

Platz, Melanie

Lernbegleitung beim mathematischen Beweisen in der Primarstufe

Kihm, Pascal [Hrsg.]; Kelkel, Mareike [Hrsg.]; Peschel, Markus [Hrsg.]: *Interaktionen und Kommunikationen in Hochschullernwerkstätten. Theorien, Praktiken, Utopien*. Bad Heilbrunn : Verlag Julius Klinkhardt 2023, S. 91-101. - (Lernen und Studieren in Lernwerkstätten)



Quellenangabe/ Reference:

Platz, Melanie: Lernbegleitung beim mathematischen Beweisen in der Primarstufe - In: Kihm, Pascal [Hrsg.]; Kelkel, Mareike [Hrsg.]; Peschel, Markus [Hrsg.]: *Interaktionen und Kommunikationen in Hochschullernwerkstätten. Theorien, Praktiken, Utopien*. Bad Heilbrunn : Verlag Julius Klinkhardt 2023, S. 91-101 - URN: urn:nbn:de:0111-pedocs-269465 - DOI: 10.25656/01:26946; 10.35468/6009-06

<https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0111-pedocs-269465>

<https://doi.org/10.25656/01:26946>

in Kooperation mit / in cooperation with:



<http://www.klinkhardt.de>

Nutzungsbedingungen

Dieses Dokument steht unter folgender Creative Commons-Lizenz: <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.de> - Sie dürfen das Werk bzw. den Inhalt vervielfältigen, verbreiten und öffentlich zugänglich machen sowie Abwandlungen und Bearbeitungen des Werkes bzw. Inhaltes anfertigen, solange Sie den Namen des Autors/Rechteinhabers in der von ihm festgelegten Weise nennen.

Mit der Verwendung dieses Dokuments erkennen Sie die Nutzungsbedingungen an.

Terms of use

This document is published under following Creative Commons-License: <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.en> - You may copy, distribute and render this document accessible, make adaptations of this work or its contents accessible to the public as long as you attribute the work in the manner specified by the author or licensor.

By using this particular document, you accept the above-stated conditions of use.



Kontakt / Contact:

peDOCS
DIPF | Leibniz-Institut für Bildungsforschung und Bildungsinformation
Informationszentrum (IZ) Bildung
E-Mail: pedocs@dipf.de
Internet: www.pedocs.de

Mitglied der:


Leibniz-Gemeinschaft


Melanie Platz

Lernbegleitung beim mathematischen Beweisen in der Primarstufe


1 Einleitung

Mit den mathematischen Mitteln der Primarstufe kann inhaltlich-anschauliches Beweisen (Blum & Kirsch 1991; Wittmann & Müller 1988) umgesetzt werden (Peterßen 2012: 20; Platz 2020; Platz 2022a; Platz 2022b). Dabei geht man von einem konkreten, visuell wahrnehmbaren Gegenstand aus (z. B. Wendeplättchen), an dem etwas Allgemeines bewiesen wird. Dieser Gegenstand kann durch geschulte Betrachtung als Gegenstand allgemeinerer Art aufgefasst werden. Ein inhaltlich-anschaulicher Beweis für die Behauptung „die Summe zweier ungerader Zahlen ist immer gerade“ kann beispielsweise folgendermaßen aussehen (Abb. 1, vgl. Platz 2022b):

Gegeben sind zwei ungerade (natürliche) Zahlen, die durch Plättchen dargestellt werden. Wenn man Paare aus den Plättchen bildet und kein Plättchen am Ende übrigbleibt, ist es eine gerade Zahl. Wenn ein Plättchen übrigbleibt, ist es eine ungerade Zahl.



Wenn man zwei ungerade Zahlen addiert, bilden die zwei einzelnen verschiedenfarbigen Plättchen ein Paar. Da dann kein Plättchen übrigbleibt, handelt es sich um eine gerade Zahl.



Egal wie viele Plättchenpaare man dazulegt oder wegnimmt, die Ausgangszahlen bleiben ungerade und die Summe bleibt gerade.




Abb. 1: Inhaltlich-anschaulicher Beweis für die Behauptung „die Summe zweier ungerader Zahlen ist immer gerade“ (vgl. Platz 2022b)

Um einen inhaltlich-anschaulichen Beweis führen zu können, muss also das Allgemeine am Besonderen des Beispiels gedanklich eingesehen werden. Aber eben diese Loslösung von Beispielen, also die Verallgemeinerung von Operationen, stellt Grundschulkindern vor ein Problem, das sie ohne Unterstützung nicht lösen können (Sturm 2018). Zudem stehen die Kinder vor dieser Anforderung ohne Vorkenntnisse von mathematischer oder algebraischer Sprache¹ (Akinwunmi 2012).

