

Bartsch, Thomas

## Modellbildung eines gekoppelten Mehrgrößenprozesses. Nachbildung des Arbeitstages eines Automatisierungsingenieurs

Schmohl, Tobias [Hrsg.]; Schäffer, Dennis [Hrsg.]: *Lehrexperimente der Hochschulbildung. Didaktische Innovationen aus den Fachdisziplinen. 2., vollständig überarbeitete und erweiterte Auflage.* Bielefeld : wbv 2019, S. 81-97. - (TeachingXchange; 2)



Quellenangabe/ Reference:

Bartsch, Thomas: Modellbildung eines gekoppelten Mehrgrößenprozesses. Nachbildung des Arbeitstages eines Automatisierungsingenieurs - In: Schmohl, Tobias [Hrsg.]; Schäffer, Dennis [Hrsg.]: *Lehrexperimente der Hochschulbildung. Didaktische Innovationen aus den Fachdisziplinen. 2., vollständig überarbeitete und erweiterte Auflage.* Bielefeld : wbv 2019, S. 81-97 - URN: urn:nbn:de:0111-pedocs-185669 - DOI: 10.25656/01:18566

<https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0111-pedocs-185669>

<https://doi.org/10.25656/01:18566>

### Nutzungsbedingungen

Dieses Dokument steht unter folgender Creative Commons-Lizenz: <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.de> - Sie dürfen das Werk bzw. den Inhalt vervielfältigen, verbreiten und öffentlich zugänglich machen sowie Abwandlungen und Bearbeitungen des Werkes bzw. Inhaltes anfertigen, solange sie den Namen des Autors/Rechteinhabers in der von ihm festgelegten Weise nennen und die daraufhin neu entstandenen Werke bzw. Inhalte nur unter Verwendung von Lizenzbedingungen weitergeben, die mit denen dieses Lizenzvertrags identisch, vergleichbar oder kompatibel sind. Mit der Verwendung dieses Dokuments erkennen Sie die Nutzungsbedingungen an.

### Terms of use

This document is published under following Creative Commons-License: <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.en> - You may copy, distribute and transmit, adapt or exhibit the work or its contents in public and alter, transform, or change this work as long as you attribute the work in the manner specified by the author or licensor. New resulting works or contents must be distributed pursuant to this license or an identical or comparable license.

By using this particular document, you accept the above-stated conditions of use.



### Kontakt / Contact:

peDOCS  
DIPF | Leibniz-Institut für Bildungsforschung und Bildungsinformation  
Informationszentrum (IZ) Bildung  
E-Mail: [pedocs@dipf.de](mailto:pedocs@dipf.de)  
Internet: [www.pedocs.de](http://www.pedocs.de)

# **Lehrexperimente der Hochschulbildung**

Didaktische Innovationen aus den Fachdisziplinen

Tobias Schmohl, Dennis Schäffer (Hg.)

# Modellbildung eines gekoppelten Mehrgrößenprozesses

## *Nachbildung des Arbeitstages eines Automatisierungsingenieurs*

THOMAS BARTSCH

### **Abstract**

Der Artikel beschreibt das Vorgehen bei der Abbildung einer technologischen Anlage oder ihrer Abstraktion in Form eines Planungsmodells in ein ablauffähiges Simulationsmodell auf einem Rechner (digitaler Zwilling). Dazu wird ein wärmetechnischer Mischprozess betrachtet, der aus dem alltäglichen Erfahrungsschatz der Studierenden – das Bedienen einer Mischarmatur eines Waschtisches oder einer Dusche – abgeleitet ist, um eine gemeinsame Basis für das weitere Vorgehen zu definieren.

Damit die Idee „Erstellen eines ablauffähigen Simulationsmodells eines wärmetechnischen Mischprozesses“ in eine konkrete Problemlösung überführt werden kann, wird sie zunächst als Aufgabenstellung für ein eintägiges Praktikum im Fach Systemtheorie und Prozessanalyse, das am Ende des Semesters stattfindet, formuliert. Die Dauer des Praktikums wird auf die Länge eines Arbeitstages eines Automatisierungsingenieurs abgestimmt, um einen Arbeitstag realitätsnah nachzubilden.

Die Studierenden haben zu diesem Zeitpunkt 15 Vorlesungen und Praktika besucht. Sie haben elementare und substanzielle Kenntnisse zur mathematischen Prozessbeschreibung erworben und bereits durch das Erstellen einfacher Simulationsmodelle im Praktikum unter Beweis gestellt. Im eintägigen Praktikum müssen die erarbeiteten Kenntnisse von den Studierenden in einem größeren Kontext angewendet werden. Es wird das didaktische Konzept vom Einfachen zum Komplizierten umgesetzt. Die Studierenden werden so, neben dem Erlernen von planmäßigem Vorgehen bei der Problemlösung, auch auf das Erlernen komplexer Fähigkeiten vorbereitet. Sie üben sich im Durchschauen von komplizierten Problemen, im Treffen von Annahmen, im Abschätzen der eintretenden Folgen sowie in der Fehlerbeseitigung in ihrer technischen Lösung. Damit werden neben dem Erleben des schrittweisen, planmäßigen Vorgehens bei der Problemlösung die Frustrationstoleranz und die Konzentrationsfähigkeit der Studierenden geschult. Das eintägige Praktikum liefert einen Beitrag zum angstfreien und selbstbewussten Umgang mit den Herausforderungen der beruflichen Praxis und fördert neben der fachlichen Expertise die Entwicklung starker Persönlichkeiten, die mit Unsicherheiten und Unklarheiten souverän umgehen.

**Schlagnworte:** Didaktik, Mathematische Modellbildung, Simulation, systemtheoretische Methoden, Produktionstechniker neuen Typs

# 1 Einleitung

## 1.1 Problemstellung

Studierende der Produktionstechnik kennen die Fertigungsverfahren und die Grundoperationen der Verfahrenstechnik. Die theoretische und experimentelle Modellbildung von Ein- und Mehrgrößenprozessen gehört nicht zu den klassischen Studienschwerpunkten eines Produktionstechnikers. Für eine zielgerichtete Verbesserung oder mathematische Optimierung eines technologischen Prozesses in einer technischen Anlage benötigt man einen Produktionstechniker neuen Typs. Dieser beherrscht zusätzlich die systemtheoretischen Methoden. Er wendet sie an, um technologische Prozesse in mathematischen Modellen abzubilden, diese auf dem Rechner zu simulieren und Verbesserungen in Form von Parameter- oder Strukturoptimierungen abzuleiten. Diese Verbesserungen setzt er dann im technologischen Prozess oder in der automatischen Steuerung des Prozesses um.

