Häsel-Weide, Uta; Nührenbörger, Marcus

Kritische Stellen in der mathematischen Lernentwicklung

Grundschule aktuell : Zeitschrift des Grundschulverbandes (2013) 122, S. 8-11

Quellenangabe/ Reference:
Häsel-Weide, Uta; Nührenbörger, Marcus: Kritische Stellen in der mathematischen Lernentwicklung - In: Grundschule aktuell : Zeitschrift des Grundschulverbandes (2013) 122, S. 8-11 - URN: urn:nbn:de:0111-pedocs-176641 - DOI: 10.25656/01:17664

https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0111-pedocs-176641
https://doi.org/10.25656/01:17664

Uta Häsel-Weide / Marcus Nührenbörger

Kritische Stellen in der mathematischen Lernentwicklung

Der Mathematikunterricht in der Grundschule ist getragen von zentralen mathematischen Grundideen, die inhaltlich weitreichende Bedeutung besitzen und zu denen mathematische Inhalte aufbereitet werden. Eine mathematische Grundidee stellt sozusagen den konzentrierten Rahmen dar, in dem spezifische Inhalte wiederkehrend thematisiert werden. Müller und Wittmann (1995) nennen für die Bereiche der Arithmetik und Geometrie sowie Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit jeweils sieben verschiedene Ideen, die die Basis für ein fundamentales Verständnis der Fachinhalte darstellen und von denen jeweils zwei auf anwendungsbezogene Aspekte zielen.

Im Folgenden soll ausschließlich der Bereich der Arithmetik näher in den Blick genommen werden, da gerade dieser viele kritische Stellen für die mathematische Lernentwicklung der Kinder bereithält (vgl. Lorenz 2003; Scherer / Moser Opitz 2010). Als Grundideen sind die Zahlenreihe (1), das Rechnen, Rechengesetze und -vorteile (2), das Zehnersystem (3), die Rechenverfahren (4), arithmetische Gesetzmäßigkeiten und Muster (5) sowie Zahlen in der Umwelt (6) und Übersetzungen in die Zahlensprache (7) zu nennen. Diese Grundideen können von den Grundschülerinnen und -schülern in unterschiedlichen Tiefen erkundet werden. Sie beinhalten aber miteinander verwobene *kritische Stellen*, die von *allen* Kindern verstanden werden müssen, da sie »die zentralen Ankerpunkte [darstellen], um die herum sich das herkömmliche mathematische Wissen und Können erst systematisieren kann. Sie sind unbedingt notwendige Verstehenselemente« (Meyerhöfer 2011, S. 411).

Diese notwendigen Inhaltsbereiche sind von jedem Lernenden zu bearbeiten und zu verstehen; allerdings werden sie für manche zu kritischen Stellen in der mathematischen Lernentwicklung, wenn sie sich diese nicht unproblematisch erschließen bzw., aus der Sicht der Lehrkraft gesehen, wenn ihnen kein individuell-adäquater Zugang zur Bearbeitung, zur Erkundung und Sicherung angeboten wird. Anders formuliert, die Beachtung der besonders kritischen Stellen, die objektiv für jede Schülerin und jeden Schüler vorhanden sind, erlaubt der Lehrkraft, die individuelle Arbeit des Kindes an den bedeutsamen Inhalten gezielt zu begleiten, um im Sinne einer präventiven Förderung langfristige und schwerwiegende Schwierigkeiten von vornherein in der mathematischen Lernentwicklung zu vermeiden bzw. zu kompensieren. **Daher sind die kritischen Stellen sensibel in der Unterrichtsplanung zu reflektieren und mit Blick auf den einzelnen Lernenden sorgsam und konzentriert zu beachten, um besondere Hindernisse in der individuellen Aneignung gezielt zu diagnostizieren und fokussiert zu fördern.** Eine gezielte informelle Diagnose und fokussierte Förderung der kindlichen Aneignungsprozesse mindert zum einen das Lernrisiko, an der kritischen Stelle zu scheitern, und erhöht zum anderen das Lernpotenzial an grundlegenden Erkenntnissen, das in der Überwindung der Stelle liegt.