¹ Algebraische Sprache dient als Mittel, mit welchem allgemeine mathematische Sachverhalte ausgedrückt und somit kommunizierbar gemacht werden können. „Dabei ist die formale Sprache nicht das einzige Mittel, um Muster und Strukturen im Mathematikunterricht darzustellen. Eine

Damit „[...] das zunächst subjektiv für allgemeingültig Befundene sozial geteilt und von Anderen ggf. auch anerkannt werden“ (Krumsdorf 2015: 60) kann, ist eine Versprachlichung der mathematischen Erkenntnisse in der Alltagssprache der Kinder allerdings unerlässlich (Wittmann & Ziegenbalg 2007).

Neben den Herausforderungen für die Lernenden bringt das Beweisen in der Grundschule auch Herausforderungen für die Lehrkräfte mit sich. Diese sind nach Stylianides (2016):

- das geringe Wissen, das viele Grundschullehrkräfte über das Beweisen haben und
- ihre Vermutung, dass Beweisen ein fortgeschrittenes mathematisches Thema ist, das für Grundschüler*innen unerreichbar ist;
- die hohen pädagogischen und didaktischen Anforderungen, die an Grundschullehrer*innen gestellt werden, die sich bemühen, ihre Schüler*innen für das Beweisen zu begeistern, beispielsweise die didaktische Reduktion, die Steuerung des Dialogs im Klassenzimmer und Zusammenführung verschiedener Schüler*innenbeiträge bei Diskussionen in der ganzen Klasse sowie die Entscheidung, wie auf Beiträge von Schüler*innen oder andere Ereignisse im Klassenzimmer reagiert werden soll, während gleichzeitig die Unterrichtsarbeit auf die angestrebten Lernziele ausgerichtet wird, und
- die unzureichende didaktische Unterstützung, die Grundschullehrkräften angeboten wird oder zur Verfügung steht, um dieses Ziel in ihrem Unterricht zu erreichen. (Stylianides 2016: 21ff.)

Deshalb wird im Mathematikunterricht der Primarstufe bisher nicht oder nur selten bewiesen (Peterßen 2012). Dennoch sollte bei der Förderung von Beweiskompetenzen bereits im Grundschulalter angesetzt werden. Denn dadurch kann dem Problem entgegengewirkt werden, dass sich das Beweisen für Lernende, wenn sie an weiterführenden Schulen oder an der Universität auf dieses stoßen, eher fremdartig und nicht wie eine natürliche Erweiterung ihrer früheren mathematischen Erfahrungen anfühlt (Stylianides 2016). Diese Sichtweise vertritt auch Wittmann (2014) mit der Grundannahme

[...], dass ein Lernen ohne Brüche nur möglich ist, wenn der Mathematikunterricht vom Kindergarten bis zum Abitur als zusammenhängendes Ganzes gesehen wird und wenn er stufenübergreifend auf einem authentischen Bild von der Mathematik als ‚Wissenschaft der Muster‘ fußt. (ebd.: 213)

Da das Beweisen (bisher) nicht in den Bildungsstandards für das Fach Mathematik Primarbereich (KMK 2022) verankert ist und nur selten im schulischen Kontext stattfindet (Peterßen 2012), bieten sich als Alternative außerschulische

hohe Bedeutung kommt bei der Entwicklung der algebraischen Sprache der Beschreibung von Mustern und Strukturen in der natürlichen Sprache zu.“ (Akinwunmi 2012: 80)

Lernorte zur Förderung von Beweiskompetenzen bei Grundschüler*innen an. Als außerschulische Lernorte können nach Gesing (1997) alle Orte außerhalb des Klassenzimmers bzw. Schulgeländes bezeichnet werden, „[...] die Lernprozesse bei Kindern anregen, ergänzen oder abrunden können“ (ebd.: 269), beispielsweise (Hochschul-)Lernwerkstätten, Schülerlabore oder Lehr-Lern-Labore. Um die von Stylianides (2016) genannten Herausforderungen für Lehrkräfte anzugehen, ist es sinnvoll, an der Hochschule bei der Lehrer*innen*ausbildung* anzusetzen und eine Verknüpfung mit der Lehrer*innen*fortbildung* zu schaffen, um so in die Schulen wirken zu können. Doch welche Lernort-Konzeption wäre geeignet? Im Folgenden werden die an Hochschulen anzutreffenden Konzeptionen Lehr-Lern-Labor, Schülerlabor, (Hochschul-)Lernwerkstatt und Microteaching betrachtet, die sich unter anderem bezüglich Zielgruppen (Personen), Zielsetzungen, Rollenverständnis der beteiligten Akteur*innen sowie des Raumes und pädagogisch-didaktischer Ausrichtung unterscheiden (vgl. Peschel & Kihm 2020).

2 Lernort-Konzeptionen

Ein *Lehr-Lern-Labor* ermöglicht Lehrpersonen und Studierenden das Sammeln praktischer Erfahrungen in einem organisierten Rahmen. Gemeinsam werden theoriegeleitet *Lernumgebungen* entwickelt, Schüler*innen werden bei der Arbeit an diesen Lernumgebungen begleitet, das Lernen der Schüler*innen wird beobachtet und analysiert und das eigene Handeln als Lehrperson wird reflektiert (Roth & Priemer 2020). Brüning et al. (2020: 24f) identifizierten wesentliche Merkmale von Lehr-Lern-Laboren:

- Verknüpfung der Aus- und Fortbildung von (angehenden) Lehrpersonen mit der Förderung von Schüler*innen und
- der forschende Habitus der Studierenden.

