

Komorek, Michael

## Eine Lernprozessstudie zum deterministischen Chaos

*Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften* : ZfDN 5 (1999) 3, S. 3-21



Quellenangabe/ Reference:

Komorek, Michael: Eine Lernprozessstudie zum deterministischen Chaos - In: Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften : ZfDN 5 (1999) 3, S. 3-21 - URN: urn:nbn:de:0111-pedocs-315153 - DOI: 10.25656/01:31515

<https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0111-pedocs-315153>

<https://doi.org/10.25656/01:31515>

in Kooperation mit / in cooperation with:



**IPN**

Leibniz-Institut für die Pädagogik der  
Naturwissenschaften und Mathematik

<https://www.leibniz-ipn.de>

### Nutzungsbedingungen

Gewährt wird ein nicht exklusives, nicht übertragbares, persönliches und beschränktes Recht auf Nutzung dieses Dokuments. Dieses Dokument ist ausschließlich für den persönlichen, nicht-kommerziellen Gebrauch bestimmt. Die Nutzung stellt keine Übertragung des Eigentumsrechts an diesem Dokument dar und gilt vorbehaltlich der folgenden Einschränkungen: Auf sämtlichen Kopien dieses Dokuments müssen alle Urheberrechtshinweise und sonstigen Hinweise auf gesetzlichen Schutz beibehalten werden. Sie dürfen dieses Dokument nicht in irgendeiner Weise abändern, noch dürfen Sie dieses Dokument für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, aufführen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Mit der Verwendung dieses Dokuments erkennen Sie die Nutzungsbedingungen an.

### Terms of use

We grant a non-exclusive, non-transferable, individual and limited right to using this document.

This document is solely intended for your personal, non-commercial use. Use of this document does not include any transfer of property rights and it is conditional to the following limitations: All of the copies of this documents must retain all copyright information and other information regarding legal protection. You are not allowed to alter this document in any way, to copy it for public or commercial purposes, to exhibit the document in public, to perform, distribute or otherwise use the document in public.

By using this particular document, you accept the above-stated conditions of use.

### Kontakt / Contact:

peDOCS

DIPF | Leibniz-Institut für Bildungsforschung und Bildungsinformation

Informationszentrum (IZ) Bildung

E-Mail: [pedocs@dipf.de](mailto:pedocs@dipf.de)

Internet: [www.pedocs.de](http://www.pedocs.de)

Digitalisiert

Mitglied der

  
Leibniz-Gemeinschaft

MICHAEL KOMOREK

## Eine Lernprozeßstudie zum deterministischen Chaos

### Zusammenfassung:

In diesem Beitrag wird über eine Lernprozeßuntersuchung zum Verstehen von Grundideen der Chaostheorie in der Sekundarstufe II berichtet. Den Rahmen für diese Studie bildet ein Modell der Didaktischen Rekonstruktion naturwissenschaftlichen Wissens, das fachliche Klärungen, empirische Untersuchungen zu den Vorstellungen von Schülerinnen und Schülern und ihren Lernmöglichkeiten und Lernschwierigkeiten sowie die Entwicklung und Erprobung von Unterricht eng miteinander verzahnt (vgl. Kattmann, Duit, Gropengießer & Komorek, 1997). Fachliche und didaktische Klärungen ergeben, daß durch eine Einschränkung der Vorhersagbarkeit bei chaotischen Systemen die Akzente gegenüber einer klassischen Sicht wesentlich verschoben werden. In der Lernprozeßstudie werden elf Schülerinnen und Schüler eines 11. Gymnasialjahrgangs entlang einer Reihe von Experimenten interviewt. Sie sollen nachvollziehen, wie diese Einschränkung zustande kommt, und dabei die Begriffe »starke« und »schwache« Kausalität sowie den Begriff des »chaotischen Verhaltens« entwickeln. Diese Schülerinnen und Schüler verstehen, daß aus einer deterministischen Gesetzmäßigkeit nicht zwangsläufig Vorhersagbarkeit folgt. Überdies sind sie in der Lage, einen zwar didaktisch reduzierten, aber physikalisch tragfähigen Begriff des chaotischen Verhaltens zu entwickeln (Komorek, 1997).