Unser Wissen um spezifische Schwierigkeiten, die einige Kinder in der Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten besitzen, weist auf die ausgewiesenen Inhalte hin, die die mathematische Lernentwicklung in besonderer Weise kritisch beinträchtigen können: Dies sind v. a. das Zahlverständnis in unterschiedlichen Zahlenräumen, das dekadische Verständnis und die Einsichten in grundlegende Operationen und operative Zusammenhänge (vgl. Häsel-Weide / Nührenbörger / Moser Opitz / Wittich 2013; Meyerhöfer 2011; Scherer / Moser Opitz 2010). Im Kontext dieser inhaltlichen Stellen ist es zentral, dass die Schülerinnen und Schüler ein Verständnis für die strukturellen, abstrakten Zusammenhänge entwickeln und sich von einer einseitigen, konkret-empirischen Interpretation der arithmetischen Objekte lösen.

Im Folgenden sollen die inhaltlichen Stellen aus zwei Perspektiven herausgearbeitet werden:

Aus der *Perspektive des Anfangsunterrichts* Mathematik sind als kritische Stellen die Inhalts-Kompetenzen zu verstehen, die – dem Konzept der Grundideen folgend – in den Klassen 3 und 4 explizit fort- und weitergeführt werden. Zu nennen sind hier der Bereich der Zahl- und Operationsvorstellungen sowie des Zahlenrechnens (vgl. Häsel-Weide / Nührenbörger 2012). Denn der Zahlenraum wird – aufbauend auf dem grundlegenden Zahlverständnis – erweitert, so dass die Anforderungen an das Verständnis der Zahlenreihe und Zahlbeziehungen sowie des Zählens in Schritten unterschiedlicher Größe fortgeführt werden. Ferner werden die im Anfangsunterricht thematisierten halbschriftlichen Rechenverfahren einerseits auf das Rechnen mit größeren Zahlen übertragen, andererseits dienen diese wiederum als Grundlage für das Verständnis des Ziffernrechnens. In diesem Sinne sind die kritischen Stellen in der mathematischen Lernentwicklung in den späten Klassen der Grundschule von den elementaren Kompetenzen geprägt.

Aus der *Perspektive der Sekundarstufe 1* sind zugleich das Basiswissen über arithmetische Zusammenhänge als kritische Stelle zu interpretieren. Moser Opitz (2007) weist darauf hin, dass sich fehlende elementare Kenntnisse in den arithmetischen Verstehensgrundlagen am Ende der Grundschulzeit als zentrale Prädiktoren für Schwierigkeiten mit Mathematik in der Sekundarstufe 1 zeigen. Somit sind Schwierigkeiten im Verständnis neu zu erlernender Zahlbereiche wie z. B. Dezimalzahlen, Bruchzahlen oder negative Zahlen womöglich mit einem fehlenden Basiswissen über das Rechnen mit Zahlen und

Ziffern sowie über fehlende Einsichten in das dekadische Zahlverständnis verbunden. Insbesondere der Aufbau von adäquaten und flexibel zu interpretierenden Operationsvorstellungen zu den multiplikativen Beziehungen stellt eine kritische Stelle dar. Denn in den späten Grundschuljahren stehen die Schülerinnen und Schüler vor der Herausforderung, größere Zahlen multiplikativ zu verknüpfen und dabei die arithmetischen Gesetzmäßigkeiten (Assoziativ-, Kommutativ- und Distributivgesetz) anzuwenden. Zudem ist das operative Verständnis der Multiplikation und Division als Grundlage der Entwicklung eines Bruchzahlverständnisses zu nennen. Daneben stellt das dezimale Stellenwertsystem eine zentrale Hürde dar, das beim Ausbau der Zahlvorstellungen über 100 hinaus ebenso zum Tragen kommt wie bei der Anwendung halbschriftlicher und schriftlicher Rechenverfahren. Die Einsicht in das Dezimalsystem hilft den Schülerinnen und Schülern, Beziehungen zwischen verschiedenen Zahlen herzustellen und beim Rechnen zu nutzen (vgl. Scherer / Moser Opitz 2010). Während Moser Opitz (2007) auf die Schwierigkeiten von Schülerinnen und Schülern in der frühen Sekundarstufe hinweist, die ein geringes dekadisches Verständnis in der Grundschule aufbauen konnten, stellt Humbach (2008) heraus, dass gerade Kinder mit geringen mathematischen Erfolgen am Ende der Sekundarstufe 1 lediglich über rudimentäre dekadische Einsichten verfügen.

