

Meyerhöfer, Wolfram

Zweizehneins, Zwanzigeins, Einundzwanzig. Skizze einer stellenwertlogisch konsistenten Konstruktion der Zahlwörter im Deutschen

Pädagogische Korrespondenz (2015) 52, S. [21]-41



Quellenangabe/ Reference:

Meyerhöfer, Wolfram: Zweizehneins, Zwanzigeins, Einundzwanzig. Skizze einer stellenwertlogisch konsistenten Konstruktion der Zahlwörter im Deutschen - In: *Pädagogische Korrespondenz* (2015) 52, S. [21]-41 - URN: urn:nbn:de:0111-pedocs-148639 - DOI: 10.25656/01:14863

<https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0111-pedocs-148639>

<https://doi.org/10.25656/01:14863>

in Kooperation mit / in cooperation with:



Nutzungsbedingungen

Gewährt wird ein nicht exklusives, nicht übertragbares, persönliches und beschränktes Recht auf Nutzung dieses Dokuments. Dieses Dokument ist ausschließlich für den persönlichen, nicht-kommerziellen Gebrauch bestimmt. Die Nutzung stellt keine Übertragung des Eigentumsrechts an diesem Dokument dar und gilt vorbehaltlich der folgenden Einschränkungen: Auf sämtlichen Kopien dieses Dokuments müssen alle Urheberrechtshinweise und sonstigen Hinweise auf gesetzlichen Schutz beibehalten werden. Sie dürfen dieses Dokument nicht in irgendeiner Weise abändern, noch dürfen Sie dieses Dokument für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, aufführen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Mit der Verwendung dieses Dokuments erkennen Sie die Nutzungsbedingungen an.

Terms of use

We grant a non-exclusive, non-transferable, individual and limited right to using this document.

This document is solely intended for your personal, non-commercial use. Use of this document does not include any transfer of property rights and it is conditional to the following limitations: All of the copies of this documents must retain all copyright information and other information regarding legal protection. You are not allowed to alter this document in any way, to copy it for public or commercial purposes, to exhibit the document in public, to perform, distribute or otherwise use the document in public.

By using this particular document, you accept the above-stated conditions of use.

Kontakt / Contact:

peDOCS
DIPF | Leibniz-Institut für Bildungsforschung und Bildungsinformation
Informationszentrum (IZ) Bildung
E-Mail: pedocs@dipf.de
Internet: www.pedocs.de

Mitglied der


Leibniz-Gemeinschaft

INSTITUT FÜR PÄDAGOGIK UND GESELLSCHAFT

PÄDAGOGISCHE KORRESPONDENZ

HEFT 52

HERBST 2015

*Zeitschrift für
Kritische Zeitdiagnostik
in Pädagogik und
Gesellschaft*

BUDRICH UNIPRESS OPLADEN & TORONTO

Die Zeitschrift wird herausgegeben vom
Institut für Pädagogik und Gesellschaft e.V. Münster,
im Verlag Budrich UniPress, Leverkusen

Redaktionsadresse ist:

Institut für Pädagogik und Gesellschaft e.V.
Windmühlstraße 5, 60329 Frankfurt am Main

Redaktion:

Peter Euler (Darmstadt)
Andreas Gruschka (Frankfurt/Main)
Bernd Hackl (Graz)
Andrea Liesner (Hamburg)
Andreas Wernet (Hannover)
Antonio Zuin (São Carlos)

Schriftleitung

Harald Bierbaum (Darmstadt)
Karl-Heinz Dammer (Heidelberg)
Sieglinde Jornitz (Flensburg)
Marion Pollmanns (Frankfurt/Main)

Manuskripte werden als Word-Datei an Sieglinde Jornitz (jornitz@dipf.de)
oder Marion Pollmanns (m.pollmanns@em.uni-frankfurt.de) erbeten und
durchlaufen ein Begutachtungsverfahren.

Abonnements und Einzelbestellungen:

Institut für Pädagogik und Gesellschaft e.V.
Windmühlstraße 5, 60329 Frankfurt am Main
Der Jahresbezugspreis der *Pädagogischen Korrespondenz*
beträgt im Inland für zwei Ausgaben 23,- EURO zzgl. 4,- EURO Versand.
Das Einzelheft kostet im Inland 12,50 EURO zzgl. 2,50 EURO Versand.
Bezugspreise Ausland jeweils zzgl. gewünschtem Versandweg.
Kündigungsfrist: schriftlich, drei Monate zum Jahresende.

Copyright:

© 2015 für alle Beiträge soweit nicht anders vermerkt sowie für
den Titel beim Institut für Pädagogik und Gesellschaft, Münster.
Originalausgabe. Alle Rechte vorbehalten.
ISSN 0933-6389

Buchhandelsvertrieb:

Institut für Pädagogik und Gesellschaft e.V.

Satz & Layout: Susanne Albrecht, Leverkusen

Anzeigen und Gesamtherstellung:

Verlag Budrich UniPress Ltd., Stauffenbergstr. 7, D-51379 Leverkusen
ph +49 (0)2171 344694 • fx +49 (0)2171 344693
www.budrich-unipress.de

- 5 **AUS WISSENSCHAFT UND FORSCHUNG**
Iwan Pasuchin
Für wen ist Eintrichtern besser?
Klassistische Verlagerung eines pädagogischen Grundkonfliktes
im Rahmen des Heterogenitätsansatzes
- 21 **DER REFORMVORSCHLAG**
Wolfram Meyerhöfer
Zweizehneins, Zwanzigeins, Einundzwanzig.
Skizze einer stellenwertlogisch konsistenten Konstruktion
der Zahlwörter im Deutschen
- 42 **AUS DEN MEDIEN I**
Ralf Lankau
Das Lernen verlernen? Digitale Medien und Unterricht
- 59 **ERZIEHUNG NEU**
Sieglinde Jornitz/Marion Pollmanns
„Schnell, breit, nach vorne“ – Schnelllese-Trainings
als Meise unterm Uni-Pony
- 77 **AUS DEN MEDIEN II**
Raphael Kofmann
Avatar – Aufbruch nach Pandora oder: In den Fängen des Guten
- 92 **DOKUMENTATION**
Bildungsforschung „Je religiöser, desto weniger gebildet“.
Interview aus der Zeit
- 96 **NACHTRAG**
Karl-Heinz Dammer
Die Fallstricke der Parodie

Wolfram Meyerhöfer

Zweizehneins, Zwanzigeins, Einundzwanzig.

Skizze einer stellenwertlogisch konsistenten Konstruktion
der Zahlwörter im Deutschen¹

Der hier vorgelegte Text analysiert in den Abschnitten I bis III ein Sprachproblem, das Problem der Benennung der Zahlen im Deutschen.

In Abschnitt IV wird das Zahlbenennungssystem „Zwanzigeins“ dargestellt, mit welchem die Inkonsistenzen bearbeitet werden sollen. In Abschnitt V konstruiere ich dann ein Zahlbenennungssystem, das weitestmöglich konsistent ist. Prämisse ist dabei die mathematische Idee, dass Zahlen dazu da sind, Anzahlen zu beschreiben, und zwar in einer Weise, dass die Chiffrierung der Anzahl in eine Zahl und die Dechiffrierung der Zahl in Bezug auf die mit der Zahl beschriebene Menge möglichst leicht erfolgen kann. Dies ist dann möglich, wenn die Zahldarstellung in Symbolform und die Zahlendarstellung in Wortform strukturell gleich erfolgen. Da die symbolische arabisch-indische Zahlendarstellung stimmig und vorausgesetzt ist, gilt es, ein Benennungssystem zu schaffen, das diese Struktur abbildet. Die Zahlwörter sollen dabei aus nicht mehr Silben bestehen als bislang.

In Abschnitt VI werden einige Ausblicke gegeben, inwiefern ein anderer Sprachgebrauch die aufgezeigten sprachpraktischen und didaktischen Probleme bearbeiten könnte.

Mein Vorschlag ist zunächst noch kein Plädoyer, sondern will einen Konstruktions- oder Theorieüberschuss schaffen, der es der Sprachgemeinschaft möglich macht, die Sinnhaftigkeit einer Veränderung der Zahlbenennung stimmiger zu diskutieren als mit den bislang vorliegenden Vorschlägen.

I

Inkonsistenzen der bisherigen Zahlbenennung im Deutschen

Hartmann & Meyerhöfer (2014) versammeln in ihrem Grundbildungs-Curriculum „Rechnen Stufe 2“ die Inkonsistenzen der Zahlbenennung im Deutschen:

¹ Der Beitrag ist eine Erweiterung und Überarbeitung des in einer Festschrift erschienenen Artikels (Meyerhöfer 2014).

„Die Zahlwörter von zehn bis 19

- Nur bei den Zahlwörtern von 13 bis 19 und bei der zehn selbst wird der Zehneranteil explizit benannt. Dabei stimmt die Leserichtung aber nicht mit der üblichen Schreib- und Leserichtung überein. Man spricht ‚vier-zehn‘ schreibt aber *eins-vier*: 14.
- Die Zahlwörter ‚elf‘ und ‚zwölf‘ haben zwar dem sprachhistorischen Ursprung nach eine Bedeutung, die sich auf den Zehner bezieht, diese Bedeutung wird aber im heutigen Sprachgebrauch nicht mehr deutlich. Das Zahlwort ‚elf‘ stammt vom althochdeutschen ‚einlif‘ ab und bedeutet in etwa ‚eins darüber‘ im Sinne von einem Zehner und eins. Analog dazu hatte ‚zwelif‘ die Bedeutung ‚zwei darüber‘, also ein Zehner und zwei (vgl. KLUGE & SEEBOLD 2002 S. 163 bzw. S. 898). Daher erscheinen uns die Bezeichnungen ‚elf‘ und ‚zwölf‘ willkürlich gewählt und geben keinen Hinweis auf ihre Bedeutung als ‚ein Zehner und eins‘ bzw. ‚ein Zehner und zwei‘.

