

Wertheimer, Michael

## Verstehen lehren aus gestaltpsychologischer Sicht

Beiträge zur Lehrerbildung 7 (1989) 2, S. 149-160



Quellenangabe/ Reference:

Wertheimer, Michael: Verstehen lehren aus gestaltpsychologischer Sicht - In: Beiträge zur Lehrerbildung 7 (1989) 2, S. 149-160 - URN: urn:nbn:de:0111-pedocs-131501 - DOI: 10.25656/01:13150

<https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0111-pedocs-131501>

<https://doi.org/10.25656/01:13150>

in Kooperation mit / in cooperation with:

Zeitschrift zu Theorie und Praxis der Aus- und  
Weiterbildung von Lehrerinnen und Lehrern

BEITRÄGE ZUR LEHRERINNE-  
UND LEHRERBILDUNG

Organ der Schweizerischen Gesellschaft für  
Lehrerinnen- und Lehrerbildung (SGL)

ISSN 2296-9632

<http://www.bzl-online.ch>

### Nutzungsbedingungen

Gewährt wird ein nicht exklusives, nicht übertragbares, persönliches und beschränktes Recht auf Nutzung dieses Dokuments. Dieses Dokument ist ausschließlich für den persönlichen, nicht-kommerziellen Gebrauch bestimmt. Die Nutzung stellt keine Übertragung des Eigentumsrechts an diesem Dokument dar und gilt vorbehaltlich der folgenden Einschränkungen: Auf sämtlichen Kopien dieses Dokuments müssen alle Urheberrechtshinweise und sonstigen Hinweise auf gesetzlichen Schutz beibehalten werden. Sie dürfen dieses Dokument nicht in irgendeiner Weise abändern, noch dürfen Sie dieses Dokument für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, aufführen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Mit der Verwendung dieses Dokuments erkennen Sie die Nutzungsbedingungen an.

### Terms of use

We grant a non-exclusive, non-transferable, individual and limited right to using this document.

This document is solely intended for your personal, non-commercial use. Use of this document does not include any transfer of property rights and it is conditional to the following limitations: All of the copies of this documents must retain all copyright information and other information regarding legal protection. You are not allowed to alter this document in any way, to copy it for public or commercial purposes, to exhibit the document in public, to perform, distribute or otherwise use the document in public.

By using this particular document, you accept the above-stated conditions of use.

### Kontakt / Contact:

peDOCS  
DIPF | Leibniz-Institut für Bildungsforschung und Bildungsinformation  
Informationszentrum (IZ) Bildung  
E-Mail: [pedocs@dipf.de](mailto:pedocs@dipf.de)  
Internet: [www.pedocs.de](http://www.pedocs.de)

Digitalisiert

Mitglied der

  
Leibniz-Gemeinschaft

## VERSTEHEN LEHREN AUS GESTALTPSYCHOLOGISCHER SICHT

Michael Wertheimer, Boulder, Colorado, USA.<sup>1</sup>

*Der Gouverneur meines Staates, Colorado, Roy Romer, stellte am 12. Januar 1989 in einer Rede über den heutigen Zustand des Staates fest, dass es nötig sei, unsere Kinder besser auszubilden. Wir müssten unsere Schulen umstrukturieren; "wir müssten unseren Kindern das Denken beibringen, nicht nur das Wiederholenkönnen von Auswendiggelerntem". Also betont sogar ein hoher amerikanischer Regierungsvertreter, dass es wünschenswert ist, Schüler das Denken, also das Verstehen, zu lehren. Mit der Frage, was bei "echtem Verstehen" geschieht und wesentlich ist, beschäftigten sich in den Zwanziger-, Dreissiger-, und Vierzigerjahren dieses Jahrhunderts die Berliner Gestaltpsychologen. Der folgende Beitrag illustriert diese Anstrengungen anhand einiger Beispiele.*

In seinen berühmten Intelligenzprüfungen an Menschenaffen untersuchte Wolfgang Köhler (1917) das Entstehen von einsichtsvollen Lösungen für praktische Probleme. Seine Versuchstiere mussten zum Beispiel Türme aus Kisten bauen, um eine Banane zu erreichen, die hoch über dem Boden an einem Faden von der Käfigdecke hing. Oder sie mussten zwei Bambusrohre ineinander stecken, um eine sonst unerreichbare Banane in den Käfig hineinzuziehen. Köhler erforschte in vielen solchen Problemsituationen, wie sich das Verständnis wesentlicher Verhältnisse und Sachverhalte allmählich entwickelte, und schrieb ausführlich über die grundlegenden Unterschiede zwischen Handeln mit Einsicht und blindem, törichtem, rein gewohnheitsmässigem Verhalten.

Karl Duncker (1935) erforschte Verstehensprozesse beim menschlichen Problemlösen. In seinen Versuchen verwendete er Probleme, an denen er das allmähliche Verstehen bzw. den schrittweisen Aufbau der Lösung studieren konnte. Beim Bestrahlungsproblem zum Beispiel war ein Verfahren gesucht, um einen Menschen von einer inoperablen Magengeschwulst zu befreien. Die Behandlung sollte mit Hilfe von Strahlen geschehen, die bei genügender Intensität organisches Gewebe zerstören. Die umliegenden gesunden Körperpartien sollten nicht geschädigt werden. Für dieses Problem gibt es mehrere einsichtsvolle Lösungen, aber die meisten Menschen, auch kluge, müssen eine Zeitlang nachdenken, um eine gute Lösung zu finden. Es braucht Zeit, um einen Sachverhalt zu verstehen.