Darüber hinaus wirkt das dekadische Verständnis auf den Umgang mit Maßeinheiten ein, die ihrerseits in dekadischen Beziehungen zueinander stehen (vgl. Halbe / Licht / Nührenbörger 2011). Mit dem Maßzahlverständnis verknüpft ist die Fähigkeit der Kinder, mathematische Situationen zu erkennen und konkrete mathematische Erfahrungen im Lebensalltag zu deuten. Das Rechnen mit den Sachen bildet eine Brücke zwischen der Lebenswelt der Kinder und den abstrakten, mathematischen Begriffen (vgl. Müller 1995). In diesem Sinne finden die elementaren Operationen und Zahlvorstellungen eine konkrete Anwendung. Allerdings kann es bei mangelnden Aktivierungen von operativen Grund- oder Zahlvorstellungen ebenso wie bei geringen sinnentnehmenden Texterfassungskompetenzen zu Schwierigkeiten kommen. Denn der Prozess des Rechnens mit Realsituationen ist ein komplexer Vorgang des Hin- und Herübersetzens zwischen Erfahrungen und Vorstellungen über die Sachsituation und dem Wissen um mathematische Zusammenhänge und Verfahren (vgl. van den Heuvel-Panhuizen 2005). Sachinformationen, Größenvorstellungen und elementare mathematische Aspekte über Zahlen und Operationen greifen ineinander, die nicht von allen Lernenden aufeinander bezogen werden. Damit ergibt sich die doppelte Dimension des Sachrechnens: Einerseits bietet es bei elementaren arithmetischen Zahl- und Operationsbezügen konkrete Verstehenshilfen in der Erarbeitung der mathematischen Konzepte. Andererseits erzeugt es bei komplexeren Situationen besondere Schwierigkeiten und erweist sich als kritische Stelle im Lernprozess der Kinder (vgl. Häsel-Weide 2012). Diesbezüglich ist das Beschreiben grundlegender Sachsituationen mit Termen ebenso hervorzuheben wie die Fähigkeit, Rechenergebnisse zu Sachsituationen zu ermitteln, zu interpretieren und auf Sachangemessenheit hin zu überprüfen sowie Beziehungen zwischen Einheiten von Größen zu erfassen und mit geeigneten Stützpunktvorstellungen zu validieren (z. B. Geld, Gewichte, Volumen; vgl. Peter-Koop / Nührenbörger 2007).

Kritische Stelle: Operationsvorstellung

In diesem Beitrag beschränken wir uns exemplarisch auf die kritische Stelle »Operationsvorstellungen zur Multiplikation«, zu der gemäß den Leitideen für eine unterrichtsintegrierte Förderung (vgl. Bartnitzky / Hecker / Lassek 2012) exemplarisch eine Förderidee aufgezeigt wird. Obwohl die Multiplikation – insbesondere das Erlernen des kleinen Einmaleins – ein zentraler Inhalt des zweiten Schuljahres ist, sind in höheren Klassen bei vielen Kindern die Einmaleinsaufgaben nicht automatisiert, sondern müssen – gerade im Kontext des Multiplizierens mehrstelliger Zahlen – immer wieder neu berechnet werden, »oftmals durch Aufsagen der gesamten 1 × 1-Reihe« (Scherer 2007, S. 5) und begleitet vom Mitzählen an den

Dr. Uta Häsel-Weide
arbeitet als abgeordnete Förderschullehrerin am Institut für Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts und am Lehrstuhl für Differenzielle Didaktik der Technischen Universität Dortmund.

Prof. Dr. Marcus Nührenbörger
arbeitet als Hochschullehrer am Institut für Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts der Technischen Universität Dortmund.

