pedocs
Open Access Erziehungswissenschaften

DIPF

Heymann, Hans Werner

Mathematikunterricht in der Gymnasialen Oberstufe

Zeitschrift für Pädagogik 42 (1996) 4, S. 541-556

Quellenangabe/ Reference:
Heymann, Hans Werner: Mathematikunterricht in der Gymnasialen Oberstufe - In: Zeitschrift für Pädagogik 42 (1996) 4, S. 541-556 - URN: urn:nbn:de:0111-pedocs-107580 - DOI: 10.25656/01:10758

https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0111-pedocs-107580
https://doi.org/10.25656/01:10758

in Kooperation mit / in cooperation with:

http://www.juventa.de

Nutzungsbedingungen

Gewährt wird ein nicht exklusives, nicht übertragbares, persönliches und beschränktes Recht auf Nutzung dieses Dokuments. Dieses Dokument ist ausschließlich für den persönlichen, nicht-kommerziellen Gebrauch bestimmt. Die Nutzung stellt keine Übertragung des Eigentumsrechts an diesem Dokument dar und gilt vorbehaltlich der folgenden Einschränkungen: Auf sämtlichen Kopien dieses Dokuments müssen alle Urheberrechtshinweise und sonstigen Hinweise auf gesetzlichen Schutz beibehalten werden. Sie dürfen dieses Dokument nicht in irgendeiner Weise abändern, noch dürfen Sie dieses Dokument für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, aufführen, vertreiben oder anderweitig nutzen.
Mit der Verwendung dieses Dokuments erkennen Sie die Nutzungsbedingungen an.

Terms of use

We grant a non-exclusive, non-transferable, individual and limited right to using this document.
This document is solely intended for your personal, non-commercial use. Use of this document does not include any transfer of property rights and it is conditional to the following limitations: All of the copies of this documents must retain all copyright information and other information regarding legal protection. You are not allowed to alter this document in any way, to copy it for public or commercial purposes, to exhibit the document in public, to perform, distribute or otherwise use the document in public.

By using this particular document, you accept the above-stated conditions of use.

Kontakt / Contact:

pedocs
DIPF | Leibniz-Institut für Bildungsforschung und Bildungsinformation
Informationszentrum (IZ) Bildung
E-Mail: pedocs@dipf.de
Internet: www.pedocs.de

Digitalisiert

Mitglied der Leibniz-Gemeinschaft

Zeitschrift für Pädagogik

Jahrgang 42 – Heft 4 – Juli/August 1996

Essay

Weitere Beiträge

Besprechungen

Dokumentation

Content

Essay

Topic: The Reform of the Upper Secondary School

Further Contributions

HANS WERNER HEYMANN

Mathematikunterricht in der Gymnasialen Oberstufe

Zusammenfassung
Es wird gefragt, wie der Mathematikunterricht in der Gymnasialen Oberstufe gestaltet werden kann, damit er dem Anspruch einer vertiefenden Allgemeinbildung und der Sicherung allgemeiner Studierfähigkeit besser gerecht wird. Als bildungstheoretischer Orientierungsrahmen wird ein vom Autor entwickeltes Allgemeinbildungskonzept zugrunde gelegt, das eine Systematisierung der anstehenden Probleme und Bewertungsfragen erlaubt. Ausgewählte Forschungsergebnisse zu Voraussetzungen und Wirkungen schulischen Mathematikunterrichts sowie zum Mathematikbedarf im beruflichen und privaten Alltag werden erörtert. Akzentsetzungen für eine notwendige Reform werden zur Diskussion gestellt und zu einem Szenario für eine inhaltliche und organisatorische Neugestaltung des Oberstufen-Mathematikunterrichts verdichtet, das unter anderem eine deutlichere Abkopplung der Grundkurse von den Leistungskursen und der in ihnen vorherrschenden Fachsystematik vorsieht.

1. Prämissen für die nachfolgenden Überlegungen

1.1 Mathematikunterricht in der Gymnasialen Oberstufe als Element einer vertiefenden Allgemeinbildung: Problemaufriß

Die Kultusministerkonferenz hat auf ihrer 267. Plenarsitzung am 24./25. Februar 1994 bekräftigt, am Konzept der allgemeinen Hochschulreife als Zugangsberechtigung für alle Studiengänge festhalten zu wollen. Damit bleibt die schulische Arbeit in der Gymnasialen Oberstufe auch weiterhin der Idee einer vertiefenden *allgemeinen Bildung* (oder kurz: *Allgemeinbildung*) verpflichtet. Eine Neubestimmung der Rolle des Mathematikunterrichts in der Gymnasialen Oberstufe führt deshalb zwangsläufig auf die Frage, was er zu einer solchen vertiefenden Allgemeinbildung beiträgt bzw. – im Rahmen einer Neugestaltung – beitragen könnte.

Bezieht man sich auf den Begriff der Allgemeinbildung als pädagogisches Leitkriterium, so ist allerdings eine zumindest umrißhafte Explikation unabdingbar, wenn nicht Mißverständnissen Tor und Tür geöffnet werden soll. Denn die Begriffe der Bildung und Allgemeinbildung, wie sie in der gehobenen Alltagssprache verwendet werden, sind schillernd und „randlos". Den betreffenden Erläuterungen in Abschnitt 1.2 vorgreifend, sei nur die immer wieder kontrovers beantwortete Frage angeschnitten, ob die Orientierung am Leitbegriff der Allgemeinbildung die Verbindlichkeit eines Inhaltskatalogs für alle Schüler impliziert. Versteht man beispielsweise unter vertiefender Allgemeinbildung nur diejenigen schulischen Angebote, die für alle Schülerinnen und Schüler der Gymnasialen Oberstufe gleichermaßen verpflichtend sein sollen, handelt man sich große praktische Probleme ein. Anhand des Faches Mathematik lassen sie sich besonders deutlich sichtbar machen: Das Studium ausgesprochen mathematikintensiver Fächer setzt erheblich mehr mathematische Kenntnisse und Fähigkeiten voraus als das Studium der meisten anderen Fächer – ich werde in Abschnitt 3 darauf zurückkommen.

Nach dem hier zugrunde gelegten Verständnis schließen sich Spezialisierung und Allgemeinbildung nicht aus, wenn Spezialisierung im Sinne interessegeleiteter Vertiefung erfolgt und nicht in Spezialismus ausartet. Die Idee der Allgemeinbildung vermittelt, abstrakt gesprochen, zwischen dem Recht des einzelnen auf seine Personwerdung, seinen individuellen Interessen und Bedürfnissen auf der einen Seite und der allgemeinen Kultur, gesellschaftlichen Anforderungen und Notwendigkeiten auf der anderen. Die systematische Bereitstellung von Gelegenheiten, sich maßvoll spezialisieren zu können, kommt sowohl den besonderen Fähigkeiten, Interessen und Neigungen der einzelnen entgegen und dient damit dem Bildungsziel der Selbstbestimmung, wie sie auch, im Hinblick auf effiziente Übergänge von der Schule in die Hochschule, im gesamtgesellschaftlichen Interesse liegt. Das für die gegenwärtige Gymnasiale Oberstufe charakteristische Angebot von Grund- und Leistungskursen, die einen unterschiedlichen Grad von Spezialisierung nahelegen, ist insofern ohne weiteres mit der Idee der Allgemeinbildung verträglich.