### Abstract:

The study presented here has the aim to understand students' learning processes while learning basic ideas of chaos theory. The study is embedded in a Model of Educational Reconstruction. In this model subject matter structure clarification (i.e., construction of the mentioned key ideas), analyses of educational significance on the basis of widely accepted aims of teaching science, empirical studies on students' learning processes, and finally, development and evaluation of pilot instructional modules are closely interrelated (Kattmann, Duit, Gropengießer & Komorek, 1997). Subject matter clarification and pedagogical analysis show that chaos theory challenges the idea of deterministic predictability of natural events which is undoubtedly paradigmatic for traditional physics. This study seeks to investigate students' learning processes towards an understanding of limited predictability in more detail. Therefore 11 students (average age 17; German Grammar School) were interviewed while explaining several experiments. They had to learn why the predictability is limited and they had to develop the concepts of »weak« and »strong causality« as well as the concept of »chaotic behavior«. Results in general show that most of them understand that predictability does not necessary follow from determinism. Beyond this they are able to develop the concept of chaotic behavior in a some kind reduced manner from the physical point of view (Komorek, 1997).

### 1. Motivationen und Voraussetzungen

#### 1.1 Projekteinbindung und theoretischer Rahmen

Seit Jahrtausenden beschäftigt den denkenden und forschenden Menschen die Komplementarität von Zufall und Notwendigkeit. Im Zusammenspiel bedingen diese Grundkonzepte natürliche Ordnungen und Strukturen, die erst seit rund drei Jahrzehnten auf naturwissenschaftlichem Weg formuliert und bearbeitet werden können. Es sind die Theorien der Selbstorganisation und des deterministischen Chaos, deren

Modelle und Methoden neue Einsichten in die Dynamik des Naturgeschehens zulassen. Die zentralen Ideen der »Chaostheorie« haben sehr schnell Eingang in philosophische und weltanschauliche Diskussionen gefunden, denn es fasziniert zweifellos, daß bestimmte, eben chaotische Systeme nur eingeschränkt vorhersagbar sind, obwohl sie deterministischen Gesetzmäßigkeiten unterliegen, und daß sie trotz dieser Einschränkung gewisse Ordnungsstrukturen aufweisen. Diese Erkenntnis stellt bisherige Überzeugungen zum Verhältnis von Gesetzmäßigkeit, Zufall und Vorhersagbarkeit in Frage (Schuster, 1989; Agryris, Faust & Haase, 1994).

Seitdem sich die Schule für die neuen Denkansätze der »Nichtlinearen Dynamik« und der »Chaostheorie« nach und nach öffnet, gibt es seit gut zehn Jahren auch von fachdidaktischer Seite Bemühungen, dieses Thema für den Unterricht in der Schule aufzuarbeiten. Neben Artikeln, die Lehrerinnen und Lehrer über die naturwissenschaftlichen und philosophischen Aspekte informieren, findet man vor allem Vorschläge für Experimente und Simulationsprogramme, die Grundgedanken der Chaostheorie nahebringen sollen (vgl. Bibliographie zur Didaktik der Chaostheorie, Komorek, 1998). Systematische empirische Untersuchungen, die klären, wie die Konzepte der Chaostheorie gelernt werden können, fehlen allerdings weitgehend.

An diesem Defizit setzt ein IPN-Projekt zur Didaktischen Rekonstruktion der Nichtlinearen Physik, der fraktalen Geometrie und der Selbstorganisation an (Duit, Komorek & Wilbers, 1997a), über das in einer früheren Ausgabe dieser Zeitschrift berichtet wurde (Duit, Komorek & Wilbers, 1997b). Den Arbeiten in diesem Projekt liegt ein Forschungs- und Entwicklungsmodell zur Didaktischen Rekonstruktion zugrunde, das die Klärung der Sachstruktur, empirische Untersuchungen zum Lernen und Lehren und die Konstruktion und Evaluation von Unterricht miteinander verzahnt. Absicht dieses Modells ist es, auf der Basis von Zielen des naturwissenschaftlichen Unterrichts zu klären, welche grundlegenden Konzepte eines Inhaltsbereichs sich herausarbeiten lassen und welche davon vermittlungswert und vermittelbar sind. Über dieses Modell und seine Wurzeln in der pädagogischen und fachdidaktischen Tradition wurde an dieser Stelle ebenfalls berichtet (Kattmann, Duit, Gropengießer & Komorek, 1997).

### Lernprozeßuntersuchungen im Modell der Didaktischen Rekonstruktion

Das Modell der Didaktischen Rekonstruktion versucht, eine einseitige Orientierung an den Belangen der Schülerinnen und Schüler bzw. an der Fachwissenschaft zu vermeiden, indem

die naturwissenschaftliche Sachstruktur und die Vorstellungen und Interpretationsrahmen der Schülerinnen und Schüler als gleich wichtige Größen bei der Rekonstruktion eines Sachinhalts angesehen werden. Die Modellkomponente »Empirische Untersuchungen« soll dabei klären, welche Vorstellungen Schülerinnen und Schüler im betreffenden Sachgebiet besitzen und welche Lernprozesse sie beim Erlernen der naturwissenschaftlichen Sicht durchlaufen. Damit wird zum einen überprüft, ob die als vermittlungswert erkannten Grundgedanken auch vermittelbar sind; zum anderen lenken die Ergebnisse empirischer Studien die fachliche Klärung mit, denn die genaue Kenntnis der Schülervorstellungen trägt zu einem besseren Verständnis des fachlichen Inhalts bei und erlaubt, diesen aus einer zusätzlichen Position heraus zu analysieren.