## 1.2 Zielsetzung

Zielsetzung des Aufsatzes ist es, das Vorgehen bei der Modellbildung und Simulation eines gekoppelten Mehrgrößenprozesses aufzuzeigen, wie es Studierenden in einem eintägigen Praktikum am Ende des Semesters in der Vertiefungsrichtung „Fabrikautomatisierung“ des Fachs Systemtheorie und Prozessanalyse für Produktionstechniker im 4. Semester vermittelt wird.

## 1.3 Aufbau der Arbeit

Der Aufsatz beschreibt einleitend ein Problem in der Hochschulausbildung von Produktionstechnikern. Ihnen werden in den klassischen Studienschwerpunkten keine Kenntnisse in der theoretischen und experimentellen Modellbildung von Ein- und Mehrgrößenprozessen vermittelt.

Aufbauend auf diesem Problem wird die Zielsetzung des Aufsatzes formuliert, systemtheoretische Methoden der Modellbildung zu vermitteln, sodass ein Produktionstechniker neuen Typs ausgebildet wird, der die Fähigkeiten und Fertigkeiten zur systematischen Verbesserung von technologischen Prozessen besitzt und diese in der industriellen Praxis anwenden kann.

Dazu wird beispielhaft ein gekoppelter Mehrgrößenprozess anhand einer Verfahrensbeschreibung und eines zugehörigen R&I-Fließbildes nach ISO 10628 dargestellt. Er wird aus dem Erfahrungsschatz der Studierenden abgeleitet und in Analogie zu einer Mischarmatur eines Waschtisches oder einer Dusche betrachtet.

Nachdem der gekoppelte Mehrgrößenprozess mit seinen Teilprozessen beschrieben ist, wird das Vorgehen zur theoretischen Modellbildung und die anschließende Umsetzung des physikalischen Modells in eine Simulationsumgebung dargestellt.

Das physikalische Modell des Mehrgrößenprozesses 1 wird anschließend durch eine Strukturannahme im Abschnitt „Modelltransformation“ in ein Mehrgrößenübertragungsfunktionsmodell mit freien Parametern überführt. Es wird dargestellt,

wie Startwerte der freien Parameter des Mehrgrößenübertragungsfunktionsmodells mithilfe von Strukturinformationen des physikalischen Modells, Linearisierung von Systemgleichungen im Arbeitspunkt und praxisiert Annahmen über die Dynamik gewonnen werden, um die Basis für die experimentelle Modellbildung zu schaffen.

Der Artikel schließt mit einer Zusammenfassung, in der das Vorgehen, die Beobachtungen und Erfahrungen des Lehrenden beim Anwenden von elementaren Kenntnissen durch Studierende in einem größeren Kontext, der Modellbildung von gekoppelten Mehrgrößenprozessen, beschrieben werden.

## **2 Didaktik und Beziehungsgestaltung als Grundlage für die Persönlichkeitsentwicklung von Studierenden**

Bevor Studierende der Produktionstechnik die Vertiefungsrichtung „Fabrikautomatisierung“ wählen, wird ihnen in einer Informationsveranstaltung eine Frage zur Entscheidungsfindung gestellt. Die Frage lautet: „Sind Sie Problemlöser oder Problemmelder?“

Diejenigen, die sich als Problemlöser verstehen, wählen die Vertiefungsrichtung „Fabrikautomatisierung“. Das sind 12 bis 15 Studierende pro Jahr.

Als erstes Vertiefungsfach wird Systemtheorie und Prozessanalyse unterrichtet. In diesem Fach werden sorgfältig ausgewählte Inhalte, die für die Beherrschung unterschiedlicher naturwissenschaftlicher und technischer Wissensgebiete unerlässlich sind, vermittelt, sodass sie anwendungsbereit sind. Dazu werden 15 Vorlesungen, dazugehörige Rechnerpraktika und 11 Belege für das Selbststudium angeboten, um elementare mathematische Beschreibungsformen zu vermitteln, anzuwenden und zu festigen.

Als Dozent baue ich eine Beziehung zu jedem Studierenden auf, die auf drei Aspekten basiert: Ich bin präsent und gewillt, für meine eigenen Vorstellungen einzutreten und diesen Gehör zu verschaffen, um als Vorbild Ausstrahlung zu bewirken. Des Weiteren lasse ich die Studierenden spüren, dass es sie gibt. Dazu wende ich den Dialog mit den Studierenden in den Lehrveranstaltungen an. Ich zeige ihnen ihre starken und schwachen Seiten durch Lob und Kritik auf, um ihnen zu vermitteln, welche Entwicklungsmöglichkeiten sie haben und was ich ihnen zutraue.

Gute Dozenten haben eine Ahnung von dem Vorwissen, dass ihre Studierenden über den zu vermittelnden Inhalt mitbringen und berücksichtigen es. Dieses Vorwissen gewinne ich aus Verständnisfragen zum Inhalt der letzten Vorlesung, kontrollierten Belegen des Selbststudiums sowie Rücksprache mit Tutoren.

Im Rechnerpraktikum arbeitet jeder Studierende für sich an einem Rechner. In den Praktikumsaufgaben konfrontiere ich die Studierenden mit Anforderungen, die sie noch nicht auf Anhieb bewältigen können, für deren Lösung sie aber das Vorwissen mitbringen. Irrtümer und Fehler aufseiten der Studierenden sind zulässig und

werden von mir konstruktiv genutzt, um Fragen so zu stellen, dass die Studierenden bei der Problemlösung geführt werden.

Der nachfolgende Artikel beschreibt ein eintägiges Rechnerpraktikum als Nachbildung eines Arbeitstages eines Automatisierungingenieurs, welches als zusätzliche Veranstaltung angeboten wird. Sie bildet den Abschluss der Vorlesung Systemtheorie und Prozessanalyse. Es gilt das Prinzip der Freiwilligkeit: Die Veranstaltung wird als Freiraum verstanden, um sich einzubringen. Die Studierenden erhalten durch das Bearbeiten einer komplexen Aufgabe die Chance, fachlich und persönlich zu reifen.

Ziel ist es, das bereits Gelernte in einem größeren Kontext anzuwenden, um den Umgang mit Unsicherheiten und Annahmen für den Berufsalltag zu erlernen sowie eigene Erfahrungen als Grundlage für Metakompetenzen zu sammeln.

Metakompetenzen sind komplexe Fähigkeiten wie z. B.

- vorausschauendes Handeln,
- Durchschauen von komplexen Problemen und das Abschätzen der Folgen des Handelns,
- Fehler und Fehlerentwicklungen bei der Lösungssuche erkennen und beseitigen,
- Frustrationstoleranz und Impulskontrolle bei der Problemlösung,
- Motivation und Konzentrationsfähigkeit auf das zu lösende Problem.

Die Fähigkeit, sich selbstbewusst und angstfrei Herausforderungen zu stellen, ist weder angeboren noch zufällig. Wie gut ihre Ausformung gelingt, liegt in den Händen der Lehrenden, die das Umfeld der Studierenden prägen und mit ihnen in einer emotionalen Beziehung stehen (Hüther, 2009).