Die Zahlwörter von 20 bis 99

- Im Gegensatz zu den Zahlen von 13 bis 19 wird der Zehneranteil bei den weiteren zweistelligen Zahlen nicht explizit benannt. Stattdessen wird das Suffix ‚-zig‘ bzw. ‚-ßig‘ angehängt, um die Bedeutung als Zehneranteil anzuzeigen.
- Die Zahlwörter mancher Dekaden werden dabei unregelmäßig gebildet. Es heißt zwar zum Beispiel ‚vier-zig‘ aber nicht ‚zwei-zig‘ sondern ‚zwan-zig‘, nicht ‚sechs-zig‘ sondern ‚sech-zig‘ und nicht ‚sieben-zig‘ sondern ‚sieb-zig‘.
- Ähnlich wie bei den Zahlwörtern von 13 bis 19 ist auch bei den restlichen zweistelligen Zahlen die Leserichtung gegenüber der üblichen Lese- und Schreibrichtung vertauscht. Man spricht ‚drei-und-vierzig‘, schreibt aber *vier-drei*: 43.
- Manche der Zahlwörter von 13 bis 19 sind den entsprechenden Bezeichnungen der Dekaden phonologisch sehr ähnlich: Zum Beispiel ‚vier-zehn‘ und ‚vier-zig‘.“ (Hartmann & Meyerhöfer 2014, Kapitel 2.4)

II

Probleme, die sich aus den Inkonsistenzen der Zahlbenennung im Deutschen ergeben

Der Verein Zwanzigeins e.V. hat in seinem Buch „Zwanzigeins. Für die unverdrehte Zahlsprechweise“ (Gerritzen 2008a) die Folgen der Inkonsistenzen der deutschen Zahlbenennung bereits recht gut erschlossen. Der treffende Untertitel des Buches lautet „Fakten, Argumente, Meinungen“: Es werden in eher unsystematischer Weise vielfältige Probleme und Lösungsansätze aufgezeigt. Auffällig ist, dass es in dem Buch und auch anderswo keine umfassende Erschließung zum Zusammenhang von Zahlsprechweise, Stellenwertverständnis und rechnerischen Fertigkeiten gibt. Dazu gibt es in diesem Text einige Andeutungen im nächsten Abschnitt.

Im Buch „Zwanzigeins“ werden einerseits empirische Studien rezipiert, die hier nur zum Teil weiter unten diskutiert werden. So wurde bereits das Auftreten von Zahlendrehern untersucht, ebenso werden mehrere Berichte gesammelt, nach denen solche Fehler durch eine punktuelle unterrichtliche Nutzung einer unverdrehten Zahlsprechweise vermindert werden. In Norwegen wurde 1951 die Zahlbenennung parlamentarisch (einstimmig) geändert und es liegen Daten zur veränderten Sprachpraxis vor. Es erweist sich, dass Personen

jene Sprechweise beibehalten, die in ihrer Schulzeit gelehrt wird – und dass es kulturell unproblematisch ist, dass über Jahrzehnte zwei Benennungssysteme parallel genutzt werden (vgl. die Beiträge Vannebo 2008 und Voigt 2008).

Andererseits werden die Veränderung der Zahlbenennung im englischen Sprachraum und das Scheitern der Veränderung der Zahlbenennung im Deutschen im Zuge der Ablösung der römischen Zahlen durch die arabisch-indischen Zahlen aufgezeigt (vgl. die Kapitel 1 und 3 in Gerritzen 2008a). Ebenso gibt es aber aufschlussreiche Berichte von Einwanderern, die sich durch den deutschen Benennungswirrwarr kämpfen müssen (vgl. ebd. die Kapitel 4 und 5). Das Problem der volkswirtschaftlichen Schäden durch Zahlendreher wird aufgeworfen, lässt sich aber naturgemäß nur schwierig quantitativ greifen (vgl. ebd. z.B. den Beitrag Löblein 2008).

Auch jedem Lehrer und jedem Rechentherapeuten sind die Probleme von invertierten Sprech- bzw. Schreibweisen von zwei- bzw. mehrstelligen Zahlen geläufig: Es gibt Schüler, die 54 und 45 nicht (systematisch) unterscheiden, eine Anbindung an die mit der Zahl bezeichnete Menge findet nicht statt. Nach meinem Eindruck gehört diese Inversion zum Lernprozess eines jeden Kindes, weil es eben mindestens zwei Möglichkeiten gibt, das Symbol 54 zu deuten: Als 5 Zehner und 4 Einer oder als 4 Zehner und 5 Einer. Es ist reine Konvention, dass wir die Zehner links von den Einern und nicht umgekehrt schreiben. Es gibt Menschen, die sich diese Konvention auf dem Wege der herkömmlichen Beschulung nicht aneignen.

Manche „Rechenschwäche“-Theorien halten eine „Links-Rechts-Schwäche“ für die Ursache dieses Phänomens, freilich ohne zu klären, warum nur etwa die Hälfte der sogenannten Rechenschwachen Probleme mit der Unterscheidung von rechts und links haben – diesen Anteil gibt Wilhelm Schipper als empirisch fundierte Schätzung an (Schipper 2005, S. 21). Die Annahme einer Links-Rechts-Schwäche als *Ursache* für Inversionen wird dabei kaum einleuchtend begründet. Andere Ansätze gehen deshalb davon aus, dass die Inversionsfehler lediglich auf dem Nichtverstehen der Konstruktionsweise des Stellenwertsystems beruhen.

Hartmut Spiegel und Christoph Selter (2003, S. 12) haben in ihrem Buch „Kinder und Mathematik“ vielfältige mathematische Eigenkonstruktionen – auch zur Zahlbenennung – aufgezeigt, beispielhaft werden folgende Zahlbezeichnungen beschrieben:

10 Einszig
10 Nullzehn,
12 Zehnzwei
12 Zweizehn
20 Zweizig
86 Achtundsechzig
110 Elfzig
110 Zehnhundert
125 Fünfundzwanzighundert.

Man erkennt unschwer, dass die Kinder lediglich konsequent die Vielfalt aufnehmen und systematisiert fortsetzen, die die deutsche Sprache für Zahlbezeichnungen zur Verfügung stellt:

Sechzig, Vierzig, Zwanzig, also wären auch Einszig oder Einzig und Zweizig und Elfzig sinnvolle Bezeichnungen.

Dreizehn, Vierzehn, Achtzehn, also wären auch Nullzehn oder Keinzehn und Zweizehn sinnvolle Bezeichnungen.

Die Zahl Zehnwei (12) folgt konsequent der Logik ZehnerEiner, die vom Verein „Zwanzigeins“ (siehe unten) vorgeschlagen wird. Genau die umgekehrte Wahl der Reihenfolge wird bei Zehnhundert (110) und Fünfundzwanzighundert (125) getroffen.

Wir können dieses konsequent logische Vorgehen der Kinder (negativ würde man sagen: fehlerhafte Übergeneralisierung) leicht weiterführen: Unsere Sprache stellt uns das Zahlwort *Achtzehnhundert* für 1800 zur Verfügung, 18000 heißt dann *achtzehntausend*. Dementsprechend könnte 180 *Achtzehnzehn* oder *Achtzehnzehzig* heißen. Wenn die Zahl 71 als *Einundsiebzig* bezeichnet wird, dann kann 101 *Einund(ein)hundert* heißen, 107 hieße dann *Siebenund(ein)hundert*.

III

Zum Umgang mit den Problemen, die sich aus den Inkonsistenzen der Zahlbenennung im Deutschen ergeben: Explizieren der Inkonsistenzen und veränderte Zahlsprechweisen

Es ist ein gängiger didaktischer Hinweis, dass die Besonderheiten der Zahlbenennung im Deutschen im mathematischen Lernprozess explizit thematisiert werden müssen. Ein sinnhaftes Arbeitsblatt für den Schulgebrauch liefert zum Beispiel Michael Meyer (2012). Er lässt die Schülerinnen und Schüler die Zahlwortkonstruktionen im Deutschen, Dänischen, Französischen und Türkischen vergleichen. Dabei sticht das Türkische dadurch hervor, dass dort die Zahlen zwischen 10 und 20 konsequent nach dem Prinzip $10+x$ konstruiert sind, sie heißen also – wörtlich übersetzt – *zehneins*, *zehnwei* usw. bis *zehneun*. Die Auswahl der Sprachen bei Meyer ist insofern nicht umfassend kontrastierend, als keine Sprache dabei ist, die die Dezimalstruktur *konsequent expliziert*. Im Dänischen, Französischen und Türkischen werden die Zahlen 20, 30 usw. nicht als *zweizehn*, *dreizehn* usw. bezeichnet, sondern sie erhalten Zahlwörter, die den Bezug zur Zwei, zur Drei usw. sowie zur Zehn nur implizit enthalten – so wie im Deutschen, wo in „Zwanzig“ das „Zwan“ nur verschüttet auf die Zwei und „zig“ nur verschüttet auf die Zehn verweist.

Uy (2003) möchte das Stellenwertverständnis von Viertklässlern durch die Auseinandersetzung mit der *chinesischen* Zahlwortreihe stärken. Er arbeitet im Gegensatz zu Meyer nicht am Sprachbild, sondern am Schriftbild, also mit chi-

nesischen *Schriftzeichen*. (Der Ansatz birgt also das Problem, dass die Lehrkraft im allgemeinen keine Aussage über das Sprachbild machen kann.) Im chinesischen Schriftbild der Zahl wird jede Ziffer einer Zahl mit dem jeweiligen Dezimalwert gekoppelt. So wird 563 geschrieben als „fünf hundert sechs zehn drei“, dabei wird jedes der fünf auftretenden Zahlwörter mit einem chinesischen Schriftzeichen gekennzeichnet, konkret wird die Zahl 563 geschrieben als 五官大十三, wobei 五 das Schriftsymbol für fünf, 官 für hundert, 大 für sechs, 十 für zehn und 三 das Schriftsymbol für drei ist. Übersetzt man dies in die arabische Zahlschrift, so würde man die Zahl in der Form 5 100 6 10 3 schreiben. Uy lässt die Schüler neben der arabischen Zahl 563 die „erweiterte Form“ $500 + 60 + 3$ und die chinesische Schriftvariante 五官大十三 schreiben. So sollen sich die Lernenden darüber bewusst werden, dass jede Stelle einer Zahl eine bestimmte Zehnerereinheit vertritt. Zudem zeigen sich bei dieser Anforderung Fehlverständnisse des Stellenwertsystems, die im Unterricht Gesprächs- und Klärungsanlässe liefern.