Bezieht man diese Gedanken auf das Fach Mathematik, so folgt: In beiden Kursformen läßt sich in einem pädagogisch gut zu begründenden Sinne „allgemeinbildend" unterrichten, ohne daß ihnen ein einheitlicher Katalog von mathematischen Themen und Inhalten zugrunde gelegt werden müßte. Ganz im Gegenteil: Aufgrund der unterschiedlichen fachspezifischen Lernvoraussetzungen und Motivationslagen der Schülerinnen und Schüler verlangt die für die Allgemeinbildung entscheidende Aufgabe des schulischen Mathematikunterrichts – nämlich den Schülern das Besondere des mathematischen Denkens, der mathematischen Abstraktion und seiner Symbolisierungsmittel deutlich zu machen, die kulturelle und zivilisatorische Bedeutung der Mathematik aufzuzeigen sowie ihre Mächtigkeit, Universalität und Nützlichkeit bei der Lösung vielfältiger inner- und außermathematischer Probleme aufgrund eigener Erfahrungen einsichtig zu machen – sehr unterschiedliche Zugänge, die durchaus mit den Vorstellungen der Schüler zu ihrer späteren Berufstätigkeit bzw. zu dem ins Auge gefaßten Studienfach korrelieren dürfen.

Bei den folgenden Annäherungen an das Problem, wie der Mathematikunterricht mit der Gymnasialen Oberstufe inhaltlich und organisatorisch neu gestaltet werden könnte, um dem Anspruch einer vertiefenden Allgemeinbildung, einschließlich der Sicherung allgemeiner Studierfähigkeit, besser gerecht zu werden, beziehe ich mich eng auf meine Habilitationsschrift „Allgemeinbildung und Mathematik" (Heymann 1996). Vieles was in der vorliegenden Expertise nur knapp angedeutet und pointiert resümiert werden kann, wird in jener Studie ausführlich begründet und unter Bezug auf den einschlägigen Forschungsstand abgesichert.

1.2 Ein Allgemeinbildungskonzept als Orientierungsrahmen

Das hier zugrunde gelegte Allgemeinbildungskonzept geht von einer Reflexion der zentralen Aufgaben allgemeinbildender Schulen in der gegenwärtigen Gesellschaft aus. Dabei verwende ich mit Bedacht den Terminus „Aufgaben" und nicht etwa „Funktionen": In der schulsoziologischen Forschung werden „Funktionen der Schule" als deskriptive Kategorien verwendet (vgl. etwa FEND 1980). Im Terminus „Aufgaben der Schule" kommt hingegen die angezielte normative Ebene zum Ausdruck. Es geht weniger um das, was *ist*, als um das, was sein *soll*.

Im vorliegenden Zusammenhang ist es lediglich möglich, das begriffliche Grundgerüst dieses Allgemeinbildungskonzepts zu skizzieren, um den systematischen Zusammenhang der nachfolgenden Überlegungen zu verdeutlichen. Für eine eingehende Erläuterung der Kategorien und die Begründung ihrer Auswahl sei auf den ausführlichen Text (HEYMANN 1996, S. 50ff.) verwiesen.

Ich gehe davon aus, daß sich die zentralen Aufgaben des allgemeinbildenden Schulsystems wie folgt umschreiben lassen und weitgehend konsensfähig sind:
- Lebensvorbereitung;
- Stiftung kultureller Kohärenz;
- Weltorientierung;
- Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch;
- Entfaltung von Verantwortungsbereitschaft;
- Einübung in Verständigung und Kooperation;
- Stärkung des Schüler-Ichs.

Diese Aufgaben sind weder überschneidungsfrei noch von gleichem Abstraktionsniveau, und sie stehen teilweise in dialektischer Spannung zueinander. Aber sie bieten – im oben erläuterten Sinne – einen geeigneten pädagogischen Orientierungsrahmen, um die gängige Praxis des Fachunterrichts kritisch zu reflektieren und inhaltliche sowie methodische und organisatorische Reformen zu diskutieren.

Das zugrunde gelegte Allgemeinbildungskonzept hat insofern einen integrativen Charakter, als es wichtige Stränge und Gesichtspunkte sowohl der bildungstheoretischen Tradition wie auch der neueren Bildungsdiskussion in Deutschland (ab etwa 1978) aufgreift.[1] Die vordringlichen Fragen, die in der gegenwärtigen Diskussion über schulische Allgemeinbildung eine Rolle spielen, lassen sich m.E. innerhalb dieses Rahmens adäquat diskutieren. Ausdrücklich sei betont, daß mit diesem Allgemeinbildungskonzept lediglich ein bildungstheoretischer Orientierungsrahmen oder, wenn man so will, eine Systematisierung der anstehenden Probleme und Bewertungsfragen vorgelegt wird. Praktische Lösungen lassen sich daraus selbstverständlich nicht deduzieren. Solche können ohnehin von seiten der Erziehungswissenschaft (oder der einschlägigen Fachwissenschaften) nicht vorgegeben werden, sondern sind als (jeweils vorläufige) Ergebnisse demokratischer Entscheidungsprozesse anzuzielen. Zumindest aber bietet der Bezug auf ein ausgearbeitetes Allgemeinbildungskonzept wie

1 Trotz andersartiger Akzentuierungen und anderer Bewertung im Detail ist beispielsweise das Grundverständnis von Allgemeinbildung weitgehend mit dem Konzept von TENORTH (1994) kompatibel.

das hier zugrunde gelegte die Chance, praktisch notwendige Entscheidungen über Innovationen im Bereich des allgemeinbildenden Schulsystems rational auszuhandeln, indem sie einer bildungstheoretischen Bewertung zugänglich gemacht werden.

2. *Ausgewählte Forschungsergebnisse zu Voraussetzungen und Wirkungen schulischen Mathematikunterrichts*

Methodisch gut abgesicherte empirische Untersuchungen, die direkten Aufschluß darüber geben, über welche mathematischen Qualifikationen Abiturienten verfügen müßten, um

(a) für ein Hochschulstudium in eher mathematikfernen Fächern (etwa Jura, Geschichte, philologische Fächer);
(b) für ein Hochschulstudium in Fächern, die von Mathematik als Hilfswissenschaft mehr oder weniger intensiv Gebrauch machen (Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, Psychologie, theoretische Linguistik);
(c) für ein mathematikintensives Studium (Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften, insbesondere Physik, Ingenieurwissenschaften);
(d) für nichtakademische Berufe bzw. Berufsausbildungen, die für Gymnasialabsolventen attraktiv sind,

hinreichend vorbereitet zu sein, sind mir nicht bekannt. Aus vorliegenden Untersuchungen zu verwandten Fragestellungen können lediglich indirekte Schlüsse gezogen werden, die sich auf die formulierten Fragen beziehen lassen. So sind etwa Abnehmerbefragungen (z.B. von Hochschullehrern oder Arbeitgebern in Industrie und Wirtschaft) in hohem Maße interpretationsbedürftig, weil Aussagen über mathematische Qualifikationsanforderungen in bestimmten Berufen oder Studiengängen von eigenen Erfahrungen der Befragten mit dem traditionellen Bildungssystem, von gesellschaftlich akzeptierten Relevanzeinschätzungen und subjektiven Meinungen beeinflußt werden und diese Einflüsse nicht ohne weiteres kontrolliert werden können.

Im folgenden trage ich gebündelt zusammen, welches gegenwärtig verfügbare Wissen generell bei einer Neugestaltung des schulischen Mathematikunterrichts zu berücksichtigen wäre. Spezielle Folgerungen für den Mathematikunterricht in der Oberstufe – wobei dann natürlich die obigen Fragen (a) bis (d) einzubeziehen sind – werde ich zunächst zurückstellen und erst in Abschnitt 3.2 ziehen.