Fingern. Allerdings beschreibt Lorenz (2003, S. 27) einen Aspekt, der auf den ersten Blick im Widerspruch zur zuvor genannten Problematik erscheint: Demnach blühen gerade Kinder mit mathematischen Lernschwächen in der Phase der Automatisierung häufig auf. Denn ein Aufsagen von auswendig gelernten Ergebnissen oder Zahlen einer Reihe ist auch ohne Verständnis der zu Grunde liegenden Handlungen möglich. Hierbei ist aber zu beachten, dass eine Verankerung im Langzeitgedächtnis ohne Verständnis schwierig bleibt, so dass die Kinder in höheren Klassen wieder auf Zählprozesse zurückgreifen müssen. Somit weisen beide Phänomene darauf hin, dass nicht alle Kinder eine Vorstellung zur Multiplikation aufgebaut haben, die es ihnen erlaubt, nicht (mehr) auswendig gewusste Aufgaben aus den Beziehungen zu anderen Aufgaben abzuleiten.

Ursächlich für dieses Vorgehen der Kinder können zwei Aspekte sein:
(1) Einseitige Unterrichtserfahrungen: Der Schwerpunkt der Behandlung des Einmaleins kann auf dem Erlernen (Behandeln, Aufsagen und Automatisieren) von einzelnen Einmaleinsreihen gelegt worden sein, so dass Kinder die erlernte Strategie nachahmen und über das leise Mitsprechen der Zahlen den akustischen Klang der Reihe als Unterstützung oder Kontrolle heranziehen.
(2) Einseitige Vorstellung: Die Schülerinnen und Schüler greifen evtl. auf die

Vorstellung der Multiplikation als fortgesetzte Addition zurück und addieren in der Vorstellung immer die gleiche Menge dazu.

beziehungsreich und verstehensorientiert

Die Bedeutung einer verständnisbasierten Einführung der Operationen mit Bezug auf Handlungen, Bilder und sinnstiftende Kontexte wird von vielen Autorinnen und Autoren betont (vgl. u.a. Krauthausen / Scherer 2003; Padberg / Benz 2011; Kaufmann / Wessolowski 2006). Mit Blick auf die Multiplikation kommt es nicht nur darauf an, die räumlich-simultane und die zeitlich-sukzessive Vorstellung zu vernetzen, sondern in Handlungen, Veranschaulichungen und dann auch Termen die abstrakte Grundidee der Vervielfachung einer gleichmächtigen Menge zu sehen. Im Vergleich zur Addition und Subtraktion wird jedoch bei der Einführung der Multiplikation (schon allein aufgrund des Zahlenraums und der gängigen Arbeitsmittel in der Grundschule, die nicht in 4er, 5er oder 7er gebündelt sind) nicht schwerpunktmäßig mit konkreten Materialien (enaktiv), sondern verstärkt auf ikonischer und symbolischer Ebene gearbeitet (vgl. Abb. 1). Hierbei besteht die Gefahr, dass manche Kinder die Aktivitäten eher getrennt voneinander sehen und nicht erfolgreich in dem Term oder dem Bild eine Handlung an Mengen hineinsehen: Beispielsweise lösen sie multiplikative Aufgaben über das wiederholte Abzählen und malen anschließend eine entsprechend angeordnete Felderanzahl auf, ohne in dem Feld die gleichmächtigen Mengen hineinzudeuten. In dieser Hinsicht ist als kritische Stelle des Operationsverständnisses die Ausprägung struktur-fokussierender Deutungen (vgl. Häsel-Weide 2013) auszumachen.

Aus unserer Sicht ist es zentral, den Kindern geeignetes Material an die Hand zu geben, mit denen auf der einen Seite Multiplikationsaufgaben mehrdeutig und flexibel dargestellt und mit denen auf der anderen Seite multiplikative Strukturen in die Anordnung der Materialien hineingedeutet werden können (vgl. Söbbeke / Steinbring 2007). Dazu eignen sich z.B. Punktestreifen (vgl. Abb. 2; s. auch Transchel / Häsel-Weide / Nührenbörger 2013), mit denen die Kinder Malaufgaben auf unterschiedliche Weise darstellen können und dabei mit gleichmächtigen Mengen umgehen, die entsprechenden Handlungen beschreiben, im Weiteren auch verdeckt ausführen und sich zunehmend vorstellen bzw. die entstandenen Punktfelder oder Punktreihen deuten.

diagnosegeleitet und differenziert

Neben der Beachtung der kritischen Stelle bei der Einführung der Multiplikation stellt sich für viele Lehrkräfte die Frage, wie unterrichtsintegriert auch in höheren Klassen fehlende Vorstellungen aufgebaut werden können, so dass die Kinder ihre bereits ausgebildeten (Hilfs)-Strategien und Vorgehensweisen erweitern können. Dabei kann es nicht darum gehen, die bereits im ersten Durchgang unverstandenen Aktivitäten in ähnlicher Weise zu wiederholen (Lorenz 2003), sondern an geeigneten Stellen muss Verständnis für die dahinterliegende Handlung aufgebaut werden.