Ich würde aber über Betrachtungen von Zahlbenennungen in anderen Sprachen hinausgehend dafür plädieren, auch die oben von Spiegel & Selter ausgehend dargestellten deutschsprachigen Sprechalternativen (vgl. Abschn. II) zu diskutieren, denn die mit solchen Diskussionen einhergehenden Kontrastierungen

- arbeiten die Konventionen und ihre Inkonsistenzen klarer heraus,
- signalisieren dem Lernenden, dass seine eventuell vorhandenen individuellen Konstruktionen nicht unlogisch sind, sondern dass die Sprachgemeinschaft sich lediglich für eine andere Konvention entschieden hat,
- schulen das Sprachverständnis und das Sprachbewusstsein.

Das alles ist besonders wichtig für Kinder aus wenig sprachsensiblen und aus fremdsprachigen Elternhäusern. Wir wissen allerdings empirisch wenig darüber, welche der vielfältigen Probleme, die durch die verdrehte Zahlsprechweise entstehen, durch ein Bewusstsein für diese Zahlbenennungsprobleme bereits gelöst werden. Hartmann (2010, S. 59) gibt ein erfolgversprechendes Lehr-Lern-Experiment von Fuson & Briars (1990) an, „bei dem die Kinder unter anderem dazu angehalten wurden, bei der Addition und Subtraktion mehrstelliger Zahlen stets eine enge Verbindung zwischen den geschriebenen und gesprochenen Zahlen und deren Darstellung durch Zehnersystemblöcke herzustellen.“ Da der Unterricht in Englisch abgehalten wurde, zielt die Intervention nicht auf eine verdrehte Sprechweise, sondern auf das bewusste Nutzen der Zehner-Einer-Struktur, die auch im Englischen verdeckt ist, weil „twenty“ nicht explizit als „zweizehn“ erkennbar ist. Hartmann verweist dabei allerdings auch darauf, dass

„GRAY ET AL. (2000) herausstellen, [dass] die Kinder in der Lage sein [müssen], sich ein Stück weit von den physischen Eigenschaften der Veranschaulichungsmittel zu distanzieren, um mit deren Hilfe ihre Zahl- und Operationsvorstellungen weiterentwickeln zu können. Für einige Kinder verbleibt der Umgang mit den Veranschaulichungsmitteln aber scheinbar selbst dann auf einer enaktiven Ebene, wenn die Kinder sich diese Veranschaulichungsmittel vorstellen und mit diesen vorgestellten Objekten operieren.“ (Hartmann 2010, S. 59)

Es geht also um Begriffsarbeit bzw. um *reflektiertes* Handeln.

Nun ist mit dem bisher Gesagten noch nicht gezeigt, dass eine Veränderung der Zahlbenennung im Deutschen die vorhandenen Probleme im Stellenwertverständnis und nachfolgend im Rechnen bearbeiten kann. Man trifft diese Behauptung sporadisch in der mathematikdidaktischen Literatur, zudem trifft man gelegentlich auf Berichte von Praktikern, die erfolgreich in Einzelförderungen mit veränderten Sprechweisen gearbeitet haben. Mir ist nur eine umfassendere Studie bekannt, in der jemand den Einfluss einer veränderten Zahlsprechweise im Deutschen auf den Rechenerfolg belegt. Schellenberger (1953, S. 47-61) berichtet über auffallend erfolgreiche Schulversuche mit einer neuen Zahlsprechweise. Die Schülerinnen und Schüler rechnen mit dieser Sprechweise der Zahlen schneller und haben erheblich mehr richtige Resultate.

Weitergehende Hinweise bekommen wir aus interkulturellen Vergleichsuntersuchungen. Diese Vergleichsuntersuchungen zeigen, dass Kinder in jenen Kulturen, die die Zahlen konsequent unverdreht benennen – in den ostasiatischen Kulturen mit sprachlichen Wurzeln im Altchinesischen – sehr viel schneller strukturiert rechnen lernen als in Kulturen mit verdrehten oder weniger konsequent stellenwertbenennend konstruierten Zahlbenennungen. Gaidoschik (2010, S. 52-58) rezipiert Geary u.a. (1996), Fuson & Kwon (1992), Song & Ginsburg (1987), Campbell & Xue (2001, S. 305-308), Dehaene (1999, S. 121 f.), Miller, Smith, Zhu & Zhang (1995) und Zhang (2001; dort ohne Quellenangabe). Er folgert zur Rolle der Zahlbenennung in den ostasiatischen Sprachen:

„Zweistellige Zahlen werden in diesen Sprachen nach dem Prinzip ‚so viele Zehner, so viele Einer‘ benannt. 11 wird also (in deutscher Rückübersetzung) als ‚zehn-eins‘ gesprochen, 12 als ‚zehn-zwei‘, 20 als ‚zwei-zehn‘, 21 als ‚zwei-zehn-eins‘ usw. Das begünstigt Kinder in diesen Sprachen beim Erlernen der Zahlwortreihe über zehn hinaus (vgl. MILLER, SMITH, ZHU & ZHANG 1995), wie es offenbar auch insgesamt die Einsicht in die Prinzipien des dezimalen Stellenwertsystems erleichtert (vgl. ZHANG 2001, S. 28f.). Es dürfte aber auch die Entwicklung von Additions- und Subtraktionsstrategien beeinflussen: Die besondere Bedeutung der Zahl zehn wird durch die Zahlensprechweise deutlich hervorgehoben. Das erleichtert Kindern offenbar die Einsicht in Rechenstrategien, die auf das Bündeln von zehn Einem zu einem Zehner aufbauen wie etwa das ‚Teilschrittverfahren‘ ($6+7$ als $6+4+3$) (vgl. GEARY u.a. 1996, S. 2041). Umgekehrt wird in der englischen (wie auch deutschen) Sprache die Sonderstellung, die der Zahl zehn im dezimalen Stellenwertsystem zukommt, durch die Zahlwortbildung verdunkelt, und zwar noch einmal verstärkt durch die unmittelbar auf ‚ten‘ (bzw. ‚zehn‘) folgenden Zahlwörter ‚eleven, twelve‘ (bzw. ‚elf, zwölf‘). Auch das ist wohl ein Grund, warum das Teilschrittverfahren so vielen deutschsprachigen Kindern in der ersten Klasse (aber auch später noch) so ganz und gar nicht einleuchtet. Freilich: Nicht die Sprache rechnet, sondern Kinder tun dies auf Grundlage ihres aktuellen Verständnisses von Zahlen, Rechenoperationen, Strategien. Die ostasiatischen Sprachen können als günstige Voraussetzung für die frühe Entwicklung effektiver Rechenstrategien betrachtet werden. Um aber zu verstehen, was Kinder aus dieser Voraussetzung machen, müssen auch weitere mögliche Einflussfaktoren und das Ganze der Entwicklung berücksichtigt werden.“ (Gaidoschik 2010, S. 55)

Christian Hartmann vermerkt:

„Im Vergleich zu Kindern, deren Muttersprache das Deutsche oder Englische ist, scheint es für Kinder aus dem ostasiatischen Sprachraum daher wesentlich leichter und nahe liegender zu sein, die dekadische Struktur der Zahlen in ihre Zahlkonzepte einzuarbeiten.

Dies zeigte sich in verschiedenen Studien zum Beispiel darin, dass die meisten Erstklässler in China, Japan und Korea bei der Darstellung einer zweistelligen Zahl mit Zehnersystemblöcken sowohl Zehnerstangen als auch Einerwürfel benutzten, während englischsprachige Erstklässler in den USA zumeist nur die Einerwürfel verwendeten (MIURA, 1987; MIURA ET AL. 1988). Diese Beobachtung bestätigte sich sogar in einem Vergleich zwischen japanischen Kindern, die sich im Unterricht noch nicht explizit mit Zehnern und Einern befasst hatten, und Kindern aus den USA, die bereits über Unterrichtserfahrungen zu diesem Thema verfügten (MIURA & OKAMOTO 1989).“ (Hartmann 2010, S. 57 f.)

Natürlich können interkulturelle Studien nur Anhaltspunkte liefern, weil sich die Verschränkung von Sprachlichkeit mit unterrichtlichen Traditionen (vgl. Gaidoschik 2010, S. 52-58) je kulturspezifisch unterscheidet. Eine nichtsdestotrotz überzeugende Versuchsanordnung für die Untersuchung der Rolle der Zahlbenennung im Lernprozess liefert die Studie von Miller u.a. (1995): Die Autoren verglichen mathematische Kompetenzen von chinesischen und US-Kindern und fanden heraus, dass die Unterschiede nicht allumfassend, sondern thematisch spezifisch sind. Dabei fällt auf, dass die Unterschiede genau dort auftreten, wo die Struktur der Zahlbenennung unterschiedlich ist. Im Vorschulbereich unterscheiden sich die Länder nicht in den Zählfertigkeiten bis 10 und im Lösen einfacher Rechenprobleme. In der Zählfähigkeit bis 10 sind die Leistungen ungefähr gleich – hier müssen sowohl die amerikanischen als auch die chinesischen Kinder eine willkürlich anmutende Anzahl von Begriffen in der richtigen Reihenfolge auswendig lernen. Sobald aber die 10 überschritten wird – und der Vorteil der chinesischen Sprache sich entfalten kann – zeigen sich die chinesischen Kinder kompetenter im Zählen. In der Zählfähigkeit nach 20 nähern die Leistungen sich ebenfalls wieder an, auch wenn die amerikanischen Kinder erst lernen müssen, dass die Zahlwörter ab 20 anders gebildet werden als bei den Zahlen 11 bis 19. Beide Sprachen verwenden ab 20 ein Zehner-Basis-System zur Bildung von Zahlwörtern, so dass die wirklich signifikanten Unterschiede sich auf den Bereich von 13 bis 19 beschränken. Hier wäre für die deutsche Sprache zu untersuchen, ob die Inversion ab 21 zu zusätzlichen Schwierigkeiten führt.

