

Blömeke, Sigrid; Risse, Jana; Müller, Christiane; Eichler, Dana; Schulz, Wolfgang  
**Analyse der Qualität von Aufgaben aus didaktischer und fachlicher Sicht.  
Ein allgemeines Modell und seine exemplarische Umsetzung im  
Unterrichtsfach Mathematik**

*Unterrichtswissenschaft 34 (2006) 4, S. 330-357*



Quellenangabe/ Reference:  
Blömeke, Sigrid; Risse, Jana; Müller, Christiane; Eichler, Dana; Schulz, Wolfgang: Analyse der Qualität von Aufgaben aus didaktischer und fachlicher Sicht. Ein allgemeines Modell und seine exemplarische Umsetzung im Unterrichtsfach Mathematik - In: Unterrichtswissenschaft 34 (2006) 4, S. 330-357 - URN: urn:nbn:de:0111-opus-55225 - DOI: 10.25656/01:5522

<https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0111-opus-55225>

<https://doi.org/10.25656/01:5522>

in Kooperation mit / in cooperation with:

**BELTZ JUVENTA**

<http://www.juventa.de>

#### Nutzungsbedingungen

Gewährt wird ein nicht exklusives, nicht übertragbares, persönliches und beschränktes Recht auf Nutzung dieses Dokuments. Dieses Dokument ist ausschließlich für den persönlichen, nicht-kommerziellen Gebrauch bestimmt. Die Nutzung stellt keine Übertragung des Eigentumsrechts an diesem Dokument dar und gilt vorbehaltlich der folgenden Einschränkungen: Auf sämtlichen Kopien dieses Dokuments müssen alle Urheberrechtshinweise und sonstigen Hinweise auf gesetzlichen Schutz beibehalten werden. Sie dürfen dieses Dokument nicht in irgendeiner Weise abändern, noch dürfen Sie dieses Dokument für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, aufführen, veröffentlichen oder anderweitig nutzen.  
Mit der Verwendung dieses Dokuments erkennen Sie die Nutzungsbedingungen an.

#### Terms of use

We grant a non-exclusive, non-transferable, individual and limited right to using this document.  
This document is solely intended for your personal, non-commercial use. Use of this document does not include any transfer of property rights and it is conditional to the following limitations: All of the copies of this documents must retain all copyright information and other information regarding legal protection. You are not allowed to alter this document in any way, to copy it for public or commercial purposes, to exhibit the document in public, to perform, distribute or otherwise use the document in public.

By using this particular document, you accept the above-stated conditions of use.

#### Kontakt / Contact:

peDOCS  
DIPF | Leibniz-Institut für Bildungsforschung und Bildungsinformation  
Informationszentrum (IZ) Bildung  
E-Mail: [pedocs@dipf.de](mailto:pedocs@dipf.de)  
Internet: [www.pedocs.de](http://www.pedocs.de)

Digitalisiert

---

# Unterrichtswissenschaft

Zeitschrift für Lernforschung

34. Jahrgang / 2006 / Heft 4

---

<i>Christa Gebel</i> Kompetenzfördernde Potenziale unterhaltender Computerspiele .....	290
<i>Karin Zimmer, Antje Stick, Désirée Burba, Manfred Prenzel</i> PISA 2003 – Kompetenzmuster von Jungen und Mädchen in den deutschen Ländern .....	310
<i>Sigrid Blömeke, Jana Risse, Christine Müller, Dana Eichler, Wolfgang Schulz</i> Analyse der Qualität von Aufgaben aus didaktischer und fachlicher Sicht .....	330
<i>Detlef Urhahne, Ute Harms</i> Instruktionale Unterstützung beim Lernen mit Computersimulationen ...	358
Rezension .....	378
Hinweise für Autoren .....	380
Gutachter 2006 .....	383
Themenplanung .....	384

## Analyse der Qualität von Aufgaben aus didaktischer und fachlicher Sicht

Ein allgemeines Modell und seine exemplarische Umsetzung im  
Unterrichtsfach Mathematik

Analysis of Learning Task Quality in the Perspective of Content,  
Teaching and Learning

---

*Im vorliegenden Beitrag wird ein allgemeines Modell zur Analyse der Qualität von Aufgaben im Unterricht und seine exemplarische Umsetzung im Fach Mathematik vorgestellt. Aufgaben kommt im Lehr-Lernprozess eine zentrale Bedeutung zu. Als Anforderungen an die Schülerinnen und Schüler sowie Objekt ihrer Aktivitäten sollen sie Lernprozesse anregen. Daher stellt die Ermittlung ihrer Qualität einen bedeutsamen Beitrag zur Ermittlung von Unterrichtsqualität dar. Der Beitrag erläutert Merkmale, denen lernprozessanregende Aufgaben genügen sollten. Zu diesem Zweck wird ein fachübergreifendes Modell entwickelt, welches die drei Unterrichtsperspektiven Inhalt, Lehren und Lernen umfasst, und es wird ein darauf bezogenes dreistufiges Analyseverfahren vorgestellt, das zwischen dem objektiven Potenzial einer Aufgabe, den intendierten Anforderungen seitens der Lehrperson und der Realisierung dieser Anforderungen im Lehr-Lernprozess unterscheidet. Darüber hinaus erfolgt exemplarisch eine Aufgabenanalyse anhand einer Mathematikstunde in der Jahrgangsstufe 11.*

*The following article presents a general model that helps to analyse the quality of learning tasks. To give an example of the impact of this model it is applied to a mathematics lesson. Learning tasks is an important element of instructional processes since they activate student learning. For that reason, analysing the quality of learning tasks contributes significantly to an assessment of instructional quality in general. The article presents and discusses criteria for meaningful learning tasks. A cross-curricular model is developed which integrates the three perspectives of instruction: content, teaching and learning. Linked to this model, a three-step analysing method*

*is presented that distinguishes between a task's objective potential, its intended outcome from the perspective of the teacher and its real outcome during the lesson. The example of a mathematics lesson in grade 11 has been chosen to demonstrate how tasks are analysed according to the method presented in this article.*

Die Sorge um die Wirksamkeit des deutschen Schulsystems hat in den letzten Jahren zur Entwicklung einer Reihe von Maßnahmen geführt, mit denen die Qualität von Unterricht bestimmt, gesichert und weiterentwickelt werden kann: Bildungsstandards, internationale Leistungsvergleiche, Forschungsförderprogramme, Modellversuche.

Aufgaben spielen in diesen Zusammenhängen eine wichtige Rolle. Sie konkretisieren Standards, mit ihnen werden Schülerleistungen getestet, auf die Bestimmung ihres Anregungspotenzials richtet sich ein Teil der Unterrichtsforschung und durch sie soll die Qualität von Lehr-Lernprozessen gesteigert werden (siehe zum Beispiel die Module 1 und 8 im BLK-Modellversuch SINUS: BLK 1997; Hertrampf 2003). Die Aktivitäten der Allgemeinen Didaktik, der Fachdidaktik und der Empirischen Bildungsforschung finden dabei bisher weitgehend isoliert voneinander statt. Dies ist insofern problematisch, als die drei Disziplinen traditionell unterschiedliche, aber jeweils *per se* wichtige Ansprüche an Unterricht formulieren. Der vorliegende Beitrag strebt an, diese drei Perspektiven zusammenzuführen, indem zum ersten didaktische und fachliche Ansprüche als relevante Merkmale von Aufgabenqualität in ein Modell integriert werden<sup>1</sup> und indem zum zweiten didaktische und fachliche Ansprüche mit deren empirisch nachweisbaren Realisierung in Form eines mehrstufigen Analyseverfahrens ins Verhältnis gesetzt werden<sup>2</sup>. Unter „Aufgaben“ werden dabei Anforderungen verstanden, mit denen Schülerinnen und Schüler im Unterricht seitens der Lehrperson konfrontiert werden (Bromme, Seeger & Steinbring 1990). In diesem Beitrag fokussieren wir auf Aufgaben, die zur Auseinandersetzung mit einem speziellem Unterrichtsinhalt anregen sollen (lernprozessanregende Aufgabe, Tulodziecki, Herzig & Blömeke 2004, 80).

### *1. Forschungsstand und Einordnung des Vorhabens*

Aus allgemeindidaktischer Perspektive gehört eine systematische Analyse der Qualität von Aufgaben zu den eher vernachlässigten Forschungsbereichen. Zwar gehören Überlegungen zur Auswahl von Zielen und Inhalten von Unterricht seit jeher zu Kernfragen didaktischer Modelle (vgl. z.B.

---

1 Wesentliche Vorarbeiten zur Entwicklung des Modells zur Bestimmung von Aufgabenqualität stammen von Tulodziecki, Herzig & Blömeke, 2004.

2 Die Konkretisierung anhand der mathematischen Aufgabe und die Eingliederung fachdidaktischer Aspekte wurden von Jana Risse (Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Mathematik, AG Mathematik und ihre Didaktik) vorgenommen.

Klafki 1963; Heimann, Otto & Schulz 1965), in welcher Form sich diese jedoch materialisieren und welche Qualitätskriterien für Aufgaben daraus resultieren, wird selten modelliert. Am ehesten geschieht dies noch im Rahmen der in der Folgezeit vielfach kritisierten lernziel-orientierten Didaktik (Meyer 1978). Die dort thematisierte Notwendigkeit, verschiedene Niveaus kognitiver Anforderungen zu unterscheiden, wird von uns aufgegriffen und unter Rückgriff auf neuere kognitionspsychologische Arbeiten aktualisiert.

Aus fachdidaktischer Perspektive stellt die Analyse von Aufgaben in einigen Fächern mindestens neuerdings ein zentrales Thema dar (vgl. Timm 1998, 221ff., 366ff.; Bleichroth et al. 1999, 245ff., 266ff.; Weskamp 2003, 109ff.).<sup>3</sup> Dies gilt insbesondere für den Mathematikunterricht, für den Aufgaben eine konstitutive Bedeutung haben (Lenné 1969, 34f., 50ff.; Wittmann 1981; Führer 1997). Als elaborierte Ausarbeitungen von mathematikbezogenen Aufgabenanalysen sei auf die fünf Ansätze von Renkl (1991), Stein, Grover und Henningsen (1996), Neubrand (2002), Knoll (2003) und die Aufgabenanalysen im Rahmen der TIMS-Studien der IEA (Mullis et al. 2003) verwiesen.