Auch Max Wertheimer (1945) arbeitete an der Analyse des "produktiven Denkens", u.a. anhand der Flächenberechnung des Parallelogramms und der Einsteinschen Relativitätstheorie. Die Kinder sollten das Parallelogramm so

<sup>1</sup> Ich möchte den folgenden Kollegen für sprachliche und inhaltliche Hinweise bei der Abfassung meines Vortrags danken: Sabine Allwinn, Ulrich Goldsmith, Roland Mangold-Allwin, Lothar Spillmann, Fritz Staub, Rita Stebler, Fred, Karla und Mary Trembour.



umstrukturieren, dass sie seine Fläche mit Hilfe der Rechtecksformel, bzw. der Multiplikation von Länge und Breite, berechnen konnten. Das vorstehende Dreieck am einen Ende kann das fehlende Dreieck am anderen Ende der Figur so ergänzen, dass aus dem Parallelogramm ein Rechteck entsteht. Wertheimer unterschied zwischen "guten Fehlern" beim produktiven Denken, Fehlern, die der wesentlichen Struktur des Problembereiches entsprechen, und "schlechten Fehlern", die von Blindheit gegenüber den wichtigsten Kennzeichen des Sachverhaltes zeugen.



Verschiedene Schüler der Gestaltpsychologen führten dieses Forschungsthema weiter. So schrieb Georg Katona (1940) ein Buch über Organisation und Auswendiglernen, in welchem er betonte, dass verständnisvolle Organisation der Lerninhalte immer besser ist als blosses Memorieren. Leute behalten viel besser und viel länger, was sie verstanden haben, als was sie nur auswendig gelernt haben. Haben wir etwas richtig verstanden, so ist es auch viel unwahrscheinlicher, dass wir "dumme" Fehler machen, wenn wir ähnlichen Problemen begegnen, als wenn das ursprüngliche Lernen durch blosses Ueben geschehen ist. Ein weiterer und nicht geringer Vorteil der Bemühungen um echtes Verstehen ist, dass es Spass machen kann, wenn sich das Unverstandene in etwas Verstandenes umwandelt: das Lernen mit Einsicht ist selbstbelohnend. Zudem lässt sich echt verstandenes Wissen mit grösserer Wahrscheinlichkeit und viel leichter auf neue Probleme oder Gebiete übertragen als rein auswendiggelerntes Wissen.

Verstehen bedeutet nicht blindes Aneinanderreihen, sondern Einsicht in die Struktur, die inneren Regeln und die wesentliche Bedeutung eines Sachverhaltes, Einsicht in das, was Max Wertheimer mit dem griechischen Buchstaben *rho* bezeichnete: die *p*-Relationen, die im Kern der Struktur eines Sachverhaltes liegen. Der Kontrast zwischen echt verstandenem und durch mechanische Uebung erworbenem Wissen ist enorm. Diese beiden Arten des Lernens erfolgen nach ganz verschiedenen Prinzipien. Für das Auswendiglernen von sinnlosen Silben oder sinnlosen Wortpaaren, oder für das reine klassische Konditionieren sind raumzeitliches Zusammensein, blosses Wiederholung und Verstärkung determinierend. Echtes Verstehen hingegen ist eine Frage der Umstrukturierung der gegebenen Information im Hinblick auf ein Ziel. Aufgabe der Schule ist nicht die Vermittlung von blinden, automatischen Verfahren, sondern die Anleitung zu produktivem Denken, nicht die Entwicklung reaktiver mechanischer Wesen, sondern aktiver, schöpferischer Menschen, nicht die Herstellung passiver Maschinen, sondern das Heranbilden kritischer, kreativer Denker

und Problemlöser.

Die Idee des echten Verstehens, die die Gestaltpsychologen in ihre Auseinandersetzungen mit den Behavioristen und den amerikanischen Lerntheoretikern einbrachten, war nicht neu. Schon vor vier Jahrhunderten schrieb Montaigne: "Savoir par coeur n'est pas savoir." - Etwas auswendig wissen bedeutet nicht notwendigerweise verstehen. Viele Pädagogen haben seither dasselbe behauptet.

Schauen wir uns jetzt aber einige Beispiele an, welche die Resultate verschiedener Lernvorgänge demonstrieren und in konkreter Weise veranschaulichen, was die Gestaltpsychologie unter Lernen mit Einsicht versteht. In der Literatur der klassischen Gestaltpsychologie gibt es viele solche Beispiele. Aber anstatt diese zu wiederholen, - ich empfehle Ihnen, wenn Sie einmal Zeit finden, in den entsprechenden Büchern zu blättern - stelle ich Ihnen heute solche vor, die, so weit ich weiss, noch nicht oder nur selten publiziert worden sind. Beginnen wir mit Resultaten zum reinen Auswendiglernen.

Es gibt bestimmt zahlreiche Beispiele im Deutschen, welche die gelegentliche Blindheit solcher Lernvorgänge klar darstellen. Ich nenne Ihnen aber ein paar Beispiele aus dem Englischen, die für Sie vielleicht neu sind. Es gibt eine alte Hymne, in der behauptet wird, dass ich das Kreuz fröhlich tragen würde: "Gladly the cross I'd bear." Wenn wir ein Kind fragen, was dieser Satz bedeute, erklärt es uns, er handle von einem Bären, dessen Name Gladly ist, und der schielt: Gladly, the cross-eyed bear.

Ein Teil des Vaterunsers lautet: "And lead me not into temptation." - "Und führe mich nicht in Versuchung." In New York gibt es einen grossen Bahnhof namens "Pennsylvania Station", der im Volksmunde Nation...". Ursprünglich hatte meine Tochter dies nicht richtig verstanden und sagte: "...one nation, invisible..." - "eine unsichtbare Nation...". Sie war sich nicht bewusst, dass sie einen Fehler machte, denn als ich sie fragte, was das bedeute, "...one nation, invisible...", antwortete sie sofort: "Die Nation ist doch nicht zu sehen." Und irgendwie hatte sie ja recht.

Ein amerikanischer Dichter (Frost, 1949, S. viii) schrieb einmal: "A schoolboy can be defined as one who can tell you what he knowsre Nation...". Ursprünglich hatte meine Tochter dies nicht richtig verstanden und sagte: "...one nation, invisible..." - "eine unsichtbare Nation...". Sie war sich nicht bewusst, dass sie einen Fehler machte, denn als ich sie fragte, was das bedeute, "...one nation, invisible...", antwortete sie sofort: "Die Nation ist doch nicht zu sehen." Und irgendwie hatte sie ja recht.