Zwischen 100 und 110 fallen die chinesischen Kinder gegenüber den US-Kindern im Zählen deutlich ab. Das korrespondiert mit einer Ausnahme in der Zahlbenennung im Chinesischen: „The single exception is that Chinese number names from 100 to 109 (and 200 to 209, etc.) interpose a term (ling) to represent the absent 10s value.“ (Miller u.a. 1995, S. 56) Das erzeugt offenbar eine spezifische Hürde für die chinesischen Kinder.

Auch beim Abzählen wiederholte sich das Muster. Die Länder unterschieden sich nicht hinsichtlich des Verständnisses des Abzählprozesses. Ebenso unterschieden sie sich nicht beim Abzählen kleiner Mengen (3 bis 6 Gegenstände) oder mittlerer Mengen (7 bis 10 Gegenstände). Erst beim Abzählen größerer Mengen (14 bis 17 Gegenstände, Mengen von 11 bis 13 wurden nicht untersucht) zeigten die Chinesen wieder bessere Leistungen – also dort, wo ihnen ihr Zahlbenennungssystem Vorteile verschafft.



Man kann es so sagen: Die Zahlbenennung im Deutschen (und Englischen) torpediert eine strukturierte Zahlauffassung. Das Zahlwort „Elf“ signalisiert in keiner Weise, dass in der Zahlkonstruktion hier ein Bruch vorliegt, dass nämlich mit der Zehn eine Bündelung der Einer zu einer neuen Sichtweise auf die Menge bzw. zu einer neuen Entität namens „Zehner“ stattgefunden hat. Für den deutschen Muttersprachler beginnt eine sich wiederholende Struktur bei den Zahlen im Grunde erst bei 21. Falls er bereits bei 13, 14 usw. eine sich wiederholende Struktur wahrnimmt, so erschließt sich der Vorteil dieser Struktur nur mit der Explikation, dass diese Zahlen sich nach dem Prinzip $10+x$ zusammensetzen. Ein ostasiatischer Lehrer muss diese Struktur im Grunde nicht lehren. Sie ist den Kindern bereits „bewusst“. Das „Teilschrittverfahren“ oder „Rechnen über die Zehn“ ist

„für sie vergleichsweise einfach zu lernen, da die Zahlen von elf bis 19 in ihrer Sprache ohnehin in der Form ‚Zehn-Einerrest‘ benannt werden. Das Ergebnis der Aufgabe $8+4$ ist zum Beispiel ‚zehn-zwei‘. Die Schüler müssen also nur die acht bis zur zehn ergänzen. Aus dem Rest des zweiten Summanden lässt sich die Lösung dann bereits direkt ableiten. Demgegenüber sind deutsch- oder englischsprachige Kinder selbst bei Summen der Form $10+x$ zum Teil darauf angewiesen, das Ergebnis zählend zu bestimmen, da Zahlworte wie ‚zwölf‘, aber auch zum Beispiel ‚siebzehn‘ die Zehner-Einer-Struktur nicht oder nur undeutlich offenbar werden lassen (vgl. FUSON 1990, S. 361 mit Bezug auf MADELL 1985).“ (Hartmann 2010, S. 58)

Für deutsche Kinder besteht eine wesentliche Hürde bei der Erarbeitung des Teilschrittverfahrens darin, überhaupt eine Notwendigkeit bzw. einen Grund zu erkennen, „über die Zehn zu rechnen“. Dazu gehört die Notwendigkeit zu verstehen, dass die Zahlen 11 bis 19 nach dem Prinzip $10+x$ zusammengesetzt sind. (Zur Schwierigkeit, das unterrichtlich umzusetzen, vgl. die Analyse einer scheiternden Unterrichtssequenz in Meyerhöfer (2015, Abschnitt 3.2).) Dazu muss man wiederum *überhaupt verstehen*, dass Zahlen aus anderen Zahlen zusammengesetzt und in andere Zahlen zerlegbar sind. In den ostasiatischen Sprachen scheint es mir umgekehrt so zu sein, dass die Wortstruktur „zehneins“ für 11, „zehnzwei“ für 12 usw. bereits eine starke Suggestion bereitstellt,

dass Zahlen aus anderen Zahlen zusammengesetzt sind. Nur nebenbei sei bemerkt, dass im Wort „dreizehn“ eine deutliche Suggestion enthalten ist, dass damit drei Mal die Zehn bezeichnet ist.

Eine weitere Hürde für deutsch- und englischsprachige Lernende besteht darin zu durchschauen, dass in Zwanzig zwei Zehner, in Dreißig drei Zehner usw. enthalten sind und dass die zweistelligen Zahlen sich zusammensetzen aus Zehnern und Einern. Es gibt z.B. Kinder, die für die Zahlen 54 und 26 die Zehner und Einer formal benennen können und die die Zahlen auch mit Zehnerstangen und Einerwürfeln darstellen können. Die Aufgabe 54-26 rechnen sie trotzdem zählend. Sie können zwar formal „die Stellenwertaufgaben lösen“, repräsentieren die 26 innerlich aber weiterhin als 26 Einer bzw. als 26 Einzelschritte. Die ostasiatische Zahlbenennung „fünfzehnvier“ und „zweizehnsechs“ kennzeichnet hingegen deutlicher, dass die Zahl 54 sich aus 5 Zehnern und 4 Einern und die Zahl 26 aus zwei Zehnern und sechs Einern zusammensetzt. In diesem strukturorientierten Sprechen ist der Gedanke, die zwei Zehner von den fünf Zehnern abzuziehen, geschmeidiger angelegt.

IV

Alternative Zahlbenennungen I: Der Ansatz „Zwanzigeins“

Einen konkreten Vorschlag für eine alternative Sprachkonvention unterbreitet der Verein „Zwanzigeins e.V.“: Aus „Einundzwanzig“ soll „zwanzigeins“ werden.² Die neue Konvention soll allerdings nur für die Zahlen 21 bis 99 gelten. Bezüglich der Zahlwörter für 11 bis 19 besteht kein Konsens. Nach einer persönlichen Mitteilung des Vereinsvorsitzenden Lothar Gerritzen ist die „eindeutige Mehrheit des Vereins“ für die Sprechweise zehneins, zehnzwei, zehndrei usw. Eine Minderheit möchte bei der derzeitigen Sprechweise bleiben.³ Da kein Konsens besteht, hat der Verein zu dieser Frage noch nichts publiziert. Deshalb wird in einer Vorversion dieses Artikels (Meyerhöfer 2014) auch noch davon ausgegangen, dass der Verein für die Zahlen 11 bis 19 keine Änderung anstrebt.

Die weiteren Zahlbezeichnungen werden vom Verein nicht benannt. Aber in der vorgeschlagenen Logik würde 7895 als „siebentausend/achthundert/neunzig/fünf“ gesprochen werden. Der Verein beruft sich dabei auf die Rechenmeister Jakob Köbel und Adam Ries (bzw. Adam Riese).⁴ Allerdings entkommt der Verein nicht einer interessanten Inkonsistenz – man kann sagen: Verwirrung –, die sich bei Adam Ries findet, und die sicherlich einen Einfluss

2 Der Verein hat sich zur Frage der Groß- oder Kleinschreibweise von Zahlen noch nicht entschieden. Da ich in den Texten des Vereins meist Kleinschreibung finde, übernehme ich diese hier als eine Art „Vereinsüblichkeit“.

3 Ähnlich agieren manche „rechenschwächetherapeutischen“ und andere didaktischen Ansätze, die eine vorübergehende Nutzung der Zwanzigeins-Sprechweise vorschlagen, so z.B. Wittmann & Müller im Lehrband zum Zahlenbuch Klasse 3, Leipzig und Stuttgart 2005, S. 78 f. (zitiert nach Gerritzen 2008b, S. 31).

4 <http://www.verein-zwanzigeins.de/> Link „Ziele“, dort Link „Zur Sache“; letzter Zugriff 29.4.2015. Gleicher Text in Jacob 2008, S. 35.

auf die Entwicklung der Zahlsprechweise hatte, weil das Rechenbuch von Adam Ries weit verbreitet war.

Ries fordert zunächst, dass 7895 als „siebentausend/achthundert/neunzehn/fünfeins“ (Querstriche von W.M. eingefügt) gesprochen werden soll. Auf der Vereinswebsite von Zwanzigeins e.V.⁴ wird – so wie bei Jacob (2008, S. 35) – mit einer ins Neudeutsche übersetzten Version des Ries’schen Buches „Linienrechnen und schriftliches Rechnen mit Zahlen, Maßen und Gewichten im Kaufhandel aller Art“ (ohne Jahresangabe, Original 1520, die Quelle der Übersetzung ist dem Verein – so die Auskunft – abhandengekommen) gearbeitet. Mir liegt nur das Ries’sche Buch „Rechnung auff der Linien und Federn/Auff allerley Handthierung/Gemacht durch Adam Riesen“ in einer Neuauflage von 1570 vor. Dort findet sich auf Seite 3 (das Deckblatt mitgezählt, das Buch hat keine Seitennummern) ein Text, der nahezu wortgleich zum nachfolgend zitierten Text ist. (Die Einerstelle wird bei Ries allerdings als erste, nicht wie hier angegeben als letzte Stelle bezeichnet.)

Ries schreibt (in der genannten neudeutschen Übersetzung):

„Und du sollst wissen, daß eine jede unten gesetzte Ziffer an der letzten Stelle, d. h. rechter Hand, ihren eigenen Wert hat, an der zweiten Stelle von rechts den Wert von ebenso vielen Zehnern [Ries schreibt 1570 „zehnen“, W.M.], an der dritten von so vielen Hundertern [Ries schreibt 1570 „hundert“, W.M.] und an der vierten von so vielen Tausendem [Ries schreibt 1570 „tausent“, W.M.].