Ziel einer Ausbildung und Erziehung ist ein differenzierter und ichstarker Mensch, der mit Unsicherheiten und Unübersichtlichkeiten stabil umgeht (Arnold, 2009). Das Erreichen dieses Ziels sieht der Autor als erstrebenswert an.

### 3 Beschreibung des technologischen Prozesses

Es ist ein Mehrgrößensystem (MGS) nach Abb.1 gegeben. Das Mehrgrößensystem besteht aus den gekoppelten Mehrgrößensystemen MGS 1 und MGS 2.

Die Aufgaben der Prozessleittechnik (PLT) sind durch grafische Symbole und Kennbuchstaben, die als PLT-Stellen bezeichnet werden, im R&I-Fließbild des gekoppelten Mehrgrößensystems nach ISO 10628, DIN V 44366 und DIN 19227 gekennzeichnet.

Das Mehrgrößensystem 1 besitzt zwei Eingangs- und zwei Ausgangsgrößen.

Die Eingangsgrößen  $u_i$  des MGS 1 sind die Stellhöhe  $Y_i$  mit  $i \in \{1, 2\}$  der Ventile V1 und V2. Die Ventile V1 und V2 sind baugleich. Sie besitzen eine lineare Stellkennlinie. Die maximalen Stellhöhe  $Y_{max}$  der Stellventile betragen  $Y_{max} = 20 \text{ mm}$ .

Bei einem Stellhub von  $Y_{max} = 20 \text{ mm}$  stellen sich die durch die Ventile V1 und V2 fließenden maximalen Volumenströme von  $\dot{V}_{max} = 600 \text{ l/h}$  ein.

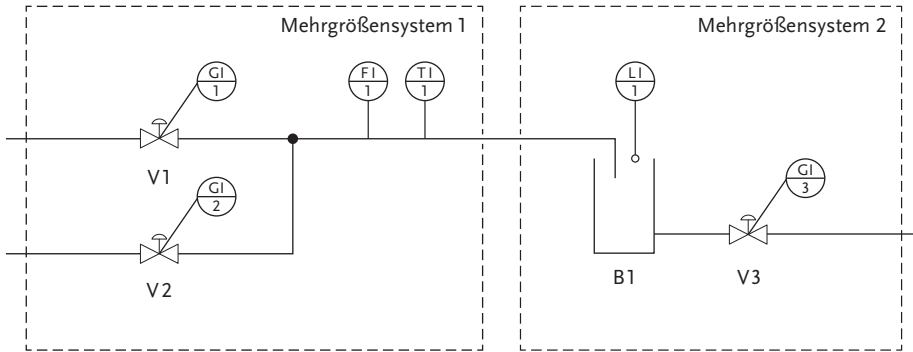


Abbildung 1: R&I-Fließbild eines gekoppelten Mehrgrößensystems

GI 1 Stellung  $Y$  des Ventils V1

GI 2 Stellung  $Y$  des Ventils V2

FI 1 Durchfluss  $\dot{V}_M$  des Mischwassers am Auslauf der Strecke

TI 1 Mischtemperatur  $T_M$  am Auslauf der Strecke

LI 1 Füllstand im Behälter B1

GI 3 Stellung  $Y$  des Ventils V3

Das Stellventil V1 stellt den Durchfluss des Kaltwassers  $\dot{V}_1$  mit einer Temperatur von  $T_1 = 1 \text{ }^\circ\text{C}$  ein.

Das Stellventil V2 stellt den Warmwasserdurchfluss  $\dot{V}_2$  mit einer Vorlauftemperatur von  $T_2 = 100 \text{ }^\circ\text{C}$  ein.

Bei geschlossenen Ventilen V1 und V2, d.h.  $Y_{min} = 0,01 \text{ mm}$ , treten innere Leckagen in den Stellventilen von  $\dot{V}_i = 0,05 \% \cdot \dot{V}_{i,max}$  mit  $i \in \{1, 2\}$  auf.

Die Ausgangsgrößen  $y_i$  mit  $i \in \{1, 2\}$  des Mehrgrößensystems 1 sind der Mischwasservolumenstrom  $\dot{V}_M$  und die Mischwassertemperatur  $T_M$ .

Das Mehrgrößensystem 2 wird durch einen Behälter B1 mit Füllstandssensor LI 1 und ein Stellventil V3 gebildet. Der Behälter B1 wird durch den Volumenstrom  $\dot{V}_M$  des Mischwassers gespeist.

Der maximale Stellhub  $Y_{max}$  des Ventils V3 beträgt 20 mm. Bei vollständig geöffneten Ventil V3, d.h.  $Y_{max} = 20 \text{ mm}$ , stellt sich ein abfließender Volumenstrom  $\dot{V}_{Ab} = 1200 \text{ l/h}$  durch das Ventil V3 ein.

Der zylindrische Behälter B1 besitzt einen kreisrunden Boden mit einem Durchmesser von  $d = 1000 \text{ mm}$  und eine Bauhöhe von  $h = 2000 \text{ mm}$ .

## 4 Theoretische Modellbildung

Im folgenden Abschnitt wird die theoretische Modellbildung des Mehrgrößenprozesses nach Abb. 1 beschrieben. Bei der theoretischen Modellbildung werden die physikalisch-chemischen Prozesse analysiert und mithilfe von naturwissenschaftlichen Gesetzen mathematisch formuliert. Auf diese Weise sind die Modellstrukturen und, soweit möglich, die Modellparameter über den inneren Wirkungsmechanismus bestimmbar. Das Analysieren der Objekte erfolgt von innen heraus. Die mathematischen Modelle sind somit naturwissenschaftlich begründet.

Für das Mehrgrößensystem 1 bedeutet das, dass die inneren Wirkungsmechanismen, die zur Bildung des Durchflusses  $\dot{V}_M$  des Mischwassers und der Mischtemperatur  $T_M$  am Auslauf der Strecke führen, mithilfe von physikalischen Gesetzen formuliert werden. Der Durchfluss  $\dot{V}_M$  des Mischwassers und die Mischtemperatur  $T_M$  am Auslauf der Strecke sind durch die Sensoren der PLT-Stellen FI 1 und TI 1 beobachtbar.