In allen sechs Analysemodellen in den fünf genannten und unserem eigenen spielen *lernbezogene Anforderungen von Aufgaben* und *bereichsspezifische Aspekte* eine Rolle. Darin spiegeln sich grundlegende Erkenntnisse der aktuellen Forschung zur Unterrichtsqualität (Weinert & Helmke 1997; Helmke & Jäger 2002; Helmke 2003; Mayer 2004) wider. Darüber hinausgehend stellen in unserem Modell *bildungstheoretische* und *lehrbezogene Qualitätskriterien* Untersuchungsdimensionen dar, um der kategorialen Struktur von Unterricht im Sinne Klafkis (1963, 43) als Einheit von formaler und materialer Bildung gerecht werden zu können (zu den aufgenommenen Merkmalen im Einzelnen Abschnitt 2.1). Dieser insofern auf grundlegende Qualitätsmerkmale der Unterrichtskonzeption ausgerichtete Ansatz spiegelt sich im Erhebungsverfahren wider, indem zunächst qualitativ-interpretativ vorgegangen wird, um diese grundlegenden Merkmale fassen zu können. Erst in einem zweiten Schritt werden die Ergebnisse in codierter Form zusammengefasst. Knoll (2003, 54ff.) wählt ein vergleichbares Vorgehen, führt jedoch stärker Quantifizierungen durch. Neubrand (2002, 210) geht auf der Basis eines spezifischen weniger grundlegend ausgerichteten Kategoriensystems umgekehrt vor, um ihre quantitativen Ergebnisse tiefer inter-

---

3 Für eine präzise Einordnung muss allerdings darauf hingewiesen werden, dass es sich nur selten um die Thematisierung von lernprozessanregenden Aufgaben handelt. Häufig kommt das Thema erst bei der Diskussion von Beurteilungsverfahren ins Blickfeld.

pretieren zu können. Die übrigen drei Ansätze verzichten auf qualitative Zugänge.<sup>4</sup>

Was das Analyseverfahren angeht, führen alle sechs Ansätze eine Analyse der präsentierten Aufgaben im Hinblick auf ihre objektiv vorliegenden Qualitätsmerkmale durch. Abgesehen von den separat durchgeführten Videostudien, ist für die regulären TIMS-Studien die Aufgabenanalyse damit abgeschlossen. Bei Neubrand (2002, 89ff.) sowie Stein, Grover und Henningsen (1996, 460f.) schließt sich noch eine Analyse der konkreten Bearbeitung der Aufgabe im Unterricht an, um der Frage nachgehen zu können, ob und wie weit eine Lehrperson die objektiv festgestellten Qualitätsmerkmale umsetzt oder sie sogar ausbaut.

Unser Ansatz folgt dem differenzierten Verfahren von Neubrand sowie Stein, Grover und Henningsen. Dahinter steht die in anderen Studien belegte Annahme, dass Lehrpersonen durch ihr instruktionales Handeln den Charakter von Aufgaben verändern können (Newman, Griffin & Cole 1984; Baumert et al. 1997). Zusätzlich nehmen wir zwei weitere Analyseschritte auf: Unter der Annahme, dass eine Lehrperson die Qualitätsmerkmale einer Aufgabe ggf. anders einschätzt als (fach-)didaktische Experten (Leinhardt, Putnam, Stein & Baxter 1991), führen wir im Anschluss an die Analyse des objektiven Aufgabenpotenzials eine Analyse der von der Lehrperson intendierten Qualitätsmerkmale durch.

Den Unterrichtsprozess selbst differenzieren wir wie Stein, Grover und Henningsen (1996, 459) in Aufgabenstellung und Aufgabenbearbeitung aus, nehmen aber auch noch den anschließenden Auswertungs- und Reflexionsprozess in die Analyse auf, um den vollständigen Gang des Unterrichts zu erfassen. Neben dem Anliegen, gezielt Hinweise auf Phasen zu erhalten, in denen besonders stark vom objektiven Potenzial einer Aufgabe bzw. von den intendierten Anforderungen abgewichen wird, erscheint uns die Aufnahme des Auswertungs- und Reflexionsprozesses insbesondere deswegen bedeutsam, weil von ihm hohe Lernwirkungen angenommen werden, gleichzeitig aber eine vergleichsweise seltene Realisierung festgestellt werden muss (Biermann & Blum 2001; Blum & Leiß 2004, 21; zu weiteren Einzelheiten des Analyseverfahrens siehe Abschnitt 2.2).

Vor diesem Hintergrund lassen sich die Fragestellungen unseres Vorhabens wie folgt zusammenfassen:

- Wie kann ein Analysemodell aussehen, das begründet grundlegende Qualitätsmerkmale lernprozessanregender Aufgaben aus didaktischer und fachlicher Sicht enthält (Abschnitt 2.1)?

---

<sup>4</sup> Stein, Grover und Henningsen (1996, 469) ziehen lediglich kurze Textausschnitte zur Interpretation nicht plausibler quantitativer Ergebnisse heran.

- Wie kann ein Analyseverfahren aussehen, das begründet wichtige Schritte zur Erfassung der Aufgabenqualität aufnimmt (2.2)?
- Welche Ergebnisse zeigt eine exemplarische Durchführung der Aufgabenanalyse für eine Unterrichtsstunde im Fach Mathematik der Jahrgangsstufe 11 im Hinblick auf Veränderungen des objektiven Aufgabepotenzials in den intendierten Anforderungen seitens der Lehrperson und in der Realisierung im Unterrichtsprozess (3)?

Abschließend werden die zentralen Erkenntnisse zusammengefasst und offene Forschungsfragen skizziert (4).

## 2. Merkmale lernprozessanregender Aufgaben

Bei Lernen handelt es sich um einen kognitiven Prozess, der bewusst und unbewusst, gesteuert und ungesteuert, stattfinden kann. Lehrerinnen und Lehrer streben an, Lernprozesse von Kindern und Jugendlichen gezielt anzuregen und zu unterstützen. Als schulische Lernprozesse sind diese Lernprozesse auf gesellschaftlich relevante Inhalte gerichtet (vgl. Klafki 1985, 194ff.). Einer Aufgabe kommt im Rahmen des Unterrichts die Funktion zu, solche gesellschaftlich relevanten Lernprozesse zu initiieren. Von Seiten der Schülerinnen und Schüler erfolgt eine Auseinandersetzung mit Aufgaben vor allem dann, wenn bei ihnen ein Bedürfnis angesprochen wird. *Lernmotivation* ist in diesem Sinne das Ergebnis einer Wechselwirkung von situativen Anforderungen – repräsentiert durch Aufgaben – und individuellen Bedürfnissen (vgl. Heckhausen 1974, 151ff.; Rheinberg 2002, 44ff., 61ff.). Welche Lernaktivitäten im Zuge der Auseinandersetzung mit Aufgaben stattfinden, hängt unter anderem von den Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler ab, und zwar insbesondere von ihren bereichsspezifischen Wissens- und Erfahrungsständen (Shulman 1992; Reinhold, Lind & Friege 1999) sowie von ihren generellen intellektuellen Fähigkeiten (Piaget 1972; Harvey, Hunt & Schroder 1961; Mandl & Huber 1978) und Werthaltungen (Colby & Kohlberg 1987; Oser 1981). Gelingt es, mit einer Aufgabe an diese anzuknüpfen, tragen die Lernprozesse zum Aufbau, zur Veränderung oder zur Ausdifferenzierungen der kognitiven Strukturen bei. Dieses hier in aller Kürze dargestellte kognitionstheoretische Verständnis von Lernen ist in Abbildung 1 graphisch dargestellt.

Konstruktivistische Ansätze bauen auf entsprechenden kognitionstheoretischen Modellen auf, betonen einzelne Aspekte des Lernens jedoch stärker (vgl. als Überblicke Gerstenmaier & Mandl 1995; Weinert 1998): das Problem der Kontextgebundenheit von Lernaktivitäten (Terhart 2002), die Bedeutung von Problemlösefähigkeit (Steiner 2001, 190ff.) und die Vorteile von sozialem Austausch (Wygotski 1978).

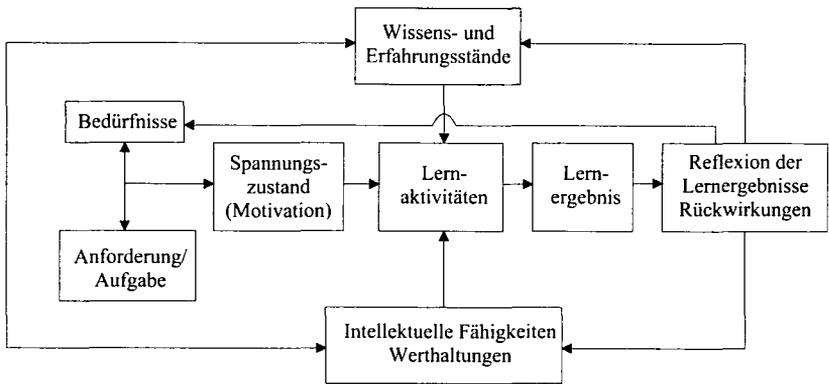


Abb. 1: Kognitionstheoretisches Lernmodell (Quelle: Tulodziecki, Herzig & Blömeke 2004, 55)

## 2.1 Fachübergreifendes Modell didaktischer und fachlicher Aufgabenqualität

Aus didaktischer und fachlicher Sicht sind Lehrerinnen und Lehrer vor diesem lerntheoretischen Hintergrund gefordert, Aufgaben auszuwählen, die folgenden neun Anforderungen gerecht werden (vgl. im Einzelnen Tulodziecki, Herzig & Blömeke 2004, 80 ff.):

1. Eine Aufgabe muss geeignet sein, einen *gesellschaftlich relevanten Inhalt* in exemplarischer Weise zu erschließen. Klafki (1969, 14; vgl. auch Klafki 1963) macht einen solchen Bildungsinhalt daran fest, dass er „als einzelner Inhalt immer stellvertretend für viele Kulturinhalte steht; immer soll ein Bildungsinhalt Grundprobleme, Grundverhältnisse, Grundmöglichkeiten, allgemeine Prinzipien, Gesetze, Werte, Methoden sichtbar machen.“ Die gesellschaftliche Bedeutung kann differenziert werden im Hinblick auf behandelte bereichsspezifische Gegenstände und im Hinblick auf die Erschließung bereichsspezifischer Methoden.
2. Eine Aufgabe muss ein *Bedürfnis* der Schülerinnen und Schüler ansprechen. Nach Maslow (1981, 62ff.) kann durch eine Aufgabe das Gefühl der Unsicherheit bzw. ein „kognitiver Konflikt“ ausgelöst und das Bedürfnis nach Stabilität und Struktur bzw. Lösung des kognitiven Konflikts und Abbau der provozierten Unsicherheit angeregt werden. Andere Bedürfnisse, die durch Aufgaben angeregt werden können, sind die Bedürfnisse nach Bewältigung, Wertschätzung und Selbstverwirklichung.
3. Die kognitive Aufgabenqualität muss so beschaffen sein, dass die Anforderungen knapp über den bereits vorhandenen generellen intellektuellen Fähigkeiten liegen. In dieser „Zone der nächsten Entwicklung“ (Wygotski 1978) findet Lernen statt. Als Indikator für die geforderten kognitiven Anforderungen und damit verbundene Lernprozesse wird die zwei-

dimensionale Hierarchie der kognitiven Prozesse und Wissensformen von Anderson et al. (2001) herangezogen.

