duit 1996).

Differenziertere Kompetenzmodelle sollten entsprechend darauf abzielen, Entwicklungen zu berücksichtigen. Betrachtet man etwa für den Bereich der Grundschule die Modelle von Grüßing (2002) und Walther u.a. (2004), so kann man, wie im folgenden Vorschlag eines Kompetenzstufenmodells, eine Verbindung zwischen ihnen beschreiben und für einzelne Klassenstufen konkretisieren.

*Kompetenzstufe I:* Numerisches und begriffliches Grundlagenwissen  
(Routineprozeduren)

- Zählfähigkeiten bis etwa 20 (Klasse 1)
- Übertragung der Ergebnisse des kleinen Einpluseins auf Zehnerzahlen (Klasse 2)
- Grundlagen des kleinen Einmaleins (Klasse 3)
- Kontextfreies Rechnen im Zahlenraum bis 100 (Klasse 4)

*Kompetenzstufe II:* Grundfertigkeiten im Umgang mit dem Zehnersystem, der ebenen Geometrie und Größen

- Grundlagen des kleinen Einpluseins (z.B. mit kleinen Summanden; Klasse 1)
- Grundlagen des kleinen Einmaleins (z.B. Zweier- und Fünferreihe; Klasse 2)
- Kontextfreies Rechnen im Zahlenraum bis 100 (Klasse 3)
- Schriftliche Addition im Zahlenraum bis 1000 ohne Übergänge (Klasse 4)

*Kompetenzstufe III:* Sicheres Rechnen in curricularem Umfang und einfaches Modellieren

- Zählfähigkeiten über 30 hinaus (Klasse 1)
- Gute Beherrschung des kleinen Einmaleins (Klasse 2)
- Halbschriftliches Rechnen im Zahlenraum bis 1000 (Klasse 3)
- Rechenergebnisse überschlagen (Klasse 4)

*Kompetenzstufe IV:* Beherrschung der Grundrechenarten unter Nutzung der Dezimalstruktur und begriffliche Modellierung

- Addition und Subtraktion mit Zehnerzahlen (Klasse 1)
- Rechnen in Sachkontexten (z.B. Längen; Klasse 2)
- Informationen in Sachsituationen nutzen und verarbeiten (Klasse 3)
- Sichere Beherrschung der schriftlichen Rechenverfahren in Sachkontexten (Klasse 4)

*Kompetenzstufe V: Anspruchsvolles Problemlösen im mathematischen Kontext*

- Beschreiben und Modellieren von Sachsituationen (Klasse 1)
- Problemlösender Umgang mit Größen (Klasse 2)
- Anwendung mehrerer Grundrechenarten in komplexen Sachsituationen (Klasse 3)
- Bewältigung kombinatorischer Fragestellungen (Klasse 4)

Ein solches Modell berücksichtigt etwa, dass Zählfähigkeiten zunächst eine bedeutsame Rolle bei der Zahlbegriffsentwicklung spielen, später aber fraglos auch bei schwächeren Schülern zum Basiswissen gehören. Dennoch bedarf dieses Modell der empirischen Prüfung, denn a priori ist weder gewährleistet, dass die Stufen sich über die Klassen hinweg entsprechend anordnen lassen noch dass gegebenenfalls nur eine latente Dimension dahinter liegt.

Auf der Basis eines Kompetenzmodells können Beispielaufgaben für Bildungsstandards entwickelt werden. Fachliche Anforderungen sind dabei so in Aufgaben abzubilden, dass die von den Schülerinnen und Schülern geforderten Kompetenzen sichtbar werden und eine Entwicklung der Kompetenzen im Lauf der Schulzeit beurteilt werden kann. Für diese Ebene sind nun wiederum realistische Erwartungen an das Lehren und Lernen eine wichtige Voraussetzung. Befragungen im Rahmen von TIMSS und PISA haben gezeigt, dass Bildungsexperten die möglichen Leistungen von Schülerinnen und Schüler nur unzureichend einschätzen können und dabei nicht selten sogar signifikant überschätzen. Es ist offensichtlich nicht einfach, zwischen den Intentionen und dem tatsächlichen Erfolg von Unterricht zu unterscheiden. Für die Aufgabenbeispiele sollte das heißen, dass in ihnen ein breites Spektrum möglicher Leistungen identifizierbar wird. Aufgaben, deren Lösung nur einfache Inhalte voraussetzen, sollten genauso enthalten sein, wie Aufgaben, die eine komplexere Grundstruktur haben. Nur so wird es möglich sein, Anforderungen von Standards nachvollziehbar zu beschreiben.