Nach Brüning et al. (2020: 25) stellen auf Grund dieser Merkmale Lehr-Lern-Labore eine vielversprechende Organisationsform in der Lehramtsaus- und -fortbildung sowie zur Förderung von Schüler*innen dar, die die Potenziale der Konzeptionen Schülerlabor, Lernwerkstatt und Microteaching miteinander vereint.

Was zeichnet die Konzeptionen Schülerlabor, Lernwerkstatt und Microteaching aus?

Haupt et al. (2015: 325) formulieren sogenannte Primärkriterien des Leitbildes von (naturwissenschaftlich ausgerichteten) *Schülerlaboren*. Neben Ausstattung und Auslastung eines Schülerlabors werden – wie der Name schon andeutet – Schüler*innen als Zielgruppe fokussiert:

„Schwerpunktmäßig findet eigenes Experimentieren – Forschen – Ausprobieren der Schüler/innen statt. Dabei sollen der naturwissenschaftliche [bzw. wissenschaftliche]

Arbeitsprozess und die Methoden im Mittelpunkt stehen. Das selbstständige Experimentieren [– Forschen – Ausprobieren] wird durch eine personelle Betreuung geleitet und reflektiert“ (ebd.: 325; Anm. d. V.).

In *Lernwerkstätten* wird Lernen als aktiver und konstruktiver Prozess verstanden, in dem die Lernenden (Lernende können Schüler*innen oder Student*innen oder Lehrer*innen oder ... sein) der entscheidende Akteur sind (VeLW 2009). Lernende haben

„[...] die Aufgabe und die Chance, selbstbestimmt und eigenverantwortlich zu handeln und die dazu erforderlichen Fähigkeiten zu entwickeln.

[...]

Die Rolle der Lehrenden [an der Hochschule insbesondere Dozent*innen] besteht darin, dem Lernenden [an der Hochschule insbesondere Student*innen] Raum und Zeit zu geben sich einem Lerngegenstand in der für ihn geeigneten Weise zu nähern. Sie begleiten sein Lernen fördernd und tragen anschließend Sorge dafür, dass Lernwege – und Lernergebnisse reflektiert werden“ (ebd.: 7f).

Neben Lernenden, Lehrenden und deren Interaktion spielt der Raum eine zentrale Rolle:

„Lernwerkstätten sind gestaltete Räume, die mit ihrer inspirierenden Arbeitsumgebung den Lernenden vielfältige Gelegenheiten bieten, eigene Zugänge zu Lerngegenständen und Themen zu finden und im handelnden Umgang mit den Dingen Wissen und Sinn zu konstruieren. Sie sind Stätten des Fragens, des Untersuchens und des Entdeckens, Orte des Staunens und des (Er-) Findens [...]“ (ebd.: 9).

Lernwerkstätten, die an Hochschulen als Ort der Lehrer*innen- oder Erzieher*innenausbildung angedockt sind, und Lernwerkstätten an z. B. Schulen mit Angeboten für Kinder sprechen unterschiedliche Zielgruppen an (Peschel & Kihm 2020: 296).

Die AG Begriffsbestimmung des Internationalen Netzwerks der Hochschullernwerkstätten (NeHle 2022) beschreibt als charakteristische Merkmale einer *Hochschullernwerkstatt* u. a. die konzeptionell begründete, materielle Ausstattung und das flexibel gestaltbare Raumkonzept. Zur Professionalisierung zukünftiger Pädagog*innen tragen Hochschullernwerkstätten dadurch bei, dass das (eigene) Lernen und die Begleitung des Lernens Anderer Gegenstand des Studierens, Lehrens und Forschens sind. Lernbegleiter*innen unterstützen Lernende durch eine kognitiv aktivierende und die Eigeninitiative herausfordernde impulsgebende Unterstützung, die auf Beobachtungen des Lernprozesses beruht. Dabei wird weitgehend auf Instruktion verzichtet (NeHle 2022).

„Voraussetzung für die Initiierung von solcherart Lernerfahrungen sind u. a. eine materialreiche Umgebung, die die Eigeninitiative der Studierenden herausfordert. In Auseinandersetzung mit den vielfältigen Materialien (multifunktionellen, analogen wie digitalen,

auch didaktisch aufbereiteten) können Lernprozesse expliziert und dadurch deren Beobachtung und Dokumentation einer theoriegeleiteten Reflexion zugeführt werden.

Dozierende fungieren in Hochschullernwerkstätten in der oben beschriebenen Rolle als Lernbegleiter*innen und als Fachexpert*innen in offenen Lernsettings. Sie unterstützen dabei Lernprozesse nach den Prinzipien des demokratischen, inklusiven und partizipativen Lernens, indem Zielstellung und Planung gemeinsam mit den Studierenden ausgehandelt und entwickelt werden“ (ebd.)