4. Ebenso muss eine Aufgabe geeignet sein, den bereichsspezifischen Wissens- und Erfahrungsstand weiterzuentwickeln, indem sie mit einem *Neuigkeitswert* einhergeht, sodass die fachlichen Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten erweitert werden. Auch dieses Qualitätsmerkmal wird dahingehend differenziert, inwieweit eine Aufgabe bekannte Inhalte und Methoden des bisherigen Unterrichts überschreitet.
5. Gleichzeitig muss jedoch die Chance bestehen, die Aufgabe zu bewältigen. Erscheint eine Aufgabe den Schülerinnen und Schülern als so schwierig, dass sie keine Chance zur Bewältigung sehen, ist eine Abwendung zu erwarten. Die Aufgabenschwierigkeit ist u.a. von dem bereichsspezifischen Vorwissen der Schüler abhängig. Eine Einschätzung kann ebenfalls durch eine Analyse des Bezugs zu Inhalten und Methoden des bisherigen Unterrichts getroffen werden. Wichtig ist in diesem Zusammenhang aber auch, dass die Aufgabe *verständlich* ist, d.h. dass die Schüler sie inhaltlich und sprachlich erfassen können.
6. Die Chance auf Bewältigung impliziert, dass auch in heterogenen Lerngruppen für alle Schülerinnen und Schüler eine Bearbeitung möglich sein muss. Besitzt eine Aufgabe *Potenzial zur (ggf. Selbst-)Differenzierung* können im Sinne des selbstgesteuerten Lernens individuelle Bearbeitungen auf unterschiedlichem kognitiven Niveau, in unterschiedlicher Tiefe oder in unterschiedlichem Umfang erfolgen (Reinmann-Rothmeier & Mandl 2001).
7. Um handlungsrelevante Lernerfolge erzielen zu können, muss durch eine Aufgabe sichergestellt werden, dass die erworbenen Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten wieder abgerufen und flexibel eingesetzt werden können. Ein Transfer auf neue Situationen kann gefördert werden, indem komplexe Aufgaben, die authentische Situationen repräsentieren, verwendet werden und das Wissen über Anwendungsbereiche – und deren Grenzen – mit vermittelt wird (Spiro et al. 1991 „cognitive flexibility“). Als Indikatoren werden hier die Komplexität der notwendigen Modellierung und die Reichweite der Situierung verwendet.
8. Im Unterschied zum Primat der Wissensrepräsentation im Kognitivismus (verbunden mit einer rezeptiven Lernhaltung), folgt der Konstruktivismus dem Primat des *Problemlösens* (verbunden mit einer selbstständigen Denkaktivität der Lernenden). Grundlage für die Förderung der Problemlösefähigkeit ist eine offene Aufgabenstellung, welche unterschiedliche, eigenständige Herangehensweisen nicht nur zulässt, sondern bedingt. In Anlehnung an die Komponenten des Problemlöseprozesses erfolgt die Beurteilung der objektiven Aufgabenqualität in diesem Merkmal durch Bestimmung der Offenheit in der Aufgabenstellung, der Zahl der möglichen Lösungswege und der Offenheit in der Zielsituation.

9. Im sozialen Konstruktivismus wird *darüber* hinaus auf die Bedeutung der Interaktion hingewiesen. Lernen kann zwar als individuelle eigenaktive Konstruktion begriffen werden. Diese geschieht aber in hohem Maße in einem sozialen Prozess, in dem Wissen als gemeinsam geteilte Bedeutung entwickelt wird und in dem aufgrund unterschiedlicher Vorstellungen der Lernenden Akkomodations- oder Assimilationsprozesse angeregt werden. Aufgaben, die explizit *Gruppenarbeit* oder *anderweitigen Austausch* (z.B. Diskussion und Reflexion im Klassenverband) erfordern, unterstützen in diesem Sinne die Aktivierung von Vorwissen, die Explizierung von Ideen, das Entstehen sozio-kognitiver Konflikte und das Bereitstellen kognitiver Modelle (Crook 1994; Dann, Diegitz & Rosenbusch 1999; Barth 2002).

Tab. 1: Merkmale didaktischer und fachlicher Aufgabenqualität mit Analysekriterien

<b>Didaktische und fachliche Merkmale hoher Aufgabenqualität</b>	<b>Analysekriterien</b>
Exemplarische Erschließung eines gesellschaftlich relevanten Bildungsinhaltes	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Thematisierung einer gesellschaftlich relevanten Grundfrage</li> <li>– Thematisierung einer gesellschaftlich relevanten allgemeinen Methode</li> </ul>
Ansprache eines Bedürfnisses der Schülerinnen und Schüler	– durch die Aufgabe angesprochene Bedürfnisse
Förderung genereller intellektueller Fähigkeiten	<ul style="list-style-type: none"> <li>– geforderte kognitive Prozesse</li> <li>– geforderte Wissensformen</li> </ul>
Neuigkeitswert in Bezug auf den bereichsspezifischen Wissens- und Erfahrungsstand	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Grad an Neuigkeit des Inhalts</li> <li>– Grad an Neuigkeit der Methode</li> </ul>
Chance auf Bewältigung	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Grad an Bekanntheit des bereichsspezifischen Inhalts</li> <li>– Grad an Bekanntheit der bereichsspezifischen Methode</li> <li>– Sprachliche Komplexität der Aufgabenstellung</li> </ul>
Potenzial zur inneren Differenzierung	– Möglichkeit der Bearbeitung auf unterschiedlichem kognitiven Niveau, in unterschiedlicher Tiefe, in unterschiedlichem Umfang
Repräsentation einer authentischen Situation	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Reichweite der Situierung des bereichsspezifischen Inhalts bzw. der Methode</li> <li>– Komplexität der Modellierung</li> </ul>
Förderung von Problemlösefähigkeit	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Offenheit der Ausgangssituation</li> <li>– Zahl der möglichen Lösungswege</li> <li>– Offenheit der Zielsituation</li> </ul>
Erfordernis sozialer Interaktionen	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Erfordernis von Gruppen- oder Partnerarbeit</li> <li>– Erfordernis von Diskussion und/oder Reflexion im Klassenverband</li> </ul>

Eine zusammenfassende Darstellung der hier entwickelten neun didaktischen und fachlichen Merkmale von Aufgabenqualität einschließlich der einmal darauf angewandten Analysekriterien kann Tabelle 1 entnommen werden.

## 2.2 Fachübergreifendes Analyseverfahren zur Ermittlung der Aufgabenqualität

Zur Erfassung der dargestellten Merkmale hoher Aufgabenqualität wurde ein dreistufiges Analyseverfahren entwickelt, das zwischen dem objektiven Potenzial einer Aufgabe, den intendierten Anforderungen seitens der Lehrperson und ihrer Realisierung im Lehr-Lernprozess unterscheidet. Bei allen drei Schritten handelt es sich um qualitativ-interpretative Rekonstruktionen im Hinblick auf theoriegeleitet entwickelte Dimensionen (vgl. Mayring 2000).

1. Innerhalb der ersten Stufe, soll anhand der objektiven Aufgabenanalyse (Williams & Clarke 1997; Bromme, Seegers & Steinbring 1990; Neubrand 2002) ermittelt werden, welches Potenzial einer Aufgabe aus didaktischer und fachlicher Sicht im Hinblick auf den vorgesehenen Rahmen innewohnt. Die hier bestimmte Komplexität einer Aufgabe ist eine Eigenschaft der Aufgabe allein, unabhängig von der Umsetzung innerhalb einer konkreten Unterrichtssituation.<sup>5</sup> Grundlage der *Potenzialanalyse* ist die (schriftliche) Aufgabenformulierung, wie sie den Schülerinnen und Schülern von der Lehrperson in Form von Arbeitsblättern, Tafelanschrieb ö.Ä. präsentiert wird.
2. Diese objektive Bestimmung der Aufgabenqualität wird im zweiten Schritt ergänzt um eine Analyse der intendierten Anforderungen seitens der Lehrperson. Die Aufnahme, dieses im Vergleich zu bestehenden Analysemodellen zusätzlichen Schrittes geschieht unter zwei Gesichtspunkten: Zum einen fließen in der Wahl von Aufgaben grundlegende Unterrichtsvorstellungen von Lehrpersonen zusammen (Koch-Priewe 2000), die mit einer wissenschaftlichen Sicht nicht übereinstimmen müssen und noch vor der Realisierung im Unterricht zu einer Veränderung gegenüber der objektiven Aufgabenqualität führen können. Darüber hinaus kommt in diesem Schritt erstmalig die konkrete Situation der Lerngruppe in den Blick; die Aufgabe wird nun in Zusammenhang mit den Vorkenntnissen der Schüler und mit ihrer Stellung innerhalb der Unterrichtssequenz gesehen. Grundlage der *Analyse der intendierten Anforderungen* sind Interviewaussagen der Lehrerinnen und Lehrer.
3. Anhand von Videoaufnahmen kann anschließend im dritten Schritt eine *Analyse der realisierten Aufgabenqualität* erfolgen, bei der untersucht wird, inwieweit das objektive Potenzial einer Aufgabe und die intendier-

---

<sup>5</sup> Die Schwierigkeit einer Aufgabe ergibt sich dagegen aus der Interaktion eines Schülers mit der Aufgabe (Williams & Clarke 1997).

ten Anforderungen in der authentischen Lehr-Lernsituation realisiert werden. Dieser Schritt ist insofern von Bedeutung, als eine zentrale Erkenntnis aus der TIMS-Videostudie lautet, dass die Ausgangskomplexität von Aufgaben im deutschen Mathematikunterricht nicht unter der Komplexität von Aufgaben im Mathematikunterricht anderer Länder liegt (Baumert et al. 1997; Stigler et al. 1999). Erst das schrittweise Zerteilen im stark von der Lehrperson gelenkten fragend-entwickelnden Unterrichtsgespräch führt zu einer Komplexitätsreduktion.

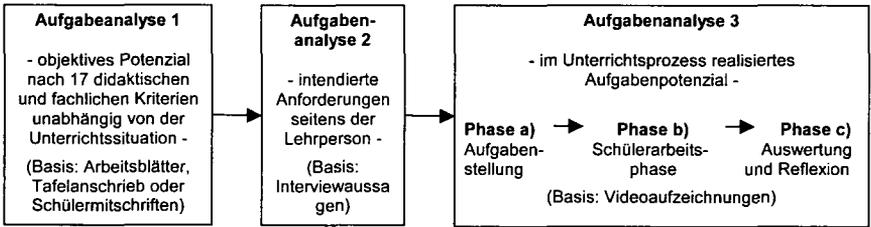


Abb. 2: Verfahren der Aufgabenanalyse

Um Anlässe für eventuelle Abweichungen im Lehr-Lernprozess spezifizieren zu können, werden bezüglich der Umsetzung der Aufgabe im Unterricht drei Phasen unterschieden:

- Phase der *Aufgabenstellung*, wobei insbesondere darauf geachtet wird, ob durch die Lehrperson neben der Vorstellung der Aufgabe weitere Hinweise zur Durchführung oder zu speziellen Erwartungen gegeben werden, welche die Anforderungen der Aufgabe verändern.
- In der *Schülerarbeitsphase* stehen Beobachtungen im Vordergrund, die auf individuelle Unterschiede oder Besonderheiten in der Bearbeitung hinweisen.
- Phase der *Auswertung und Reflexion*, in welcher insbesondere auf weiterführende Fragen der Lehrperson geachtet wird, die besondere Ziele deutlich werden lassen, oder darauf, ob die Aufgabenbearbeitung durch reflektierende Fragestellungen vertieft wird.