*5.3 Die Ebene der Überprüfung von Bildungsstandards*

Was für die Aufgabenbeispiele gilt, kann man ganz ähnlich auch auf Testaufgaben übertragen. Kompetenzmodelle sind nämlich nicht nur für die Erstellung von Beispielaufgaben wichtig, sondern auch, um das Erreichen von Bildungsstandards zu kontrollieren. Auf dieser Grundlage entstehen Testaufgaben, in denen noch stärker als bei den gegebenen Aufgabenbeispielen das Spektrum möglicher Leistungen abgebildet sein muss. Items, die auf einfachen Lernvoraussetzungen beruhen, sind hier genauso erforderlich wie Items, die nur noch auf einem hohen Kompetenzniveau gelöst werden können. Es ist schließlich in Bezug auf mathematische Kompetenz nicht nur von Interesse, ob eine bestimmte Messlatte erreicht worden ist, sondern welche Streuung in den Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler vorliegt. Die Differenzierung zwischen unterschiedlichen Kompetenzstufen gilt als ein wichtiges Merkmal guter Standards.

Idealstandards und Regelstandards müssen bei einer Überprüfung also noch sorgfältig in Bezug auf dieses Kriterium betrachtet werden. Gelingt es, dann können auf Bil-



dungsstandards bezogene Testergebnisse mehr leisten als die Einordnung des Individuums. Die eigentlichen Wirkungen liegen auf der Klassenebene und der Schulebene und sind vermutlich weit interessanter. Es kann hier sich ein wichtiges Arbeitsfeld der Fachdidaktik auftun.

## 6. Schlusswort

Am Beispiel der Mathematik kann man sehen, dass Bildungsstandards sich zu einem national und international bedeutsamen Thema entwickelt haben und dass es inzwischen eine Reihe von fundierten Beiträgen zu ihrer Entwicklung gibt. Allerdings zeigen die vorliegenden Vorschläge für Bildungsstandards auch, dass die Definition guter Standards mit dem Ziel einer Überprüfung keine einfache Aufgabe ist. Die diskutierten Beispiele des NCTM und der KMK sind Ideen von Standards für den Mathematikunterricht, deren Einbindung in die Praxis noch nicht bzw. nicht hinreichend untersucht ist. Diese Untersuchung sollte auf theoretisch fundierten Kompetenzmodellen basieren, die so definiert und verbunden sind, dass mit ihrer Hilfe Entwicklungsverläufe der mathematischen Kompetenz von Schülerinnen und Schülern über einen längeren Zeitraum hinweg modelliert werden können.

Weil Bildungsstandards fachlich sind, können sie nur mit spezifischem fachdidaktischen Wissen in angemessener Weise formuliert, konkretisiert und überprüft werden. Andererseits sind sie eingebunden in einen gesellschaftlichen Kontext. Es ist also sicherlich sinnvoll, wenn eine solche Weiterentwicklung verstärkt den Dialog und die Zusammenarbeit zwischen verschiedenen Disziplinen nutzt.

## Literatur

- Brown, M./Johnson, D./Street, B./Askew, M./William, D./ Millett, A. (2003): *Leverhulme Numeracy Research Programme. Final Report 1997/2002*. London: King's College.
- Chi, M./Slotta, J./DeLeeuw, N. (1994): From things to processes: A theory of conceptual change for learning science concepts. In: *Learning and Instruction* 4(1), S. 27-43.
- Duit, R. (1996): Lernen als Konzeptwechsel im naturwissenschaftlichen Unterricht. In: Duit, R./von Rhöneck, C. (Hrsg.): *Lernen in den Naturwissenschaften*. Kiel: IPN, S. 145-162.
- Freudenthal, H. (1973/1977): *Mathematik als pädagogische Aufgabe*. Band 1 und 2. Stuttgart: Klett.
- Freudenthal, H. (1983): *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: Reidel.
- Grüßing, M. (2002): Entwicklung mathematischer Kompetenzen im Grundschulalter. In: Peschek, W. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht*. Hildesheim: Franzbecker, S. 199-202.
- Käpnick, F. (1998): *Mathematisch begabte Kinder*. Frankfurt: Lang.
- Klieme, E. (2000): Fachleistungen im voruniversitären Mathematik- und Physikunterricht. In: Baumert, J./Bos, W./Lehmann, R. (Hrsg.): *TIMSS/III. Dritte Internationale Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie. Mathematische und naturwissenschaftliche Bildung am Ende der Schullaufbahn*. Band 2: Mathematische und physikalische Kompetenzen am Ende der gymnasialen Oberstufe. Opladen: Leske & Budrich, S. 57-128.
- Klieme, E./ Neubrand, M./ Lüttge, O. (2001): Mathematische Grundbildung: Testkonzeption und Ergebnisse. In: *Deutsches PISA-Konsortium (Hrsg.): PISA 2000. Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich*. Opladen: Leske + Budrich, S. 141-190.