Das merke dir in diesen Worten: eins / zehn / hundert / tausend.

Von rechts zähle nach links, und von links sprich aus nach rechts wie hier:

links	7	8	9	5	rechts ⁴³
	tausend	hundert	zehn	eins	

Hier folgt Ries also einem Ansatz der expliziten Benennung der Stellenwerte und der Mächtigkeit der Stellenwerte. 90 wird als „neunzehn“ gesprochen, 5 als „fünfeins“. Diese konsequente Sprechweise würde erfordern, dass die 19 als „zehnneun“ oder „einszehnneuneins“ bezeichnet würde. (Dazu äußert sich Ries aber nicht.) Der Verein „Zwanzigeins“ verfolgt als Ziel aber nur die beschriebene „sanfte Reform“, nach der die Zahl 90 weiter „neunzig“ heißen soll.

Im weiteren Text behält Ries nun aber eher die verdrehte Sprechweise bei, er behandelt das Benennungsproblem also nicht konsequent. Er gibt im weiteren Text eine Anweisung, wie die Zahl

8:678932:5178

zu lesen ist,⁵ nämlich als

„sechs und achtzig tausent tausent mal tausent/
sieben hundert tausent mal tausent/
neun und achtzig tausent mal tausent/
drey hundert tausent fünff unnd zwentzig tausent/
ein hundert und acht und siebentzig.“ (Ries 1570, S. 4)

5 Er setzt die Punkte oben und tatsächlich in der hier angegebenen Struktur, die nicht recht zur Benennungsstruktur passt.

Mehr schreibt Ries in diesem Buch nicht zur Zahlbenennung.

Bezogen auf das Problem der Invertierung zeigt sich, dass Ries „neun und achtzig tausent mal tausent“ für 89.000.000 sagt. Er sagt „drey hundert tausent fünff unnd zwentzig tausent“ für 325.000 (also „fünff unnd zwentzig tausent“ für 25.000) und „ein hundert und acht und siebentzig“ für 178 (somit „acht und siebentzig“ für 78). In seinem Rechenbuch schlägt Ries also zwei völlig verschiedene Zahlbenennungssysteme vor. Aus diesem Text heraus ist weder begründbar, für welche Sprechweise Ries stand, noch ist die Sprechweise „zwanzigeins“ bei Ries vorfindlich.

Es gibt Sprachen, die strukturgleich zum ersten Vorschlag von Ries – bis auf die Benennung der Einerstelle – arbeiten. Christian Hartmann schreibt in einer herausragenden Examensarbeit zum Stellenwertverständnis:

„In Sprachen, die ihre Wurzeln im Altchinesischen haben, wie etwa dem Chinesischen, Japanischen oder Koreanischen, ist die verbale Zahlbezeichnung durch eine explizite Benennung der Stellenwerte gekennzeichnet⁶. Die Worte für 12 oder 58 lassen sich zum Beispiel in etwa mit ‚zehn-zwei‘ bzw. ‚fünf-zehn-acht‘ übersetzen [...]. Der Bestandteil ‚zehn‘ taucht in allen 90 Zahlwörtern von zehn bis 99 auf und liefert den Kindern so beständig einen Hinweis auf die Zusammensetzung der zweistelligen Zahlen aus einem Zehner- und einem Eineranteil [...].

Darüber hinaus stimmt die Reihenfolge der Aussprache der Zahlwörter mit der Schreibrichtung überein. Dies erleichtert es den Kindern, Bezüge zwischen gesprochenen und geschriebenen Zahlen herzustellen. Im Vergleich zu Kindern, deren Muttersprache das Deutsche oder Englische ist, scheint es für Kinder aus dem ostasiatischen Sprachraum daher wesentlich leichter und nahe liegender zu sein, die dekadische Struktur der Zahlen in ihre Zahlkonzepte einzuarbeiten.“ (Hartmann 2010, S. 57 f.)

Hartmann kritisiert denn auch den Ansatz von „Zwanzigeins“:

„Betrachtet man die Probleme, denen auch englischsprachige Kinder bei der Entwicklung angemessener Zahlkonzepte gegenüberstehen, so erscheint die Position von ‚Zwanzigeins e.V.‘ [...] inkonsequent. Sollte eine Reform der Zahlbezeichnungsweise angestrebt werden, erscheint es als Folgerung aus den dargestellten Vorteilen des ostasiatischen Zahlbezeichnungssystems sinnvoller, eine explizite Bezeichnung der Stellenwerte einzuführen. Konsequenz wäre demnach etwa ‚zwei-zehn-eins‘ und nicht ‚zwanzigeins‘.“ (ebd.)

V

Alternative Zahlbenennungen II: Der Ansatz „Zweizehneins“

Man könnte es auch so sagen: Der Vorschlag von „Zwanzigeins“ ersetzt lediglich eine Inkonsistenz durch eine andere, denn ohne die explizite Benennung der Stellenwerte auch bei Zehnern (und eventuell sogar bei Einern) ist ein Bruch eben immer noch vorhanden: Bei 2.342 (Zweitausend/dreihundert/vierzig/zwei) werden die Tausender und die Hunderter explizit benannt, die Zehner

⁶ Eine Ausnahme bildet die Einerstelle, deren Stellenwert nicht explizit genannt wird. (Fußnote im Orig.)

(und Einer) aber nicht.⁷ Auch bei 762.342 ergibt sich ein doppelter Bezeichnungsbruch⁸, weil die jeweiligen Zehner (und Einer) im Gegensatz zu den anderen Stellenwerten nicht benannt werden: Siebenhundert/sechzig/zwei/tausend/dreihundert/vierzig/zwei.

Ich hielte „Zwanzigeins“ nichtsdestotrotz für eine Verbesserung, aber es stellt sich die Frage, ob eine so weitreichende Sprachreform sich in der Sprachgemeinschaft durchsetzen kann, wenn die Sprachgemeinschaft auch die neuen Inkonsistenzen schnell sehen wird. Unter didaktischen Aspekten stellt sich für mich zudem die Frage, ob es nicht (im Vergleich zur konvertierten Sprechweise ab 21) bedeutsamer ist, den Bruch bei der Zehn sprachlich deutlicher zu explizieren, also „zehneins“, „zehnzwei“ usw. bis „zehnneun“ zu sagen. Man darf auch den diskursdynamischen Aspekt nicht vergessen: Der durch PISA und Co. fehlgeleitete Strang der Bildungsdebatte wird das Problem der Zahlbenennung nicht unter den Aspekten von Sprachschönheit, Konsistenz und verständnisorientiertem Lernen diskutieren. Er wird stattdessen auf das bessere Rechnen unserer asiatischen „Konkurrenten“ verweisen und die Frage stellen, warum wir – wenn wir schon unsere Sprache verändern – das inkonsistentere „angelsächsische“ Konstrukt übernehmen sollten, wenn die asiatischen „Rechenfische“ uns doch eine konsistentere und offenbar „erfolgreichere“ Variante vorlegen. Ich würde dem Argument in dieser Form nicht folgen, weil die Ursache des „Rechenfuchstums“ ja ebenso in den ostasiatischen Drillmethoden des Lehrens liegen kann. Nichtsdestotrotz geben uns die ostasiatischen Sprachen eine Blaupause für eine stellenwertlogisch konsistente – und nicht nur für eine lediglich „ein wenig konsistentere“ – Zahlbenennung.

In Tabelle 1 ist mein Vorschlag zur Zahlbenennung abgebildet. Dazu einige Anmerkungen:

- Nur im Sinne einer spielerischen Überspitzung habe ich in der rechten Spalte mehrere Überlegungen versammelt, die ich als überkonsequent⁹ bezeichne. Sie verletzen das Prinzip der möglichst großen Sparsamkeit.

7 Martin Schellenberger hat 1953 über erstaunlich erfolgversprechende Schulversuche mit einer neuen Zahlssprechweise berichtet. Er scheint dabei die Sprechweise zu nutzen, die auch der Verein „Zwanzigeins“ vorschlägt. Sowohl für seine neue als auch für unsere bisherige Sprechweise ist folgender Vorschlag originell: „Wir empfinden heute das ‚Zig‘ kaum noch als eine Mengeneinheit, die ebenbürtig neben den anderen Mengeneinheiten steht. Wir arbeiten in den Elementarklassen, wenn wir den Raum bis zur 100 erschließen, mit dem Zehner oder dem Zehnerbündel. Würden wir statt dessen ganz bewußt das ‚Zig‘ als Namen für eine Dekade behandeln und einführen und von 4 Zig sprechen, wie wir später von 4 Hundert, 4 Tausend usw. sprechen, so würde damit die bewußte Erfassung des dekadischen Aufbaus unseres Zahlensystems wesentlich besser vorbereitet und die Einsicht der Jugend viel wirkungsvoller erreicht, daß sich in jeder Stelleneinheit immer wieder derselbe Ablauf von 1 bis 9 wiederholt.“ (Schellenberger 1953, S.11)

8 Der Verein Zwanzigeins gibt keine Sprechweisen für größere Zahlen an. Ich wende die angegebenen Sprechweisen hier lediglich konsequent in dem vom Verein für die zweistelligen Zahlen vorgeschlagenen Sinne an.

9 Wer einen nicht nur konsistenten, sondern radikalen Vorschlag zur Zahlbenennung lesen möchte, sei auf Porstmann (1920) verwiesen. Die Zahl 531.087 heißt dort „fünfdraiein tausend nulachtsim“.