### 3. Exemplarische Analyse der Qualität einer mathematischen Aufgabe

Anhand einer Aufgabe aus dem Mathematikunterricht der Jahrgangsstufe 11 eines Gymnasiums soll das vorgestellte Modell von Aufgabenqualität sowie das Verfahren der Aufgabenanalyse exemplarisch verdeutlicht werden.<sup>6</sup>

<sup>6</sup> Das Beispiel entstammt der Studie „Handlungsmuster von Lehrerinnen und Lehrern beim Einsatz von Informations- und Kommunikationstechnologien im Unterricht der Fächer Deutsch, Informatik und Mathematik“ (H-A-M-L-E-IT). Die Studie wird von der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) im Rahmen des Schwerpunktpro-

Die aus den 27 Unterrichtsstunden, die im Rahmen der eingangs angesprochenen Videostudie vorliegen, zufällig gezogene Aufgabe entstammt einer Unterrichtsreihe zur Einführung in die Differenzialrechnung. Das Thema der Stunde ist die Untersuchung von Funktionenscharen. Die Aufgabenstellung, die den Schülern auf einem Arbeitsblatt vorgelegt wird, lautet:

- a) Untersuche zunächst die Funktion von S. 168, Nr. 17b ( $f(x) = x^4 + ax^2$ ) mit Hilfe des Programms FUNKTION. Beachte, dass im Programm ein bestimmter Parametername vorgesehen ist! Wähle geeignete Werte für den Scharparameter.
- b) Stelle auf Grund dieser anschaulichen Analyse eine Vermutung auf, für welche Werte des Scharparameters das zugehörige Schaubild eine, keine oder mehrere waagerechte Tangenten besitzt.
- c) Überprüfe Deine Vermutung durch geeignete Rechnungen.

Die Umsetzung der Aufgabe innerhalb der spezifischen Unterrichtsstunde geschieht wie folgt:

### *0 Vorbereitung (7 Minuten)*

Der Lehrer beginnt die Stunde mit den Worten: „Ich möchte mit Euch ein Programm benutzen heute, womit wir an einer Aufgabenstellung weiterarbeiten können, mit der wir in der letzten Stunde begonnen haben.“ Daraufhin stellt er das Programm FUNKTION vor, indem er damit der gesamten Klasse die Untersuchung einer Funktionenschar demonstriert (Veränderung der Scharparameter, Ablesen der Nullstellen etc.). Der Lehrercomputer ist an einen Beamer angeschlossen. Die Schüler führen die Befehle an ihren Computerarbeitsplätzen parallel selbst aus.

### *1 Phase der Aufgabenstellung (1 Minute)*

Der Lehrer teilt das Arbeitsblatt aus. Die einzige Bemerkung zur Durchführung der Aufgabe ist: „Ich hab jetzt ein Arbeitsblatt für Euch, wo ihr selbstständig zwei weitere Funktionen untersuchen sollt. Einige haben schon sich was zum Schreiben hingelegt. Ihr könnt von mir aus auch die Rückseite des Blattes benutzen. Auf jeden Fall sollt ihr die Aufgaben schriftlich beantworten, mit Hilfe dieses Programms.“

### *2 Schülerarbeitsphase (15 Minuten)*

Die Schüler arbeiten einzeln oder in Paaren an Computern. Der Lehrer verfolgt die Schülerarbeiten und gibt gelegentlich individuelle Hilfestellungen. Dabei können strategische Hilfen zur Durchführung der anschaulichen Analyse beobachtet werden ( „Was passiert denn immer, wenn Du auf ‚Schar‘

---

gramms 1082 „Die Bildungsqualität von Schule: Fachliches und fächerübergreifendes Lernen im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht in Abhängigkeit von schulischen und außerschulischen Kontexten“ (BIQUA) gefördert, Projektnummer BL 548/2-1.

drückt?“) sowie Hinweise bezüglich geeigneter Verfahren („Ihr müsst eine Fallunterscheidung machen.“). Die auf die Lehrperson gerichtete Kameraführung macht es nicht möglich, individuelle Arbeiten der Schüler zu verfolgen.

### *3 Phase der Auswertung und Reflexion (10 Minuten)*

Zwei vom Lehrer ausgewählte Schüler stellen ihre Ergebnisse zu den drei Teilaufgaben vor, wobei sie bei Teilaufgabe a) Lehrer-PC und Beamer verwenden. Die Vortragsweise ist fließend, aber sehr formal. Es werden keine selbstständigen Argumentationen vorgenommen, Rechnungen aber verständlich dargelegt. Während der Präsentation und auch während der Ergänzungen des Lehrers gibt es keine Bemerkungen zum allgemeinen methodischen Vorgehen. Nur die formalen Berechnungen werden nachvollzogen, auf Grund von Fragen der Mitschüler teilweise mehrmals.

Abschließend äußert der Lehrer die Frage „Wozu war die eigentliche Rechnung überhaupt gut? Wir haben das doch vorher gesehen.“ Damit leitet er eine Evaluation des Verfahrens der Funktionenanalyse mittels Computer ein. Er akzeptiert die Aussage eines Schülers, dass nur die Rechnung die „genauen Grenzen“ angibt und ergänzt diese mit einigen Worten.

Nach 33 Minuten Unterrichtsdauer gehen die Schüler zur Bearbeitung einer zweiten, ähnlichen Aufgabe über. Die Unterrichtsstunde endet nach 44 Minuten.

Im Folgenden werden für jedes Aufgabenmerkmal die oben vorgestellten drei Analyseschritte durchgeführt (Eine Zusammenfassung gibt Tabelle 2).

### **3.1 Exemplarische Erschließung eines gesellschaftlich relevanten Bildungsinhalts**

*Potenzialanalyse:* Die Analyse von Funktionenscharen mittels Differenzialrechnung hat eine hohe gesellschaftliche Relevanz. Sie findet Anwendung in Modellierungsprozessen, bei denen die Auswirkung eines freien Parameters auf die Eigenschaften einer Funktion untersucht wird. Solche funktionalen Analysen sind insbesondere für dynamische Prozesse in Naturwissenschaften, Medizin und Technik (Bewegungsvorgänge, Wachstumsprozesse, Abklingvorgänge), aber auch in den Sozial- und Wirtschaftswissenschaften (Kosten-, Erlös-, Gewinntheorie, Steuergesetzgebung, Theorie der Lebenshaltungskosten) grundlegend. Die konkrete zu analysierende Funktion dient damit der exemplarischen Erschließung wichtiger mathematischer Methoden. Diese sind auf die Differenzialrechnung beschränkt oder stellen allgemeine Methoden des Problemlösens dar (anschauliches und exaktes Analysieren von Funktionen, Experimentieren, Aufstellen von Vermutungen, Ordnen von Beobachtungen).

Ebenso haben die Verwendung des Computers und die anschauliche Analyse ihre Relevanz. Zum einen sind viele reale Probleme nicht analytisch lös-

bar, was graphisch-anschaulichen Abschätzungen neben den numerischen Verfahren ihre Bedeutung gibt. Anhand dieser Aufgabe können insbesondere Vor- und Nachteile anschaulicher und exakter Analysen funktionaler Eigenschaften diskutiert werden. Zum anderen sind gesellschaftliche Partizipationsmöglichkeiten heute in vielfacher Hinsicht an das Verfügen über Medienkompetenz gebunden, sodass der Erwerb von entsprechenden Kenntnissen, Fertigkeiten und Fähigkeiten zu einem wichtigen Bestandteil von Allgemeinbildung geworden ist (vgl. Blömeke 2000, 2003b). Darüber hinaus können die neuen Medien gerade im Fach Mathematik zur Steigerung der Lernwirksamkeit von Unterricht beitragen – gestützt auf die Möglichkeiten der Kombination verschiedener Darstellungen und der effizienten computergestützten Verarbeitung von Daten. Die komplexe und aufwendige Betrachtung von Kurvenscharen kann erst durch den Einsatz von Computeralgebrasystemen (CAS) in den Mathematikunterricht integriert werden (vom Hofe 1998). Der Erfahrungsbereich der Schülerinnen und Schüler wird ausgeweitet und die kognitive Organisation von Wissen unterstützt (vgl. Spiro et al., 1991; Jong & Jolingen 1998; Fischer & Mandl 2002; Blömeke 2003a).

*Intendierte Anforderungen:* Aus dem im Anschluss an die Unterrichtsstunde geführten Interview geht hervor<sup>7</sup>, dass sich die Schülerinnen und Schüler zuletzt mit den Extremstellen von Funktionen beschäftigt haben und sich nun „eigentlich in Richtung Kurvendiskussion (...) bewegen“. Aus der zunächst im Umfang offengehaltenen Untersuchung der Eigenschaften von Funktionen müssen deshalb die Wendestellen ausgeklammert werden. Der Lehrer gibt weiterhin an, dass das Programm für die Schüler neu ist, er aber aufgrund der guten Benutzeroberfläche und „eine(r) genug klare(n) Benutzeroberflächenführung“ erwarte, dass die Schüler die Arbeitsweise schnell verstehen und selbstständig ausführen können.

*Realisierte Aufgabenqualität:* Im Unterricht selbst werden durch den Lehrer bezüglich des Umfangs der Untersuchung in a) keine weiteren Hinweise gegeben. In der Phase der Präsentation wird aber deutlich, dass sich die Schüler auf die Untersuchung der Extremstellen beschränkt haben. Dies wurde vom Lehrer akzeptiert und entspricht somit wahrscheinlich seinen Erwartungen. Damit findet im Vergleich zum Potenzial der Aufgabe in der Realisierung eine Einschränkung auf einen engen Ausschnitt funktionaler Untersuchungen statt. Für viele reale Problemstellungen (insbesondere Optimierungen) sind die Extrema der beschreibenden Funktionen zwar von besonderer Bedeutung, in Abhängigkeit von der spezifischen Problemstellung sind aber andere funktionale Eigenschaften mitunter ebenso wichtig

---

7 Die Interviews sind Bestandteil der oben angesprochenen Studie „Handlungsmuster beim Einsatz neuer Medien im Unterricht der Fächer Deutsch, Mathematik und Informatik“. Sie werden im vorliegenden Beitrag unter einer neuen Fragestellung ausgewertet. Dies bedeutet allerdings im Einzelfall, dass nicht zu allen Dimensionen der intendierten Anforderungen Aussagen der Lehrperson vorliegen.

oder sogar wichtiger (z.B. Nullstellen bei Funktionen aus der Ökonomie). Diese Schwerpunktsetzung auf Extrema könnte ein allgemeines Problem des Curriculums sein, aber auch mit der speziellen Planung der Unterrichtseinheit durch den Lehrer zusammenhängen.