2.1 *Mathematikbedarf im beruflichen und privaten Alltag*

Eine ganze Reihe von Untersuchungen (Raatz 1974; Knox 1977; Fitzgerald/Rich 1981; Borovcnik u.a. 1981; Peschek 1981; Cockroft u.a. 1982; Heymann 1996, S. 135ff.) bestätigt eine Hypothese, die auch als Element eines geteilten gesellschaftlichen Alltagswissens gelten kann: Erwachsene, die nicht in mathematikintensiven Berufen tätig sind (also die bei weitem überwiegende Mehrheit), brauchen für ihren beruflichen und privaten Alltag nur relativ wenig Mathematik – was über den Stoff hinausgeht, der üblicherweise bis Klasse 7 unterrichtet wird (Prozentrechnung, Zinsrechnung, Dreisatz), spielt nach der (akademischen oder nichtakademischen) Berufsausbildung kaum noch eine Rolle. Eine Essenz bietet der folgende Katalog, der die herkömmliche Unterscheidung in eher arithmetische bzw. geometrische Qualifikationen aufgreift (HEYMANN 1996, S. 136f.):

Katalog mathematischer Inhalte und inhaltsbezogener Qualifikationen, auf die Nicht-Mathematiker nach Abschluß ihrer Schulzeit im privaten oder beruflichen Alltag bisweilen zurückgreifen
Arithmetischer Bereich: Anzahlbestimmungen; Beherrschung der Grundrechenarten (je nach Komplexität „im Kopf" oder schriftlich); Rechnen mit Größen, Kenntnis der wichtigsten Maßeinheiten, Durchführung einfacher Messungen (vor allem Zeit und Längen); Rechnen mit Brüchen mit einfachen Nennern in anschaulichen Kontexten; Rechnen mit Dezimalbrüchen; Ausrechnen von Mittelwerten (arithmetisches Mittel); Prozentrechnung; Zinsrechnung; Schlußrechnung („Dreisatz"); Durchführung arithmetischer Operationen mit einem Taschenrechner; Grundfertigkeiten im Abschätzen und Überschlagen.
Geometrischer Bereich: Kenntnis elementarer regelmäßiger Figuren (Kreis, Rechteck, Quadrat etc.) und Körper sowie elementarer geometrischer Beziehungen und Eigenschaften (Rechtwinkligkeit, Parallelität etc.); Fähigkeit zur Deutung und Anfertigung einfacher graphischer Darstellungen von Größen und Größenverhältnissen (Schaubilder, Diagramme, Karten) sowie von Zusammenhängen zwischen Größen mittels kartesischer Koordinatensysteme.

Obgleich das, was im üblichen Mathematikunterricht gelehrt wird, inhaltlich weit über das lebenspraktisch Gebrauchte hinausgeht, wird ein Teil der angeführten Basisqualifikationen schulisch nur randständig und beiläufig gefördert. Das betrifft insbesondere Fähigkeiten und Fertigkeiten im quantitativen Abschätzen, Überschlagen und Erkennen von Größenordnungen (vgl. PAULOS 1990) sowie die Interpretation und Handhabung von Daten in Tabellen und graphischen Darstellungen. Beiden Bereichen gemeinsam ist: Die entsprechenden Qualifikationen lassen sich nicht ohne weiteres auf das Abarbeiten von Algorithmen (d.h. eindeutige Ketten von Handlungsschritten) zurückführen, wie sie für weite Teile der Schulmathematik charakteristisch sind.

Ich referiere diese Ergebnisse erstens, weil sie für alle Überlegungen zum mathematischen Curriculum einen Sockel definieren und so etwas wie „Fitneß für die mathematische Alltagskultur" in unserer Gesellschaft umschreiben. Diese ist auch für alle obigen Ausbildungsgänge einschließlich (a) von Belang. Zweitens zeigt sich – was hier nicht im einzelnen belegt werden kann (vgl. dazu HEYMANN 1996, S. 205ff.) –, daß ein Großteil des Bedarfs an materialen mathematischen Qualifikationen vom Ausbildungssystem selbst erzeugt wird und häufig internen Selektionszwecken dient. Und drittens deutet sich bereits an dieser Stelle an, daß für eine Bestimmung mathematischer Inhalte und Themen im Blick auf die angezielte vertiefende Allgemeinbildung in der Gymnasialen Oberstufe mehr Freiheitsgrade bestehen, als aufgrund der fortgeschriebenen Traditionen des mathematischen Standardcurriculums für die Oberstufe – mit den Schwerpunkten auf Analysis (Differential- und Integralrechnung) und Linearer Algebra/Analytische Geometrie – gemeinhin angenommen wird.

2.2 *Zur These vom „Verfall mathematischer Kenntnisse"*

Von den Gegnern der „Neugestalteten Gymnasialen Oberstufe" (NGO) ist seit ihrer Einführung immer wieder ein allgemeiner Kenntnisverfall bei den Gymnasialabsolventen behauptet und beklagt worden. Die Problematik und weitgehende Unbegründetheit dieser „Diagnose" ist oft genug mit allgemeinen Argumenten, d.h. unabhängig von der Situation bestimmter Fächer, belegt worden (z.B. TENORTH 1994, S. 119f.), so daß ich mich kurz fasse. Was den mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht anbelangt, erreichte die „Verfalls"-Kampagne 1982 einen Höhepunkt mit dem Aufruf gewichtiger Fachverbände unter dem Thema „Rettet die mathematisch-naturwissenschaftliche Bildung" (Abdruck in REISS/STEINER 1984, S. 57f.). Unter den Entgegnungen ist besonders der Sammelband von REISS und STEINER (1984) und darin die gründliche Analyse und Kritik von STEINER (1984) hervorzuheben, der die wissenschaftliche Fragwürdigkeit, wenn nicht Haltlosigkeit der erhobenen Vorwürfe nachweist (vgl. auch KAZEMZADEH u.a. 1987, S. 111).

Schwerer als die immer wieder beklagten Defizite in (angeblich früher sicher beherrschten) mathematischen Grundtechniken, die häufig algorithmische Fertigkeiten betreffen, deren praktische Bedeutung durch die Verfügbarkeit elektronischer Rechenhilfsmittel ohnehin zurückgegangen ist, wiegen Forschungsergebnisse, die auf Mängel im Umgang mit technisch durchaus beherrschter Mathematik verweisen. Viel Aufsehen in Fachkreisen erregte die mehrfach variierte und international replizierte Untersuchung von ROSNICK und CLEMENT (1980). In dieser und Folgeuntersuchungen (LOCHHEAD 1980; MESTRE/LOCHHEAD 1983; COOPER 1986; FISCHER/MALLE 1985, S. 33ff.; PHILIPP 1982; GARDNER 1993, S. 202f.; MALLE 1993, S. 93f.; HEYMANN 1996, S. 208ff.) stellte sich heraus, daß unter Studenten und Hochschullehrern verschiedener Fächer mehr als ein Drittel der Probanden nicht in der Lage waren, ein einfaches Sachproblem durch eine elementare lineare Gleichung auszudrücken (in der Regel Stoff von Klasse 8); in einer deutschen Untersuchung (FRANKE/WYNANDS 1991) bei Neuntkläßlern schwankten die Anteile der richtigen Lösungen bei vergleichbaren Aufgaben zwischen 8% (Hauptschule) und 26% (Gymnasium). Das verweist vor allem auf Defizite im Verständnis der mathematischen Symbolsprache und im mathematischen Modellieren – beides entscheidend für einen sachadäquaten Umgang mit Mathematik als Hilfswissenschaft der Fächergruppe (b) und beides ein Hinweis auf ein grundsätzliches Problem des schulischen Mathematikunterrichts, das mit seiner traditionellen fachlichen Selbstbeschränkung (d.h. Konzentration auf einen fachimmanenten Inhaltskatalog) zusammenzuhängen scheint.