- Zunächst stellt sich die Frage, ob man statt „einhundert“ auch „hundert“ zulässt. Dies scheint mir sinnvoll, denn offenbar hat sich diese Abkürzung pragmatisch durchgesetzt. Sie erzeugt zwar ein Verständnisproblem: „Warum sagen die Erwachsenen manchmal hundert und manchmal einhundert zu derselben Zahl?“ Die Antwort auf diese Frage scheint aber durch Explikation leicht verständlich und ist zudem sprachreflektorisch produktiv, denn wir sagen auch Auto und Automobil, Bus und Autobus usw. Außerdem birgt die Abkürzung kein Potential für Missverständnisse.
- Auf die explizite Benennung der Einer würde ich verzichten. Hier scheinen mir aber zwei Hauptargumente gegeneinander zu stehen:
Einerseits würde die explizite Benennung der Einer die Zahlwörter verlängern: Zweizehdreieins versus Zweizehdrei. Das zerstört einen Vorteil meines bisherigen Konstrukts: Außer Zehneins und Zehnwei hat kein Zahlwort mehr Silben als bisher. Zudem müsste man entscheiden, ob die Drei dann Dreieins heißen soll, die Vier Viereins usw. Wenn ja, dann würden bereits die Wörter für die einstelligen Zahlen arg verlängert werden. Wenn nein, dann wäre wiederum ein Bruch konstruiert, weil Drei plus Zehn plötzlich Einszehdreieins bzw. Zehndreieins heißen würde statt Einszehdrei bzw. Zehndrei. Ich denke, dass die ostasiatischen Konstruktionen mit ihren jeweiligen Verkürzungen eine pragmatische Orientierung geben können, denn dort haben sich ja eventuell im Laufe der Zeit praktikable Konstruktionen ergeben.
Andererseits wäre ein Gegenargument, dass die Benennung „Viereins“ statt „Vier“ sprachlich expliziert, was im deutschen Mathematikunterricht zu wenig thematisch ist, nämlich die Zahlrelationen: Vier besteht aus vier Einsen. Mit der Benennung „Viereins“ wäre auch der seltsame Bruch beseitigt, dass von Einern und Zehnern gesprochen wird statt von Einsen und Zehnen.¹⁰
Ein drittes, ästhetisches Argument hat die Schriftleitung der Pädagogischen Korrespondenz vorgebracht: Würde man die Einer explizit benennen, dann käme es bei Zahlen mit der Endziffer 1 zu unschönen Dopplungen: 21 = Zweizehneinseins.
- Ebenso würde ich aus Gründen der Einfachheit und der Sparsamkeit auf die (explizite) Benennung unbesetzter Stellenwerte in Form von sprachlichen Zusammensetzungen mit Null verzichten. Sonst könnte man 20 als

10 In der Mathematikdidaktik wird zu meinem Erstaunen konsequent verschwiegen, worin der inhaltliche Mehrwert der deutschen Begriffe Einer, Zehner, Hunderter usw. gegenüber den Begriffen Einsen, Zehnen und Hunderten besteht und warum man sie erfunden hat. Im Englischen gibt es offenbar kein Bedürfnis, die Bündelungseinheit mit einem anderen Begriff zu belegen als die zugehörige Zahl. Der deutsche Wunsch nach einer – womit auch immer begründeten – Differenzierung erschwert jedenfalls den Blick darauf, dass Einer Einsen sind, dass Zehner (auch) Zehnen sind usw. Ob man diese Erkenntnis heute noch gegenüber Lehrern oder gar Schülern erwähnen sollte, bleibt fraglich, denn im Zuge der „Bildungs“-Standards wird es künftig sicherlich Testaufgaben geben, in denen man dafür bestraft wird, dass man Zehner als Zehnen bezeichnet. Ein beredtes Beispiel für solche Entbildungsprozesse aus dem Bereich des Stellenwertverständnisses findet sich in Meyerhöfer (2013).

Zweizehnmulleins bezeichnen oder 306 als dreihundertnullzehnsechs statt dreihundertsechs. Allerdings scheint mir hier durchaus eine Ausnahme denkbar und eventuell sinnvoll: Die größte Schwäche des von mir vorgeschlagenen Konstrukts besteht darin, dass die Zahl 13 in der bisherigen Benennung Dreizehn heißt und dass die Zahl 30 in der von mir vorgeschlagenen Benennung ebenfalls dreizehn heißt. Dieses Problem der Parallelität von Zahlenamen tritt für genau fünf Zahlpaare auf (13/30, 14/40, 15/50, 18/80, 19/90). Für die Zahlenpaare 16/60 (sechzehn versus sechszehn) und 17/70 (siebzehn versus siebenzehn) tritt es mündlich in abgeschwächer Form auf. Diese Parallelität birgt in einer Übergangszeit das Potential für Missverständnisse.



Das Problem scheint mir praktisch wenig folgenreich, weil in den allermeisten Kontexten klar ist, ob ein Sprecher sich im neuen oder im alten System bewegt und weil es sich ansonsten oftmals aus dem Kontext erschließen wird. Die Rechtschreibreform hat uns ja gezeigt, dass es in der Sprache nur selten (bzw. in doch recht konstruierten Fällen) zu ernsthaften Kollisionen kommt, wenn verschiedene Regelsysteme nebeneinander bestehen, solange diese Systeme jeweils mit einer gewissen inneren Konsistenz aufwarten. Nichtsdestotrotz kann man bei der Konstruktion von Systemen auch weitere praktikable Lösungen für Übergangsphänomene anbieten. Hier scheint mir einerseits eine Kennzeichnung denkbar: „Ich hatte dreizehn (n) Bonbons.“ Hier würde n für „neu“ oder „neues Zahlbenennungssystem“ stehen. Eine etwas schönere Lösung wäre: Ich hatte dreizehnull Bonbons. Allerdings wären damit für die Übergangszeit außer Zehneins und Zehnwei fünf weitere Zahlen vorhanden, die mehr Silben als bislang haben. Eine weitere Möglichkeit der Bearbeitung des Problems der Parallelität von Zahlenamen bestünde darin, zunächst nur die Benennungen der Zahlen 11 bis 19 zu verändern.

- Ich verzichte konsequent auf das „und“ zwischen den Zahlen. Mich hat dabei folgende Argumentation von Martin Schellenberger überzeugt (er fügt im Text noch mehr Argumente an):

„Ab 20 [...] fügen wir zwischen Zehnern und Einern – und zwar nur bei diesen – in allen Zahlengruppen noch ein additives ‚und‘ ein. Wir betonen damit den Additionscharakter in unserem Stellenwertsystem, tun das aber ganz unlogisch nur bei der Verbindung von Zehnern und Einern, während er tatsächlich durchgängig vorhanden ist. Durch dieses zwischengefügte ‚und‘ lösen wir beim Lesen und Sprechen das in sich geschlossene schriftliche Zahlenbild als Größenbegriff auf und machen jede zweistellige Zahl praktisch zur Additionsaufgabe; bei großen Zahlen entsteht sogar eine ganze Anzahl von Additionsaufgaben. Das führt zu Erscheinungen, die auf keinen Fall geduldet werden dürfen. Wenn ich zwei Schülern langsam und mit gleichmäßiger Betonung die Zahl vierhundertdreißigtausend diktiere, so muß ich gewärtig sein, daß der Schüler A 423000 schreibt, während der Schüler B, der das ‚und‘ als Operationszeichen verstanden und angewendet hat, 20403 als Resultat seiner Additionsaufgabe angibt. Schon um dieser Zweideutigkeit willen, die in der Mathematik unerträglich ist, muß das ‚und‘ zwischen Zehnern und Einern verschwinden.“ (Schellenberger 1953, S. 48)

Für das Rechnen von Aufgaben zeigt er folgendes Problem auf:

„Lösen wir in der Aufgabe 84-36 die beiden Zahlen in ihre Summanden auf, so müssen wir mindestens den zweiten Summanden in Klammern setzen, also $80+4-(30+6)$ schreiben. Operieren wir aber nach der Sprechweise der Zahlen, so ergibt sich $4+80-6+30=108$. [...] Wir rechnen offenbar eine andere Aufgabe als angesagt worden ist. Um einen Irrtum zu vermeiden und anzudeuten, daß wir eine Einheit meinen, nehmen wir dem ‚und‘ jede Betonung. Warum verzichten wir dann nicht auf das ‚und‘ zwischen Zehnern und Einern?“ (Schellenberger 1953, S. 49 f.)

Auch wenn man nicht dem Glaubenssatz folgt, dass in der Mathematik die Ausmerzung jeder Zweideutigkeit möglich sei, so leuchten diese Argumente ein, wenn man ein möglichst konsistentes Zahlbenennungssystem zu entwickeln versucht. Eine Ausnahme würde ich allerdings setzen: Nämlich dort, wo Stellenwerte unbesetzt sind. Wenn das inkonsistente „und“ bei den zweistelligen Zahlen wegfällt, dann entfaltet das „und“ eine sprachliche Hilfskraft bei Zahlen wie „(ein)tausendundeins“ versus dem ebenfalls möglichen „(ein)tausendeins“ oder „zehntausendundzweizehn“ versus dem ebenfalls möglichen „zehntausendzweizehn“.

- Ich habe bereits angedeutet, dass mir bei der Konstruktion wichtig war, dass die neuen Zahlen keinesfalls mehr Silben haben als die alten. Durch den Verzicht auf das „und“ kommt es nun zum Teil sogar zu einer Verringerung der Silbenzahl.
- Zur Groß- und Kleinschreibweise bei Zahlen:
Die etwas lästige, aber durchaus logische Regel scheint bislang zu sein: Die Zahl als eigenständige Entität, also als Substantiv, wird groß geschrieben („die Fünf ist eine Zahl“). Die Kleinschreibung hingegen betont den Attributcharakter, wenn man etwa schreibt: „Wir haben fünf.“, was eine Abkürzung ist für „Wir haben fünf Mengenelemente.“, „Wir haben fünf Äpfel.“ usw. In den meisten Kontexten wird das Zahlwort klein geschrieben. Ein durchgehender Übergang zur Kleinschreibweise erscheint mir als

orthografische Vereinfachung ohne Eindeutigkeitsverluste und ohne Potential zu Nachvollzugsschwierigkeiten von Texten, allerdings mit dem Preis einer neuen Inkonsistenz: Wir würden Zahlen als Substantive aus der Großschreibung der Substantive entlassen.