Für die Modellierung des Durchflusses  $\dot{V}_M$  des Mischwassers am Ausgang der Strecke eignet sich die räumliche Bilanz des Knotenpunktes des Mehrgrößensystems 1 nach Gl. 1. Die räumliche Bilanz stellt die Gleichgewichtsbedingung zwischen der Summe der zufließenden Stoffströme und der Summe der abfließenden Stoffströme dar. Sie wird auch als verallgemeinerter Knotenpunktsatz bezeichnet.

$$\sum_{\rightarrow} \dot{V}_{\mu} = \sum_{\leftarrow} \dot{V}_{\nu} \quad (1)$$

Um die räumliche Bilanz zu bestimmen, wird um den Knotenpunkt eine Bilanzgrenze in Form einer in sich geschlossenen Linie, wie z. B. ein Kreis, gelegt. Jetzt wird die Summe der zum Knotenpunkt über die Bilanzgrenze fließenden Stoffströme  $\dot{V}_1$  und  $\dot{V}_2$  gebildet. Sie werden durch das Öffnen der Stellventile V1 und V2 verursacht. Als abfließender Stoffstrom, der den Knotenpunkt und den Bilanzraum verlässt, tritt nur der Durchfluss  $\dot{V}_M$  des Mischwassers in Erscheinung. Für die Modellierung des Durchflusses  $\dot{V}_M$  des Mischwassers am Ausgang der Strecke gilt Gl. 2.

$$\dot{V}_M = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \quad (2)$$

Jetzt wird die Mischtemperatur  $T_M$  am Ausgang der Regelstrecke des MGS 1 modelliert. Sie lässt sich aus dem Wärmeenergie- bzw. Wärmestromgleichgewicht der zufließenden und abfließenden Wässer nach Gln. 3 oder 4 herleiten.



$$\Sigma_{\rightarrow} \cdot Q_{\mu} = \Sigma_{\leftarrow} \cdot Q_{\nu} \quad (3)$$

$$\Sigma_{\rightarrow} \cdot \dot{Q}_{\mu} = \Sigma_{\leftarrow} \cdot \dot{Q}_{\nu} \quad (4)$$

Für die Herleitung der Mischtemperatur  $T_M$  wird Gl. 4 verwendet. Die Durchflüsse  $\dot{V}_1$  und  $\dot{V}_2$  transportieren die Wärmeströme  $\dot{Q}_1$  und  $\dot{Q}_2$  zum Knotenpunkt des Mehrgrößensystems 1. Dort vereinigen sich die Durchflüsse nach Gl. 2 und die Wärmeströme  $\dot{Q}_1$  und  $\dot{Q}_2$  nach Gl. 5.

$$\dot{Q}_1 + \dot{Q}_2 = \dot{Q}_M \quad (5)$$

Der Wärmestrom  $\dot{Q}$  ist die pro Zeiteinheit  $dt$  übertragene Wärmemenge  $dQ$  nach Gl. 6.

$$\dot{Q} = \frac{dQ}{dt} = \dot{m}c \Delta T \quad (6)$$

In Gl. 6 sind der Massenstrom  $\dot{m}$  und die spezifische Wärmekapazität  $c$  eines Stoffes sowie die Temperaturdifferenz  $\Delta T$  multiplikativ verknüpft.

Für den Massenstrom  $\dot{m}$  eines Stoffes gilt unter der Annahme, dass die Dichte  $\rho$  des Stoffes konstant ist, Gl. 7.

$$\dot{m} = \rho \dot{V} \quad (7)$$

Unter Verwendung der Gln. 5 bis 7 wird jetzt die Mischtemperatur am Ausgang der Strecke des MGS 1 hergeleitet. Aus Gln. 5 und 6 folgt Gl. 8, wobei  $T_0$  eine Bezugstemperatur ist. Dabei gelten die Annahmen, dass die Aggregatzustände der fließenden Wässer sich nicht ändern und nur ein Wärmeaustausch zwischen den Wässern stattfindet, d. h. das System abgeschlossen ist.

$$\dot{m}_1 c (T_1 - T_0) + \dot{m}_2 c (T_2 - T_0) = (\dot{m}_1 + \dot{m}_2) c (T_M - T_0) \quad (8)$$

Wird der Massenstrom  $\dot{m}$  in Gl. 8 durch Gl. 7 ersetzt, folgt daraus Gl. 9.

$$\rho \dot{V}_1 c (T_1 - T_0) + \rho \dot{V}_2 c (T_2 - T_0) = (\rho \dot{V}_1 + \rho \dot{V}_2) c (T_M - T_0) \quad (9)$$

Gl. 9 vereinfacht sich zu Gl. 10, da sich das Produkt  $\rho \cdot c$  auf beiden Seiten der Gleichung herauskürzen lässt.

$$\dot{V}_1 (T_1 - T_0) + \dot{V}_2 (T_2 - T_0) = (\dot{V}_1 + \dot{V}_2) (T_M - T_0) \quad (10)$$

Für die Mischtemperatur  $T_M$  am Ausgang der Strecke des MGS 1 folgt nach Umstellen von Gl. 10:

$$T_M = \frac{\dot{V}_1 \cdot T_1 + \dot{V}_2 \cdot T_2}{\dot{V}_1 + \dot{V}_2} \quad (11)$$

Nachdem das Mehrgrößenystem 1 modelliert ist, werden jetzt die beschreibenden Gleichungen des MGS 2 hergeleitet.

Dazu ist es erforderlich, die Eingangs- und Ausgangsgrößen des Mehrgrößen-systems 2 zu identifizieren. Des Weiteren ist die Art der steuernden Wirkung der identifizierten Eingangsgrößen zu ermitteln, damit sowohl die innere Struktur des MGS 2 als auch der steuernde Eingriff durch die Betriebsführung eines steuernden Systems (manuell oder automatisch) korrekt abgebildet werden.

Als Eingangsgrößen  $u_i$  mit  $i \in \{1, 2\}$  werden gemäß Abb. 1 der Durchfluss  $\dot{V}_M$  des Mischwassers und der Stellhub  $Y_3$  des Regelventils V3 identifiziert. Dabei wird der Zufluss  $\dot{V}_M$  des Mischwassers als sekundäre Steuergröße  $u_s$  für das MGS 2 charakterisiert. Er ist in Abhängigkeit der im Mehrgrößenystem 1 eingestellten Stellhübe  $Y_i$  mit  $i \in \{1, 2\}$  der Ventile V1 und V2 veränderlich.

Hingegen wird der Stellhub  $Y_3$  des Ventils V3 als primäre Steuergröße  $u_p$  bestimmt. Der Stellhub  $Y_3$  wird durch die Betriebsführung eines steuernden Systems vorgegeben. Er wirkt direkt auf den abfließenden Volumenstrom  $\dot{V}_{Ab}$  des Behälters B1 ein und beeinflusst so den Füllstand LI 1 im Behälter B1.

Als Ausgangsgröße  $y$  des Mehrgrößen-systems 2 wird der Füllstand FI 1 bzw.  $h$  des Behälters B1 ermittelt.

Es besteht die Aufgabe, den Füllstand  $h$  des Behälters B1 als Funktion des zufließenden und abfließenden Mischwassers darzustellen. Der Füllstand  $h$  des Behälters B1 ist so im Simulationsmodell abzubilden, dass der angezeigte Wert des Füllstands  $h$  die Maßeinheit  $[h] = \text{m}$  besitzt. Das Ventil V3 schließt abdichtend, sodass keine innere Leckage bei geschlossenem Ventil V3 auftritt.