### Konstruktivistische Sicht vom Lernen als Konzeptwechsel

Der vorliegenden Lernprozeßstudie liegt eine *moderat-konstruktivistische* Sicht vom Lernen (vgl. Gerstenmaier & Mandl, 1995) zugrunde. Der zentrale Gedanke ist, daß jeder Interpretationsprozeß durch die Konzepte, die der Interpretierende bereits besitzt, bestimmt wird und die individuellen Konzepte das Verstehen leiten. Wissen kann somit nicht einfach übernommen werden, sondern muß vom Lernenden aktiv und individuell konstruiert werden (Duit, 1995). Diese Sicht vom Lernen stimmt mit zentralen Ansätzen zum »conceptual change« überein. Lernen in naturwissenschaftlichen Zusammenhängen wird hier als eine Änderung von Vorstellungen verstanden, als eine konzeptuelle Entwicklung. Es geht dabei nicht darum, Vorstellungen, die sich im Alltag bewährt haben, durch naturwissenschaftliche Vorstellungen zu ersetzen. Abgesehen davon, daß dies nur in den seltensten Fällen möglich ist, soll den Lernenden vielmehr deutlich gemacht werden, daß die naturwissenschaftlichen Vorstellungen in bestimmten Kontexten fruchtbarer sind als die Alltagsvorstellungen (vgl. Smith, diSessa & Rochelle, 1992; Hewson & Hewson, 1992). Lernen wird hier also als

Bildung neuer, fachlich orientierter Vorstellungen, als Strukturierung und Bewertung verfügbarer Vorstellungen und deren angemessene Anwendung verstanden.

## 1.2 Analyse der Sachstruktur

Der Lernprozeßuntersuchung ging eine Elementarisierung der zentralen Gedanken der Theorie des deterministischen Chaos voraus. Zwei Aspekte deterministisch chaotischer Systeme sind es, die elementaren Charakter besitzen. Auf einer lokalen Ebene sind chaotische Systeme durch *dynamische Instabilität* gekennzeichnet (Hedrich, 1996). Das bedeutet, daß ein chaotisches System, das zweimal hintereinander mit minimal unterschiedlichen Anfangswerten startet, stark voneinander differierende Prozesse durchläuft. Im Phasenraummodell betrachtet, entfernen sich benachbarte Trajektorien exponentiell voneinander (vgl. Abb. 1a) (der Phasenraum ist als ein mathematischer Raum zu verstehen, bei dem jede Koordinate einem sich kontinuierlich ändernden Parameter eines Systems, wie Position, Geschwindigkeit, Druck usw. entspricht. Ein System zieht im Laufe der Zeit eine Bahn im Phasenraum, die sog. Trajektorie. Die Existenz von Trajektorien steht für den Aspekt der »schwachen Kausalität«, wonach Ursache und Wirkung, repräsentiert durch Zustände im Phasenraum, eindeutig miteinander verknüpft sind). Kleine Störungen können überdies dazu führen, daß ein System »auf eine andere Trajektorie springt«, so daß es sich von der ursprünglichen Phasenraumbahn exponentiell entfernt. Bei dynamisch instabilen Systemen fällt die »starke Kausalität«, wonach ähnliche Ursachen auf ähnliche Wirkungen führen, weg - das System wird sensitiv gegenüber Anfangsbedingungen und kleinen Störungen. Aus dieser Sensitivität folgt eine Einschränkung der (Detail-)Vorhersagbarkeit dynamisch instabiler Systeme, die nicht mehr nur die mangelnde Meßtechnik des Beobachters betrifft, sondern eine Folge inhärenter Systemeigenschaften ist. Hier zeigt sich die entscheidende Bedeutung dynamisch instabiler Systeme für die Natur-

wissenschaft: Die Konzepte »Gesetzmäßigkeit« und »Vorhersagbarkeit«, die üblicherweise als gekoppelt angesehen werden, sind bei dynamisch instabilen Systemen entkoppelt.