Die Realisierung bestätigt, dass mit dieser Aufgabe tatsächlich exemplarisch die Erschließung von Funktionenuntersuchungen mit Hilfe neuer Medien anregt wurde. Die Schüler haben das Vorgehen der anschaulichen Analyse von Funktionen mittels Computer zwar (direkt) zuvor demonstrativ erlebt, es aber bisher nicht selbstständig durchgeführt. Durch diese Aufgabe werden sie nun in die Lage versetzt, ähnliche Aufgaben selbstständig zu bearbeiten. Die durch den Rechner gelieferte graphische Darstellung stellt eine Erleichterung der Untersuchung von Eigenschaften einer Funktion dar. Ohne das sekundäre Medium (Aebli 1981, 355) des Computers wäre die Analyse dieser Eigenschaften nur auf abstrakter Ebene möglich, was für die Schüler zeitlich aufwändiger, aber nicht ebenso verständnisfördernder wäre.

*Zusammenfassend* lässt sich festhalten, dass das objektive Potenzial der Aufgabe einen hohen Grad an gesellschaftlicher Relevanz sowohl hinsichtlich des bereichsspezifischen Inhalts als auch der bereichsspezifischen Methode (Computernutzung) besitzt. In der Realisierung wurde die gesellschaftliche Relevanz auf inhaltlicher Ebene allerdings deutlich eingeschränkt, während sie auf methodischer Ebene umgesetzt wurde.

### **3.2 Ansprache eines Bedürfnisses der Schülerinnen und Schüler**

*Potenzialanalyse:* Die Analyse von Kurvenscharen kann zu den anspruchsvolleren Aufgaben im Mathematikunterricht der elften Klasse gerechnet werden, insbesondere dann, wenn sie – wie hier – eine Fallunterscheidung erfordern. Bei vielen Schülern kann das Auftreten eines Parameters das Gefühl von Unsicherheit induzieren. Bei anderen Schülern kann die Herausforderung das Bedürfnis nach Selbstverwirklichung oder Wertschätzung ansprechen.

In den Teilaufgaben a) und b) sind weder Lösungsmethode noch Ziel konkret vorgegeben (offene Aufgabe; siehe 3.8). Den Schülerinnen und Schülern bleibt daher Raum für Selbstständigkeit, sie können eigenständig experimentieren und Zusammenhänge entdecken, wodurch Neugier und Interesse geweckt werden kann. Dies wird zusätzlich durch die Verwendung des Computers als Werkzeug und Darstellungsmittel unterstützt, der den Schülern aufwändige graphische Darstellungen und Berechnungen abnimmt.

*Intendierte Anforderungen:* Im Interview wird deutlich, dass die Lehrperson Wert darauf legt mathematische Inhalte und Methoden so zu vermitteln, dass den Schülerinnen und Schülern ein selbstsicherer Umgang mit Mathematik möglich wird. Auf diesem Bedürfnis nach Sicherheit aufbauend, soll Neugier für das Fach Mathematik geweckt werden.

*Realisierte Aufgabenqualität:* Auf der Basis von Videobeobachtungen ist es schwierig zu entscheiden, inwieweit es der Lehrperson tatsächlich gelingt, mit der Aufgabe Bedürfnisse ihrer Schülerinnen und Schüler anzusprechen. Auf der einen Seite wurde die Offenheit der Aufgabe deutlich eingeschränkt, so dass das Potenzial, Neugier zu erregen, geringer eingeschätzt werden muss. Auf der anderen Seite gibt das hohe Engagement der Schüler Anlass zu folgern, dass die Einführung des Computers für Funktionenuntersuchungen tatsächlich eine motivierende Neuerung darstellt. Für detailliertere und sichere Aussagen müssten die Schülerinnen und Schüler befragt werden.

*Zusammenfassend* lässt sich festhalten, dass die Aufgabe vom Potenzial her geeignet ist, mehrere Bedürfnisse von Schülerinnen und Schülern anzusprechen, was die Lehrperson auch intendiert und wenigstens teilweise realisieren konnte.

### 3.3 Förderung intellektueller Fähigkeiten

*Potenzialanalyse:* Anderson et al. (2001) haben eine überarbeitete Fassung der vielfach kritisierten Lernzieltaxonomie von Bloom (1974) vorgelegt, mit der sich die in einer Aufgabe geförderten intellektuellen Fähigkeiten in zwei Richtungen bestimmen lassen: Wissensformen und kognitive Prozesse. Vom Potenzial her ist die hier analysierte Aufgabe geeignet, alle vier Wissensformen zu fördern: Faktenwissen (*factual knowledge*), Konzeptwissen (*conceptual knowledge*), prozedurales Wissen (*procedural knowledge*) und metakognitives Wissen (*metacognitive knowlege*). Ebenso können fünf der sechs von Anderson et al. unterschiedenen kognitiven Prozesse angeregt werden: Erinnern (*remember*), Verstehen (*understand*), Anwenden (*apply*), Analysieren (*analyze*) und Gestalten (*create*). Lediglich zum Evaluieren (*evaluate*) enthält die schriftlich vorliegende Aufgabenformulierung keine explizite Aufforderung und auch keine Anregung.

*Intendierte Anforderungen:* Laut Aussage des Lehrers haben die Schüler bereits formal Extremwerte bestimmt, sind somit auch mit deren Eigenschaften vertraut. Die Übertragung auf Kurvenscharen auch unter Einbeziehung des Computers stellt einen nächsten Anwendungsschritt auf schwierigere Aufgaben dar.

*Realisierte Aufgabenqualität:* Im Zuge der speziellen Unterrichtsstunde wird Faktenwissen, basales Konzeptwissen und schließlich prozedurales Wissen gefordert. Dagegen bezieht die Lehrperson selbst in der gemeinsamen Auswertung kein komplexeres konzeptuelles Wissen ein. Sie regt durch den Vergleich von computergestützter und traditioneller Aufgabebearbeitung zwar den Erwerb metakognitiven Wissens an, beschränkt dieses allerdings durch ihre starke Lenkung des Gesprächs deutlich. Durch diese Verhinderung eigenständiger Wertungen kann es auch nicht zu einer Evaluation der anschaulichen Analyse zusammen mit der Diskussion der Vorteile der rechnerischen Untersuchung kommen, was die kognitiven An-

forderungen auf eine anspruchsvollere Stufe (*evaluate*) stellen würde. Aber auch kognitive Prozesse der Stufe eigenständigen Gestaltens werden durch den speziellen Ablauf der Stunde nicht umgesetzt.

*Zusammenfassend* lässt sich festhalten, dass die Aufgabenstellung potenziell kognitive Anforderungen bis zur höchsten Stufe zulässt, welche die Lehrperson selbst aber nicht anstrebt und welche in der Realisierung auch nicht in dieser Breite sichtbar werden. Ohne genaue Kenntnis der konkreten Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler ist es schwierig auszumachen, inwieweit die Anforderungen in der „Zone der nächsten Entwicklung“ liegen.

### **3.4 Neuigkeitswert in Bezug auf den bereichsspezifischen Wissens- und Erfahrungsstand**

*Potenzialanalyse:* Aufgrund der Aufgabenformulierung (keine Hilfen und methodische Hinweise) kann vermutet werden, dass die Schülerinnen und Schüler funktionale Untersuchungen dieser Art bereits ausgeführt haben. Die beiden Hinweise zum Umgang mit dem Programm und zum Umgang mit dem Scharparameter deuten aber darauf hin, dass die Analyse mittels Computer und die Analyse von Kurvenscharen den Schülern noch nicht geläufig sind. Die anschauliche Analyse und das systematische Experimentieren mittels Computer verkörpern somit den Zuwachs des bereichsspezifischen Erfahrungsstandes. Ein Erkenntnisgewinn durch die Aufgabe kann in der Beschreibung der Wirkung der Variation eines Parameters auf eine spezifische Funktion gesehen werden, was bei entsprechender Reflexion u.a. zur Vertiefung des Verständnisses von Polynomen dienen kann. Aufgrund des eigenständigen Experimentierens könnten selbstständig Zusammenhänge entdeckt werden.

*Intendierte Anforderungen:* Im Interview wird deutlich, dass den Schülerinnen und Schülern die bereichsspezifischen Inhalte bekannt sind („...wir hatten eine Aufgabe und damit eigentlich die ganze Thematik ... im Unterricht vorher schon mit Tafel und Kreide besprochen“). Dagegen wird erstmals der Computer eingesetzt.

*Realisierte Aufgabenqualität:* Im Unterrichtsvideo kann beobachtet werden, dass ein Erkenntnisgewinn über die Lösung der Aufgabe hinaus von der Lehrperson in inhaltlicher Hinsicht während keiner Phase des Unterrichts gefördert wird. Um herauszuarbeiten, inwieweit einzelne Schüler in der Lage waren, neue Strukturzusammenhänge zu erkennen, müssten ihre schriftlichen Aufgabelösungen analysiert und Interviews mit ihnen durchgeführt werden. In methodischer Hinsicht wird im Video deutlich, dass die Schülerinnen und Schüler Untersuchungen von Funktionenscharen unter Verwendung eines Funktionenplotters bisher noch nicht selbstständig ausgeführt haben. Ihnen wird lediglich direkt vor der Aufgabe die Analyse von Funktionen mit dem PC demonstriert.

*Zusammenfassend* kann festgestellt werden, dass das Potenzial der Aufgabe bezüglich eines inhaltlichen Erkenntnisgewinns durch den Lehrer nicht umgesetzt wird, wohl aber der mögliche Zuwachs hinsichtlich der bereichsspezifischen Methoden. Die Realisierung entspricht hier der Intention des Lehrers.

### **3.5 Chance auf Bewältigung**

*Potenzialanalyse:* Die Aufgabenstellung erfordert Grundkenntnisse der Differenzialrechnung, einem bundesweiten Schwerpunkt des Curriculums in der Sekundarstufe II. Die Kenntnisse werden in der Regel in der Jahrgangsstufe 11 erworben. Im Detail sind Kenntnisse zu Definitionen und Kriterien der Eigenschaften von Funktionen, die Fertigkeit der rechnerischen Extremwertbestimmung und die Fähigkeit zur graphischen Interpretation notwendig. Die notwendigen mathematischen Operationen (Ableitungen von Polynomen, Nullstellenbestimmung, Lösen einer quadratischen Gleichung) entsprechen Routineoperationen. Auch die Aufgabenformulierung ist einer elften Klasse angemessen; alle fachsprachliche Begriffe („Funktion“, „Scharparameter“, „Schaubild“, „waagerechte Tangente“) sind Standardbegriffe der elften Klasse, die Satzstruktur ist gut nachvollziehbar und auch die Anweisungen („Untersuche“, „Vermutung“, „Überprüfe“, „geeignete Rechnungen“) sollten Schüler der elften Jahrgangsstufe mit einem bekannten Konzept verbinden können. Somit sind die fachlichen Vorkenntnisse zur Bewältigung der Aufgabe vorhanden und auch das Verständnis der Aufgabenstellung wird erwartet.

*Intendierte Anforderungen:* Weitere Aussagen hinsichtlich der intendierten Chancen auf Bewältigung der Aufgabe seitens der Schüler können dem Interview nicht entnommen werden. Den Interviewaussagen zufolge geht der Lehrer davon aus, dass die Schülerinnen und Schüler die Aufgabenstellung ohne Probleme verstehen können.