Der Füllstand  $h$  des Behälters B1 wird mithilfe der Bilanzgleichung 12 des Behälters B1 ermittelt.

$$\frac{dV_{B1}}{dt} = \dot{V}_{Zu} - \dot{V}_{Ab} \quad (12)$$

Die zeitliche Änderung des Mischwasservolumens  $V_{B1}$  im Behälter B1 ist gleich der Differenz aus zufließendem und abfließendem Mischwasservolumenstrom. Die Gl. 12 ist zu integrieren, sodass als Ergebnis das Volumen des Mischwassers  $V_{B1}$  im Behälter B1 nach Gl. 13 vorliegt.

$$V_{B1} = \int_0^T \dot{V}_{Zu} - \dot{V}_{Ab} dt \quad (13)$$

Das Mischwasser wird in einem zylindrischen Behälter B1 gespeichert. Der Füllstand  $h$  lässt sich aus dem mit Mischwasser gefüllten Behältervolumen  $V_{B1}$  bestimmen.

$$V_{B1} = \frac{\pi}{4} d^2 h \quad (14)$$

Dazu werden die Gln. 13 und 14 gleichgesetzt und nach dem Füllstand  $h$  aufgelöst, siehe Gl. 15.

$$h = \frac{4}{\pi d^2} \int_0^T \dot{V}_{Zu} - \dot{V}_{Ab} dt \quad (15)$$

Zuletzt wird das lineare Stellverhalten des Ventils V3 modelliert, sodass der steuernde Einfluss des Stellhubs  $Y_3$  auf den abfließenden Volumenstrom  $\dot{V}_{Ab}$  abgebildet wird. Bei einem vollständig geöffneten Ventil V3, d. h.  $u_p = Y_{3\_max} = 20 \text{ mm}$ , wird der zufließende maximale Mischwasservolumenstrom  $\dot{V}_{Zu}$  abgelassen. Dieser Zusammenhang wird über ein statisches Glied mit einem Proportionalbeiwert von

$$K_p = 60 \frac{l/h}{mm}$$

modelliert.

## 5 Simulationsmodell

Die im Abschnitt „Theoretische Modellbildung“ hergeleiteten mathematischen Gleichungen werden jetzt in einem Simulationsmodell nach Abb. 2 umgesetzt. Zuerst wird das Umsetzen der mathematischen Gleichungen für das Mehrgrößensystem 1 beschrieben.

Die Stellgrößen  $u_1$  und  $u_2$  repräsentieren die Stellhübe  $Y_1$  und  $Y_2$  der Ventile V1 und V2. Die statischen Stellfunktionen zwischen den Stellhüben  $Y_1$  und  $Y_2$  und den Durchflüssen  $\dot{V}_1$  und  $\dot{V}_2$  werden durch die Blöcke mit den Proportionalbeiwerten  $K_p = 30$  abgebildet. Die obere Summationsstelle beschreibt den Mischvorgang nach Gl. 2. Der Durchfluss  $\dot{V}_M$  des Mischwassers wird über die Variable  $y_1$  dargestellt. Die restliche innere Struktur im gestrichelten Block nach Abb. 2 bildet die Gl. 11 zum Bestimmen der Mischtemperatur  $T_M$  am Ausgang der Strecke ab. Die Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$  werden mit ihren Anfangswerten  $T_1 = 1^\circ\text{C}$  und  $T_2 = 100^\circ\text{C}$  initialisiert. Die Mischtemperatur wird über die Variable  $y_2$  dargestellt.

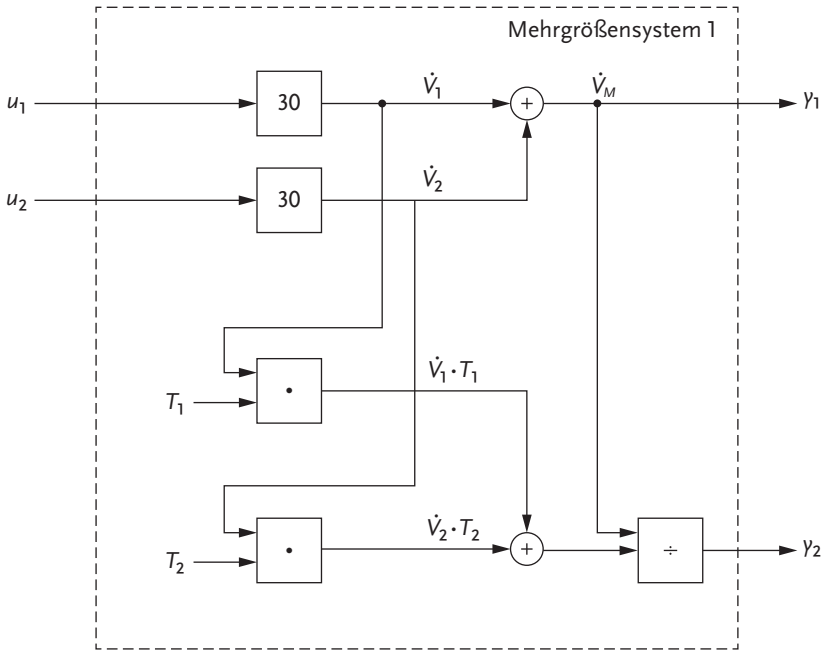


Abbildung 2: Simulationsmodell des Mehrgrößensystems 1

Nachdem das Mehrgrößensystem 1 beschrieben ist, werden jetzt die Tätigkeitsfolgen dargestellt, um das Mehrgrößensystem 2 in ein Simulationsmodell nach Abb. 3 umzusetzen.

Das Mehrgrößensystem 2 wird durch ein System mit zwei Eingangsgrößen  $u_i$  mit  $i \in \{s, p\}$  und einer Ausgangsgröße  $y$  umgesetzt. Dabei repräsentiert die sekundäre Steuergröße  $u_s$  den Zufluss  $\dot{V}_{zu}$  zum Behälter B1. Die primäre Steuergröße  $u_p$  beschreibt den Stellhub  $Y_3$  des Ventils V3, der durch die Betriebsführung des steuernden Systems vorgegeben wird. Mithilfe der Integratoren  $s^{-1}$  werden der Zufluss  $\dot{V}_{zu}$  in und der Abfluss  $\dot{V}_{Ab}$  aus dem Behälter B1 in die entsprechenden Volumina gewandelt. Die Vergleichsstelle erzeugt aus diesen Volumina das gespeicherte Volumen  $V_{B1}$  des Mischwassers im Behälter B1 nach Gl. 13. Der Proportionalbeiwert  $K_p = 60$  beschreibt die statische Kennlinie zwischen Stellhub  $Y_3$  und abfließenden Volumenstrom  $\dot{V}_{Ab}$ . Der oben rechts dargestellte Übertragungsblock mit der enthaltenen Bemessungsgleichung überführt das Volumen  $V_{B1}$  in den Füllstand  $h$ . Der Faktor  $k$  sorgt für die Umrechnung des Füllstandes  $h$  in die Maßeinheit Meter. Der Füllstand  $h$  wird in der Variablen  $y$  dargestellt.