Offenbar wird in (Hochschul-)Lernwerkstätten das forschende Lernen mit dem zugrunde liegenden reformpädagogischen Verständnis des Lernens umgesetzt. Dabei wird die Bezeichnung „forschendes Lernen“ allerdings sehr unterschiedlich definiert und verstanden (Koch-Priewe & Thiele, 2009). Die grundlegende Idee der Konzeption (Hochschul-)Lernwerkstatt scheint zu sein, das eigene Lernen und, damit verknüpft, das Lernen von Schüler*innen für (angehende) Lehrpersonen erfahrbar zu machen. Das Entdecken und Reflektieren eigener Lernprozesse steht dabei im Mittelpunkt (Brüning et al. 2020: 24f).

Micro-Teaching ist eine reduzierte Unterrichtsform, die an der Stanford University entwickelt wurde (Fortune et al. 1967) und in folgenden Funktionen eingesetzt werden kann: um Studierenden das Sammeln erster Erfahrungen und Übung im Unterrichten zu ermöglichen, als Forschungsinstrument zur Untersuchung von Trainingseffekten unter kontrollierten Bedingungen und als Fortbildungsinstrument für erfahrene Lehrer*innen. Beim Micro-Teaching werden die Lehrpersonen mit den Gegebenheiten im Unterricht konfrontiert, ohne von der Komplexität der Situation überwältigt zu werden. Sie halten vor einer kleinen Gruppe Schüler*innen (bis zu fünf) kurze Unterrichtsstunden (5 bis 25 Minuten) in ihrem Unterrichtsfach. Diese kurzen Unterrichtsstunden bieten die Möglichkeit einer intensiven Betreuung, der Aufzeichnung von Videoaufnahmen für ein sofortiges Feedback sowie der Sammlung und Nutzung von Schülerfeedback (ebd.: 389). Diese Konzeption fokussiert also insbesondere „[...] die Förderung professioneller Kompetenzen (angehender) Lehrpersonen durch die Reflexion des eigenen Handelns auf der Basis videografierte Unterrichtssequenzen [...]“ (Brüning et al. 2020: 24), Reflexionsprozesse stehen hier also im Vordergrund.

Nach Brüning et al. (2020) werden sowohl die Konzeption der Lernwerkstatt also auch des Microteachings in der Lehramtsausbildung der Hochschullernwerkstätten umgesetzt,

„[...] jedoch wird die enge Verknüpfung der Lehramtsausbildung mit der Förderung von Schülerinnen und Schülern [in den Hochschullernwerkstätten] nicht angestrebt. In Lehr-Lern-Laboren ist dagegen die verzahnte Qualifizierung bzw. Förderung beider Personengruppen ein wesentliches Merkmal. Lehr-Lern-Labore bieten zu diesem Zweck einen Raum, in dem Schülerinnen und Schüler sowie Studierende direkt miteinander interagieren und demzufolge mit- sowie voneinander lernen. Das Konzept „Lehr-Lern-Labor“ geht demzufolge auch über die Ziele von Schülerlaboren hinaus, die im Wesentlichen auf die Förderung von Schülerinnen und Schülern fokussieren“ (ebd.: 24f).

Zudem stellen das forschende Lernen der Studierenden sowie die theoriebasierte Reflexion von Lehr-Lern-Prozessen wesentliche Elemente von Lehr-Lern-Laboren dar (ebd.).

3 Das mathematische Beweisen in der Primarstufe

Um Grundschüler*innen beim Beweisenlernen zu unterstützen und gleichzeitig (angehenden) Grundschullehrkräften didaktische Unterstützung zur Umsetzung des Beweises in der Primarstufe zu liefern, scheint die Konzeption Lehr-Lern-Labor auf den ersten Blick geeigneter als die der Hochschullernwerkstatt, insbesondere da beim Beweisen die Fachlichkeit eine zentrale Rolle spielt, deren Bedeutung in (Hochschul-)Lernwerkstätten noch diskutiert wird (z. B. Kelkel & Peschel 2018). Auch scheinen Lehr-Lern-Labore bezüglich der erlaubten Formate des Lehrens und Lernens offener, da unter anderem Instruktionsformate erlaubt sind. Allerdings gibt es aktuelle Theorieentwicklungen, die die Didaktik in Lernwerkstätten und die Bedeutung der Instruktion in den Blick nehmen: Eine Didaktik mit dem Adressaten Lernwerkstätten

„[...] muss sich aus dem Paradigmenstreit zwischen Instruktionismus und Konstruktivismus lösen und dabei gleichzeitig scheinbar einfache Lösungen, wie sie der ‚gemäßigte Konstruktivismus‘ andeutet, kritisch reflektieren und im Hinblick auf die Aushandlung von Selbstlernkonstruktionen und Instruktionsanteilen prüfen. Subjektorientierte Lerntheorien sind hier u. E. passender, da sie den Schwerpunkt auf die Interessen, Intentionen und Aneignungsprozesse der Lernenden legen und dabei Impulse von außen (durch die Aufgaben, die eingesetzten Materialien, den Raum, die Personen) durchaus zulassen, insofern sie nicht mit den Interessen, Intentionen und Aneignungsprozessen der Lernenden konfligieren bzw. divergieren“ (Peschel et al. 2021: 49).