Ein amerikanischer Dichter (Frost, 1949, S. viii) schrieb einmal: "A schoolboy can be defined as one who can tell you what he knows in the order in which he learned it" - Ein Schuljunge ist jemand, der das, was er weiss, in der Reihenfolge erzählen kann, in der er es gelernt hat.

Auswendig gelerntes Wissen ist in verschiedener Hinsicht blind. Es hat oft nichts zu tun mit der wesentlichen Gestalt der Problemsituation. Echtes Verste-

**Korrigenda:** Leider hat sich im Artikel von Michael Wertheimer auf Seite 151 ein Fehler eingeschlichen. Der nachstehende Text ersetzt die Abschnitte vier und fünf.

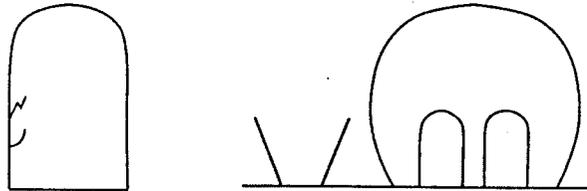
Ein Teil des Vaterunsers lautet: "And lead me not into temptation." - "Und führe mich nicht in Versuchung." In New York gibt es einen grossen Bahnhof namens "Pennsylvania Station", der im Volksmund "Penn Station" heisst. Ein New Yorker Kind betete: "And lead me not into Penn Station." Fragte ich nach, was das denn bedeute, bekam ich zu hören, dass es gefährlich sei, sich allein in Penn Station aufzuhalten, denn dort könne ein Kind sich leicht verirren, oder dort gebe es Diebe oder Kinderfresser.

In der Schule lernte meine kleine Tochter den Huldigungseid auf die amerikanische Flagge, "the pledge of allegiance to the flag". Ein Teil davon lautet: "...one nation, indivisible..." - "...eine unteilbare Nation...". Ursprünglich hatte meine Tochter dies nicht richtig verstanden und sagte: "...one nation, invisible..." - "eine unsichtbare Nation...". Sie war sich nicht bewusst, dass sie einen Fehler machte, denn als ich sie fragte, was das bedeute, "...one nation, invisible...", antwortete sie sofort: "Die Nation ist doch nicht zu sehen." Und irgendwie hatte sie ja recht.

hen hingegen hat zu tun mit zergliedern, umgestalten und begreifen.

Es gibt zahllose Beispiele von Umstrukturierung. Beinahe immer wird dabei eine Perspektive, eine Sachlage oder das Verständnis total geändert. William James gab (1890, Bd. 1, S.442) ein schönes Beispiel. Er fragte seine Versuchspersonen, welches englische Sprichwort sich hinter dem sinnlosen französischen Satzteil, "pas de lieu Rhône que nous" verberge. Leute, die nur schlecht französisch können, das Amerikanisch aber beherrschen, erkennen es sofort. Es hilft, wenn die französischen Worte mit einem amerikanischen Akzent ausgesprochen werden, als "pa de lieu Rhône que nou". Viele Leute verstehen dann: "Paddle your own canoe", also die sprichwörtliche Aufforderung, dass man sich selbst helfen solle. James führte an derselben Stelle in einer Fussnote ein zweites Beispiel an: "Gui n'a beau dit, qui sabot dit, nid a beau dit elle?" Es tönt ähnlich wie eine Zeile eines alten englischen Volksliedes: "When a body kiss a body, need a body tell?" - "Wenn einer eine Frau küsst, muss sie dies gleich jedem erzählen?"

Von Charles Osgood (1953, S.214) stammen ein paar hübsche visuelle Beispiele, welche die Umgestaltung veranschaulichen. Auf der ersten, von mir etwas veränderten Zeichnung, kann man ein nicht sehr interessantes, schmunzelndes Gesicht im Profil sehen. Aber man kann die Zeichnung auch auffassen als ein Soldat, der mit seinem Hund an einem Tor vorbeigeht. Nun wird der Mund zum Hundeschwanz und das Auge zum Gewehr mit Bajonett. Die zweite Zeichnung sieht aus wie ein Gespenst ohne Haar, das über einen Zaun guckt. Neben ihm steht vielleicht ein Hund mit gespitzten Ohren oder ein Ziege mit zwei Hörnern. Ich kann aber auch etwas Anderes sehen, nämlich eine Putzfrau, die versucht, einen Fleck auf dem Boden zu entfernen. Ich sehe die Putzfrau aus einem etwas kompromittierenden Blickwinkel. Die Augen des Gespenstes werden zu den Sohlen ihrer Schuhe und die Ziegenhörner zu den Wänden des Eimers. Weitere Beispiele für Umstrukturierungen sind natürlich alle Kippfiguren wie die Gesichtsprofile bzw. Vasen von Rubin (1915) und der Neckersche Würfel.



Es folgt nun eine Geschichte, die Max Wertheimer nach seiner Uebersiedlung nach Amerika mehrmals in Vorträgen erzählte. Wir hatten in New York ein neues Dienstmädchen, das mit dem Telefonieren noch nicht vertraut war. Eines Tages hörten wir das Telefon klingeln. Das Dienstmädchen nahm den Hörer ab und sagte nach einer kurzen Pause: "Yes", nach einer Pause nochmals "yes" und nach einer weiteren Pause "it sure is". Dann hängte es auf. Gleich klingelte das Telefon wieder, und wieder hörten wir dasselbe: "Ja... ja... das ist es bestimmt", und das Dienstmädchen hängte auf. Noch ein drittes Mal geschah dasselbe. Mein Vater war neugierig geworden und erkundigte sich, was das Dienstmädchen am Telefon gehört hatte. Er erfuhr folgendes: Zuerst fragte jemand: "Is this the Wertheimer residence?" - "Ist das die Wohnung von Herrn Professor Wertheimer?" Das Dienstmädchen bestätigte. Dann wollte der Anrufer wissen: "Is Professor Wertheimer at home?" - "Ist Professor Wertheimer zu Hause?" Das Dienstmädchen antwortete wiederum mit ja. Dann hörte das Dienstmädchen den Anrufer sagen: "Long distance from Washington." In seiner Unerfahrenheit fasste unser Dienstmädchen diese Aeusserung als Behauptung auf, die es nur bestätigen konnte, statt sie als die Ankündigung eines Ferngesprächs zu verstehen.