Wird z.B. im dritten Schuljahr das Aufgabenformat »Malhäuser« behandelt, besteht hier eine Anknüpfung, um innerhalb des Formats grundlegende Vorstellungen (wieder) aufzubauen. Malhäuser sind Zahlenhäuser, bei denen in den Etagen die Aufgaben des kleinen Einmaleins stehen, deren Ergebnis die Dachzahl ist. Die Behandlung dieses substanziellen Aufgabenformats geschieht üblicherweise auf einer rein symbolischen Ebene (vgl. Selter 2002). Es ist jedoch wenig aufwendig und hinsichtlich der Differenzierung und der diagnostischen Erkenntnis sehr reichhaltig und verständnisfördernd, die Malaufgaben zudem mit Streifen zu legen (vgl. Abb. 2).

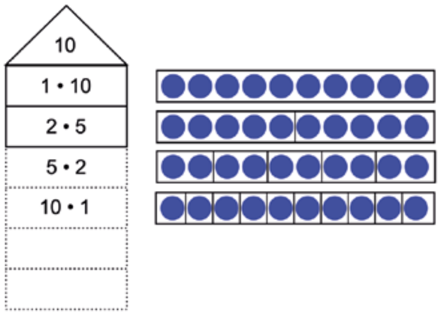

Abb. 2: Malhaus – symbolisch und mit Streifen gelegt

Auf diese Weise haben Kinder die Gelegenheit, zum einen sich die Multiplikation als Vervielfachen einer gleichmächtigen Menge (hier in linearer Darstellung) ins Gedächtnis zu rufen und auch selbst noch einmal mit dem Material aus Klasse 2 zu legen. Zum anderen erfahren sie zudem noch die Division als Aufteilen der Menge (hier Dachzahl 10) in gleichgroße Mengen. Die Lehrerin kann diese Vorstellung unterstützen, indem sie Kinder gezielt fragt: »Kann ich auch mit dem 3er-Streifen die 10 treffen?« Stellt man den Kindern in der Arbeitsphase ebenfalls Streifen optional bereit, können auch diejenigen Kinder, die nicht zu einer Zahl eine Vielzahl von Malaufgaben verfügbar haben, die Aufgaben bearbeiten, indem sie (systematisch) probierend mit dem Streifen versuchen, die Dachzahl zu treffen. Mit diagnosegeleitetem Blick kann die Lehrkraft sehen, welche Kinder welche Malaufgaben zu welchen Ergebnissen abrufen können, inwieweit die kommutative Struktur der Multiplikation genutzt wird und wie die Streifen eingesetzt werden.

kommunikativ und kooperativ

Nach dem Finden von Aufgaben zu einem Pool von Zahlenhäusern (z.B. 1 – 12 oder 1 – 20) können die Kinder als Paar oder Gruppe aufgefordert werden, ihre Häuser zu sortieren. Das gemeinsame Sortieren bietet auf der einen Seite die Chance zur gegenseitigen Kontrolle und Ergänzung von Aufgaben, auf der anderen Seite können über die Vielzahl der mitgebrachten Häuser Beziehungen zwischen den Aufgaben in den Blick ge-

Abb. 1a und b: übliche Darstellung der Multiplikation durch Zeichnung von Einzelelementen

nommen werden bzw. auf die Anzahl der Stockwerke fokussiert werden. In gemeinsamen Gesprächsphasen z. B. in der Reflexion sollte die Lehrkraft darauf achten, dass die Kinder nicht nur die gefundenen Malaufgaben nennen, sondern immer auch beschreiben, wie die Aufgabe dargestellt werden kann (z. B. 4 · 3, also vier Dreierstreifen).