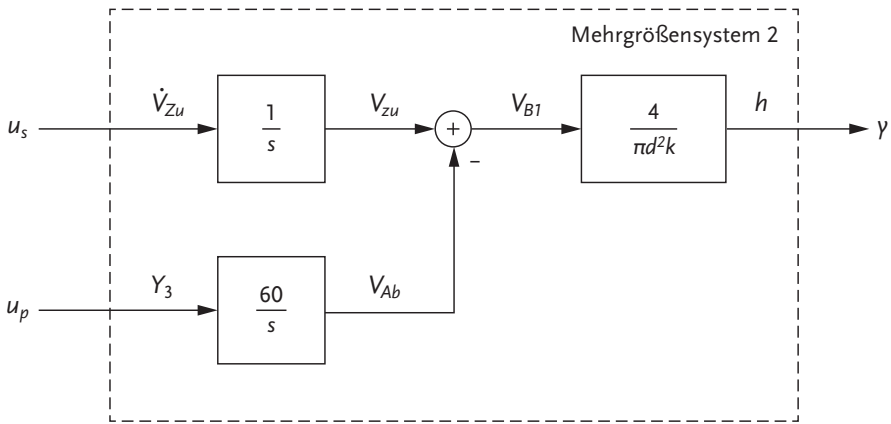


Abbildung 3: Simulationsmodell des Mehrgrößensystems 2

Die Mehrgrößensysteme 1 und 2 nach Abb. 2 und Abb. 3 werden gekapselt, sodass zwei Übertragungsblöcke nach Abb. 4 entstehen. Diese bilden eine neue, höhere Hierarchiestufe. Auf dieser höheren Hierarchiestufe werden die beiden Übertragungsblöcke vernetzt, siehe Abb. 4.

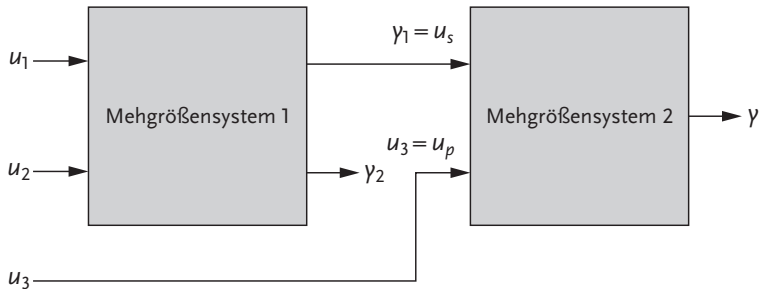


Abbildung 4: Kapselung und Vernetzung der Mehrgrößensysteme 1 und 2

Die beiden Mehrgrößensysteme nach Abb. 4 lassen sich ebenfalls kapseln. Es entsteht ein Übertragungsblock des gekoppelten Mehrgrößensystems nach Abb. 5.

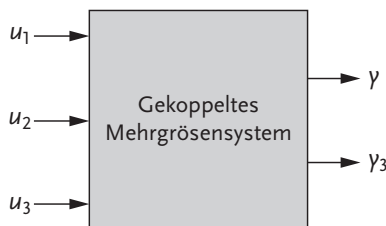


Abbildung 5: Kapselung des gekoppelten Mehrgrößensystems in einem Block

Dieser Übertragungsblock steht für die Wiederverwendung z. B. in einem großen System zur Verfügung.

Nachdem das physikalische Modell in eine Simulationsumgebung umgesetzt ist, erfolgt jetzt die Modelltransformation des Mehrgrößenmodells 1 in ein parametrisches Prozessmodell in P-kanonischer Struktur.

## 6 Modelltransformation

Im folgenden Abschnitt wird gezeigt, wie das physikalische Modell genutzt wird, um Startwerte für ein parametrisches Prozessmodell des Mehrgrößensystems 1 nach Gln. 16 bis 19 abzuleiten.

$$\underline{Y}(s) = \mathbf{G}_{MGS\ 1}(s) \cdot \underline{U}(s) \quad (16)$$

Ihm wird eine innere Struktur gegeben, die das Eingangs-Ausgangs-Verhalten bei Erregung aus dem Nullzustand beschreibt. Diese Struktur muss jedoch nicht mit der tatsächlichen inneren Struktur übereinstimmen. Sie wird nach (Mesarovic, 1960) als P-kanonische Struktur bezeichnet.

Sinnvolle Startwerte der Modellparameter sind notwendig, da sie die experimentelle Modellbildung hinsichtlich des benötigten Zeitaufwands und der Verhinderung von Strukturbrüchen bei der Verwendung von automatischen Identifikationsalgorithmen fördern.

Das physikalische Modell nach Abb. 2 dient als realer Prozess in der Simulationsumgebung. An ihm werden Experimente mit Elementarsignalen durchgeführt, um die Parameter des Prozessmodells in P-kanonischer Struktur zu ermitteln.

In Abb. 8 wird das Abbilden eines parametrischen Prozessmodells auf das physikalische Modell des Mehrgrößensystems 1 dargestellt.

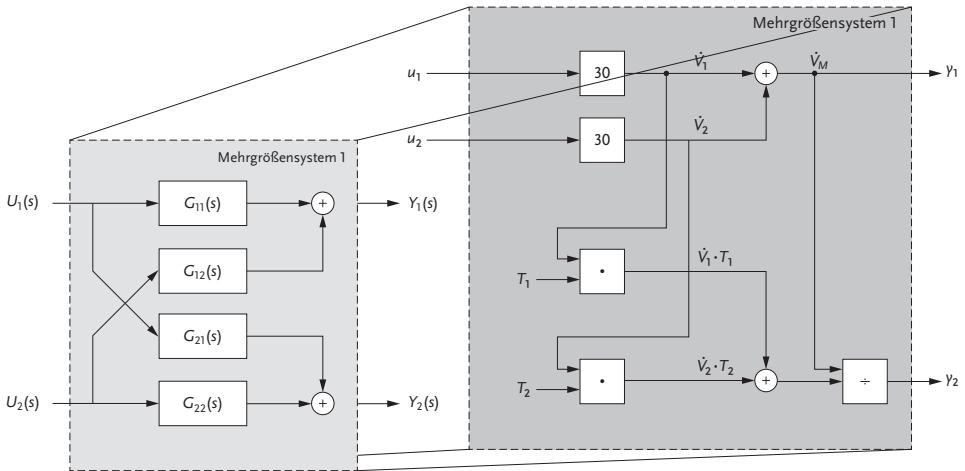
Das parametrische Modell besitzt die Struktur nach Abb. 6 und genügt Gl. 17. In dieser Struktur sind 4 Übertragungsfunktionen  $G_{ij}(s)$  mit  $i, j \in \{1,2\}$  wirksam.