Diese Beispiele zeigen Umstrukturierungen, aber noch kein Lernen oder Problemlösen mit Einsicht. Die nächsten Beispiele sollen den Prozess der kognitiven Umstrukturierung im Bereich des Problemlösens und des Verstehenlernens illustrieren.

Gelegentlich hat mein Vater, Max Wertheimer, uns beim Abendessen Probleme gestellt. An einige erinnere ich mich noch lebhaft. Mein Vater schätzte die weisen Mullah sehr, die in Arabien und in andern Ländern im nahen Osten herumwanderten und für Leute Probleme lösten. Fangen wir daher mit einer Mullahgeschichte an, die manche von Ihnen vermutlich in einer anderen Version schon gehört haben. Eines Nachmittags wanderte ein Mullah aus einer Oase mehrere Kilometer in die Wüste hinaus. In der Ferne sah er eine grosse Karawane, die sich langsam auf die Oase bewegte. Als die Karawane den Mullah erreichte, grüsste der reiche Karawanenführer und rief seinen zwei Unteroffizieren zu: "Machen wir eine kurze Pause! Bis zur Oase ist es nicht mehr weit. Machen wir zur Abwechslung auch einen kleinen Wettkampf. Der Weg war lang. Wir schwitzen alle und haben grossen Durst. Meine lieben Reiter", sprach der Karawanenführer zu den beiden Unteroffizieren, die auf schönen Pferden sassen, "ich gebe demjenigen einen Preis, dessen Pferd *zuletzt* in der Oase ankommt. Sehen Sie diesen mit Gold beladenen Esel? Er und seine Last sind der Preis des Gewinners. Aber nun weiter! Die Kamele, Pferde, Esel und Menschen brauchen Wasser und Schatten. Vorwärts!" Und darauf setzte sich die Karawane wieder in Bewegung. Es dauerte einige Minuten, bis die ganze Karawane am Mullah vorbeigezogen war. Die beiden Unteroffiziere sahen einander an und ritten langsam los. Als der eine etwas langsamer ritt, drosselte auch der andere sein Tempo. Schliesslich hielten beide an. Als die Karawane bei der Oase ankam, hatten die beiden Unteroffiziere mehrere Kilometer Rückstand. Jeder wartete darauf, dass der andere so matt und durstig würde, dass er aufgeben und zur Oase reiten würde. Aber beide waren tapfer. Nach einer Weile stiegen sie von den Pferden, setzten sich in den Sand und

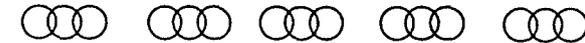
warteten. So sassen sie da, und der Mullah stand stumm daneben. Es herrschte eine unerträgliche Hitze. Niemand sprach. Nach einigen Minuten schauten die Unteroffiziere einander an. Dann wandte sich der eine an den Mullah: "Lieber Mullah, könnten Sie uns gnädigerweise aus unserer Notlage helfen?" Der andere nickte beistimmend. "Seid Ihr sicher, dass Ihr Hilfe wollt?", fragte der Mullah. Beide bejahten. Darauf sprach der Mullah langsam drei Worte, und die Unteroffiziere sprangen auf die Pferde und ritten, so schnell sie konnten, gegen die Oase. Nun, was hatte der Mullah ihnen empfohlen?

Wer diese Geschichte zum ersten Mal hört, versteht sie ziemlich sicher nicht. Er ist verwirrt. Er kann sich keinen Reim auf das Wettrennen machen, wenn derjenige, der *zuletzt* ankommt, den schatzbeladenen Esel bekommen soll.

Aber denken Sie zurück an die Bedingung, die der Karawanenführer gestellt hat. Was genau hat er gesagt? Dass derjenige, der *zuletzt* in der Oase ankommt, den Preis gewinnt? Nein, derjenige, dessen *Pferd* *zuletzt* ankommt, gewinnt. Aendert das die Sachlage? Eigentlich nicht, denn jeder reitet ja auf seinem eigenen Pferd. Aber muss er das? Eine Zeitlang sassen die beiden Unteroffiziere unglücklich im heissen Sand. Nachdem der Mullah seine Empfehlung gegeben hatte, sprangen sie auf die Pferde und ritten wie wild fort. *Muss* jeder Unteroffizier auf seinem eigenen Pferd reiten? *Wie lautet* die Bedingung, die der reiche Mann gestellt hat? "Derjenige, dessen Pferd *zuletzt* bei der Oase ankommt, gewinnt den Preis." Also muss jeder versuchen, es so einzurichten, dass sein *eigenes Pferd* *zuletzt* ankommt. Was hat der Mullah empfohlen? Tauscht die Pferde! Denn wenn Unteroffizier A auf dem Pferd von B reitet und Unteroffizier B auf dem Pferd von A, dann muss jeder versuchen, das Pferd, auf welchem er reitet, zuerst zur Oase zu bringen, so dass sein eigenes Pferd *zuletzt* ankommt.