Fazit

Unterrichtsintegrierte Förderung in den Klassen 3 und 4 beachtet die kritischen Stellen aus den Blickwinkeln der Eingangsstufe und der Sek I. Bei der Auswahl von Förderideen steht im Fokus, was notwendig für ein langfristig erfolgreiches Mathematiklernen ist und welche Hürden dafür überwunden werden müssen. Dabei geht es nicht darum, allein in einem exklusiven Förderband Kinder an den aktuellen Stoff »heranzuführen«, sondern vielmehr im regulären Mathematikunterricht stets Möglichkeiten zu geben und bewusst bereitzustellen, strukturelles Verständnis aufzubauen, das im mathematischen Kern Lücken schließt und Anschluss sichert. □

Literatur

Bartnitzky, H. / Hecker, U. / Lassek, M. (Hrsg.): Individuell fördern – Kompetenzen stärken. Grundschulverband (Band 134).

Halbe, A. / Licht, G. / Nührenbörger, M. (2011): Wie schnell wachsen Haare? Produktive Sachübungen: Beziehungen zwischen Vorstellungen und Maßzahlen. Mathematik differenziert, 2 (4), S. 40 – 46.

Häsel-Weide, U. ([2]2012): Sachrechnen. In: Heimlich, U. / Wember, F. B. (Hrsg.): Didaktik des Unterrichts im Förderschwerpunkt Lernen. Ein Handbuch für Studium und Praxis. Kohlhammer, S. 280 – 293.

Häsel-Weide, U. (2013): Ablösung vom zählenden Rechnen: Struktur-fokussierende Deutungen am Beispiel von Subtraktionsaufgaben. Journal für Mathematikdidaktik, 34 (1), S. 21 – 52.

Häsel-Weide, U. / Nührenbörger, M. (2012): Fördern im Mathematikunterricht, Heft 4. In: H. Bartnitzky u. a. (Hrsg.): Individuell fördern – Kompetenzen stärken. Grundschulverband.

Häsel-Weide, U. / Nührenbörger, M. / Moser Opitz, E. / Wittich, C. (erscheint 2013): Ablösung vom zählenden Rechnen. Fördereinheiten für heterogene Lerngruppen. Kallmeyer.

Humbach, M. (2008): Arithmetische Basiskompetenzen in der Klasse 10. Berlin: Köster.

Kaufmann, S. / Wessolowski, S. (2006): Rechenstörungen. Diagnose und Förderbausteine. Kallmeyer.

Krauthausen, G. / Scherer, P. ([2]2003): Einführung in die Mathematikdidaktik. Spektrum.

Lorenz, J. H. (2003): Lernschwache Rechner fördern. Cornelsen.

Meyerhöfer, W. (2011): Vom Konstrukt der Rechenschwäche zum Konstrukt der nicht bearbeiteten stofflichen Hürden. Pädagogische Rundschau, 65 (4), S. 401 – 426.

Moser Opitz, E. (2007): Rechenschwäche / Dyskalkulie. Haupt.

Müller, G. N. (1995): Kinder rechnen mit der Umwelt. In G. N. Müller / E. Ch. Wittmann (Hrsg.): Mit Kindern rechnen. Grundschulverband, S. 42 – 64.

Müller, G. N. / Wittmann, E. Ch. (Hrsg.) (1995): Mit Kindern rechnen. Grundschulverband.

Padberg, F. / Benz, Ch. ([4]2011): Didaktik der Arithmetik für Lehrerausbildung und Lehrerfortbildung. Spektrum.

Peter-Koop, A., / Nührenbörger, M. (2007): Größen und Messen. In: Walther, G. / van den Heuvel-Panhuizen, M. u. a. (Hrsg.): Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret. Cornelsen, S. 89 – 117.

Scherer, P. (2007): Produktives Lernen für Kinder mit Lernschwächen. Fördern durch Fordern. Bd. 3: Multiplikation und Division im Hunderterraum. Persen.

Scherer, P. / Moser Opitz, E. (2010): Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe. Spektrum.

Selter, Ch. (2002): Malhäuser – eine Übungsform zur Zahlzerlegung. Grundschulzeitschrift, 152, S. 44 – 46.