2.3 *Unterrichtliche Voraussetzungen des Denkenlernens durch den Umgang mit Mathematik*

Überblicksartig seien nun einige Folgerungen aus der neueren kognitionspsychologischen Forschung und aus der Erforschung von Interaktionsprozessen im Mathematikunterricht genannt, die das Ziel des Denkenlernens und einen möglichen Transfer auf genaues und kritisches Denken außerhalb der Mathematik betreffen. Ich verzichte hier auf eine detaillierte Angabe von Quellen (vgl. dazu HEYMANN 1996, S. 95ff., S. 205–248, wobei vor allem auf neuere amerikanische Forschung (RESNICK u.a.) und auf Arbeiten am Bielefelder Institut für Didaktik der Mathematik (IDM) (BAUERSFELD, VOIGT, u.a.) rekurriert wird) und beschränke mich auf die Formulierung einiger Kernaussagen.

Die Beschäftigung mit Mathematik in der Schule führt nicht per se zu einer Verbesserung der allgemeinen Denkfähigkeit. Alle Versuche, einen direkten Transfer nachzuweisen, verliefen eher enttäuschend. Denkfähigkeit läßt sich andererseits nur an konkreten Inhalten lehren. Versuche, die Inhaltsebene durch direkte Vermittlung allgemeiner Strategien und Heuristiken zu überspringen, sind generell fehlgeschlagen. Denkförderung hat nur eine Chance, wenn Mathematikunterricht verstehensorientiert angelegt ist. Zum Verstehen eines neuartigen mathematischen Sachverhalts gehört u.a., daß er mit vorhandenem Wissen verknüpft werden kann. Problematisch ist, wenn solche Verknüpfungen ausschließlich innermathematischer Art sind. Ein verstehensorientierter Mathematikunterricht hat größere Realisierungschancen, wenn Denkstrategien und Heuristiken, Vorstellungsbilder und Metaphern des Alltagsdenkens für die Mathematik fruchtbar gemacht werden, wenn neben dem *formalen* Charakter der Mathematik (als abstrakten Symbolsystems, innerhalb dessen nach bestimmten „Spielregeln“ verfahren werden kann) auch ihrem *referentiellen* Charakter (d.h., die mathematischen Symbole repräsentieren in bestimmten Situationen mehr oder weniger konkrete Bedeutungen, die über das Symbolsystem hinausweisen) Genüge getan wird, wenn – einfacher ausgedrückt – immer wieder Brücken zwischen dem mathematischen und dem alltäglichen (oder außermathematisch fachlichen) Denken geschlagen werden. So wird Schülern die Chance gegeben, sich mit den Besonderheiten mathematischer Abstraktion schrittweise vertraut zu machen. Erst auf der Basis hinreichend verstandener Mathematik können Schüler erfahren, daß mathematische Begriffe und Techniken in vielen Situationen als „Verstärker“ ihres Alltagsdenkens taugen.

Das Verstehen der im Unterricht anstehenden Mathematik ist zwar eine notwendige, aber keine hinreichende Voraussetzung für eine Förderung des kritischen Vernunftgebrauchs. Da Denken immer inhaltsgebunden ist, hängt die Förderung kritischen Denkens auch von der Wahl der Inhalte ab. Gewiß läßt sich scharfsinniges Denken mittels Mathematik schulen. Soll dieser Scharfsinn aber nicht auf die Mathematik beschränkt bleiben, ist die erwünschte Übertragung immer wieder anhand beziehungsreicher Themen, in denen Mathematik und übrige Welt aufeinander bezogen werden, zu üben und im Blick auf dabei verwendete allgemeine Regeln und Prinzipien zu reflektieren.[2]

Fast noch bedeutsamer als die Themenwahl erscheint allerdings, daß Kinder und Jugendliche den Umgang mit Mathematik und interessanten mathematischen Anwendungen in einer gelebten sozialen Praxis vernünftigen Argumentierens, Befragens, Anzweifelns und Begründens erfahren können. Der Erfolg kognitiven Lernens hängt in hohem Maße von sozialen Randbedingungen ab.

2 Vgl. dazu die bei SCHWEITZER (1995, S. 136) abgedruckten Thesen von F.E. WEINERT (aus seinem Vortrag für „Loccum III“), in denen der Zusammenhang zwischen inhaltlichem Wissen, allgemeinen Strategien und metakognitiven Kompetenzen aus lernpsychologischer Sicht prägnant erläutert wird.

Ob schulischer Mathematikunterricht nennenswert zur Allgemeinbildung im hier zugrunde gelegten Verständnis beiträgt oder nicht, ist deshalb nur zum Teil eine Frage der speziellen mathematischen Inhalte, die im Unterricht thematisiert werden. Entscheidend ist häufig, wie Lehrer und Schüler im Unterricht mit den mathematischen Inhalten und miteinander umgehen. In diesem Sinne ist Allgemeinbildung im Mathematikunterricht auch eine Frage der *Unterrichtskultur.*

2.4 Erwerb von „Schlüsselqualifikationen"

Gerade der Mathematikunterricht hat sich – durch die traditionell starke Fixierung auf die Sachdimension – gegen pädagogisch inspirierte Reformen immer wieder als weitgehend immun erwiesen. Wenn neuerdings von der Schule verstärkt gefordert wird, „Schlüsselqualifikationen"[3] wie „Kooperationsfähigkeit", „Verantwortlichkeit", „Kreativität" und „Leistungsbereitschaft" zu vermitteln, so kann das – soweit überhaupt möglich – im Fachunterricht nur auf der Ebene der Unterrichtskultur erfolgen, innerhalb eines sozial und intellektuell anregenden Klimas, in dem entsprechende Verhaltensweisen selbstbelohnend wirken. Die herkömmliche Unterrichtskultur des Mathematikunterrichts mit dem Vorwiegen einengender Routinen und Interaktionsmuster bietet dafür meist wenig Chancen (vgl. zu diesem Thema zusammenfassend HEYMANN 1996, S. 262ff.).

3. Ziele und Gestaltungsmöglickeiten für den Mathematikunterricht in der Gymnasialen Oberstufe

3.1 Notwendige Akzentsetzungen für den Mathematikunterricht an allgemeinbildenden Schulen generell

Bei der Erörterung von neuen (oder alten) Zielen und unterrichtsorganisatorischen Maßnahmen für den Mathematikunterricht in der Gymnasialen Oberstufe ist stets im Blick zu behalten, welches mathematische Wissen und Können sich die Schülerinnen und Schüler im Verlauf ihrer bisherigen Schullaufbahn aneignen konnten. Die Gymnasiale Oberstufe muß auf sinnvolle Weise an diese Vorkenntnisse und an die bereits entwickelten mathematischen Fähigkeiten anknüpfen können. Deshalb scheint es mir ratsam, bei innovatorischen Überlegungen im ersten Zugriff den gesamten Mathematikunterricht an allgemeinbildenden Schulen als einen zusammenhängenden Prozeß zu betrachten. Die unterscheidbaren Abschnitte dieses Prozesses lassen sich nur dann auf unter-

3 Zur Geschichte, aktuellen Verwendung und Kritik dieses Begriffs, den man nicht unreflektiert in die Diskussion um die allgemeinbildende Schule übernehmen sollte, vgl. z.B. TILLMANN (1994) und HEYMANN (1996, S. 56ff.). Im vorliegenden Teil verwende ich ihn unter Vorbehalten – mich an die Terminologie der vorgängigen KMK-Diskussionen anschließend –, um die erziehende Dimension des Unterrichts zu kennzeichnen, die meiner Ansicht nach integrales Element einer zeitgemäßen Allgemeinbildung ist (vgl. die drei letzten Aufgaben des Katalogs in Abschnitt 1.2).

schiedliche Abschlußqualifikationen und Berechtigungen sowie auf die unterschiedlichen Bedürfnisse der Absolventen hin „optimieren", wenn man ihn als Ganzes im Blick behält. In diesem Sinne beziehen sich die unmittelbar nachfolgenden Überlegungen auf den gesamten schulischen Mathematikunterricht; eine Ausdifferenzierung auf die Spezifika der Gymnasialen Oberstufe erfolgt anschließend.