*Realisierte Aufgabenqualität:* In keiner der drei Phasen der Realisierung werden Veränderungen bezüglich der objektiven Anforderungen vorgenommen. Insbesondere gibt der Lehrer keine Hinweise zu den Anforderungen der Aufgabe und während der Präsentation wird deutlich, dass die Inhalte den Schülern bekannt waren, also Standardinhalte angesprochen wurden. Gleiches gilt bezüglich der Vokabeln zur Aufgabenstellung; auch hier gibt es weder Erläuterungen seitens der Lehrperson noch Verständnisfragen der Schülerinnen und Schüler. Sie wissen offenbar, was durch die Aufgabenformulierung von ihnen verlangt wird und die fachsprachlichen Begriffe scheinen ihnen vertraut zu sein. Soweit Beobachtungen eine solche Einschätzung zulassen, kann gefolgert werden, dass die Aufgabe verständlich formuliert wurde.

*Zusammenfassend* wird festgestellt, dass die Chance auf Bewältigung der Aufgabe in Bezug auf die bereichsspezifischen Inhalte für alle Schülerinnen

und Schüler gegeben war. Dies konnte bereits auf Basis der Aufgabenstellung vermutet und in der Realisierung bestätigt werden.

### **3.6 Potenzial zur inneren Differenzierung**

*Potenzialanalyse:* Die Aufgabe besitzt das Potenzial zur Differenzierung, da sie unterschiedlich umfangreich, unterschiedlich tiefgehend oder auf unterschiedlichen kognitiven Niveaus bearbeitet werden kann. Beispielsweise besteht die Möglichkeit zu entscheiden, welche und wie viele Funktionsmerkmale untersucht werden oder wie bei der Fallunterscheidung vorgegangen wird. Wie in Abschnitt 3 dargestellt wurde, formuliert die Aufgabe vielseitige intellektuelle Anforderungen, was individuell unterschiedliche Bearbeitungen erlaubt (innere Differenzierung bzw. Selbstdifferenzierung in Abhängigkeit von den kognitiven Fähigkeiten). Durch die Formulierung der Aufgabe wird eine solche Differenzierung und individuelle Ausgestaltung jedoch nicht explizit angeregt.

*Intendierte Anforderungen:* Nach den Interviewaussagen beabsichtigt der Lehrer, mit der gewählten Aufgabenstellung sowohl leistungsstärkeren als auch leistungsschwächeren Schülern die Möglichkeit zu bieten, die Aufgabe nach ihren individuellen Fähigkeiten zu bearbeiten.

*Realisierte Aufgabenqualität:* Bezüglich eines individuellen, differenzierten Bearbeitens gibt es in der Unterrichtsstunde keine Anregungen durch den Lehrer. Allerdings ist hervorzuheben, dass die Art der Aufgabenbearbeitung mit Hilfe des Computers allen Schülerinnen und Schülern einen individuellen Zugang zur Aufgabe ermöglicht. Auf Grund der Hilfestellungen und der Fragen während der Präsentation kann darüber hinaus auf eine starke Differenzierung im Niveau der Bearbeitung durch die Schüler und im Hinblick auf ihre Selbstständigkeit geschlossen werden. Insbesondere werden Unterschiede in der Effektivität der Funktionsanalyse, der Exaktheit der Darstellung, der Systematik und der Genauigkeit der Fallunterscheidung vermutet. Um diese Vermutungen zu stützen, müsste eine Analyse der Tätigkeiten der Schülerinnen und Schüler am PC und/oder ihrer Aufzeichnungen erfolgen.

*Zusammenfassend* kann festgehalten werden, dass die Möglichkeit der differenzierten Bearbeitung der Aufgabe potenziell vorhanden ist und so sowohl intendiert als auch umgesetzt wird.

### **3.7 Repräsentation einer authentischen Situation**

*Potenzialanalyse:* Der Kontext der Aufgabe ist innermathematisch, es besteht keine Notwendigkeit einer Modellierung bzw. Mathematisierung. Eine authentische Situation ist somit nicht gegeben, obwohl dies durch das hohe Anwendungspotenzial funktionaler Untersuchungen möglich wäre. Durch die Verwendung des Rechners ist allerdings das Analyseverfahren der Realität angeglichen und ein „authentisches Hilfsmittel“ verwendbar.

*Intendierte Anforderungen:* Dem Interview können keine expliziten Aussagen hinsichtlich der intendierten Repräsentation einer authentischen Situation entnommen werden.

*Realisierte Aufgabenqualität:* Obwohl durchaus Anlass bestand, werden in der Realisierung keine Bezüge zur Lebenswelt der Schüler bzw. zu den vielfältigen Anwendungsmöglichkeiten der verwendeten mathematischen Inhalte und Methoden hergestellt.

*Zusammenfassend* kann festgehalten werden, dass weder eine Situierung des bereichsspezifischen Inhalts oder der Methode durch die Aufgabe vorgenommen noch eine komplexe mathematische Modellierung intendiert bzw. durchgeführt wird.

### **3.8 Förderung von Problemlösefähigkeit**

*Potenzialanalyse:* Durch ihre Formulierung ist Teilaufgabe a) potenziell zu den offenen Aufgaben zu zählen, denn die Lösungsmethoden werden nicht vorgegeben und auch das Ziel ist nicht festgelegt. Auch in Teilaufgabe b) werden die notwendigen Operationen nicht spezifiziert, die Schülerinnen und Schüler müssen beispielsweise erst überlegen, wie sie zu einer Vermutung gelangen können. Es bleibt auch frei gestellt, wie sie auszuformulieren ist. Insofern besteht durch die Aufgabenteile a) und b) die Chance auf Förderung von Problemlösefähigkeit. Teilaufgabe c) ist den geschlossenen Aufgaben (Routineaufgaben) zuzuordnen. Zwar wird die zu verwendende Methode nicht explizit genannt, durch den Zusatz „Rechnungen“ gibt es aber nur noch ein, den Schülern bekanntes Lösungsverfahren.

*Intendierte Anforderungen:* Der unterrichtende Lehrer betont während des Interviews, dass er Wert darauf legt, dass die Schüler selbstständig arbeiten. Er spricht aber gleichzeitig von „Arbeitsanweisungen“, die er den Schülern in schriftlicher Form vorlegt und die sie „umsetzen müssen“. Implizit unterscheidet er somit zwischen selbstständigem Arbeiten und selbstständigem Denken. Insofern kann man schlussfolgern, dass er selbstständiges Problemlösen nicht als Schwerpunkt seines Unterrichtes ansieht.

*Realisierte Aufgabenqualität:* Die Aufgabe wird nicht in der offenen Form, welche die Aufgabenstellung ermöglicht, bearbeitet. Durch die Demonstration des Vorgehens durch den Lehrer direkt vor der Aufgabenstellung wird die Methode in a) genau vorgegeben. Auch das Ziel ist für die Schülerinnen und Schüler klar, was insbesondere an der Einschränkung auf die Untersuchung von Extremwerten erkennbar ist. Gleiches gilt für die potenzielle Methodenoffenheit von Teilaufgabe b), die ebenfalls nicht realisiert wird.

Innerhalb der Auswertung sind nur die Ergebnisse von Bedeutung. Auf den Prozess der Bearbeitung, z.B. auf ein systematisches Vorgehen bei der anschaulichen Analyse und der Herausarbeitung der wichtigen Fälle geht der Lehrer nicht ein. Auch die individuellen Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit dem neuen Programm kommen nicht zur Sprache. Es werden

keine unterschiedlichen Lösungswege oder Herangehensweisen vorgestellt und diskutiert bzw. durch den Lehrer ergänzt, was bei einer Wertschätzung und Förderung des selbstständigen Problemlösens unabdingbar wäre.

*Zusammenfassend* lässt sich feststellen, dass eine nach objektiven Kriterien offene Aufgabe in der unterrichtlichen Realisierung auf eine Aufgabe reduziert worden ist, die auf genau ein Vorgehen und genau eine Lösung abzielt. Das hohe Potenzial der Aufgabe bezüglich der Förderung von Prozessen des Problemlösens und des entdeckenden Arbeitens ist verschenkt worden. Dies deutet bereits die vom Lehrer intendierten Anforderungen an.

### **3.9 Erfordernis sozialer Interaktion**

*Potenzialanalyse:* Die Aufgabenstellung an sich erfordert keine Gruppenarbeit bzw. soziale Interaktionen.

*Intendierte Anforderungen:* Im Interview äußert sich der Lehrende so, dass er „Kleingruppenarbeit“ für sinnvoll hält, sie in dieser speziellen Unterrichtssituation aufgrund der geringen Anzahl von Rechnern (14 für 27 Schüler) sogar unabdingbar sei. Seine Aussage: „Man musste sich absprechen und man sollte über die Inhalte sprechen“, ist ein Indiz dafür, dass er soziale Interaktionen für wertvoll und wichtig hält.

*Realisierte Aufgabenqualität:* Die Aufgabe wird zum Teil einzeln und zum Teil in Partnerarbeit gelöst. Mindestens für die Schülerinnen und Schüler, die in der letztgenannten Sozialform arbeiten, ist die Realisierung eines Teils der Ansprüche, die mit kooperativem Lernen verbunden sind, zu erwarten. Um dies im Einzelnen klären zu können, müssten allerdings Aufnahmen der Gruppengespräche der Schülerinnen und Schüler stattfinden.

Eine gute Gelegenheit für soziale Interaktionen bietet die Reflexion der Aufgabe im Klassenverband. Diese läuft jedoch stark durch den Lehrer gelenkt ab, eine Diskussion unter den Schülern findet nicht statt und wird auch nicht angeregt. Auffällig sind die formalen Antworten der Schüler und die fehlende selbstständige fachliche Argumentation, was ein Hinweis auf die niedrige Gewichtung der selbstständigen fachlichen Interaktionen der Schüler ist.

*Zusammenfassend* lässt sich festhalten, dass die Aufgabe nicht explizit Gruppen- bzw. Partnerarbeit erfordert. Dennoch besteht für die Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit bzw. Notwendigkeit die Aufgabe in Partnerarbeit zu bearbeiten, was die Lehrperson so auch intendiert. Der Austausch von Wissen im sozial-konstruktivistischen Sinne findet aufgrund der Gesprächsführung des Lehrers nicht statt.

## **4. Zusammenfassung und weitere Forschungsaufgaben**

Im vorliegenden Beitrag wurden neun Merkmale mit insgesamt 17 Kriterien zur Einschätzung der Qualität lernprozessanregender Aufgaben aus di-

daktischer und fachlicher Sicht entwickelt. Lernprozessanregende Aufgaben sollen danach die exemplarische Erschließung eines gesellschaftlich relevanten Bildungsinhalts ermöglichen, ein Bedürfnis der Schülerinnen und Schüler ansprechen, in den kognitiven Anforderungen knapp über den vorhandenen intellektuellen Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler liegen, ihren bereichsspezifischen Wissens- und Erfahrungsstand erweitern, eine Chance auf Bewältigung bieten, eine Möglichkeit zur inneren Differenzierung besitzen, eine authentische Situation repräsentieren, Problemlösefähigkeiten fördern und soziale Interaktion induzieren.