Söbbeke, E. / Steinbring, H. (2007): Anschauung und Sehverstehen – Grundschulkinder lernen im Konkreten das Abstrakte zu sehen und zu verstehen. In: Lorenz, J. H. / Schipper, W. (Hrsg.): Hendrik Radatz: Impulse für den Mathematikunterricht. Schroedel, S. 62 – 68.

Transchel, S. / Häsel-Weide, U. / Nührenbörger, M. (2013): Zahlen treffen. Erscheint in: Mathematik differenziert.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2005): The role of contexts in assessment problems in mathematics. For the Learning of Mathematics (2), 2 – 9 / 23.

Perspektive Anfangsunterricht	Kritische Stellen im Lernprozess der Klassen 3 und 4			Perspektive Sekundarstufe 1
Zahlvorstellungen im Zahlenraum bis 100	**Zahlvorstellungen / Dezimalsystem im Zahlenraum bis 1000 (und darüber hinaus)**			Erweiterung des Zahlenraums über die Million hinaus und Einführung in neue Zahlbereiche: Dezimalzahlen, Bruchzahlen, negative Zahlen
	verschiedene Formen der Darstellung von Zahlen (z. B. am Zahlenstrahl, Punktefelder, Stellenwerttafel)	Zahlbeziehungen (z. B. Vorgänger und Nachfolger, Größenrelationen, Zahlenfolgen)	Bündeln und Entbündeln	
Operationsvorstellungen im Zahlenraum bis 100 (Grundvorstellungen zu den elementaren Operationen)	**Operationsvorstellungen im Zahlenraum bis 1000**			Operationsvorstellungen zum Rechnen in Kontexten und mit Dezimalzahlen, Bruchzahlen, negativen Zahlen
	operative Vorstellungen aus verschiedenen Formen der Darstellung von Rechenoperationen (z. B. am Zahlenstrahl, mit 100er- oder auch 400er-Punktefeldern) entwickeln	operative Beziehungen zwischen Addition und Subtraktion bzw. Multiplikation und Division erkennen, nutzen und erklären	operative Zusammenhänge im Format der Sachaufgabe erkennen bzw. produzieren	
Zahlenrechnen im Zahlenraum bis 100	**Zahlenrechnen im Zahlenraum bis 1000 (und darüber hinaus)**			Zahlenrechnen mit Dezimalzahlen, Bruchzahlen, negative Zahlen
	verschiedene halbschriftliche Rechenwege kennen, erklären und nutzen (unter Nutzung von zentralen Fachbegriffen)	operative Beziehungen erkennen und nutzen (z. B. Nachbaraufgaben, Verdopplungen, Vervielfachungen, Analogien)	dekadische Beziehungen beim Rechnen erkennen und nutzen (z. B. mit Stufenzahlen multiplizieren und dividieren; zur Stufenzahl addieren und subtrahieren; überschlagendes Rechnen)	
	Ziffernrechnen im Zahlenraum bis 1 000 000			Schriftliche Division, Ziffernrechnen mit Dezimalzahlen
	schriftliches Rechnen (Addition, Subtraktion) mit und ohne Übertrag anwenden und erläutern	schriftliche Multiplikation mit und ohne Übertrag anwenden und beschreiben		
Vorstellungen zu Größen (Längen, Zeitspannen und Geldwerte)	**Sachrechnen**			Umgang mit Größen, Umwandlungen von Maßeinheiten, Mathematisieren
	Stützpunktvorstellungen zu unterschiedlichen Größen aufbauen (v. a. 2 m, 1 m, 10 cm, 1 cm, 1 mm; 1 h, 1 min, 30 min; 1 Zentimeter- und 1 Meterquadrat; 1 g, 100 g, 1 kg; 1 €, 100 €, 10 ct)	Mit Größen und Beziehungen zwischen Maßeinheiten rechnen (v. a. zwischen mm und cm, cm und m, ct und €, s und h, h und d sowie g und kg, kg und t)	Daten aus Sachaufgaben sinnentnehmend erlesen bzw. aus der Lebenswirklichkeit entnehmen und mathematisch bearbeiten	

Wesentliche kritische Stellen im Spannungsfeld zwischen dem Anfangsunterricht und der Sekundarstufe 1, zugleich basale Kompetenzen im Inhaltsbereich der Klassen 3 und 4