Setzt man die „durchschnittliche" gegenwärtige Praxis als gegeben voraus, so folgt aus dem Ernstnehmen des zuvor erläuterten Allgemeinbildungsanspruchs und unter Berücksichtigung dessen, was wir empirisch über die durchschnittlichen Auswirkungen des herkömmlichen Mathematikunterrichts wissen, daß für den Mathematikunterricht in den Sekundarstufen generell folgende Akzente eine Qualitätssteigerung bewirken könnten[4], dabei orientiere ich mich in der Reihenfolge an den in Abschnitt 1.2 genannten Aufgaben der allgemeinbildenden Schulen:

- Unmittelbar lebensnützliche Alltagsaktivitäten wie Schätzen, Überschlagen, Interpretieren und Darstellen sowie die verständige Handhabung technischer Hilfsmittel sollten im Mathematikunterricht aller Stufen, bei steigendem Anspruchsniveau, häufiger und intensiver thematisiert, mathematisch reflektiert und geübt werden. Generell sollte der verbindliche Stoffkanon stärker auf diejenigen Schüler Rücksicht nehmen, die später keinen mathematiknahen Beruf ausüben. (Stichwort: Lebensvorbereitung.)
- Zentrale Ideen, in deren Licht die Verbindung von Mathematik und außermathematischer Kultur exemplarisch deutlich wird, sollten als einzelstoffübergreifende „rote Fäden" dienen und in bestimmten Zusammenhängen auch explizit thematisiert werden – in Verbindung mit aktivem mathematischem Tun und mit Blick auf ihre historische Genese. Zentrale Ideen dieser Art könnten sein: Zahl, Messen, räumliches Strukturieren, funktionaler Zusammenhang, Algorithmus, mathematisches Modellieren. (Stichwort: Stiftung kultureller Kohärenz.)
- Es sollten vielfältige Erfahrungen ermöglicht werden, wie Mathematik zur Deutung und Modellierung, zum besseren Verständnis und zur Beherrschung primär nichtmathematischer Phänomene herangezogen werden kann. Der Enge herkömmlicher Anwendungen der Schulmathematik, die inbesondere in den traditionellen „eingekleideten Aufgaben" deutlich werden, sollte durch einen reflektierten Umgang mit den betrachteten Problemen begegnet werden. (Stichwort: Weltorientierung.)
- Den Schülern sollte genügend Zeit und Gelegenheit gegeben werden, den eigenen Verstand aktiv konstruierend und analysierend einzusetzen, um Mathematik zu verstehen und sich ihrer zur Klärung fragwürdiger Phänomene bedienen zu können – gleichsam als „Verstärker" ihres Alltagsdenkens. Der Unterricht sollte den Besonderheiten mathematischer Abstraktion und den dadurch bedingten Schwierigkeiten des Mathematiklernens entschiedener

4 Der Tendenz nach ähnliche Akzentsetzungen findet man übrigens auch in den Reformdiskussionen anderer westlicher Demokratien; vgl. z. B. die US-amerikanischen Anstrengungen um eine Innovation der mathematischen Curricula für allgemeinbildende Schulen, die in NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (1989) und MATHEMATICAL SCIENCES EDUCATION BOARD (1989) dokumentiert sind.

Rechnung tragen; von den Lehrenden ist zu bedenken, daß neu zu lernende Mathematik den Schülern häufig als etwas Fremdes und Unbekanntes gegenübertritt, mit dem sie sich nur im aktiven Gebrauch vertraut machen können, als Widerständiges, das bewältigt, als Noch-nicht-Vorhandenes, das erst konstruiert werden muß. Und die Schüler sollten auch in der Auseinandersetzung mit aktuellen Gegenwartsthemen („Schlüsselproblemen") erfahren können, daß Mathematik in aufklärender Funktion, als Mittel kritischen Denkens verwendet werden kann. (Stichwort: Anleitung zum Verstehen, Denken und kritischen Vernunftgebrauch.)
- Der unterrichtliche Umgang mit Mathematik ist in vieler Hinsicht entscheidender für die allgemeinbildenden Wirkungen des Mathematikunterrichts als der behandelte Stoff. Im Blick auf die sozialethischen und personenbezogenen Zielsetzungen der Schule, aber auch zugunsten einer angemesseneren Förderung kognitiver Ziele wäre mehr Wert auf eine Unterrichtskultur zu legen, die offen ist für die subjektiven Sichtweisen der Schüler, für wechselseitige Verständigung über die anstehenden mathematischen Themen, für die produktive Auseinandersetzung mit Fehlern, für Umwege und alternative Deutungen, für lebendigen Ideenaustausch, für spielerischen und kreativen Umgang mit Mathematik, für eigenverantwortliches Tun. Innere Differenzierung und vielfältige Arbeitsformen können helfen, allzu eintönige Ablaufrituale zu durchbrechen und der Unterschiedlichkeit individueller Zugänge zur Mathematik besser gerecht zu werden. (Stichwort: Verantwortungsbereitschaft, Verständigung und Kooperation, Stärkung des Schüler-Ichs.)

Keine dieser Forderungen ist für sich betrachtet gänzlich neu. Doch unter Beachtung ihrer vielfältigen Querverbindungen und Vernetzungen (HEYMANN 1996, S. 131ff.) und durch den konsequenten Bezug auf den Gedanken einer zeitgemäßen Allgemeinbildung könnten sie dem Mathematikunterricht an allgemeinbildenden Schulen insgesamt neue Konturen geben.

3.2 Mathematikunterricht in der Gymnasialen Oberstufe und sein Beitrag zur „Studierfähigkeit"

Obschon nach allem Vorangehenden selbstverständlich, sei noch einmal ausdrücklich betont: Der gänzliche Verzicht auf Mathematik in der Gymnasialen Oberstufe, der im bildungspolitischen Diskurs bisweilen erörtert wurde, scheint mir aufgrund der Bedeutung mathematischer Denkweisen und Hilfsmittel in einer Vielzahl von Studienfächern und Berufsausbildungen nicht ernsthaft diskutabel. HUBER (1994, S. 4, S. 50ff.) rechnet elementare mathematische Kenntnisse und elementares mathematisches Verständnis zur (insgesamt relativ kleinen) Schnittmenge dessen, was von Vertretern unterschiedlicher Hochschulfächer als unverzichtbare „materiale" Studienvoraussetzungen genannt wird. Dieser Einschätzung der vorliegenden Bedarfsforschung stimme ich voll zu. Nimmt man sie ernst, läßt sich der Schluß ziehen: Eine kontinuierliche Praxis im Umgang mit Mathematik, mit mathematischen Denkweisen und Symbolsystemen und mit ausgewählten außermathematisch relevanten Anwendungen von Mathematik bis zum Beginn des Studiums sollte deshalb auch bei einer Neukonzeption der Gymnasialen Oberstufe gewährleistet bleiben. Über curriculare Gestalt und Organisationsformen des Mathematikunterrichts, insbesondere über die immer wieder neu auszuhandelnde Balance zwischen Spezialisierungsmöglichkeiten und inhaltlicher Verbindlichkeit, ist damit allerdings noch nichts ausgesagt.