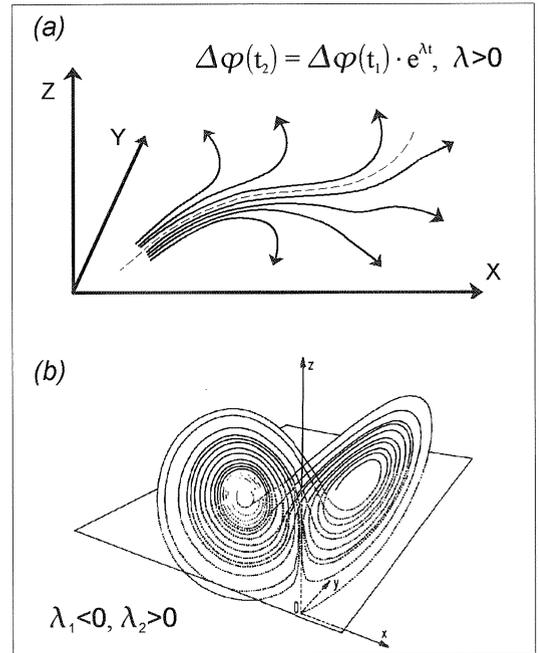


Abb. 1: Dynamische Instabilität (a) und strukturelle Stabilität (b) chaotischer Systeme; Abb. (b) zeigt den sog. Lorenz-Attraktor

Wissenschaftlich überraschte, daß chaotische Systeme auf einer globalen, systemischen Ebene durch *strukturelle Stabilität* gekennzeichnet sind (Abb. 1 b); sie besitzen trotz dynamischer Instabilität gewisse Ordnungsstrukturen im Phasenraum (»Ordnung im Chaos«), die allerdings erst nach geeigneter Meßdatenaufbereitung zum Vorschein kommen. Diese Strukturen werden als chaotische Attraktoren bezeichnet; Trajektorien aus der Umgebung streben auf diese Attraktoren zu und schmiegen sich ihnen asymptotisch an. Im strengen physikalischen Sinne kann man nur solche Systeme als chaotisch bezeichnen, die sowohl dynamisch instabil sind als auch strukturelle Stabilität aufweisen (Schuster, 1989; Martienssen und Krüger, 1991). Chaotische Systeme sind somit im doppelten Sinne determiniert; auf der lokalen Ebene

schlägt sich diese Determiniertheit in Form von stetigen Trajektorien nieder, auf der globalen Ebene durch die Existenz von chaotischen Attraktoren. Aufgrund dieser doppelten Determination kann man von einer eigenständigen Determinismusform sprechen, vom *Chaotischen Determinismus* (vgl. Komorek, 1997, S. 91 ff.).

### 1.3 Fokussierung und Unterrichtsziele

Bei der didaktischen Erschließung der Chaostheorie soll zunächst erkundet werden, inwieweit die elementaren Einsichten vermittelbar sind, bevor sich den physikalisch anspruchsvolleren Aspekten zugewendet wird. Aus diesem Grunde schied der Aspekt der chaotischen Attraktoren erst einmal aus; dieser läßt sich nur dann einsichtig machen, wenn es gelingt, das Phasenraumkonzept angemessen zu vermitteln. Die Entscheidung für den Aspekt der eingeschränkten Vorhersagbarkeit hat einen weiteren wichtigen didaktischen Grund. Überlegungen zu Unterrichtszielen führen zur Auffassung, daß dieser Aspekt ebenso wichtig ist wie der Aspekt der Ordnung im Chaos, auch wenn letzterer innerwissenschaftlich die größere Aufmerksamkeit erfahren hat. Im Physikunterricht, so scheint es, wird der Aspekt der Berechenbarkeit des Naturgeschehens sehr stark betont, wenn nicht überbetont. Die intensive Beschäftigung mit der eingeschränkten Vorhersagbarkeit chaotischer Systeme stellt einen »naiven« Determinismus, von dem viele Schülerinnen und Schüler ausgehen, in Frage und führt auf eine wesentliche Akzentverschiebung gegenüber einer traditionellen Sicht.

Ein Unterricht über Chaostheorie besitzt insgesamt ein nicht zu unterschätzendes pädagogisch-didaktisches Potential, weil er eine Reihe von Zielen des naturwissenschaftlichen Unterrichts erreichen kann. Schülerinnen und Schüler können nämlich etwas über das Bild lernen, das die aktuelle Naturwissenschaft vom Naturgeschehen, z.B. von der Dynamik von Ordnungsmechanismen, entwickelt hat; sie können lernen, wie sich dabei bestimmte Konzepte wie Determinismuskonzepte ge-

wandelt haben und wie neue Phänomenbereiche erschlossen werden. Darüber hinaus kann Unterricht über Chaostheorie dazu beitragen, ein adäquates Bild von den Prinzipien, Methoden und Denkweisen moderner Physik und Naturwissenschaft zu vermitteln; insbesondere von ihrem Vorgehen in Bereichen, die sich noch in der Entwicklung befinden, denn in diesen Bereichen werden naturwissenschaftliche Möglichkeiten und Grenzen besonders deutlich. Außerdem kann gezeigt werden, daß aktuelle Forschung fast immer interdisziplinär abläuft. Aus diesen Gründen ist von der Chaostheorie als Unterrichtsinhalt ein wichtiger Beitrag zur naturwissenschaftlichen Bildung junger Menschen zu erwarten.