$$\mathbf{G}_{MGS\ 1} \begin{pmatrix} s \\ s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{pmatrix} \quad (17)$$

Als Übertragungsfunktionen  $G_{ij}(s)$  werden Gleichungen für  $PT_1$ -Glieder und nicht schwingungsfähige  $PT_2$ -Glieder verwendet, siehe Gln. 18 und 19.

$$G_{ij}(s) = \frac{K_P}{1 + sT_1} \quad (18)$$

$$G_{ij}(s) = \frac{K_P}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)} \quad (19)$$



**Abbildung 6:** Abbilden eines parametrischen Prozessmodells auf das physikalische Modell des MGS 1

Der Parameter  $K_P$  ist der Proportionalbeiwert. Er beschreibt die proportionale Verstärkung eines Eingangssignals in ein Ausgangssignal des Übertragungssystems. Die Zeitkonstanten  $T_1$  und  $T_2$  beschreiben jeweils die zeitliche Verzögerung 1. Ordnung des Übertragungsgliedes.

Es wird ein zweistufiges Vorgehen zum Bestimmen der Startwerte der Parameter  $K_P$ ,  $T_1$  und  $T_2$  der Übertragungsfunktionen  $G_{ij}(s)$  mit  $i, j \in \{1,2\}$  vorgestellt.

Es gliedert sich in Annahmen über die

1. Statik der Direktpfade  $P_{ii}$  und der Koppelpfade  $P_{ij}$  sowie die
2. Dynamik der Direktpfade  $P_{ii}$  und der Koppelpfade  $P_{ij}$  für  $i \neq j$  mit  $i, j \in \{1,2\}$  zwischen den Stellgrößen  $u_i$  und Ausgangsgrößen  $y_i$  mit  $i \in \{1, 2\}$ ,

die aus der Strukturinformation des physikalischen Modells gewonnen werden.

Zuerst werden mithilfe von Strukturinformationen des physikalischen Modells und der Linearisierung von Systemgleichungen im Arbeitspunkt praxisorientierte Annahmen über die Statik der Direkt- und Koppelpfade abgeleitet, d. h. die Startwerte der Proportionalbeiwerte  $K_P$  der vier Übertragungsfunktionen  $G_{ij}(s)$  mit  $i, j \in \{1,2\}$  werden ermittelt. Dazu wird eine Idee des Masongraphen aufgegriffen (Mason, 1953; Naslin, 1968). Die Stellgrößen  $u_i$  werden als Quellknoten und die Ausgangsgrößen  $y_i$  als Zielknoten definiert. Die dazwischenliegenden Pfade werden durchlaufen, um die wirksamen statischen Elemente aus Abb. 2 oder Abb. 6 herauszulesen. In Bezug auf die Übertragungsfunktionen  $G_{11}(s)$  und  $G_{12}(s)$  liest man aus Abb. 2 oder Abb. 6 für  $K_P = 30$  ab. Hingegen erkennt man beim Durchlaufen der Pfade, die das statische Verhalten der Übertragungsfunktionen  $G_{21}(s)$  und  $G_{22}(s)$  beschreiben, dass aufgrund der Strukturelemente (Multiplikatoren, Bildung eines Quotienten) nichtlineare Glieder vorhanden sind. Aus diesem Grund werden die Proportionalbeiwerte  $K_P$  durch Linearisierung der Funktionen nach Gl. 2 und 11, die

zwischen den Stellgrößen  $u_i$  und Ausgangsgrößen  $y_i$  wirksam sind, im Arbeitspunkt  $AP = (u_1, u_2)$  als partielle Ableitungen bestimmt. Aufgrund der Eigenschaft  $T_1 \ll T_2$  folgt, dass das Vorzeichen des Proportionalbeiwertes  $K_{P21}$  negativ ist. Die Maßeinheiten der Proportionalbeiwerte  $K_P$  werden zur Wahrung der Übersichtlichkeit nicht dargestellt.

$$K_{P11} = \left( \frac{\partial y_1}{\partial u_1} \right)_{AP} = 30, K_{P12} = \left( \frac{\partial y_1}{\partial u_2} \right)_{AP} = 30$$

$$K_{P21} = \left( \frac{\partial y_2}{\partial u_1} \right)_{AP} = \frac{T_1}{u_1 + u_2} - \frac{T_1 u_1 + T_2 u_2}{(u_1 + u_2)^2}, K_{P22} = \left( \frac{\partial y_2}{\partial u_2} \right)_{AP} = \frac{T_2}{u_1 + u_2} - \frac{T_1 u_1 + T_2 u_2}{(u_1 + u_2)^2}$$

Bevor die Startwerte der Zeitkonstanten der Übertragungsfunktionen bestimmt werden, sind praxisgerechte Annahmen über die Dynamik in den Pfaden  $P_{ij}$  mit  $i, j \in \{1,2\}$  zwischen den Stellgrößen und Ausgangsgrößen zu treffen. Die statischen Übertragungsfunktionen werden zu dynamischen Übertragungsfunktionen erweitert.

Bei der Betrachtung der Dynamik der Teilsysteme sind die zeitlichen Verzögerungen zwischen den Stellgrößen  $u_i$  und dem sich einstellenden Volumenstrom  $\dot{V}_M$  sowie die zeitlichen Verzögerungen, die die Ausgangsgrößen  $y_i$  bei ihrer messtechnischen Erfassung und Wandelung in Anzeigewerte  $y_i^*$  erfahren, zu berücksichtigen.

Im Direktpfad  $P_{11}$  wirken das Stellventil V1 mit seinem Stellantrieb und der Durchflussmesser FI 1. Jede Funktionseinheit besitzt eine Verzögerung 1. Ordnung, sodass  $G_{11}(s)$  nach Gl. 20 als PT<sub>2</sub>-Glied abgebildet wird.

$$G_{11}(s) = \frac{30}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)} \quad (20)$$

Stellventile werden in Richtung Anströmung geöffnet und gegen die Anströmung geschlossen. Damit ist die Anstiegszeit  $T_{1AN}$  des Öffnungsvorganges kleiner als die Abfallzeit  $T_{1AB}$  des Schließvorganges eines Stellventils. Als dominierende Zeitkonstante wird die Abfallzeit  $T_{1AB}$  des Schließvorganges erkannt. Die Abfallzeit  $T_{1AB}$  wird als Zeitkonstante  $T_1$  der Übertragungsfunktion  $G_{11}(s)$  zugewiesen. Der Durchflussmesser FI 1 mit seiner Verzögerung 1. Ordnung liefert die zweite Zeitkonstante  $T_2$ . Es gilt:  $T_1 > T_2$ .