An den in Abschnitt 3.1 vorgestellten Akzentuierungen sind, unter Berücksichtigung der insgesamt gewachsenen kognitiven Fähigkeiten und des veränderten Interessenhorizonts der 16- bis 19jährigen, auch für den Mathematikunterricht in der Oberstufe keinerlei Abstriche vorzunehmen. Was jedoch Umfang und Tiefe der Beschäftigung mit Mathematik angeht, sind schon unter dem Gesichtspunkt der praktischen Lebensvorbereitung – was den Gesichtspunkt der Studienvorbereitung als wichtiges Kriterium einschließt – mindestens zwei Teilpopulationen zu unterscheiden. Diese Teilpopulationen lassen sich anhand der zu Beginn von Abschnitt 2 getroffenen Unterscheidungen einerseits durch die Studien- bzw. Berufsperspektiven (a), (b) und (d), andererseits durch die Perspektive (c) charakterisieren. Denn ein allgemein verpflichtender Mathematikunterricht in der Gymnasialen Oberstufe müßte für diejenige Mehrheit der Schüler, die sich später keinem mathematikintensiven Beruf widmen wird, in eine andere Richtung optimiert werden als einer, der vorrangig der Nachwuchsrekrutierung für mathematische und mathematiknahe Berufe dienen soll. Der Kern des Problems besteht sicher nicht darin, daß der für die Mehrheit zu wünschende Mathematikunterricht dem zukünftigen Mathematiker schaden würde. Aber es ist nicht auszuschließen, daß er ihm zuwenig an breitem mathematischen Grundwissen und spezifischem fachlichen Training bietet. Und es könnte sein, daß es für die notwendige Verankerung dieses Grundwissens und dieses fachlichen Trainings nach Abschluß der allgemeinbildenden Schulen bereits zu spät ist.

Auf der Basis dieser Überlegungen läßt sich deutlich machen, daß ein einheitlich verpflichtender Mathematikunterricht in der Gymnasialen Oberstufe, wie er vor der bundeseinheitlichen Einführung der NGO praktiziert wurde, einen unbefriedigenden Kompromiß darstellt. Sein Dilemma besteht – überspitzt formuliert – darin, daß die späteren Nichtmathematiker zuviel an spezieller Mathematik lernen müssen, damit die späteren Mathematiker (usw.) das für sie notwendige Minimum mitbekommen. Aber auch in der NGO wurde diesem Dilemma nicht konsequent, sondern nur halbherzig begegnet. Die starke curriculare Orientierung der Grundkurse an den Leistungskursen – mit Recht sprechen Kritiker von „ausgedünnten" Leistungskursen (vgl. STEINER 1984, S. 29) – führt dazu, daß viele Grundkursschüler sich die dargebotenen Inhalte nur oberflächlich als Prüfungswissen aneignen, für das sie später weder eine direkte noch eine indirekte Verwendung haben, von dem kein feststellbarer Transfer ausgeht und das sie zum größten Teil sehr schnell wieder vergessen. Dabei findet eine starke Konzentration auf algorithmisch abarbeitbare Aufgaben statt, die sich auch dann mittels „eingepaukter" Handlungsschemata bewältigen lassen, wenn die mathematischen Hintergründe der Lösungsschemata nicht verstanden wurden. Als Musterbeispiel sei auf die üblichen Funktions- oder „Kurven"-Diskussionen in der Analysis hingewiesen, die sich ohne ein tieferes Verständnis des

Grenzwertbegriffs erledigen lassen (und heute elegant von Computerprogrammen ausgeführt werden können).[5]

Insofern schränken die zur Zeit geltenden „Einheitlichen Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung – Mathematik" (lt. KMK-Beschluß vom 1.12.1989), die die stoffliche Ankoppelung der Grundkurse an die Leistungskurse durch die Vorgabe von dezidierten Inhaltskatalogen bekräftigen, die Möglichkeiten für eine grundlegende curriculare Reform der Grundkurse empfindlich ein. Auf die für das Fach Mathematik wünschenswerte „vertiefende Allgemeinbildung" sollte zur Sicherung der allgemeinen Studierfähigkeit, bezogen auf die Fächergruppen (a), (b) [hier besonders] und (d), auch in Zukunft nicht verzichtet werden. Aber sie ließe sich konsequenter, effizienter und den unterschiedlichen Interessen und Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler besser entgegenkommend realisieren, wenn die Verbindlichkeit des Inhaltskatalogs gelockert würde und Optionen für eine Erprobung anders gestalteter Mathematikcurricula offengehalten würden.

3.3 Ein Szenario für eine inhaltliche und organisatorische Neugestaltung des Oberstufen-Mathematikunterrichts

Die Spannung zwischen dem gesellschaftlichen Interesse an einem Maximum an verpflichtender Gemeinsamkeit auf der einen Seite und subjektiv wie auch gesellschaftlich berechtigten unterschiedlichen Bedürfnissen auf der anderen läßt sich für das Fach Mathematik nicht ohne weiteres auflösen. Mit dem folgenden Szenario, das die Grundgegebenheiten der gegenwärtigen Organisation des deutschen Schulsystems aufnimmt, möchte ich einen Kompromiß zur Diskussion stellen, der sich vor dem hier vertretenen Verständnis von Allgemeinbildung rechtfertigen läßt. Auch für die angestrebte allgemeine Studierfähigkeit bietet dieses Szenario sowohl gegenüber der NGO (der es organisatorisch recht nahe steht) als auch besonders gegenüber dem traditionellen Oberstufenmodell erhebliche Vorzüge.

- Für diejenigen Schülerinnen und Schüler der Gymnasialen Oberstufe, die sich die Wahl eines mathematikintensiven Berufs offenhalten wollen oder auch nur der Mathematik eine besondere Neigung entgegenbringen, werden wie bisher Leistungskurse angeboten. Hier würde dem Ziel, angemessene Voraussetzungen für das Hochschul- oder Fachhochschulstudium von Mathematik im Haupt- oder Nebenfach zu schaffen, eine hohe Priorität zukommen. Die vergleichsweise stärkere Orientierung an fachsystematischen Aspekten dürfte allerdings nicht gleichgesetzt werden mit einem Freibrief für eine fachspezialistische Einigelung dieser Leistungskurse, wie sie gegenwärtig noch oft zu beobachten ist. Dem allgemeinbildenden Anspruch sollte – entsprechend den in Abschnitt 3.1 generell für den Mathematikunterricht vorgeschlagenen Akzentsetzungen – durch eine stärkere Berücksichtigung von Modellierungen außermathematischer Probleme und durch eine stärkere Gewichtung stochastischer Themen (Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung) sowie

5 Zur Problematik des Analysisunterrichts in der Oberstufe vgl. auch ANDELFINGER (1990) und TIETZE (1986, 1992).

durch die Beteiligung an fächerübergreifenden Projekten Genüge getan werden. Als stoffliche Basis bleiben, wegen der Wichtigkeit vor allem für die Studienfächer Mathematik und Physik, die heute übliche Einführung in die Analysis und in die Lineare Algebra bestehen (wobei bei letzterer die geometrische Anschauung wieder stärker im Vordergrund stehen sollte).