Für die Analyse der Aufgabenqualität wurde ein dreistufiges Verfahren vorgestellt, das zwischen dem objektiven Potenzial einer Aufgabe, den intendierten Anforderungen seitens der Lehrperson und der Realisierung im Lehr-Lernprozess unterscheidet. Dabei wird der letzte Schritt noch einmal nach den Phasen Aufgabenstellung, Schülerbearbeitung sowie Auswertung/Reflexion differenziert.

Anhand einer Aufgabe aus dem Mathematikunterricht der elften Klasse wurden Modell und Verfahren exemplarisch angewendet. Dabei wurde deutlich, dass im Zuge der Realisierung die potenziell mögliche Aufgabenqualität in einigen Merkmalen ohne Erweiterung oder Einschränkung umgesetzt wurde. Dies sind hier die Merkmale der gesellschaftlichen Relevanz in methodischer Hinsicht, der Bewältigung, der Differenzierung, des bereichsspezifischen Neuigkeitswertes in methodischer Hinsicht und der Situierung. In höherer Qualität im Vergleich zur objektiven Analyse wurde lediglich das Merkmal Erfordernis sozialer Interaktionen realisiert. Dagegen wurde eine Reihe von Merkmalen in der Umsetzung im Unterricht bezüglich ihrer potenziellen Qualität deutlich verringert. Dies gilt für die gesellschaftliche Relevanz in inhaltlicher Hinsicht, die Ansprache von Bedürfnissen der Schülerinnen und Schüler, den Grad an kognitiver Aktivierung (Wissen und Fähigkeiten) und die Förderung von Problemlösefähigkeit. Bei sensibler Interpretation der Interviewaussagen der Lehrperson lässt sich zum Teil bereits anhand der intendierten Anforderungen erkennen, dass eine Ausschöpfung des Aufgabenpotenzials nicht den Vorstellungen der Lehrperson entspricht, z.B. im Hinblick auf die Förderung von Problemlösefähigkeit.

An diesem Fallbeispiel wird deutlich, dass das Potenzial einer Aufgabe für einen Teil der Kriterien mit der realisierten Aufgabequalität übereinstimmt. Bei Kenntnis der speziellen Intentionen der Lehrkraft und des Lernstandes der Schüler kann die Vorbestimmung der Aufgabenqualität weiter präzisiert werden. Das Beispiel zeigt jedoch ebenso, dass die Qualität der Aufgabe deutlich von der speziellen Umsetzung im Unterricht abhängt. Der dritte Analyseschritt bleibt somit unverzichtbar, wenn die Aufgabenqualität einen Indikator für Unterrichtsqualität darstellen soll. Diese Erkenntnis entspricht ebenso den in der Folge der TIMS-Videostudien in Deutschland durchge-

fürten systematischen Analysen von Unterrichtsprozessen im Fach Mathematik (siehe z.B. Neubrand 2002, 268ff.) wie Untersuchungen in den USA (Stein, Grover & Hennigsen 1996, 471ff.).

Tab. 2: Klassifikation einer mathematischen Aufgabe nach didaktischen und fachlichen Qualitätsmerkmalen (x: Merkmal ist in hohem Maße vorhanden, o: Merkmal ist in mittlerem Maße vorhanden, -: Merkmal ist nicht gegeben, ?: Datengrundlage lässt keine Einschätzung zu)

		<b>Analyseschritte zur Bestimmung der fachlichen und didaktischen Aufgabenqualität</b>		
<b>Didaktische Merkmale lernprozessanregender Aufgaben</b>	<b>Analysekriterien</b>	Objektive Aufgabenqualität (gruppenbezogene Potenzialanalyse)	Intendierte Aufgabenqualität (von der Lehrperson intendierte Anforderungen)	Im Unterricht realisierte Aufgabenqualität
Gesellschaftlich relevanter Bildungsinhalt	Bereichsspezifischer Inhalt gesellschaftlich relevant	x	x	o
	Bereichsspezifische Methode gesellschaftlich relevant	x	?	x
Ansprache eines Bedürfnis	Aufgabe spricht Bedürfnisse der Schüler an	x	x	o
Kognitive Anforderungen (knapp über den generellen intellektuellen Fähigkeiten)	Anforderungen bezüglich der einbezogenen Wissensarten	x	o	o
	Anforderungen bezüglich der notwendigen intellektuellen Fähigkeiten	x	?	o
Neuigkeitswert	Unbekannter bereichsspezifischer Inhalt	o	-	-
	Unbekannte bereichsspezifische Methode	x	x	x
Chance auf Bewältigung	Bereichsspezifischer Inhalt	x	?	x
	Bereichsspezifische Methode	x	?	x
	Sprachliche Komplexität der Aufgabenstellung	o	o	o

Innere Differenzierung	Differenzierung hinsichtlich kognitiven Niveaus, Tiefe und Umfang	x	x	x
Authentische Situationen	Komplexität der Modellierung	o	?	-
	Situierung des bereichsspezifischen Inhalts bzw. der Methode	-	?	-
Problemlösefähigkeit	Offenheit der Ausgangssituation	x	-	-
	Anzahl der Lösungswege	x	-	-
	Offenheit der Zielsituation	x	-	-
Soziale Interaktion	Erfordernis von Gruppen- oder Partnerarbeit	-	x	x
	Diskussion/ Reflexion im Klassenverband	-	x	o

Für derzeitige Programme zur Steigerung der Unterrichtsqualität, die auf eine Weiterentwicklung der Aufgabenkultur setzen, insbesondere SINUS-Transfer, bedeutet dies eine Herausforderung, indem die neuen Aufgaben mit didaktisch-methodischen Aus- und Fortbildungsmaßnahmen verknüpft werden sollten, um nicht die Fehler der traditionellen Aufgabendidaktik zu wiederholen. Bruder (2000, 17) formuliert in diesem Sinne: „Allein mit offenen Aufgaben können meines Erachtens die derzeit attestierten Leistungs- und Verständnisdefizite unserer Schülerinnen und Schüler nicht befriedigend abgebaut werden. Dazu bedarf es einer umfassenderen Sicht auf ein *Arbeiten mit Aufgaben* durch die Lehrerinnen und Lehrer.“ Das DISUM-Projekt stellt hierzu einen viel versprechenden Ansatz dar (Blum & Leiß 2003).

Für eine tiefer gehende und präzisere Analyse der Aufgabenqualität sind weitere Forschungsschritte notwendig, insbesondere wenn individuelle Lernprozesse beurteilt werden sollen. Eine Aufzeichnung der Schülergespräche während der Aufgabenbearbeitung, eine Aufzeichnung ihrer Tätigkeiten am PC sowie eine detaillierte Analyse ihrer schriftlichen Aufzeichnungen (z.B. in Form von Lerntagebüchern) können wichtige Hinweise darauf geben, welche Merkmale der kognitiven Aufgabenqualität im individuellen Lernprozess realisiert werden, inwieweit der bereichsspezifische Wissens- und Erfahrungsstand gefördert wird und welche Prozesse der inneren Differenzierung stattfinden. Der Lernerfolg der Schülerinnen und Schüler kann durch einen Test festgestellt werden, während Befragungen Hinweise auf affektiv-motivationale Komponenten geben würden. Gezielt auf die Fragestellung des vorliegenden Beitrags ausgerichtete Lehrerinterviews würden darüber hinaus

eine präzisere Bestimmung der intendierten Anforderungen ermöglichen. Hierdurch ließen sich möglicherweise weitere Brüche zwischen dem objektiven Aufgabenpotenzial und der im Unterricht realisierten Aufgabenqualität erklären. In jedem Fall handelt es sich bei der mehrstufigen Analyse der Aufgabenqualität um ein Forschungsfeld, das einen wesentlichen Beitrag zur Bestimmung von Unterrichtsqualität liefern kann – nicht nur im Mathematikunterricht.

## *Literatur*

- Aebli, H. (1981). Denken das Ordnen des Tuns. Band 2: Denkprozesse. Stuttgart.
- Anderson, L. W. et al. (2001). A Taxonomy for Learning, Teaching and Assessing: A Revision of Bloom's Taxonomy of Educational Objectives. New York.
- Barth, A.-R. (2002). Handeln wider (besseres) Wissens? Hamburg.
- Baumert, J. et al. (1997). TIMSS – Mathematisch-naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich. Deskriptive Befunde. Opladen.
- Biermann, M. & Blum, W. (2001). Eine ganz normale Mathe-Stunde? Was „Unterrichtsqualität“ konkret bedeuten kann. In: *mathematik lehren* 108, S. 56-60.
- Bleichroth, W. et al. (1999). *Fachdidaktik Physik*. Köln: Aulis 2. Aufl.
- Blömeke, S. (2000). Medienpädagogische Kompetenz. Theoretische und empirische Fundierung eines zentralen Elements der Lehrerbildung. München.
- Blömeke, S. (2003a). Lehren und Lernen mit neuen Medien. Forschungsstand und Forschungsperspektiven. In: *Unterrichtswissenschaft* 31 (1), S. 57-82.
- Blömeke, S. (2003b). Medienpädagogische Kompetenz. Theoretische Grundlagen und erste empirische Befunde. In: *Empirische Pädagogik* 17 (2), S. 196-216.
- Bloom, B. S. (Hrsg.) (1974). *Taxonomie von Lernzielen im kognitiven Bereich*. Weinheim.
- Blum, W. & Leiß, D. (2004). Modellieren im Unterricht mit der „Tanken“-Aufgabe. In: *mathematik lehren* 128, S. 18-21
- Blum, W. & Leiß, D. (2003). Diagnose- und Interventionsformen für einen selbstständigkeitsorientierten Unterricht am Beispiel Mathematik. Vorstellung des Projekts DISUM. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, S. 129-132.
- Bromme, R., Seeger, F. & Steinbring, H. (1990). *Aufgaben als Anforderungen an Lehrer und Schüler*. Köln: Aulis
- Bruder, R. (1981). Zur quantitativen Bestimmung und zum Vergleich objektiver Anforderungsstrukturen von Bestimmungsaufgaben im Mathematikunterricht. In: *Wissenschaftliche Zeitschrift der Pädagogischen Hochschule Potsdam* 25 (1), S. 173-178.
- Bruder, R. (1985). Zur Bestimmung objektiver Anforderungsstrukturen von Begründungs- und Beweisaufgaben im Mathematikunterricht. In: *Wissenschaftliche Zeitschrift der Pädagogischen Hochschule Potsdam* 29 (1), S. 108-111.
- Bruder, R. (2000). Mit Aufgaben arbeiten. Ein ganzheitliches Konzept für eine andere Aufgabenkultur. In: *mathematik lehren* 101, S. 12-17.