### 1.4 Vorstudien

Vorgeschaltete Pilotstudien grenzten die Untersuchungsgruppe und die Fragestellung Schritt für Schritt ein. In der ersten Pilotstudie wurde eine relativ inhomogene Gruppe von Schülern und Laien mit dem Verhalten des Magnetpendels (Abb. 2) konfrontiert. Dieses Experiment spielte auch in der Lernprozeßstudie eine zentrale Rolle: Eine Eisenkugel schwingt über drei symmetrisch angeordnete Magneten; zwischen diesen ergeben sich für die Kugel Zonen labilen Gleichgewichts. Diese Zonen produzieren die dynamische Instabilität des Systems, sie führen auf eine Sensitivität gegenüber Anfangsbedingungen und Störungen und damit auf eine Einschränkung der Vorhersagbarkeit (vgl. Duit, Komorek & Wilbers, 1997b und Komorek, 1997, S. 115 ff.). In der ersten Pilotstudie sollten die Interviewpartner das Verhalten des Magnetpendels auf der Basis ihrer Alltagsvorstellungen erklären. Außerdem ging es um ihre Vorstellungen zu den Themen Kausalität, Determinismus, Zufall und Vorhersagbarkeit. In der zweiten Pilotstudie bekamen die Interviewpartner, Schülerinnen und Schüler einer zehnten Gymnasialklasse, zunächst einen Informationstext über chaotische Systeme, in dem das Magnetpendel noch nicht vorkam (Cornilsen, 1993; Duit, Cornilsen & Komorek, 1993). Die dritte

Pilotstudie war als Unterrichtsstudie konzipiert; es wurde ein vierstündiger Unterricht zum Magnetpendel und zum Aspekt der eingeschränkten Vorhersagbarkeit entwickelt und in zwei zehnten Gymnasialklassen erprobt (Duit & Komorek, 1997). Die Aufgabe bestand in jeweils abgewandelter Form darin, das chaotische Verhalten des Magnetpendels zu erklären.

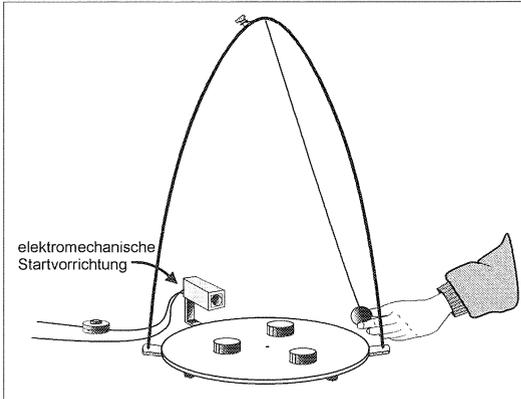


Abb. 2: chaotisches Magnetpendel

Die Ergebnisse der Pilotstudien zeigten zweierlei. Die Schülerinnen und Schüler hatten einerseits Schwierigkeiten zu verstehen, welche Bedeutung den Bereichen labilen Gleichgewichts zukommt, wie diese Bereiche entstehen und was dort im Detail passiert. Analogmodelle als Lernhilfen konnten das Verstehen nicht im gewünschten Maß unterstützen. Andererseits waren die Schülerinnen und Schüler ansatzweise in der Lage, bestimmte Systeme auf einer strukturellen, systemischen Ebene zu kategorisieren und zu beurteilen, allgemeine Strukturelemente und Kriterien für chaotisches Verhalten herauszuarbeiten und diesen »strukturellen Blick« auch auf andere Systeme zu richten. Besonders in den Klassendiskussionen der Unterrichtserprobung wurde deutlich, daß sie vom konkreten chaotischen System abstrahieren und die relevanten Struktureigenschaften analysieren konnten. Daneben gab es Anzeichen dafür, daß sich das Verstehen der eingeschränkten Vorhersagbarkeit chaotischer Systeme als kontinuierlicher Lernweg von vorunterrichtlichen Vorstellungen zu den wissenschaftlichen Vor-

stellungen beschreiben läßt, daß es also keiner »großräumigen« Umstrukturierung vorunterrichtlicher Vorstellungen bedarf, keines »revolutionären« Konzeptwechsels. Bereits vorhandene Vorstellungen auszudifferenzieren, schien demnach die geeignete Lehr-Lern-Strategie für die Hauptstudie zu sein (vgl. Scott, Asoko & Driver, 1992; Komorek, 1997, S. 141 ff.).