– Alle anderen Schülerinnen und Schüler belegen verpflichtend bis zum Abitur – in dem die Wahl von Mathematik als mündliches oder schriftliches Prüfungsfach freigestellt bleibt – *Grundkurse neuer Art.* Diese Grundkurse werden nicht länger als „ausgedünnte" Leistungskurse geführt, sondern koppeln sich vom herkömmlichen Oberstufencurriculum ab: Auf Analysis und Lineare Algebra in Form fachsystematischer Lehrgänge wird verzichtet. Statt dessen steht eine Vertiefung anwendungs- und alltagsorientierter Mathematik im Vordergrund, vorwiegend im Zusammenhang mit stochastischen Themen, mit Beispielen aus dem sozialwissenschaftlichen Bereich und unter Einbeziehung des Computers als mathematischen Werkzeugs. Dabei kann durchaus im WAGENSCHEINschen Sinne Raum gegeben werden für exemplarische Vertiefungen innermathematisch und mathematikhistorisch bedeutsamer Themen, etwa zu Untersuchungen von Grenzwertproblemen oder zahlentheoretischen Phänomenen. Auch in den Grundkursen sollten im Verlauf der Oberstufe zwei bis drei fächerübergreifende Projekte in Angriff genommen werden, die dem mathematischen Leistungsvermögen der Schülerinnen und Schüler entsprechen (z. B. Durchführung und statistische Auswertung einer sozialwissenschaftlichen Umfrage).[6]

Die praktische Umsetzung dieses Szenarios müßte durch intensive Anstrengungen in der Lehreraus- und -fortbildung flankiert werden. Das betrifft nicht nur die Qualifizierung für andere inhaltliche Schwerpunktsetzungen, vor allem in den Grundkursen neuer Art, sondern auch pädagogisch-fachdidaktische Voraussetzungen für die Entwicklung einer verstehensorientierten Unterrichtskultur, die in beiden Kursformen zu fördern wäre.

Die Einrichtung von Kursen „für die Mehrheit" mit einem Verzicht auf Teile des heutigen Standardcurriculums bedeutet im übrigen nicht, daß der „mathematische Geist", das, was mathematisches Denken gegenüber einem mathematisch naiven Alltagsdenken auszeichnet, aus ihnen zu verbannen wäre. Ganz im Gegenteil: Ein wichtiges Ziel der Mathematikkurse „für die Mehrheit" wäre es, der Abspaltung des alltäglichen vom mathematischen Denken, die bei so vielen Absolventen des herkömmlichen Mathematikunterrichts zu konstatieren ist, durch eine stärkere Orientierung am Horizont des späteren Nichtmathematikers vorzubeugen.

6 Diese Grundkurskonzeption deckt sich weitgehend mit dem niederländischen „Wiskunde A"-Programm. Während „Wiskunde B" den gymnasialen Leistungskursen in Deutschland entspricht, ist „Wiskunde A" konzipiert „for the pre-university students (16–18) in The Netherlands. This curriculum is meant for those students who are not heading for a study in exact science like math or physics but who need mathematics as a tool, for instance in social sciences, psychology, economics, biology, etc." (KINDT/LANGE 1986, S. 14; in diesem Artikel werden viele praktische Themenbeispiele für einen solchen Unterricht gegeben; vgl. zusätzlich LANGE/KINDT 1984). Verwandte Überlegungen finden sich z. B. auch bei FRANZEN (1993).

Die gegenwärtig üblichen Wochenstundenzahlen für Mathematikkurse (in der Regel für Grundkurse 3, für Leistungskurse 5) könnten bei einer Realisierung des vorgestellten Szenarios übrigens beibehalten werden.

4. Resümee

Als Voraussetzung zur Erlangung der allgemeinen Hochschulreife und zur Sicherung allgemeiner Studierfähigkeit sollte auch in Zukunft Mathematikunterricht in der Gymnasialen Oberstufe verpflichtend sein. Aber die gegenwärtig vorherrschende stark fachsystematische Ausrichtung der Grundkurse, die inhaltlich an die mathematischen Themen der Leistungskurse gekoppelt sind, erschwert die angestrebte vertiefende Allgemeinbildung. Die gegenwärtige Gestaltung der Mathematikkurse ist deshalb nicht funktional angesichts der bestehenden Qualifikationsbedürfnisse bei der Mehrheit der Oberstufenschüler und angesichts der konkreten mathematischen Anforderungen in den meisten (nicht mathematikintensiven) Studienfächern. Wichtige Lernprozesse im Zusammenhang mit exemplarischen und projektartig organisierten Auseinandersetzungen mit außermathematischen Anwendungen der Mathematik kommen dadurch zu kurz. Statt eines vertieften Verstehens mathematischer Ideen, Denkweisen, Methoden und Begriffe findet allzuoft eine Fixierung auf die „technische" Beherrschung komplizierter algorithmischer Aufgabenlösungen statt.

Der Versuch, über einen gemeinsam verpflichtenden Inhaltskatalog für alle Abiturienten eine scheinbar verlorengegangene Gemeinsamkeit wiederherzustellen, scheint mir nach den vorangehenden Überlegungen für das Fach Mathematik zum Scheitern verurteilt. Ob Mathematikunterricht in der Gymnasialen Oberstufe zur Allgemeinbildung auf eine Weise beiträgt, die den Erfordernissen der gegenwärtigen Gesellschaft Rechnung trägt, ist weniger eine Frage des Inhaltskatalogs als des unterrichtlichen Umgangs mit der jeweils anstehenden Mathematik. Inhaltlich sollte den unterschiedlichen Neigungen und Bedürfnissen der Schülerinnen und Schüler, die nicht zuletzt mit den angepeilten Studienfächern korrelieren, durch unterschiedliche Kursangebote begegnet werden.

Literatur

ANDELFINGER, B.: LehrerInnen- und LernerInnenkonzepte im Analysisunterricht. Ansätze zu ihrer Beschreibung und Interpretation. In: Der Mathematikunterricht (1990), H. 3, S. 29–44.

BAUERSFELD, H.: Kommunikationsmuster im Mathematikunterricht. In: H. BAUERSFELD (Hrsg.): Fallstudien und Analysen zum Mathematikunterricht. Hannover 1978, S. 158–170.

BAUERSFELD, H.: Hidden dimensions in the so-called reality of a mathematics classroom. In: Educational Studies in Mathematics 11 (1980), S. 23–41.

BAUERSFELD, H.: Subjektive Erfahrungsbereiche als Grundlage einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens und -lehrens. In: H. BAUERSFELD u. a. (Hrsg.): Lernen und Lehren im Mathematikunterricht. (Untersuchungen zum Mathematikunterricht, Bd. 6.) Köln 1983, S. 1–56.

BAUERSFELD, H.: Mathematische Lehr-Lern-Prozesse bei Hochbegabten – Bemerkungen zu Theorie und möglicher Förderung. In: Journal für Mathematik-Didaktik 14 (1993) H. 3/4, S. 243–267.

BAUERSFELD, H./KRUMMHEUER, G./VOIGT, J.: Interactional Theory of Learning and Teaching Mathematics and related Microethnographical Studies. In: H.-G. STEINER/A. VERMANDEL (Hrsg.): Foundations and Methodology of the Discipline Mathematics Education. Antwerpen 1988, S. 174–188.

BOROVCNIK, M. u.a.: Mathematik in der beruflichen Praxis. Ergebnisse eines Forschungsprojekts. (Schriftenreihe Didaktik der Mathematik. Bd. 5; Universität Klagenfurt.) Wien/Stuttgart 1981.

COCKROFT, W.H. u.a.: Mathematics counts („Crockroft-Report"). Report of the Committee of Inquiry into Teaching of Mathematics in School under the Chairmanship of Dr. W.H. COCKROFT. London 1982.

COOPER, M.: The Dependance of Multiplicative Reversal on Equation Format. In: Journal of Mathematical Behavior 5 (1986) H. 2, S. 115–120.

FEND, H.: Theorie der Schule. München/Wien/Baltimore 1981.

FISCHER, R./MALLE, G.: Mensch und Mathematik. Eine Einführung in didaktisches Denken und Handeln. Mannheim 1985.

FITZGERALD, A./RICH, K. M.: Mathematics in Employment (16–18). Bath 1981.

FRANKE, M./WYNANDS, A.: Zum Verständnis von Variablen – Testergebnisse in 9. Klassen Deutschlands. In: Mathematik in der Schule 29 (1991), S. 674–691.