Da ich davon ausgehe, dass die neue Zahlsprechweise zunächst eher von innovationsfreudigen Mitgliedern der Sprachgemeinschaft mit einem gewissen Hang zu einfachen Lösungen aufgenommen wird, vermute ich eine Tendenz, die Zahlen immer klein zu schreiben. Deshalb gebe ich sie in Kleinschreibweise an. Für den Vorschlag von Zwanzigeins e.V. nutze ich Groß- und Kleinschreibweise, weil der Verein sich noch nicht festgelegt hat.

Zifferndarstellung	bisherige Sprechweise	Vorschlag Zwanzigeins e.V.	konsequenter Vorschlag	einige überkonsequente Vorschläge
11	Elf	Elf	zehneins	einszehneins
12	Zwölf	Zwölf	zehnzwei	einszehnzwei
13	Dreizehn	Dreizehn	zehndrei	einszehndrei
20	Zwanzig	zwanzig	zweizehn	Zweizehn
21	Einundzwanzig	zwanzigeins	zweizehneins	zweizehneinseins
22	Zweiundzwanzig	zwanzigzwei	zweizehnzwei	zweizehnzweieins
30	Dreißig	dreißig	dreizehn	dreizehnnulleins
31	Einunddreißig	dreißigeins	dreizehneins	dreizehneinseins
32	Zweiunddreißig	Dreißigzwei	dreizehnzwei	
60	Sechzig	sechzig	sechszehn	
70	Siebzig	Siebzig	siebenzehn	
99	Neunundneunzig	neunzigneun	neunzehnneun	
100	(Ein)hundert	(ein)hundert	(ein)hundert	
101	(Ein)Hundert-(und)eins	(ein)hundert-(und)eins	(ein)hundert-(und)eins	
121	(Ein)Hundert-einundzwanzig	(ein)hundert-zwanzigeins	(ein)hundert-zweizehneins	
221	Zweihundert-einundzwanzig	zweihundert-zwanzigeins	zweihundert-zweizehneins	
75.685	Fünfundsechzigtausendsechshundertfünfundachtzig	siebzüfünftausendsechshundertachtzigfünf	siebenzehnfünftausendsechshundertachtzehnfünf	

Tabelle 1: Eine stellenwertlogisch konsistente Konstruktion der Zahlwörter

VI Empirische Andeutungen

Mein Vorschlag folgt zunächst lediglich einem quasi ästhetischen Impuls: „Wie sähe eigentlich eine konsistente Konstruktion der Zahlwörter im Deutschen aus?“ Die didaktische Komponente meiner Argumentation wirft aber die Frage auf, inwiefern ein anderer Sprachgebrauch die diskutierten sprachpraktischen und didaktischen Probleme „heilen“ würde. Naturgemäß ist es nicht einfach, empirische Aussagen über einen Sprachgebrauch zu treffen, den es noch gar nicht recht gibt. Nichtsdestotrotz deuten sich Argumentationsrichtungen an:

1. Sowohl Hartmann (2010, S. 51-60) als auch Gaidoschik (2010, S. 52-58) rezipieren die in Abschnitt III angeführten internationalen Vergleichsuntersuchungen, in denen Länder mit unterschiedlichen Zahlbenennungsstrukturen betrachtet wurden. Sie fokussieren dabei auf den Vergleich ostasiatischer Schüler mit Schülern, in deren Muttersprache die Zahlbenennung nicht konsequent stellenwertbenennend arbeitet. Regelmäßig werden für die ostasiatischen Schüler bessere Rechenleistungen, früheres und schnelleres Rechnenlernen und besseres Zahlstrukturverständnis dargestellt. Wie auch andere Autoren formulieren Gaidoschik und Hartmann lediglich hypothetisch die Deutung, dass die Ursache für das bessere Abschneiden in der Zahlbenennungsstruktur liegen könnte. Diese Deutungen befinden sich natürlich in Konkurrenz zu anderen Ursachendeutungen.

2. Mit einem ähnlichen Suchfokus könnte man auf bereits existierende Vergleiche von deutschen Schülern mit Schülern aus Sprachgebieten, die die Zwanzigeins-Struktur haben, schauen. Allerdings scheinen hier Prozessanalysen unabdingbar, denn reine Testwertvergleichsstudien ergeben bereits für die angelsächsischen und osteuropäischen Länder mit Zwanzigeins-Struktur keine einheitliche Tendenz: Es gibt Länder mit einer solchen Sprachstruktur, die regelmäßig höhere Testwerte liefern als Deutschland – aber auch umgekehrt.

Einen interessanten Vergleichspartner bietet das Türkische. Dort werden die Zahlen elf bis neunzehn entlang meines Vorschlags gebildet (zehneins, zehnzwei, zehndrei usw. bis zehneun), danach wird nach Angaben von Voigt (2008, S. 113) aber die Zwanzigeins-Sprechweise benutzt.

3. In Norwegen fand 1951 eine Reform der Zahlsprechweise statt, die einstimmig vom Parlament angenommen wurde. Vannebo (2008) berichtet über Hintergründe und dokumentiert empirische Untersuchungen über das Hineindiffundieren der neuen Sprechweise in die Umgangssprache.

4. Schellenberger (1953, S. 47-61) berichtet über Schulversuche mit einer neuen Zahlsprechweise. Die Schülerinnen und Schüler rechnen mit der neuen Sprechweise der Zahlen schneller und haben erheblich mehr richtige Resultate. Als das Haupthindernis für eine Sprachreform gibt er übrigens die deutsche Teilung an, die eine Einigung auf etwas so selbstverständlich Sinnvolles erschwere (ebd., S. 71).

Seltsamerweise expliziert Schellenberger seine Sprechweise nicht. Mir scheint aber, dass er die Sprechweise „zwanzigeins“ benutzt und dass er die Zahlen zwischen 10 und 20 nicht neu benennt. Dieses Vorgehen scheint mir auch ein wenig die Zielgruppe von Schellenberger zu spiegeln – das sind junge Erwachsene an einer Arbeiter- und Bauernfakultät (ABF). Diesen Schülern hilft die neue Sprechweise offenbar beim strukturierten Umgang mit den ihnen bereits bekannten Zahlen. Für die Sprechweise „zweizehneins“ kann man bei ihnen sicherlich ein größeres Befremden prognostizieren.¹¹ Für das Ablösen vom zählenden Rechnen in der Grundschule scheint mir nun wiederum die strukturadäquate Umbenennung der Zahlen 11 bis 19 das zentrale Thema zu sein – welches aber für die Arbeit von Schellenberger an der ABF keine Relevanz hat.

5. Ich möchte auf eine empirische Quelle verweisen, die bislang nicht systematisch erschlossen ist: Mathematische Lerntherapeuten berichten mir immer mal wieder davon, dass sie ihren Klienten vorübergehend nahelegen, die Zahlbenennungen mit der Zwanzigeins-Struktur oder mit einer Zweizehneins-ähnlichen Struktur vorzunehmen. Ebenso wie Schellenberger (1953) berichten sie von diesem Vorgehen als einer erfolgreichen Strategie. Diesen Ansatz könnte man systematisieren.

6. Es gilt ideengeschichtlich zu rekonstruieren, wie unsere Zahlssprechweise historisch entstanden ist: Warum hat die Sprachgemeinschaft damals die Zahlwörter genau so konstruiert wie wir es heute lernen müssen? Hätte sie sie bereits damals anders konstruieren können? Welche Vorteile, welche Nachteile hätte das damals gebracht?

Unser Zahlwort elf stammt vom althochdeutschen einlif ab, zwölf ist aus twalif entstanden. Schellenberger (1953, S. 8) rekonstruiert als wörtliche Übersetzung: „eins übrig und zwei übrig, sinngemäß übersetzt: nach dem Abzählen von zehn (Pferden) blieb eins bzw. zwei übrig.“ Für die Zahlen ab 13 rekonstruiert er einen deutlichen Bruch in der Betrachtungsweise des Mengenproblems: Nun lautet das Zahlwort „trizehan, die saubere und eindeutige additive Verbindung von zwei einfachen Zahlwörtern.“ (ebd.)

Welche geistige Innovation hinter dieser Wortschöpfung steckt, wird klar, wenn man sich verdeutlicht, wie die Elf- und Zwölf-Konstruktion weitergehen müsste: 13 hieße „drei übrig“ usw. 19 hieße „9 übrig“, und nun käme man an ein Problem: „10 übrig“ würde ja heißen: nach dem Abzählen von zehn (Pferden) blieben zehn (Pferde) übrig. Was müsste dann aber „11 übrig“ heißen? Schließlich heißt ja 11 bereits: nach dem Abzählen von zehn (Pferden) blieb eins übrig. Man würde in eine seltsame Benennungsschleife geraten.

Mit der Neuschöpfung von „trizehan“ (woraus dreizehn wird) geht man nun aber zu einem additiven Prinzip über, das sich prinzipiell weiterführen lässt. Schellenberger stellt dementsprechend fest:

11 Ein solches Befremden wäre an einer ABF kein triviales Problem. Dort wurden Jugendliche mit proletarischer und bäuerlicher Herkunft innerhalb von Hochschulen zum Abitur geführt, um aus diesen Schichten eine neue Elite rekrutieren zu können. Dabei traten erhebliche kulturelle Irritationen und Befremdungserlebnisse auf. Vgl. z.B. den Roman „Die Aula“ von Hermann Kant.

„Mit der Zahlwortbildung für 13 überwand unsere Vorfahren unter Beibehaltung und Verwendung der einfachen Zahlwörter das schwerste Hindernis für die weitere Eroberung des Zahlenraumes. Sie erkannten aus dem Vorgange beim Abzählen von Tieren die Möglichkeit der zahlwortmäßigen Darstellung einer größeren Menge, drangen zum zusammengesetzten Zahlwort auf additiver Grundlage vor und erklommen damit eine neue höhere Ebene des Bewußtseins, auf der nunmehr die Bildung weiterer zusammengesetzter Zahlwörter nur noch eine wiederholte Anwendung der eben gewonnenen Erkenntnis bedeutete.“ (ebd., S. 9)

Allerdings war auch dieser weiterführende Prozess mit mancherlei Hürden behaftet. Selbst wenn man additiv denkt und wenn man die Zehn – also die Anzahl der Finger – als Bezugsgröße verwendet, muss man ja erstmal auf die Idee kommen, die nun folgenden „Zehnerbündel“ nach einem geschlossenen sprachlichen Prinzip zu benennen. Die langanhaltenden Schwierigkeiten, die größeren Zahlen zu benennen, deutet Schellenberger im weiteren Text (ebd., S. 9 ff.) an. Die Darstellungen der Benennungsinconsistenzen bei Adam Ries in Abschnitt 4 dieses Artikels vermitteln einen Eindruck von diesen Problemen.