## 2. Lernprozeßuntersuchung

### 2.1 Fragestellung und Zielsetzung

Die Pilotstudien machten die Schwierigkeiten der Schülerinnen und Schüler beim Verstehen des Begriffs des labilen Gleichgewichts deutlich. Daß sich Störungen, die ein System seit dem Start erfahren hat, im Bereich eines labilen Gleichgewichts exponentiell verstärken, war dem Großteil der Schülerinnen und Schüler nicht bis zum gewünschten Maße deutlich geworden. Diese Schwierigkeiten behinderten die Entwicklung des Begriffs des chaotischen Systems. Die bisherigen Ergebnisse führten zur Annahme, daß die Schülerinnen und Schüler weniger Schwierigkeiten haben, den Begriff des chaotischen Verhaltens zu entwickeln und über das prototypische Beispiel des Magnetpendels hinauszugelangen, wenn sie zuvor auf einer »Metaebene« allgemeine Strukturmerkmale von Systemen diskutieren.

### 2.2 Zur Methode des teaching experiment

Das Ziel der Lernprozeßuntersuchung, Hypothesen zu generieren und auszuschärfen, stellt bestimmte Anforderungen an die Untersuchungsmethode. Für die vorliegende Studie wurde die Methode des *teaching experiment* gewählt (Steffe, 1983; Steffe & D'Ambrosio, 1996; vgl. auch Katu, Lunetta & van den Berg, 1993). Die Idee des *teaching experiment* besteht darin, die Interviewsituation bewußt als Unterrichtssituation zu gestalten, und zwar aus der Erkenntnis heraus, daß jedes Interview immer auch Aspekte einer Unter-

richtssituation besitzt. Das teaching experiment verspricht, detaillierte Informationen über die Vorstellungen der Schülerinnen und Schüler und deren Lernprozesse zu sammeln, und zwar in Situationen, die relativ nah an Lernsituationen der Schule oder des Alltags sind. Es umfaßt methodische Elemente, wie man sie vom *sokratischen Dialog* und vom *klinischen bzw. kritischen Interview* nach Piaget her kennt. Im Prinzip handelt es sich dabei um eine Serie von Einzelinterviews mit Schülerinnen und Schülern, in denen diese mit einer Reihe von erklärungsbedürftigen Experimenten und Phänomenen konfrontiert werden. Das teaching experiment ist vergleichbar mit dem problemzentrierten Interview nach Lamnek (Lamnek, 1993, Band 2, S. 74-78).

### 2.3 Datenaufnahme und Interviews

An der Untersuchung nahmen sechs Schülerinnen und fünf Schüler eines 11. Gymnasialjahrgangs teil. Mit jedem Teilnehmer wurden vier einstündige Interviews geführt, die ersten drei jeweils im Abstand von einer Woche, das vierte Interview zehn Wochen später. Die Interviews wurden auf Tonband aufgenommen, transkribiert und nach den Methoden der qualitativen Sozialforschung (s.u.) ausgewertet. Zusätzliche Daten lieferten Fragebögen, die vor, zwischen und nach den Interviews bearbeitet wurden.

#### Erstes Interview

Vor dem ersten Interview wurden in einem Fragebogen die Vorstellungen erhoben, die Schülerinnen und Schüler von den Begriffen »starke« und »schwache« Kausalität und vom Begriff des Determinismus haben. U.a. dienten die Antworten dazu, individuell in das erste Interview einsteigen zu können. - Im ersten Interview ging es darum, einen strukturellen Blick zu entwickeln. Es sollte ein Interpretationsrahmen entwickelt werden, der es den Schülerinnen und Schülern erlaubte, das Verhalten von Beispielsystemen auf gemeinsame strukturelle Eigenschaften zurückzuführen. Verschiedene Kategorien von Systemverhalten wurden entwickelt; das besondere Augenmerk

richtete sich auf die Kategorie des dynamisch instabilen Verhaltens, das durch labile Gleichgewichtslagen hervorgerufen wird. - Es folgte ein kurzer Fragebogen zur Rekapitulation der ersten Sitzung.