- Bund-Länder-Kommission für Bildungsplanung und Forschungsförderung (1997). Gutachten zur Vorbereitung des Programms „Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts“. Bonn: BLK (= Materialien zur Bildungsplanung und Forschungsförderung; 60)
- Colby, A. & Kohlberg, L. (1987). *The measurement of moral judgment*. Vol. I. Cambridge.
- Crook, Ch. (1994). *Computers and the Collaborative Experience of Learning*. London.
- Dann, H.-D., Diegitz, T. & Rosenbusch, H. S. (1999). *Gruppenunterricht im Schulalltag. Realität und Chancen*. Erlanger Forschungen: Reihe A, Band 90.
- Drüke-Noe, C. & Leiß, D. (2004). *Standard Mathematik von der Basis bis zur Spitze. Grundbildungsorientierte Aufgaben für den Mathematikunterricht*. Wiesbaden: Hessisches Landesinstitut für Pädagogik (= Materialien zum Unterricht; 156)
- Fischer, F. & Mandl, H. (2002). *Lehren und Lernen mit ICT*. In: Tippelt R. (Hrsg.). *Handbuch der Bildungsforschung*. Opladen, S. 627-641.
- Führer, L. (1997). *Pädagogik des Mathematikunterrichts. Eine Einführung in die Fachdidaktik für Sekundarstufen*. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg
- Gerstenmaier, J. & Mandl, H. (1995). *Wissenserwerb unter konstruktivistischer Perspektive*. In: *Zeitschrift für Pädagogik* 41 (6), S. 867-888.
- Harvey, O. J., Hunt, D. E. & Schroder, H. M. (1961). *Conceptual Systems and Personality Organisation*. New York.
- Heckhausen, H. (1974). *Motive und ihre Entstehung*. In: Weinert, F.E. et al. (Hrsg.). *Pädagogische Psychologie*. Band 1. Funk-Kolleg. Frankfurt a.M., S. 133-171.
- Heimann, P., Otto, G. & Schulz, W. (1965). *Unterricht – Analyse und Planung*. Hannover.
- Helmke, A. (2003). *Unterrichtsqualität erfassen, bewerten, verbessern*. Seelze: Kallmeyersche Verlagsbuchhandlung
- Helmke, A. & Jäger, R.S. (Hrsg.) (2002). *Das Projekt MARKUS. Mathematik-Gesamterhebung Rheinland-Pfalz. Kompetenzen, Unterrichtsmerkmale, Schulkontext*. Landau: VEP
- Hertrampf, M. (2003). *BLK-Modellversuchsprogramm „Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts“*. Abschlussbericht. Kiel: IPN
- Hofe, R. vom (1998). *Funktionen erkunden – mit dem Computer*. In: *mathematik lehren*, 105, S. 54-58.
- Jong, T. de & Joolingen, W. R. v. (1998). *Scientific Discovery Learning with Computer Simulations of Conceptual Domains*. In: *Review of Educational Research* 68 (2), S. 179-201.
- Klafki, W. (1963). *Studien zur Bildungstheorie und Didaktik*. Weinheim.
- Klafki, W. (1969). *Didaktische Analyse als Kern der Unterrichtsvorbereitung*. In: Roth, H. & Blumenthal, A. (Hrsg.). *Grundlegende Aufsätze aus der Zeitschrift Die Deutsche Schule*. Hannover, S. 5-34.
- Klafki, W. (1985). *Neue Studien zur Bildungstheorie und Didaktik. Beiträge zur kritisch-konstruktiven Didaktik*. Weinheim.

- Knoll, St. (2003). Verwendung von Aufgaben in Einführungsphasen des Mathematikunterrichts. Marburg: Tectum (= Edition Wissenschaft, Reihe Pädagogik; 66).
- Koch-Priewe, B. (2000). Zur Aktualität und Relevanz der Allgemeinen Didaktik in der LehrerInnenausbildung. In: Bayer, M. et al. (Hrsg.). *Lehrerin und Lehrer werden ohne Kompetenz? Professionalisierung durch eine andere Lehrerbildung*. Bad Heilbrunn, S. 149-169.
- Kohlberg, L. (1974). Zur kognitiven Entwicklung des Kindes. Frankfurt a.M.
- Leinhardt, G., Putnam, R. R., Stein, M. K. & Baxter, J. (1991). Where subject knowledge matters. In: Brophy, J. E. (Hrsg.). *Advances in research on teaching*. Bd. 2: Teachers' subject matter knowledge and classroom instruction. Greenwich, CT: JAI Press: S. 87-113.
- Lenné, H. (1969). Analyse der Mathematikdidaktik in Deutschland. Aus dem Nachlass hrsg. von Walter Jung in Verbindung mit der Arbeitsgruppe für Curriculum-Studien. Stuttgart: Ernst Klett (= Texte und Dokumente zur Bildungsforschung).
- Mandl, H. & Huber, G. L. (Hrsg.) (1978). *Kognitive Komplexität. Bedeutung, Weiterentwicklung, Anwendung*. Göttingen.
- Mayer, R. E. (2004). Teaching of Subject Matter. In: *Annual Review of Psychology* 55, S. 715-744.
- Mayring, Ph. (2000). *Qualitative Inhaltsanalyse. Grundlagen und Techniken*. Weinheim.
- Maslow, A. H. (1981). *Motivation und Persönlichkeit*. Reinbek bei Hamburg.
- Meyer, H. (1978). *Trainingsprogramm zur Lernzielanalyse*. Königstein: Athenäum 8. Aufl.
- Mullis, I. V. S. et al. (2003) : *TIMSS Assessment Frameworks and Specifications 2003*. Chestnut Hill, MA: Boston College 2. Aufl.
- Neubrand, J. (2002). Eine Klassifikation mathematischer Aufgaben zur Analyse von Unterrichtssituationen. *Selbsttätiges Arbeiten in Schülerarbeitsphasen in den Stunden der TIMSS-Video-Studie*. Hildesheim (= *texte zur mathematischen forschung und lehre*; 19).
- Newman, D., Griffin, P. & Cole, M. (1989). *The construction zone. Working for cognitive change in school*. Cambridge, MA: Cambridge University Press
- Oser, F. (1981). *Moralisches Urteil in Gruppen. Soziales Handeln, Verteilungsgerechtigkeit, Stufen der interaktiven Entwicklung und ihre erzieherische Stimulation*. Frankfurt a.M.
- Piaget, J. (1972). *Psychologie der Intelligenz*. Olten (Original: *La Psychologie de l'Intelligence*. Paris 1947).
- Reinhold, P., Lind, G. & Friege, G. (1999). Wissenszentriertes Problemlösen in Physik. In: *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften* 5 (1999) 1, S. 41-62.
- Reinmann-Rothmeier, G. & Mandl, H. (2001). Unterrichten und Lernumgebungen gestalten. In: Krapp, A. & Weidenmann, B. (Hrsg.). *Pädagogische Psychologie. Ein Lehrbuch*. 4. Auflage. Weinheim, S. 601-646.
- Renkl, A. (1991). *Die Bedeutung der Aufgaben- und Rückmeldegestaltung für die Leistungsentwicklung im Fach Mathematik*. Diss. Universität Heidelberg.
- Rheinberg, F. (2002). *Motivation*. Stuttgart.

- Shulman, L. S. (1992). Research on teaching. A historical and personal perspective. In: Oser, F. (Hrsg.). Effective and responsible teaching. The new synthesis. San Francisco, S. 14-29.
- Spiro, R. J. et al. (1991). Cognitive Flexibility, Constructivism and Hypertext. Random Access Instruction for Advanced Knowledge Acquisition in Ill-Structured Domains. In: Educational Technology 31 (5), S. 24-33.
- Stein, M. K., Grover, B. W. & Henningsen, M. (1996). Building Student Capacity for Mathematical Thinking and Reasoning. An Analysis of Mathematical Tasks Used in Reform Classrooms. In: American Educational Research Journal 33 (2), S. 455-488.
- Steiner, G. (2001). Lernen und Wissenserwerb. In: Krapp, A. / Weidenmann, B. (Hrsg.). Pädagogische Psychologie. Ein Lehrbuch. Weinheim, S. 137-205.
- Stigler, J. W. et al. (1999). The TIMSS videotape classroom study. Methods and findings from an exploratory research project on eighth-grade mathematics instruction in Germany, Japan, and the United States. Washington, DC: U.S. Government Printing Office <<http://nces.ed.gov/timss>> (10.11.2003)
- Terhart, E. (2002). Konstruktivismus und Unterricht. Eine Auseinandersetzung mit theoretischen Hintergründen, Ausprägungsformen und Problemen konstruktivistischer Didaktik. Soest.
- Tietze U.-P., Klika, M. & Wolpers, H. (Hrsg.) (2000). Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II. Band 1: Fachdidaktische Grundfragen – Didaktik der Analysis. Braunschweig 2. Aufl.
- Timm, J.-P. (Hrsg.) (1998). Englisch lernen und lehren. Didaktik des Englischunterrichts. Berlin: Cornelsen.
- Tulodziecki, G., Herzig, B. & Blömeke, S. (2004). Gestaltung von Unterricht. Eine Einführung in die Didaktik. Bad Heilbrunn.
- Weinert, F. E. (1998). Psychologische Theorienbildung auf dem pädagogischen Prüfstand. In: Zeitschrift für Pädagogische Psychologie 12 (4), S. 205-209.
- Weinert, F. E. & Helmke, A. (1997). Entwicklung im Grundschulalter. Weinheim: Psychologie Verlags Union
- Weskamp, R. (2003). Fremdsprachenunterricht entwickeln. Grundschule – Sekundarstufe I – Gymnasiale Oberstufe. Hannover: Schroedel.
- Williams, G., Clarke, D. (1997). Complexity of mathematical task. In Scott, N., Hollingsworth, H. (Eds.). Mathematics: Creating the future. (Proceedings of the 16<sup>th</sup> Biennial Conference of the Australian Association of Mathematics Teachers. Pp.451-455). Adelaide: Australian Association of Mathematics Teachers.
- Winter, H. (1975). Allgemeine Lernziele für den Mathematikunterricht. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 7 (10), S. 106-116.
- Wittmann, E. Ch. (1981). Grundfragen des Mathematikunterrichts. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg 6. Aufl.
- Wygotski, L. S. (1978). Mind in society. The development of higher psychological processes. Cambridge: Cambridge.

Anschrift der Autorinnen und des Autors:

Prof. Dr. Sigrid Blömeke, Humboldt-Universität zu Berlin, Abt. Systematische Didaktik und Unterrichtsforschung, Unter den Linden 6, 10099 Berlin. E-mail: sigrid.bloemeke@staff.hu-berlin.de

Jana Risse, Humboldt-Universität zu Berlin, Abt. Mathematik und ihre Didaktik, Unter den Linden 6, 10099 Berlin. E-mail: risse@mathematik.hu-berlin.de

Dipl. Psych. Christiane Müller, Humboldt-Universität zu Berlin, Abt. Systematische Didaktik und Unterrichtsforschung, Unter den Linden 6, 10099 Berlin. E-mail: christiane.mueller@staff.hu-berlin.de

Dipl. Psych. Dana Eichler, Humboldt-Universität zu Berlin, Abt. Systematische Didaktik und Unterrichtsforschung, Unter den Linden 6, 10099 Berlin. E-mail: dana.eichler@staff.hu-berlin.de

Prof. Dr. Wolfgang Schulz, Humboldt-Universität zu Berlin, Abt. Mathematik und ihre Didaktik, Unter den Linden 6, 10099 Berlin. E-mail: wschulz@mathematik.hu-berlin.de