Noch eine andere Knacknuss soll den Umstrukturierungsprozess beleuchten. Lise durchstöbert eines Tages das Dachgeschoss im Hause ihrer Tante und findet in einem Koffer die Teile einer goldenen Kette. Es sind fünf Teile. Jeder Teil besteht aus drei Ringen. Die Ringe sehen schön aus, und Lise meint, es würde sich lohnen, die Kette zu flicken, also die fünfzehn Ringe zu einem Band (nicht zu einem Kreis) zusammenzuhängen. Sie bringt die fünf Teile zum Juwelier. Dieser behauptet, dass es für ihn nicht schwierig sei, die Kette zu flicken. Er verlange drei Franken, um einen Ring aufzubrechen und wieder zu löten. Lise solle sich morgen nachmittag wieder bei ihm melden. Im ganzen werde die Reparatur neun Franken kosten. Sobald Lise die Ladentüre hinter sich geschlossen hat, bleibt sie stehen. Neun Franken? Nein, das kann nicht stimmen. Es muss doch zwölf Franken kosten. Der Kunsthandwerker muss den letzten Ring der ersten Dreiergruppe öffnen, ihn durch den ersten Ring der zweiten Dreiergruppe ziehen und ihn wieder zusammenlöten. Dann muss er den letzten Ring der zweiten Gruppe öffnen und ihn löten, nachdem er ihn durch den ersten Ring der dritten Gruppe gezogen hat. Dann muss er den letzten Ring der dritten Gruppe auf- und zumachen bzw. mit dem ersten Ring der vierten Gruppe verbinden. Das Gleiche gilt für den letzten Ring der vierten Dreiergruppe, welchen er mit dem ersten Ring der fünften Gruppe verbinden muss.

Also muss er doch vier Ringe aufbrechen und wieder zusammenlöten. Lise geht zurück in das Juweliergeschäft und fragt, ob der Händler nicht einen Fehler gemacht habe. Neun Franken soll es kosten? Stimmt das? Es muss doch zwölf Franken kosten, denn vier Ringe müssen bearbeitet werden. Der Geschäftsmann schmunzelt und behauptet, dass neun Franken genügen. Er kann die Teile aneinanderhängen, wenn er nur drei Ringe öffnet und wieder zulötet. Wie ist das möglich?



Auch dieses Problem bedarf der Umstrukturierung, um es zu lösen. Ursprünglich sind es fünf gleiche Teile, die zusammengefügt werden sollen. Bei jedem Teil, ausser beim letzten, muss ein Ring geöffnet, durch den Anfangsring des nächsten Teils gezogen und wieder zusammengelötet werden. Also ist es nötig, vier Ringen zu bearbeiten. Bei dieser Auffassung werden alle fünf Teile zu je drei Ringen als gleichwertig betrachtet. Vielleicht hat der Juwelier eine andere Sichtweise. Wird die Situation nämlich umstrukturiert, so gibt es nur vier Teile, die verbunden werden müssen, und eine Dreiergruppe, die Verbindungsstücke liefert. Nun sieht die Sache anders aus. Die drei Ringe der fünften Gruppe werden geöffnet. Der erste Ring wird zum Verbinden der ersten beiden Dreiergruppen verwendet. Mit dem zweiten Ring werden die Teile zwei und drei zusammengelötet und mit dem dritten die Teile drei und vier. Es müssen tatsächlich nur drei Ringe aufgebrochen und wieder zusammengelötet werden. Der Handwerker kann das Problem lösen, indem er nur drei Ringe bearbeitet. Eine Umstrukturierung führt hier zu einer einsichtsvollen klugen Lösung.

Die Mathematik bietet zahllose Beispiele des allmählichen Verstehens. Als nächstes referiere ich ein rein arithmetisches Problem (aus Duncker, 1935).

Es ist wahr, dass jede Zahl der Form  $abcabc$ , zum Beispiel  $861'861$  oder  $493'493$  oder  $257,257$ , ohne Rest durch 13 teilbar ist. Die Aufgabe ist, dies zu beweisen. Aber wie ist diese Aufgabe zu lösen? Zuerst könnten Sie versuchen nachzuprüfen, ob die Behauptung wirklich stimmt. Nach verschiedenen arithmetischen Berechnungen scheint es klar, dass sie tatsächlich wahr ist. Aber wie kann *bewiesen* werden, dass jede Zahl der Form,  $abcabc$ , in welcher die drei zweiten Ziffern dieselben sind wie die drei ersten, immer und notwendigerweise ohne Rest durch 13 teilbar ist? Zuerst mag Ihnen das Problem undurchsichtig und unverständlich scheinen. Sie verstehen nicht, wie sie es anpacken könnten.

Nun, die Frage kann anders gestellt werden: Die Zahl 13 ist ein Faktor jeder Zahl der Form  $abcabc$ . Hilft das? Noch nicht sehr viel. Aber welche sind denn die Faktoren von  $abcabc$ ? Wodurch kann eine solche Zahl ohne Rest geteilt

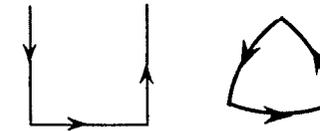
werden? Trivial ist, dass jede dieser Zahlen durch abcabc teilbar ist (Resultat: eins) und auch durch eins (Resultat: abcabc). Gibt es noch eine Zahl, die ein Faktor von abcabc ist? Wäre abc eine Möglichkeit? Multiplizieren wir abc mit 1001, so entsteht wieder abcabc. 906'906 ist durch 906 teilbar, denn 1001 mal 906 ist 906'906. 872'872 ist ebenso durch 872 teilbar, denn 872 mal 1001 ist gleich 872'872 usw. Nun, was haben wir gelernt? Jede Zahl der Form abcabc ist ohne Rest durch abc und durch 1001 teilbar. Wenn 1001 durch 13 ohne Rest teilbar wäre, wäre die Aufgabe gelöst! Versuchen wir es einmal! Dividieren wir 1001 durch 13! Wie lautet das Resultat? 13 mal 7 ist gleich 91. Also ist 91 der zweite Teiler. 7 mal 13 ist wieder 91. Folglich ist 13 mal 77 1001, die Zielzahl. Der Beweis besteht also darin, dass die Zahl 1001, die ein Faktor von abcabc ist, 13 als Teiler hat. Wenn jede Zahl der Form abcabc ohne Rest durch 1001 teilbar ist, und 1001 ohne Rest durch 13 teilbar ist, dann muss jede Zahl der Form abcabc auch durch 13 teilbar sein.