FRANZEN, G.: Mathematische Modellbildung. Ein Ansatz zur Herstellung von Praxisbezug in Mathematik-Grundkursen. (Unterrichtsmaterialien, Bd. 58.) Bielefeld 1993.

GARDNER, H.: Der ungeschulte Kopf. Wie Kinder denken. Stuttgart 1993.

HUBER, L.: Ein Konzept von „Studierfähigkeit" und curriculare Folgerungen für die Oberstufe. Gutachten für das Kultusministerium Nordrhein-Westfalen. Bielefeld 1994.

HEYMANN, H.W.: Allgemeinbildung und Mathematik. Studien zur Schulpädagogik und Didaktik Weinheim 1996.

KAZEMZADEH, F. u.a.: „Studierfähigkeit" – eine Untersuchung des Übergangs vom Gymnasium zur Universität. Hannover 1987.

KINDT, M./LANGE JZN, J. DE: Realistic math for (almost) all. The Hewet Project. In: J. DE LANGE JZN (Hrsg.): Mathematics for all ... in the computer age. (Proceedings of the 37th CIEAEM meeting.) Utrecht 1986, S. 14–41.

KMK (Hrsg.): Einheitliche Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung - Mathematik (Aufbau und Ordnung des Schulwesens 196.18, KMK Erg.-Lfg. 65). (1990.)

KNOX, C.: Numeracy and school leavers. A survey of employer's needs. Sheffield 1977.

KRUMMHEUER, G./VOIGT, J.: Interaktionsanalysen im Mathematikunterricht. Ein Überblick über Bielefelder Arbeiten. In: H. MAIER/J. VOIGT (Hrsg.): Interpretative Unterrichtsforschung. Köln 1991, S. 13–33.

LANGE JZN, J. DE/KINDT, M.: The Hewet Project. Report on an Experiment Leading to a New Curriculum for the Pre-University Students. In: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 16 (1984) H. 2, S. 74–79.

LOCHHEAD, J.: Faculty interpretations of simple algebraic statements: The professor's side of the equation. In: Journal of Mathematical Behavior 3 (1980), H. 1, S. 29–37.

MAIER, H./VOIGT, J. (Hrsg.): Interpretative Unterrichtsforschung. Köln 1991.

MAIER, H./VOIGT, J.: Teaching styles in mathematics education. In: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 24 (1992), S. 249–253.

MALLE, G.: Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig/Wiesbaden 1993.

MATHEMATICAL SCIENCES EDUCATION BOARD u.a. (Hrsg.): Everybody Counts. A Report to the Nation on the Future of Mathematics Education. Washington, D.C. (National Academy Press) 1989.

MESTRE, J. P./LOCHHEAD, J.: the Variable-reversal Error among five Cultural Groups. In: Proceedings of PME-NA-5, Vol. I (1983), S. 180 - 188.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS – COMMISSION ON STANDARDS FOR SCHOOL MATHEMATICS (Hrsg.): Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics. Reston/VA. (NCTM) 1989.

PAULOS, J. A.: Zahlenblind. Mathematisches Analphabetentum und seine Konsequenzen. München 1990.

PESCHEK, W.: Mathematikunterricht und Qualifizierung. In: Journal für Mathematik-Didaktik 2 (1981), S. 249–279.

PHILIPP, R. A.: A Study of Algebraic Variables: Beyond the Student-Professor Problem. In: Journal of Mathematical Behavior 11 (1992), S. 161–176.

RAATZ, U.: Mathematik am Arbeitsplatz – zwei empirische Untersuchungen. (Materialien zu VHS-Zertifikaten Nr. 115). Frankfurt a. M. 1974.

REISS, M./STEINER, H.-G. (Hrsg.): Mathematikkenntnisse – Leistungsmessung – Studierfähigkeit. Köln 1984.

RESNICK, L.B. u.a.: Understanding Algebra. In: J.A. SLOBODA/D. ROGERS (Hrsg.): Cognitive Processes in Mathematics. Osford 1987, S. 169–203.

RESNICK, L.B./KLOPFER, L.E. (Hrsg.): Toward the Thinking Curriculum: Current Cognitive Research. Washington D.C. 1989.

ROSNICK, P./CLEMENT, J.: Learning without understanding: The effect of tutoring strategies on algebra misconceptions. In: Journal of Mathematical Behavior 3 (1980), Heft 1, S. 3–27.

SCHOENFELD, A.H.: Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics. In: GROUWS, D. A. (Hrsg.): Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (NTCM). New York (Macmillan) 1992, S. 334–370.

SCHWEITZER, J.: Neue Königswege führen über Loccum. Beratungen und Kontroversen zur Gleichwertigkeit von allgemeiner und beruflicher Bildung. In: Die Deutsche Schule 87 (1995), S. 132–139.

SIERPINSKA, A.: Understanding in Mathematics. London/ Washington D.C. (Falmer Press) 1994.

STEINER, H.-G.: Mathematisch-naturwissenschaftliche Bildung. Kritisch-konstruktive Fragen und Bemerkungen zum Aufruf einiger Fachverbände. In: REISS, M./STEINER, H.-G. (Hrsg.): Mathematikkenntnisse – Leistungsmessung – Studierfähigkeit. Köln (Aulis) 1984, S. 5–56.

TENORTH, H.-E.: „Alle alles zu lehren". Möglichkeiten und Perspektiven allgemeiner Bildung. Darmstadt 1994.

TIETZE, U.-P.: Der Mathematiklehrer in der Sekundarstufe II. Bericht aus einem Forschungsprojekt. Bad Salzdetfurth (Franzbecker) 1986.

TIETZE, U.-P.: Curriculum development in senior high school: Using calculus as an example. In: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 24 (1992), Heft 7, S. 234–241.

TILLMANN, K.-J.: Kooperationsbereitschaft-Flexibilität-Kundenorientierung. Ein neuer Reformdialog zwischen Wirtschaft und Schule? In: Neue Sammlung 34 (1994), S. 1348.

VOIGT, J.: Der kurztaktige, fragend-entwickelnde Mathematikunterricht. Szenen und Analysen. In: mathematica didactica 7 (1984), S. 161–186 (a).

VOIGT, J.: Interaktionsmuster und Routinen im Mathematikunterricht. Theoretische Grundlagen und mikroethnographische Falluntersuchungen. Weinheim 1984 (b).

VOIGT, J.: Entwicklung mathematischer Themen und Normen im Unterricht. In: H. MAIER/J. VOIGT (Hrsg.): Verstehen und Verständigung. Köln 1994, S. 77–111.

WAGENSCHEIN, M.: Der Vorrang des Verstehens. Pädagogische Anmerkungen zum mathematisierenden Unterricht. In: Neue Sammlung 14 (1974), S. 144–160.

WAGENSCHEIN, M.: Verstehen lehren. Genetisch – Sokratisch – Exemplarisch. Weinheim/Basel ^{5}1975.

Abstract

The question is raised how courses in mathematics in upper secondary school can be designed in such a way that the requirements of an indepth general education and the guarantee of a general qualification for academic education are met more successfully. The theoretical framework for orientation is provided by a concept of general education developed by the author, which allows to systematize future problems and questions of evaluation. Selected research results concerning the preconditions and the effects of school instruction in mathematics and relating to the need for mathematical knowledge in everyday professional and private life are discussed. Focal points of a necessary reform are put forward and the author then sketches a scenario for a both subject-related and organizational remodeling of mathematics in upper secondary school which, among other things, aims at a clearer differentiation between basic courses and advanced courses, also with regard to the subject-related systematics prevailing in the latter.

Anschrift des Autors:

PD Dr. Hans-Werner Heymann, Universität Bielefeld, Institut für Didaktik der Mathematik, PSF 100131, 33615 Bielefeld