Im Direktpfad  $P_{22}$  wirken das Stellventil V2 mit seinem Stellantrieb und der Temperatursensor TI 1 zur Messung der Mischtemperatur  $T_M$ . Jede Funktionseinheit besitzt eine Verzögerung 1. Ordnung, sodass  $G_{22}(s)$  nach Gl. 21 ebenfalls als PT<sub>2</sub>-Glied abgebildet wird. Es gilt:  $T_1 > T_2$ .



$$G_{22}(s) = \frac{K_{P22}}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)} \quad (21)$$

In den Koppelpfaden  $P_{12}$  und  $P_{21}$  wirken die Stellventile V2 und V1 mit ihren Stellantrieben. Ihre Dynamik wird mithilfe einer Verzögerung 1. Ordnung abgebildet, sodass für die Übertragungsfunktionen  $G_{12}(s)$  und  $G_{21}(s)$  die Gln. 22 und 23 gelten.

$$G_{12}(s) = \frac{30}{1 + sT_1} \quad (22)$$

$$G_{21}(s) = \frac{K_{P21}}{1 + sT_1} \quad (23)$$

Abschließend werden die Startwerte der Zeitkonstanten mit  $T_1 = 5 \text{ s}$  und  $T_2 = 2 \text{ s}$  festgelegt.

## 7 Zusammenfassung

Der Artikel beschreibt das Vorgehen bei der Modellbildung eines Mehrgrößenprozesses als Nachbildung eines Arbeitstages eines Automatisierungsingenieurs.

Die Modellbildung des Mehrgrößenprozesses wird als zusätzliche eintägige Veranstaltung angeboten. Es gilt das Prinzip der Freiwilligkeit. Die Veranstaltung wird als Freiraum zum Sich-einbringen verstanden, um die Sinnhaftigkeit des zuvor Vermittelten zu erfahren. Sie bildet den Abschluss der Vorlesung Systemtheorie und Prozessanalyse.

Ziel des eintägigen Rechnerpraktikums ist es, die in 15 vorangegangenen Vorlesungen, dazugehörigen Praktika und 11 Belegen des Selbststudiums vermittelten, angewendeten und gefestigten elementaren mathematischen Beschreibungsformen in einem größeren Kontext anzuwenden.

Dadurch wird das Denken der Studierenden in statischen und dynamischen Funktionen sowie in Strukturen technischer Systeme geschärft und weiterentwickelt.

Funktionszusammenhänge der verschiedenen Gedächtnisformen wie z. B. Fakten, Bedeutungen, Routinen, Abläufe und Fertigkeiten, die in vorangegangenen Lehrveranstaltungen gelernt wurden, werden bei den Studierenden aktiviert, um das Gedächtnis zu ordnen und zu strukturieren. D. h. es werden unterschiedliche Zugänge und Zugriffsmöglichkeiten auf die Erinnerungsbestände ermöglicht. Die Gewohnheit des Denkens wird kultiviert, sodass Studierende sich und anderen ein großes Vergnügen bereiten.

Der Dozent übernimmt die Aufgaben der Mäeutik. Durch gezieltes Fragen werden die Studierenden zur Erkenntnis und zur richtigen Antwort geführt, sodass sie

sich in die Lage versetzen, die Aufgabe der Modellbildung technischer Systeme selbstständig durchzuführen.

Die Modellbildung ist die Grundlage für einen späteren Steuerungs- oder Regelungsentwurf. Sie ist des Weiteren die Basis für die Abbildung und Erzeugung von digitalen Repräsentationen physikalischer Objekte und naturwissenschaftlich-technischer Prozesse auf dem Rechner.

Bei der Modellbildung wird der Gedanke „Hilfe (durch den Dozenten) zur Selbsthilfe (des Studierenden)“ konsequent angewendet, um allen Studierenden einen großen Lernerfolg auf hohem Niveau zu bieten.

Die zufriedenen Gesichter der Studierenden am Ende des eintägigen Rechnerpraktikums sind der Ausdruck des guten inneren Zustandes jedes Studierenden. Die Anstrengungen und Mühen des Erwerbs von theoretischem Wissen im Semester haben sich gelohnt. Die Anwendbarkeit der vermittelten Verfahren, Methoden und Prinzipien aus unterschiedlichen naturwissenschaftlich-technischen Disziplinen, die bei der täglichen Arbeit eines Ingenieurs erforderlich sind, wurde an einem konkreten Beispiel persönlich erfahren.

## Literatur

- Arnold, M. (2009). Brain-based Learning and Teaching – Prinzipien und Elemente. In U. Herrmann (Hrsg.), *Neurodidaktik* (S. 182–195). Weinheim: Beltz.
- DIN V 44366 – *Festlegung für die Darstellung von Aufgaben der Prozessleittechnik in Fließbildern und für den Datenaustausch zwischen EDV-Werkzeugen zur Fließbild-Erstellung und CAE-System*. Dezember 2004.
- DIN 19227 – *Graphische Symbole und Kennbuchstaben für die Prozessleittechnik – Teil 1*, Oktober 1993.
- ISO 10628 – *Flow diagrams for process plants – General rules*. 1. Ed., 1997-04-15.
- Hüther, G. (2009). Die Ausbildung von Metakompetenzen und Ich-Funktionen während der Kindheit. In U. Herrmann (Hrsg.), *Neurodidaktik* (S. 99–108). Weinheim: Beltz.
- Mason, S. J. (1953). Feedback theory - Some properties of signal-flow graphs. *Proc. I. R. E.*, Bd. 41, Nr. 9, 1144–1156.
- Mesarovic, M. D. (1960). *Control of multivariable systems*. New York: John Wiley.
- Naslin, P. (1968). *Dynamik linearer und nichtlinearer Systeme*. München: R. Oldenbourg.

## Abbildungsverzeichnis

Abb. 1	R&I-Fließbild eines gekoppelten Mehrgrößensystems .....	85
Abb. 2	Simulationsmodell des Mehrgrößensystems 1 .....	90
Abb. 3	Simulationsmodell des Mehrgrößensystems 2 .....	91

---

<b>Abb. 4</b>	Kapselung und Vernetzung der Mehrgrößensysteme 1 und 2 .....	91
<b>Abb. 5</b>	Kapselung des gekoppelten Mehrgrößensystems in einem Block .....	91
<b>Abb. 6</b>	Abilden eines parametrischen Prozessmodells auf das physikalische Modell des MGS 1 .....	93

## Informationen zum Autor

Prof. Dr.-Ing. Thomas Bartsch  
Fachbereich Produktion und Wirtschaft  
E-Mail: [thomas.bartsch@th-owl.de](mailto:thomas.bartsch@th-owl.de)  
Tel.: 05261 702-5892