Haben Sie diesen Beweis begriffen, wirklich verstanden, so erkennen sie sofort, dass jede Zahl der Form abcabc auch durch 7 teilbar ist. 13 mal 77 ist 1001, und 7 ist ein Faktor von 77. Zudem sind alle Zahlen der Form abcabc auch durch 11 teilbar, weil 7 mal 11 77 gibt, und wir wissen, dass 77 ein Faktor von 1001 und somit von abcabc ist.

Aber nun genug von abcabc, 13, 7, 11 usw. Als nächstes stellen Sie sich vor, Sie seien Lokomotivführer. Sie fahren mit ihrem Personenzug in den Ausgangsbahnhof und holen dort 25 Passagiere ab. Am nächsten Bahnhof steigen 5 Fahrgäste aus und 10 ein. An der nächsten Station steigen 10 aus und 5 ein. Am nächsten Bahnhof verlässt niemand den Zug, aber 10 Personen steigen ein. An der nächsten Haltestelle steigen 20 Personen aus und 10 steigen ein. An wie vielen Bahnhöfen hat der Zug gehalten? Die Einstellung gegenüber dem Sachverhalt in diesem Problem ist meistens so, dass die Zuhörer keine Ahnung haben, wie viele Stationen es gewesen sind. Sie haben versucht auszurechnen, wie viele Fahrgäste sich am Schluss noch im Zug befinden. Also, der Zug hat an fünf Stationen gehalten, und am Schluss sind 25 im Zug. Wir können auch die folgenden Fragen stellen: Wie viele Fahrgäste sind im ganzen ausgestiegen? (35) Wie viele Passagiere sind im ganzen transportiert worden? (60) Wir können schliesslich fragen: "Wie alt ist der Lokomotivführer?" Für die meisten, die diesem Problem zum ersten Mal begegnen, klingt diese Frage erstaunlich, unglaublich und unbegreiflich. Wie sollen sie das wissen? Was hat das mit dem Gegebenen zu tun? Die Frage scheint töricht zu sein. Aus dem Berichteten geht das bestimmt nicht hervor. Das Alter des Lokomotivführers hat doch nichts mit der Sachlage zu tun. Wie aber hat der Einführungssatz gelaute? "Nehmen wir an, Sie seien Lokomotivführer." Noch einmal: "Nehmen wir an, Sie seien Lokomotivführer." Wenn Sie der Lokomotivführer sind, so ist natürlich Ihr Alter das Alter des Lokomotivführers.

Die folgende Aufgabe stammt aus der sphärischen Geometrie. Ein Jäger mit einem Gewehr sah in geringer Entfernung einen Bären. Er schoss, traf aber nicht. Erschrocken, aber unverletzt, lief der Bär weg. Der Jäger ging genau einen Kilometer nach Süden, dann einen Kilometer nach Osten, dann einen Kilometer nach Norden und befand sich wieder genau an der Stelle, an der er

gewesen war, als er versucht hatte, denen Bären zu erlegen. Welche Farbe hatte das Fell des Bären?



Viele, die diese Geschichte zum ersten Mal hören, zerbrechen sich den Kopf. Was hat die Farbe des Bären mit dem Gegebenen zu tun? Sie haben weder die geringste Idee, was Sie mit dem Problem anfangen sollen, noch wie es zu lösen ist. Was hat die Wanderung des Jägers mit der Farbe des Bären zu tun? Das ist natürlich genau die Frage, die es zu beantworten gilt. Nun, was war bemerkenswert an der Wanderung des Jägers? Er ging, erinnern wir uns, einen Kilometer nach Süden, dann einen Kilometer nach Osten, dann einen Kilometer nach Norden und stand wieder genau dort, wo er mit seiner Wanderung angefangen hatte. Wo auf der Erde, können wir einen Kilometer nach Süden, dann einen nach Osten, dann einen nach Norden gehen und wieder genau an dieselben Stelle kommen, von der wir ausgegangen sind? Am Nordpol. Von dort wandern wir einen Kilometer in eine beliebige Richtung, denn alle Wege führen nach Süden, drehen uns nach links und gehen einen Kilometer weiter, biegen nochmals nach links ab und gehen einen Kilometer direkt nach Norden, und wir befinden uns wieder am Nordpol. Was können wir daraus schliessen? Der Jäger war am Nordpol, als er versuchte, den Bären zu erlegen. Was bedeutet das aber für die Farbe des Bären? Am Nordpol leben Eisbären, und die haben ein weisses Fell.

Manche von Ihnen haben dieses Rätsel bestimmt schon gekannt. Ich bitte diese um Entschuldigung für die Wiederholung. Nun folgt eine weitere Frage. An welcher Stelle ausser am Nordpol, kann ich auf der Erdoberfläche genau einen Kilometer nach Süden, dann einen Kilometer nach Osten und schliesslich einen Kilometer nach Norden gehen und mich wieder an präzis derselben Stelle befinden, von der ich ausgegangen bin? Sogar für Menschen, die die Bärengeschichte kennen, ist dieses Problem neu. Gibt es denn noch eine solche Stelle? Ich versichere Ihnen, dass es eine gibt. Es gibt sogar nicht nur eine solche Stelle, sondern eine Serie von geometrischen Oertern, die präzis spezifiziert werden können.

Wie häufig bei solchen Verstehens- oder Einsichtsproblemen, haben auch hier die meisten Leute zuerst keine Ahnung, wie sie das Problem anpacken könnten. Aber stellen Sie sich vor, Sie seien Kapitän eines Raumschiffes und könnten beliebig über die Erde schweben und alles genau erforschen.