Da das Beweisen eine komplexe und zumeist neue und ungewohnte Tätigkeit sowohl für Schüler*innen als auch für (angehende) Lehrpersonen darstellt, könnte ein gewisses Maß an Instruktion sinnvoll sein, insbesondere da viele Lernende von sich aus kein Beweisbedürfnis verspüren (Winter 1983; Schwarzkopf 2000) oder Beweistätigkeiten und den Begriff „Beweisen“ gar als abschreckend empfinden (Krauthausen 2001). Es stellt sich die Frage, ob die notwendigen „Impulse von außen“ (Peschel et al. 2021: 49), die m. E. nötig sind, um ein Beweisbedürfnis zu wecken, zu sehr mit den „Interessen, Intentionen und Aneignungsprozessen der Lernenden konfligieren bzw. divergieren“ (ebd.). Um diesem Interessenskonflikt zu begegnen, muss eine positive Einstellung und Grundhaltung zum Fach bei den Schüler*innen aufgebaut werden, sodass Freude an der Mathematik und die Entdeckerhaltung aller Schüler*innen gefördert und weiter ausgebaut werden kann (KMK 2022: 7). Ein authentisches Bild von der Mathematik als „Wissenschaft der Muster“ (Wittmann 2014: 213) muss bei (angehenden) Lehrpersonen vorhanden sein, um den Schüler*innen dieses vermitteln zu können.

Im Rahmen einer Lernumgebung können Lerninhalte, wie das Beweisen, vermittelt werden. Der Terminus Lernumgebung wird hier in Bezug auf mathematische Verstehensprozesse als Erweiterung des üblichen Begriffs Aufgabe verstanden und beschreibt im Wesentlichen eine Arbeitssituation als Ganzes, die aktiv entdecken-des und soziales Lernen ermöglichen und unterstützen soll (vgl. Wollring 2008: 5):

„Eine Lernumgebung ist im gewissen Sinne eine natürliche Erweiterung dessen, was man im Mathematikunterricht traditionell eine ‚gute Aufgabe‘ nennt. Eine Lernumgebung ist gewissermaßen eine flexible Aufgabe oder besser, eine flexible große Aufgabe. Sie besteht aus einem Netzwerk kleinerer Aufgaben, die durch bestimmte Leitgedanken zusammen gebunden [sic!] werden“ (ebd.).

Nach Wittmann (1998: 337f.) müssen substantielle Lernumgebungen

- 1) zentrale Ziele, Inhalte und Prinzipien des Mathematikunterrichts repräsentieren.
- 2) reiche Möglichkeiten für mathematische Aktivitäten von Schüler*innen bieten.
- 3) flexibel sein und leicht an die speziellen Gegebenheiten einer bestimmten Klasse angepasst werden können.
- 4) mathematische, psychologische und pädagogische Aspekte des Lehrens und Lernens in einer ganzheitlichen Weise integrieren und daher ein weites Potential für empirische Forschungen bieten.

Inwiefern können diese Kriterien im Themenfeld des Beweisens umgesetzt werden? Durch das Beweisen werden nicht nur zahlreiche prozessbezogene Kompetenzen gefördert, sondern auch inhaltsbezogene Kompetenzen (vgl. KMK 2022), da jeder Beweis stets einen inhaltlichen Bezug benötigt. Entsprechend den Kriterien (1) und (4) kann die fundamentale Idee des Beweisens durch die Behandlung in der Primarstufe in Lernsituationen, die mathematische, psychologische und pädagogische Aspekte des Lehrens und Lernens in einer ganzheitlichen Weise integrieren, früh eingeführt und genetisch weiterentwickelt werden (Wittmann 2014: 214; Platz et al. 2022), d. h. Wissen sollte im Unterricht entwickelt werden, statt es als Fertigprodukt zu vermitteln. Kriterium (2) kann erfüllt werden, wenn die in der Lernumgebung verwendeten Beweisaufgaben offen gestaltet werden und insbesondere ein Entdecken der mathematischen Behauptung, die bewiesen werden soll, zulassen, sodass diese reichhaltige Möglichkeiten für mathematische Aktivitäten von Schüler*innen bieten. Wie bereits angedeutet, kann Kriterium (3) eine Hürde darstellen, da das Beweisen eine anspruchsvolle Tätigkeit ist und manche Lernende gegebenenfalls Schwierigkeiten haben, einen Zugang zu finden.