#### Zweites Interview

Das zweite Interview begann mit dem für die Schülerinnen und Schüler überraschenden Magnetpendel-Experiment (Abb. 2). In dem hier verwendeten Sinne des Begriffs verhielt sich das Magnetpendel chaotisch, weil es sehr häufig, im reibungsfrei gedachten Fall sogar unendlich häufig, in eine labile Situation kam. Die Schülerinnen und Schüler hatten die Möglichkeiten, das Pendelverhalten entweder über die herrschenden Kräfte oder mit Hilfe der Überlegungen zu den strukturellen Eigenschaften (erstes Interview) zu erklären. In beiden Fällen wurden ihnen einige Hilfen in Form von didaktischen Analoga bereitgestellt. Dazu gehörten die Abbildungen eines Berggrates und eines Walls (Abb. 3a), die als »Elementaranaloga« den Begriff des labilen Gleichgewichts und damit der dynamischen Instabilität repräsentieren, und als Analogmodell die »Chaosschüssel« (Abb. 3c). Bei ihr sind die Kräfteverhältnisse des Magnetpendels in Höhen und Tiefen übersetzt. - Am Ende des Interviews wurde auf den Zusammenhang von Naturgesetzen und Vorhersagbarkeit eingegangen.

#### Drittes Interview

Aufbauend auf dem Begriff des labilen Gleichgewichts wurden in diesem Interview die Begriffe schwache und starke Kausalität geschärft und Kriterien entwickelt, die den Begriff des chaotischen Verhaltens definieren sollten. Eine Reihe von Experimenten wurde daraufhin untersucht, ob diese Kriterien jeweils erfüllt sind. Zu diesen gehörten ein Spielwürfel, ein auf der Spitze stehender und umfallender Bleistift, die Abbildungen eines Dimmers und eines Hau-den-Lukas-Aufbaus sowie ein reales Doppelpendel (Abb. 3b). Beim Doppelpendel wurde die Abhängigkeit des Verhaltens vom Kontrollparameter »Energie« untersucht. Auch am Ende dieses Inter-

views wurde auf die Verbindung von Gesetzmäßigkeit und Vorhersagbarkeit eingegangen. - Es folgte ein Fragebogen, in dem die

erlernten Begriffe rekonstruiert und auf weitere Beispiele, wie das Radfahren, angewendet werden sollten.