Manche von Ihnen würden sich zuerst die Gebirgsketten ansehen. Hilft das? Könnten Sie dort nach der beschriebenen Wanderung wieder an dieselbe Stelle kommen? Wäre dies zum Beispiel auf dem Matterhorn möglich? Leider nicht. Wo könnten Sie sonst noch versuchen? Am Äquator? Schauen wir uns das einmal an. Einen Kilometer nach Süden, einen nach Osten, dann einen nach Norden, und wir kommen tatsächlich wieder am Äquator an - aber leider genau einen Kilometer östlich vom Ausgangspunkt. Das hilft also nicht. Ich schlage vor, dass Sie ihr Raumschiff in die Gegend des Südpols fliegen lassen. Erforschen wir einmal die dortige Situation. Fangen wir einmal am Südpol an. Wir gehen einen Kilometer nach Süden, dann, halt, nein, das geht doch nicht. Wir können vom Südpol aus nicht nach Süden wandern und auf der Erde bleiben. Alle Wege vom Südpol aus führen nach Norden! Aber bleiben wir doch in der Gegend des Südpols, und untersuchen wir die Möglichkeiten etwas ausführlicher. Als Wink könnte helfen, dass sphärische Dreiecke anders aussehen können als Dreiecke in der Ebene. Das haben wir schon beim Dreieck am Nordpol gesehen. Es bestand aus drei rechten Winkeln, hatte also eine Winkelsumme von 270 statt von 180 Grad. Wo in der Nähe des Südpols können wir einen Kilometer nach Süden, dann einen nach Osten, dann einen nach Norden gehen und kommen wieder genau an unseren Ausgangspunkt? Wie ich schon früher andeutet habe, ist die gesuchte Stelle nicht nur ein Punkt, sondern eine Ortskurve, die aus unendlich vielen Punkten besteht. Ich hoffe, ich verwirre Sie nicht, wenn ich auch noch hinzufüge, dass dieser Lokus einen Kreis bildet, und dass es nicht nur *einen* solchen Kreis gibt, von dem aus wir die beschriebene Wanderung mit Erfolg machen kann, sondern viele, streng genommen sogar unendlich viele. Wie können wir diesen Kreis oder diese Kreise beschreiben, beziehungsweise finden?

Beginnen wir irgendwo an einem Kreis, der genau einen Kilometer nördlich vom Südpol liegt. Wandern wir von hier aus einen Kilometer nach Süden, sind wir am Südpol. Dann wandern wir einen Kilometer nach Osten. Nein, das geht nicht. Alle Richtungen vom Südpol weg führen ja nach Norden. Beginnen wir unsere Wanderung *etwas* weiter nördlich. Was passiert jetzt? Wir kommen nach dem ersten Kilometer nach Süden etwas nördlich vom Südpol an. Also drehen wir uns nach links und gehen etwas nördlich vom Südpol in einem Kreis nach Osten, vielleicht mehrmals um den Südpol herum. Nachdem wir einem Kilometer in östliche Richtung gewandert sind, wenden wir uns noch einmal nach links und wandern einen Kilometer nach Norden. Wo kommen wir an? Notwendigerweise an derselben Stelle, von der wir ausgegangen sind? Nein! Aber wir sind doch wieder genau so weit nördlich vom Südpol am Ausgangspunkt. Hilft das? Könnte das zu einer Lösung führen? Falls die Wanderung nach Osten genau einen Kilometer lang ist, und wir am Ende wieder genau an derselben Stelle ankommen, an der wir unsere Wanderung nach Osten begonnen haben, dann wäre der Endpunkt der Wanderung nach Süden genau dieselbe Stelle wie der Anfangspunkt der Strecke nach Norden, und der Weg nach Norden stimmt genau mit dem Weg nach Süden überein! Unter diesen Umständen kommen wir nach der Wanderung nach Süden, nach Osten und nach Norden wieder genau an die Anfangsstelle! Irgendwo, genau einen Kilometer nördlich von einem Kreis, mit dem Südpol im Zentrum, der einen Umfang von genau einem Kilometer hat, können wir starten, und wir kommen wieder an die Stelle

zurück, von der wir ausgegangen sind. Aber der kritische Kreis nach Osten, der nördlich vom Südpol liegt und den Südpol zum Mittelpunkt hat, muss nicht unbedingt genau einen Umfang von einem Kilometer haben. Er kann zum Beispiel auch einen halben Kilometer Umfang haben. Dann wandern wir von einem Ausgangskreis einen Kilometer nach Süden, erreichen den Zielkreis mit dem halben Kilometer Umfang, gehen zweimal nach Osten, dem Kreis entlang (zweimal, weil der Kreis nur einen Umfang von einem halben Kilometer hat, und wir deswegen für einen ganzen Kilometer zweimal den Kreisumfang ablaufen müssen), wenden uns wieder nach Norden und gehen den einen Kilometer zurück zum Ausgangspunkt. Es gibt weitere ähnliche Möglichkeiten. Die Wanderung wird immer gelingen, solange die Ostroute einen Kreis bildet, dessen Umfang die kritische Länge von einem Kilometer oder einen perfektes Bruchteil von einem Kilometer misst, ein Fünftel oder ein Zwanzigstel beispielsweise. Im letzten Fall geht man zwanzigmal dem Kreis entlang, um einen Kilometer nach Osten zu wandern. Diese sphärischen Dreiecke sehen zwar nicht wie Dreiecke in der Ebene aus, aber sie erfüllen die Bedingungen des Problems.

Für diejenigen, die meinem Versuch folgten, die Denkvorgänge beim Lösen dieses Rätsels ausführlich darzustellen, war diese Aufgabe hoffentlich genussreich. Als ich diesem Problem zum ersten Mal begegnete, quälte es mich stundenlang. Als mir die Lösung endlich gelang, war die Einsicht eine Quelle grosser Freude. Einsicht macht Spass! Als ich den Sachverhalt einmal wirklich verstanden hatte, waren das Problem und seine Lösung einfach schön, elegant und befriedigend.