Nach Wittmann (1998) ist „[...] eine substantielle Lernumgebung prinzipiell offen. Nur die Schlüsselinformationen, die die Lehrperson am Beginn einer jeden Etappe gibt, sind fixiert. Die weitere Interaktion mit den Schülern und unter den Schülern bleibt offen“ (ebd.: 339). Substantielle Lernumgebungen zum Beweisen

müssen also eine Balance zwischen Offenheit und Instruktion finden, um einerseits eine eigenständige Beweistätigkeit anzuregen und ein Beweisbedürfnis bei den Kindern zu wecken, ohne dabei zu stark zu lenken (Platz et al. 2022). Neben den „Schlüsselinformationen“ (ebd.: 339) bzw. dem „Netzwerk kleinerer Aufgaben, die durch bestimmte Leitgedanken zusammen gebunden [sic!] werden“ (Wollring 2008: 5) ist also ein „Gleichgewicht zwischen informativem Lernen und eigenverantwortlich organisiertem Lernen“ (ebd.: 2) essenziell (vgl. auch Platz 2022b). Lehrpersonen müssen die notwendige fundierte Kenntnis über die spezifische Sachlage haben,

„[...] zudem den Überblick über die Vielfalt der zu dem aktuellen Problem gehörenden möglichen Ergebnisse und Strategien, so dass sie imstande sind, die Aktivitäten der Kinder durch geeignete nicht zu weit gehende Impulse zu unterstützen und zu ergänzen und den Kindern eine ergiebige Quelle für verlässliche sachliche Informationen zu sein“ (Wollring 2008: 2)

Zuerst werden gemeinsam mit (angehenden) Lehrpersonen eine mathematische Behauptung und verschiedene Beweismöglichkeiten analysiert, um einen „Überblick über die Vielfalt der zu dem aktuellen Problem gehörenden möglichen Ergebnisse und Strategien“ (ebd.) zu bekommen. So können sie den Lernenden „eine ergiebige Quelle für verlässliche sachliche Informationen“ (ebd.) sein. Anschließend werden Herausforderungen, Unterstützungsmöglichkeiten und Kriterien einer Gesprächsführung, um „die Aktivitäten der Kinder durch geeignete nicht zu weit gehende Impulse zu unterstützen und zu ergänzen“ (ebd.) herausgearbeitet, sodass die (angehenden) Lehrpersonen dazu befähigt werden klinische Interviews mit den Kindern durchzuführen (Platz 2022b).

Bei einem klinischen Interview sind nur die Schlüsselfragen definiert und es besteht die Auflage, dem Denken der Kinder zu folgen (Selter & Spiegel 1997). Dadurch ist das Führen eines klinischen Interviews vom Grundsatz her ähnlich zur Unterrichtsführung bei der Umsetzung einer substantiellen Lernumgebung (Wittmann 1998). Die erhobenen Daten können Aufschluss „[...] über Lehr-/Lernprozesse, Denkprozesse und Lernfortschritte von Schülerinnen und Schülern [geben] [...]. Andererseits helfen sie, die Lernumgebungen zu evaluieren und zu revidieren, um Lehr-/Lernprozesse noch effektiver gestalten zu können“ (ebd.: 339). Die Lehramtsausbildung wird so mit der Förderung von Schüler*innen verknüpft und die Qualifizierung bzw. Förderung beider Personengruppen wird verzahnt, was nach Brüning et al. (2020: 24f.) ein wesentliches Merkmal von Lehr-Lern-Laboren darstellt (und auch in einzelnen Hochschullernwerkstätten umgesetzt wird).

4 Zusammenfassung und Ausblick

Die Fähigkeit, einzelne Objekte anhand gemeinsamer Merkmale in Gruppen von Objekten zusammenzufassen und diese Gruppen mit übergeordneten Begriffen zu belegen, verhilft dem Menschen zum abstrakten Denken (Mielke 1999). So versuchen auch Wissenschaftler*innen, verschiedene an der Hochschule vorzufindende Konzeptionen zu kategorisieren, um beispielsweise Hochschullernwerkstätten von Lehr-Lern-Laboren abgrenzen zu können. Eine rein objektive, disjunkte Kategorisierung scheint allerdings schwierig, da die Konzeptionen zum einen offenbar nicht unbedingt trennscharf sind (so gibt es beispielsweise Einrichtungen, die sich zu den (Hochschul-)Lernwerkstätten zählen, aber die Lehramtsausbildung mit der Förderung von Schüler*innen verknüpfen, und solche die sich zu den Lehr-Lern-Laboren zählen und das forschende Lernen mit dem reformpädagogischen Verständnis des Lernens umsetzen; vgl. auch Kelkel & Peschel 2019). Zum anderen tendiert man dazu, Personen oder in unserm Fall Einrichtungen günstiger (d.h. positiver) zu beurteilen, wenn sie derselben Gruppe angehören und ungünstiger (d.h. negativer), wenn sie eine andere Gruppenzugehörigkeit haben (ebd.). Im vorliegenden Beitrag wurde herausgearbeitet, dass es bezüglich des mathematischen Beweisens zentral ist, vom mathematischen Sinn, also dem fachlichen Gehalt, des bearbeiteten Gegenstands auszugehen. Dieser bildet die Grundsubstanz der Lernumgebung (Wollring 2008). Dabei werden substantielle und mathematische Ideen bzw. mathematische Strategien in den Gegenständen und den auf sie bezogenen Aktivitäten angesprochen, um so ein authentisches Bild von der Mathematik als „Wissenschaft der Muster“ (Wittmann 2014: 213) vermitteln zu können. Wie genau diese Vermittlung aussieht, hängt von den beteiligten Akteur*innen ab und ist auf den Lernenden ausgerichtet: dem Denken des Lernenden wird gefolgt (was wiederum ein zentrales Merkmal von (Hochschul-)Lernwerkstätten darstellt).