- Klieme, E./Avenarius, H./Blum, W./Döbrich, P./Gruber, H./Prenzel, M./Reiss, K./Riquarts, K./Rost, J./Tenorth, H.-E./Vollmer, H. (2003): Zur Entwicklung nationaler Bildungsstandards. Eine Expertise. Berlin: BMBF.
- Kultusministerkonferenz (KMK) (2003): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den mittleren Schulabschluss. Bonn: KMK. <http://www.kmk.org>.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1989): Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1991): Professional teaching standards for school mathematics. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1995): Assessment standards for school mathematics. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000): Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: Author.
- National Research Council (NRC) (1999): Testing, Teaching, and Learning. Washington, DC: Author.
- Reiss, K./Hellmich, F./Thomas, J. (2002): Individuelle und schulische Bedingungsfaktoren für Argumentationen und Beweise im Mathematikunterricht. In: Prenzel, M./Doll, J. (Hrsg.): Bildungsqualität von Schule. 45. Beiheft der Zeitschrift für Pädagogik. Weinheim: Beltz, S. 51-64.
- Resnick, L. (1987): Education and Learning to Think. Washington D.C.: National Academy Press.
- Romberg, T./Carpenter, T. (1986): Research on teaching and learning mathematics: Two disciplines of scientific inquiry. In: Wittrock, M.C. (Ed.): Handbook of Research on Teaching: A Project of the American Educational Research Association. Third Edition. New York: Macmillan, S. 850-873.
- Skolverket (2000): Syllabuses for the compulsory school. Stockholm: Skolverket & Fritzes.
- Tate, W.F. (2004): What is a standard? In Lester Jr., F.K./Ferrini-Mundy, J. (Eds.): Proceedings of the NCTM Research Catalyst Conference. Reston VA: NCTM, S. 15-24.
- Walther, G./Geiser, H./Langeheine, R./Lobemeier, K. (2004): Mathematische Kompetenzen am Ende der vierten Jahrgangsstufe in einigen Ländern der Bundesrepublik Deutschland. In: Bos, W./Lankes, E.M./Prenzel, M./Schwippert, K./Valtin, R./Walther, G. (Hrsg.): IGLU: Einige Länder der Bundesrepublik Deutschland im nationalen und internationalen Vergleich. Waxmann: Münster.
- Weinert, F.E. (2001): Vergleichende Leistungsmessung in Schulen – eine umstrittene Selbstverständlichkeit. In: Weinert F.E./Helmke, A. (Hrsg.): Leistungsmessungen in Schulen. Weinheim: Beltz, S. 17-31.
- Winter, H. (1995): Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, 61, S. 37-46.

**Abstract:** *A short while ago, the German conference of the ministries of education decided on the definition of uniform educational standards for the Laender of the Federal Republic. Educational standards always refer to school subjects and have to reflect the essential educational content of a subject. Thus, specialist didactics are attributed an important role in their development, operationalization, and implementation. It is by no means self-evident which contents are indispensable, how they are to find their way into instruction, and how they may be examined. Mathematics is one of the subjects which already show results of concrete work in this field; therefore, it is chosen as an example on the basis of which the discussion of educational standards unfolds.*

*Anschrift der Autorin:*

Prof. Dr. Kristina Reiss, Universität Augsburg, Lehrstuhl Didaktik der Mathematik,  
Universitätsstraße 14, 85135 Augsburg.