Warum wurde aber über die Jahrhunderte an den Bezeichnungen „Elf“ und „Zwölf“ festgehalten, statt sie durch die Bezeichnung „Einszehn“ und „Zweizehn“ an die additive Struktur anzupassen? Ich vermute, dass dies damit zu tun hat, dass das Dezimalsystem sich erst peu-à-peu als singuläres Zahlssystem durchgesetzt hat bzw. durchsetzt. Bei der Uhrzeit oder bei Winkelmaßen arbeiten wir nach wie vor mit nichtdezimalen Systemen. Bis ins zwanzigste Jahrhundert war das Denken z.B. im Zwölfersystem noch weit verbreitet: Man kaufte nicht nur „ein Dutzend Eier“, sondern arbeitete auch mit Einheiten wie „ein halbes Dutzend“ oder „zwei Dutzend“. Solche Alltäglichkeiten korrespondieren gut mit dem Bruch der Zahlbenennung bei 12.

Auffällig ist, dass die Zahlbezeichnungen im Deutschen keine Strukturgleichheit mit den römischen Zahlen aufweisen, die im deutschen Sprachraum bis in die Zeit der Durchsetzung des arabischen Dezimalsystems gebräuchlich waren. Ein weiterer Suchfokus für den Ursprung der Zahlwörter dürfte deshalb eher im Bereich der „mündlichen“ Körperzahlen liegen, mit denen das Volk arbeitete. Wir kennen dieses Vorgehen von den Fingerzahlmustern. So stellen wir die 1 mit einem Daumen, die 2 mit Daumen und Zeigefinger, die 6 mit einer ganzen Hand und einem Daumen dar. Diese Fingerzahlmuster unterscheiden sich noch heute in verschiedenen Kulturen. Ebenso gab es viele Systeme des Weiterzählens nach der 10. Man zählte mit den Zehen weiter oder wies dem Mund die Zahl 11 zu, der Nase die Zahl 12, dem rechten Auge die Zahl 13 usw. In diesem System könnte der Zahlname der 11 auf das frühere Wort für Mund verweisen, der Zahlname der 12 auf das Wort für Nase usw. In diesen Benennungsformen scheint mir ein guter Kandidat für ein noch tieferes Verständnis der Herkunft der Zahlwörter zu liegen.

Literatur

- Campbell, Jamie I.D./Xue, Quilin (2001): Cognitive Arithmetic Across Cultures. In: *Journal of Experimental Psychology: General*, Vol. 120, S. 299-315 (zitiert nach Gaidoschik 2010, S. 52-58).
- Dehaene, Stanislas (1999): *Der Zahlensinn oder warum wir rechnen können*. Basel, Boston, Berlin (zitiert nach Gaidoschik 2010, S. 52-58).
- Fuson, Karen C./Briars, Diane J. (1990): Using a Base-Ten Blocks Learning/Teaching Approach for First- and Second-Grade Place-Value and Multidigit Addition and Subtraction. In: *Journal for Research in Mathematics Education*, Jg. 21, Heft 3, S. 180-206 (zitiert nach Hartmann 2010, S. 59).
- Fuson, Karen C./Kwon, Youngshim (1992): Korean Children's Single-Digit Addition and Subtraction: Numbers Structured by Ten. In: *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 23, No. 2, S. 148-165 (zitiert nach Gaidoschik 2010, S. 52-58).
- Gaidoschik, Michael (2010): *Wie Kinder rechnen lernen – oder auch nicht*. Frankfurt/M.
- Geary, David C./Bow-Thomas, Christine C./Fan, Liu/Siegler, Robert S. (1996): Development of Arithmetical Competences in Chinese and American Children: Influence of Age, Language, and Schooling. In: *Child Development*, Vol. 67, S. 2022-2044 (zitiert nach Gaidoschik 2010, S. 52-58).
- Gerritzen, Lothar (Hrsg.) (2008a): *Zwanzigeins. Für die unverdrehte Zahlsprechweise. Fakten, Argumente, Meinungen*. Bochum.
- Gerritzen, Lothar (2008b): Warum wir Zahlen von hinten nach vorne lesen und warum das nicht so bleiben muss. In: *Gerritzen 2008a*, S. 22-33.
- Gray, Eddie/Pitta, Demtra/Tall, David (2000): Objects, actions, and images: a perspective on early number development. In: *Journal of Mathematical Behavior*, Jg. 18, Heft 4, S. 401-413 (zitiert nach Hartmann 2010, S. 59).
- Hartmann, Christian (2010): *Zur Entwicklung des Stellenwertverständnisses. (Schriftliche Hausarbeit im Rahmen der ersten Staatsprüfung für das Lehramt an Grund-, Haupt-, Real- und Gesamtschulen mit dem Studienschwerpunkt Grundschule. Paderborn.) (Text kann in elektronischer Form beim Autor abgerufen werden.)*
- Hartmann, Christian/Meyerhöfer, Wolfram (2014): *DVV-Rahmencurriculum Rechnen Stufe 2. Projekt „Rahmencurriculum und Kurskonzept für die abschlussorientierte Grundbildung“*. Bonn.
- Jacob, Walter (2008): Sachstand, Probleme, Lösungen. In: *Gerritzen 2008a*, S. 34-37.
- Kluge, Friedrich/Seebold Elmar (2002): *Etymologisches Wörterbuch der deutschen Sprache*. (24. Aufl.) Berlin.
- Löblein, Günther (2008): Wie hoch ist der wirtschaftliche Schaden? In: *Gerritzen 2008a*, S. 142-144.
- Madell, Rob (1985): Children's natural processes. In: *Arithmetic Teacher*, Jg. 32, Heft 7, S. 20-22 (zitiert nach Hartmann 2010, S. 58).
- Meyer, Michael (2012): Zahlen durch Sprachen verstehen. In: *PM (Praxis der Mathematik in der Schule)*, Jg. 54, Heft 45, S. 44-45.
- Meyerhöfer, Wolfram (2013): Sind die Elemente der Stellenwerttafel Ziffern oder Das IQB als Herrscherin über die Stellenwerttafel. In: *Greefrath, Gilbert/Käpnick, Friedrich/Stein, Martin (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht 2013. Band 1. Münster. S. 656-659.*
- Meyerhöfer, Wolfram (2014): Zweizehneins statt Zwanzigeins. Skizze einer stellenwertlogisch konsistenten Konstruktion der Zahlwörter im Deutschen. In: *Hahn, Heike (Hrsg.): Anregungen für den Mathematikunterricht unter der Perspektive von Tradition, Moderne und Lehrerprofessionalität. Hildesheim, S. 33-46.*

- Meyerhöfer, Wolfram (2015): Verstehen und Verbessern? Fallanalysen und die Grenzen kollegialer Kritik bei Lehrern. Erscheint in: Hummrich, Merle/Hebenstreit, Astrid/Hinrichsen, Merle/Meier, Michael (Hrsg.): Was ist der Fall? Kasuistik und das Verstehen pädagogischen Handelns. Wiesbaden.
- Miller, Kevin/Smith, Catherine M./Zhu, Jianjun/Zhang, Houcan (1995): Preschool origins of cross-national differences in mathematical competence: The role of number-naming Systems. In: Psychological Science, Vol. 6, No. 1, S. 56-60 (zitiert nach Gaidoschik 2010, S. 52-58).
- Miura, Irene T. (1987): Mathematics achievement as a function of language. In: Journal of Educational Psychology, Jg. 79, Heft 1, S. 79-82 (zitiert nach Hartmann 2010, S. 59-60).
- Miura, Irene T./Kum, Chungsoon C./Chih-Mei Chang/Okamoto, Yukari (1988): Effects of Language Characteristics on Children's Cognitive Representation of Number: Cross-National Comparisons. In: Child Development, Jg. 59, Heft 6, S. 1445-1550 (zitiert nach Hartmann 2010, S. 59-60).
- Miura, Irene T./Okamoto, Yukari (1989): Comparisons of U.S. and Japanese first graders' cognitive representation of number and understanding of place value. In: Journal of Educational Psychology, Jg. 81, Heft 1, S. 109-114 (zitiert nach Hartmann 2010, S. 59-60).
- Porstmann, Walter (1920): Sprache und Schrift. Berlin.
- Ries, Adam (1570): „Rechnung auff der Linien und Federn/Auff allerley Handthierung/Gemacht durch Adam Riesen“, Neuauflage von 1570. Alten-Stettin.
- Schellenberger, Martin (1953): Zahlwort und Schriftbild der Zahl. Leipzig.
- Schipper, Wilhelm (2005): Lernschwierigkeiten erkennen – verständnisvolles Lernen fördern. SINUS Modul G 4. Kiel.
- Song, Myung-Ja/Ginsburg, Herbert P. (1987): The development of informal and formal mathematical thinking in Korean and U.S. children. In: Child Development, Jg. 58, S. 1286-1296 (zitiert nach Gaidoschik 2010, S. 52-58).
- Spiegel, Hartmut/Selter, Christoph (2003): Kinder und Mathematik. (5. Aufl.) Seelze-Velber.
- Uy, Frederick (2003): The Chinese Numeration System and Place Value. In: Teaching children mathematics, Vol. 9, No. 5, S. 244-247.
- Vannebo, Kjell-Ivar (2008): Die norwegische Zahlensprechreform von 1951. In: Gerritzen 2008a, S. 95-104.
- Voigt, Jürgen (2008): Die konsequente Zahlensprechweise in der Türkei. In: Gerritzen 2008a, S. 113-114.