Literatur

- Akinwunmi, Kathrin (2012): Zur Entwicklung von Variablenkonzepten beim Verallgemeinern mathematischer Muster. Heidelberg: Springer Verlag.
- Blum, Werner & Kirsch, Arnold (1991): Preformal proving: Examples and reflections. *Educational Studies in Mathematics*, 22(2), 183–203.
- Brüning, Ann-Kathrin; Käpnick, Friedhelm; Weusmann, Birgit; Köster, Hilde & Nordmeier, Volkhard (2020). Lehr-Lern-Labore im MINT-Bereich – eine konzeptionelle Einordnung und empirisch konstruktive Begriffskennzeichnung. In Priemer B. et al. (Hrsg.) (2020): *Lehr-Lern-Labore*. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum, 13–26.
- Fortune, Jimmie C.; Cooper, James M. & Allen, Dwight W. (1967): The Stanford summer micro-teaching clinic, 1965. *Journal of Teacher Education*, 18(4), 389-393.
- Gabriel, Erika; Gunzenreiner, Johannes; Hagstedt, Herbert; Hangartner, Werner; Kieweg, Ulrike; Krauth, Ilse M.; Munk, Werner; Rangosch-Schneck, Elisabeth; Speck-Hamdan, Angelika. & Wede-

- kind, Hartmut (2009). Positionspapier des Verbundes europäischer Lernwerkstätten (VeLW) e.V. zu Qualitätsmerkmalen von Lernwerkstätten und Lernwerkstattarbeit. (Hrsg.) (2009): vom Vorstand des Verbundes europäischer Lernwerkstätten (VeLW) eV Verbund europäischer Lernwerkstätten e.V. Bad Urach: VeLW e. V.
- Gesing, Harald (1997). Pädagogik und Didaktik der Grundschule. Neuwied Luchterhand. Praxishilfen Schule, Pädagogik.
- Haupt, Olaf. J; Bräucker, Richard; Engelbrecht, Fred; Henrich, Beat; Martin, Ulrike; Kratzer, Andreas; Krause, Dörthe; Skiebe-Corrette, Petra; Töpfer, Andreas; Wein, Martin & Hempelmann, Rolf (2015): Schülerlabor-Atlas 2015 – Schülerlabore im deutschsprachigen Raum. Markkleeberg: Klett MINT GmbH.
- Kelkel, Mareike & Peschel, Markus (2018): Fachlichkeit in Lernwerkstätten. In: Peschel M. et al.. (Hrsg.) (2018): Fachlichkeit in Lernwerkstätten – Kind und Sache in Lernwerkstätten, Bd. 4, Lernen und Studieren in Lernwerkstätten. Bad Heilbrunn: Verlag Julius Klinkhardt, 15-34.
- Kelkel, Mareike & Peschel, Markus (2019): Lernwerkstätten und Schülerlabore – Unterschiedliche Konzepte, ein Verbund. Kooperation zwischen GOFEX und NanoBioLab im Rahmen des GOFEX-Projektpraktikums als Beispiel für kooperatives Lernen. In: Baar R. et al. (Hrsg.) (2019): Struktur und Handlung in Lernwerkstätten. Hochschuldidaktische Räume zwischen Einschränkung und Ermöglichung, Bd. 5, Lernen und Studieren in Lernwerkstätten. Bad Heilbrunn: Verlag Julius Klinkhardt, 185-189.
- KMK (2022). Bildungsstandards für das Fach Mathematik Primarbereich. Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 15.10.2004, Verfügbar unter: https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2022/2022_06_23-Bista-Primarbereich-Mathe.pdf [letzter Stand: 23.06.2022].
- Koch-Priewe, Barbara & Thiele, Jörg (2009): Versuch einer Systematisierung der hochschuldidaktischen Konzepte zum Forschenden Lernen. In: Roters B. et al. (Hrsg.) (2009): Forschendes Lernen im Lehramtsstudium. Hochschuldidaktik – Professionalisierung – Kompetenzentwicklung. Bad Heilbrunn: Klinkhardt, 271-292.
- Krauthausen, Günter (2001): »Wann fängt das Beweisen an? Jedenfalls, ehe es einen Namen hat.« Zum Image einer fundamentalen Tätigkeit. In: Weiser W. et al. (Hrsg.) (2001): Beiträge zur Didaktik der Mathematik in der Primarstufe. Festschrift für Siegbert Schmidt. Hamburg: Dr. Kovač, 99-113.
- Krauthausen, Günter (2018): Einführung in die Mathematikdidaktik – Grundschule, 4. Aufl.. Berlin: Springer.
- Krumsdorf, Julian (2015): Beispielgebundenes Beweisen. Dissertationsschrift, Universität Münster.
- Mielke, Rosemarie (1999): Soziale Kategorisierung und Vorurteil. Bielefelder Arbeiten zur Sozialpsychologie. Bielefeld: Universität Bielefeld.
- NeHle (2022): AG Begriffsbestimmung: Arbeitsdefinition zum Begriff »Hochschullernwerkstatt« Internationales Netzwerk der Hochschullernwerkstätten (NeHle e. V.) Verfügbar unter: <https://lernwerkstatt.info/hochschullernwerkstaetten>. [letzter Zugriff: 08.03.2022].
- Peschel, Markus & Kihm, Pascal (2020): Hochschullernwerkstätten–Rollen, Rollenverständnisse und Rollenaushandlungen. Hochschullernwerkstätten–Elemente von Hochschulentwicklung?, S. 296–309.
- Peschel, Markus; Wedekind, Hartmut; Kihm, Pascal & Kelkel, Mareike (2021): Hochschullernwerkstätten und Lernwerkstätten. Verortung in didaktischen Diskursen. In: Holub B. et al. (Hrsg.) (2021): lern.medien.werk.statt. Hochschullernwerkstätten in der Digitalität. Bad Heilbrunn: Klinkhardt, 40–52.
- Peterßen, Katja (2012): Begründungskultur im Mathematikunterricht der Grundschule. Hildesheim: Franzbecker.
- Platz, Melanie (2020): »Forscher spielen« und mathematisches Beweisen in der Primarstufe Transfer Forschung-Schule Heft 6, 30–43.