Ich hoffe, diese Beispiele haben geholfen, die gestaltpsychologische Haltung gegenüber dem Verstehen und dem Verstehenlernen deutlich zu machen. Das Ziel des Lernens ist Verstehen, ist die Einsicht in die wichtigsten strukturellen Züge eines Sachverhaltes oder Problemgebietes. Reines, blosses Auswendiglernen ist nur ein Zerrbild, eine Karikatur des echten Lernens. Das echte Lernen ist Verstehenlernen.

Die moderne kognitive Psychologie hat ebenfalls Versuche durchgeführt, um das Verstehenlernen zu erfassen. So behauptet zum Beispiel der Nobelpreisträger Herbert Simon, dass Computer das Verstehen simulieren können. Ich hingegen bin der Auffassung (1985), dass kein Computer je im echten Sinne etwas verstanden hat. Natika Newton (1988) meint, dass eine Maschine wenigstens "nein" verstehen könne. Aber sehr viel ist das bestimmt noch nicht. Ericsson und Simon folgen in ihrem Buch über die Protokollanalyse (1984) der Tradition der Gestaltpsychologen und beschreiben Möglichkeiten, die Problemlöseprozesse von Versuchspersonen mittels Lautdenkprotokollen klar zu erfassen. Vielleicht können solche Bemühungen zu weiteren Einsichten in das Verstehenlernen führen. Ein Anfang ist jedenfalls gemacht.

Die Gestaltpsychologen haben wiederholt betont, dass Lernende so lernen sollten, dass echtes Verstehen resultiert. Aber wie Lehrer *lehren* sollen, um "Lernen mit Einsicht" zu erzielen, darüber haben sie nicht viel geschrieben. Welches sind die Prinzipien von solchem Lehren? Wie können Lehrer Lernen

so initiieren, dass "Lernen mit Einsicht" resultiert?

Die neuere kognitive Psychologie, die sich mit Repräsentationen befasst, schlägt vor, dass Lehrer zuerst eine Idee davon entwickeln müssen, wie ein Problembereich für die Lernenden ursprünglich aussieht. Lehrer müssen auch eine gute Vorstellung davon haben, wie ein Problembereich am produktivsten gestaltet werden kann. Die Aufgabe der Lehrer liegt darin, herauszufinden, wie die Problemvorstellung eines Lernenden am wirkungsvollsten in die ideale Problemvorstellung umgewandelt werden kann. Bedeutet das, dass jeder gute Unterricht notwendigerweise individuell sein muss? Und wie sollen die Lehrer die ursprüngliche, inhaltspezifische Vorstellung eines Lernenden erfassen? Wie können die Lehrer den Lernenden die erwünschte Vorstellung eines Inhaltes beibringen? Wie können die Lehrer die besten Transformationsprinzipien finden oder erfinden?

Ueber solche Fragen hat die klassische Gestaltpsychologie geschwiegen. Aber hoffentlich wird dieses Symposium sie ansprechen. Die Gestaltpsychologie hat viel über Verstehenlernen gesagt. Ich hoffe, dass dieses Symposium viel über Verstehenlehren sagen wird. Ich danke Ihnen, für Ihre Aufmerksamkeit.

#### Literatur

DUNCKER, K. (1935). *Zur Psychologie des produktiven Denkens*. Berlin: Springer.  
ERICSSON, K.A. AND SIMON, H.A. (1984). *Protocol analysis: Verbal reports as data*. Cambridge, MA: Bradford Books/MIT Press.  
FROST, R. (1949). *The complete poems of Robert Frost*. New York: Holt, Rinehart & Winston.  
JAMES, W. (1890). *Principles of psychology*. 2 Bde. New York: Henry Holt.  
KATONA, G. (1940). *Organizing and memorizing: Studies in the psychology of learning and teaching*. New York: Columbia University Press.  
KÖHLER, W. (1971). *Intelligenzprüfungen an Menschenaffen*. Berlin: Springer.  
NEWTON, N. (1988). Machine understanding and the Chinese room. *Philosophical Psychology*, 1, 207-215.  
OSGOOD, C.E. (1953). *Method and theory in experimental psychology*. New York: Oxford University Press.  
RUBIN, E. (1915). *Synsoplevede figurer*. Kopenhagen: Gyldendalska.  
WERTHEIMER, M. (1945). *Productive thinking*. New York: Harper and Row.  
WERTHEIMER, M. (1985). A Gestalt perspective on Computer simulations of cognitive processes. *Computer in Human Behavior*, 1, 19-33.

## SCHWERPUNKT "VERSTEHEN LEHREN"

Editorial	Kurt Reusser, Hans Kuster, Peter Füglistner, Fritz Schoch	124
Eröffnungs- adresse	Nationalrätin Dr. Gret Haller Ansprache zur Eröffnung des Symposiums "Verstehen lehren"	128
Einleitung ins Thema	Kurt Reusser Verstehen lehren: Verstehen als psychologi- scher Prozess und als didaktische Aufgabe	131
	Michael Wertheimer Verstehen lehren aus gestältpsychologischer Sicht	149
Arbeitsgruppe Lernen lernen	Einführung: Werner Meier Lernen lernen und das eigene Lernen verstehen	161
	Erwin Beck Eigenständiges Lernen - eine Herausforderung für Schule und Lehrerbildung	169
	Fredi P. Büchel Wie weit lässt sich Lernfähigkeit fördern?	179
Arbeitsgruppe Verstehen wollen	Einführung: Helmut Messner Verstehen wollen: Soziale, emotionale und motivationale Faktoren beim Verstehen	189
	Urs Aeschbacher "Reziprokes Lehren". Eine amerikanische Un- terrichtsmethode zur Verbesserung des Textverstehens	194
	Bernd Weidenmann Der vorzeitige Verstehensabbruch - ein Motivationsproblem?	205
	Erno Lehtinen Verstehen lehren als Verändern von Lern- und Bewältigungsstrategien	213
Arbeitsgruppe math.- natur- wiss. Unter- richt	Einführung: Peter Labudde Verstehen im mathematisch-naturwissenschaft- lichen Unterricht	219
	Erich Christian Wittmann Mathematiklernen zwischen Skylla und Charybdis	227