- Platz, Melanie (2022a): "... Then it looks beautiful" – preformal proving in primary school. In: Jankvist U. T. (Hrsg.) (2022): Proceedings of the 15th International Conference on Technology in Mathematics Teaching (ICTMT 15) Aarhus University, 97-104.
- Platz, Melanie (2022b): Wie beweisen Kinder in der Primarstufe? Entwicklung von Lernumgebungen, in denen digitale Medien eingesetzt werden. In: Brandt B. et al. (Hrsg.) (2022): Digitales Lernen in der Grundschule III. Aktuelle Trends in Forschung und Praxis. Münster: Waxmann Verlag.
- Platz, Melanie; Vogler, Anna-Marietha; Wachter, Lukas (2022): Einsatz digitaler Medien in substantiellen Lernumgebungen zum Beweisen in der Primarstufe. In: Dilling, F. et al. (Hrsg.) (2022): Neue Perspektiven auf mathematische Lehr-Lernprozesse mit digitalen Medien Wiesbaden: Springer Spektrum, 85-111.
- Roth, Jürgen & Priemer, Burkhard (2020): Das Lehr-Lern-Labor als Ort der Lehrpersonenbildung – Ergebnisse der Arbeit eines Forschungs- und Entwicklungsverbunds. In: Priemer B et al. (Hrsg.) (2020): Lehr-Lern-Labore . Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum, 1-10.
- Schwarzkopf, Ralph (2000). Argumentationsprozesse im Mathematikunterricht – Theoretische Grundlagen und Fallstudien. Hildesheim: Franzbecker.
- Selter, Christoph & Spiegel, Hartmut (1997): Wie Kinder rechnen. Leipzig/ Stuttgart/ Düsseldorf: Klett.
- Sturm, Nina (2018): Problemhaltige Textaufgaben lösen: Einfluss eines Repräsentationstrainings auf den Lösungsprozess von Drittklässlern. Heidelberg: Springer Verlag.
- Stylianides, Andres J. (2016): Proving in the elementary mathematics classroom. Oxford: Univ. Press.
- Winter, Heinrich (1983): Zur Problematik des Beweisbedürfnisses. Journal für Mathematikdidaktik, 4(1), 59–95.
- Wittmann, Erich C. (2014): Operative Beweise in der Schul- und Elementarmathematik. *mathematica didactica*, 37, 213–232.
- Wittmann, Erich C. & Müller, Gerhard (1988): Wann ist ein Beweis ein Beweis? In: Bender P. (Hrsg.) (1988): Mathematikdidaktik. Theorie und Praxis. Festschrift für Heinrich Winter. Berlin: Cornelsen, 237-257-
- Wittmann, Erich C. & Ziegenbalg, Jochen (2007): Sich Zahl um Zahl hochhangeln. In: Müller G. et al. (Hrsg.) (2007): Arithmetik als Prozess . Seelze: Kallmeyer, 35-53.
- Wollring, Bernd (2008): Zur Kennzeichnung von Lernumgebungen für den Mathematikunterricht in der Grundschule. In: Kasseler Forschergruppe (Hrsg.) (2008): Lernumgebungen auf dem Prüfstand. Bericht 2 der Kasseler Forschergruppe Empirische Bildungsforschung Lehren - Lernen - Literacy Kassel: kassel university press GmbH S. 9- 26.