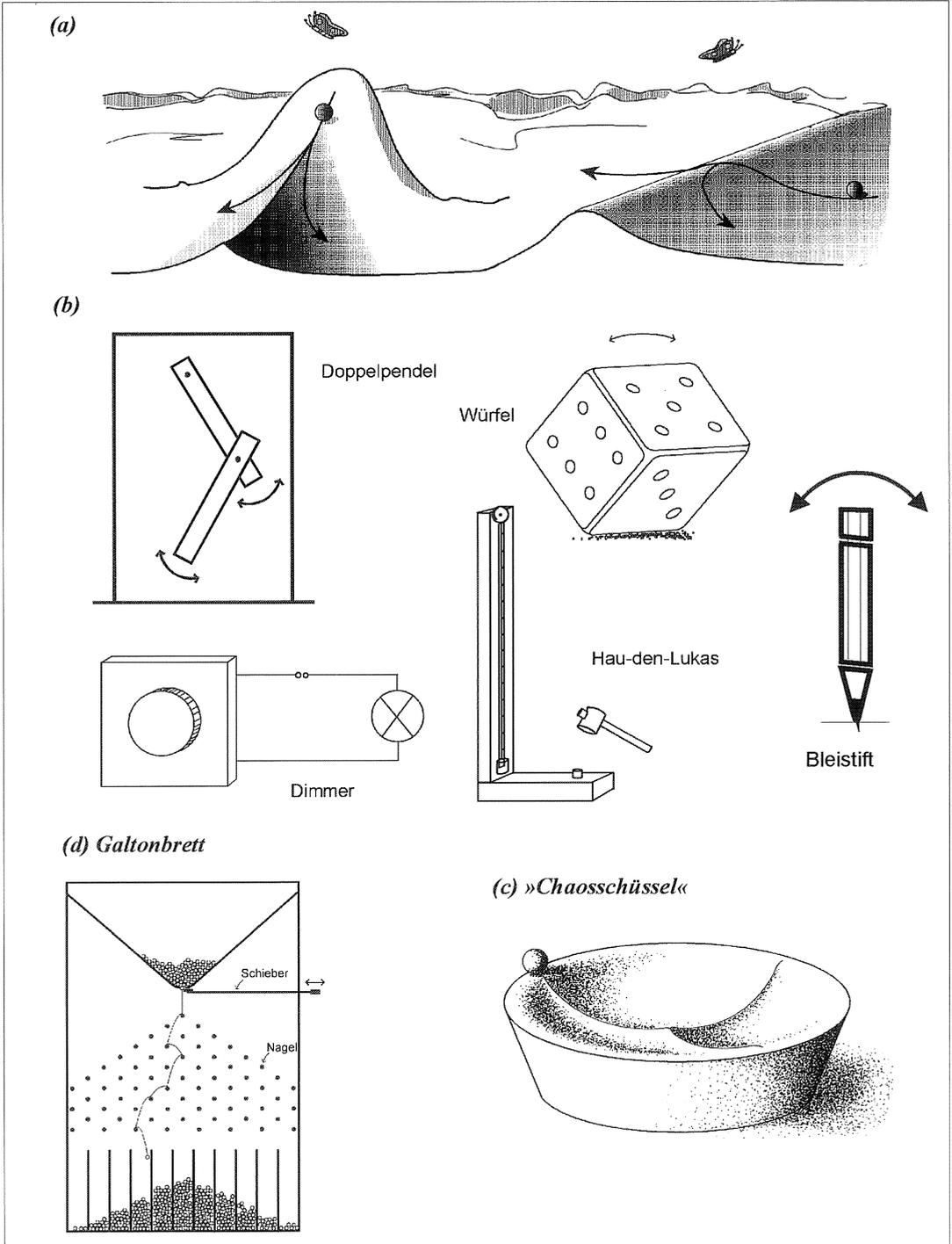


Abb. 3: In der Lernprozeßstudie eingesetzte Analogmodelle und Experimente

#### Viertes Interview

Im Nachinterview (zehn Wochen später) ging es zunächst um die Rekonstruktion der erlernten Begriffe. Danach wurde ein neuer Versuch eingeführt, bei dem Kugeln durch eine Reihe von Nägeln hindurch in Fächer rollten (der Versuchsaufbau ist unter der Bezeichnung »Galtonbrett« bekannt, Abb. 3d). Die Nägel stellen in diesem Falle Zonen labilen Gleichgewichts für die fallenden Kugeln dar. Die Schülerinnen und Schüler sollten an ihm prüfen, ob es sich um stark oder lediglich um schwach kausales Verhalten handelt und ob die Kriterien für chaotisches Verhalten erfüllt sind. Fragen nach Entwicklungen im Bild von der Physik und nach emotionalen Aspekten schlossen sich an. - Es folgte ein abschließender Fragebogen.

#### 2.4 Zu vermittelndes Begriffssystem

Die zentralen Begriffe und die Beziehungen zwischen ihnen sind in Abb. 4 in reduzierter Weise dargestellt.

*ähnliche Ursachen:* Unter »ähnlichen« Ursachen sind Prozesse oder Zustände zu verstehen, die sich im geringen Maße in den Ausprägungen bestimmter quantifizierbarer Parameter unterscheiden. Im physikalischen Sinne sind »ähnliche Ursachen« »benachbarte« physikalische Zustände. Der Begriff der »ähnlichen Ursachen« ist wichtig für den Begriff »schwache Kausalität«.

*labiles Gleichgewicht:* In den Beispielsystemen der Untersuchung, die alle aus dem Bereich der Mechanik stammen, sind die Instabilitätsstellen durch Orte labilen Kräftegleichgewichts repräsentiert. Kleine Störungen, die irgendwann auf das System einwirken, verstärken sich aufgrund labiler Gleichgewichtslagen exponentiell.

*schwachelstarke Kausalität* (vgl. 1.2): Diese Begriffe stützen sich auf die Begriffe »labiles Gleichgewicht« und »ähnliche Ursachen«: Ähnliche Ursachen können in einem System, das Instabilitäten aufweist, zu stark differierenden Prozessen führen, so daß die starke Kausalität, wonach ähnliche Ursachen auf ähnliche Prozesse führen, wenn überhaupt, nicht durchgängig zu beobachten ist.

*chaotisches Verhalten:* In der vorliegenden Untersuchung geht es hauptsächlich um den Aspekt der dynamischen Instabilität. Aus diesem Grunde stützt sich die Vermittlung des Begriffs »chaotisches Verhaltens« in erster Linie auf den Begriff der schwachen Kausalität, allerdings nicht ausschließlich: Bei einem Bleistift, der auf seiner Spitze steht und dann umfällt, liegt zwar schwache Kausalität vor, sein Verhalten läßt sich aber nicht als chaotisch bezeichnen, weil die Situation des labilen Gleichgewichts auch bei reibungsfrei gedachtem Verhalten nicht unendlich häufig auftritt.

*chaotisches System:* Chaotisch ist ein System, wenn es zu chaotischem Verhalten in der Lage ist; nicht zu jedem Zeitpunkt muß es allerdings in der chaotischen Phase sein, sondern nur im Falle bestimmter Werte seiner Kontrollparameter. Beim Beispiel des Doppelpendels ist es die Energie, die als Kontrollparameter fungiert; nur in einem schmalen Energiebereich verhält sich das Doppelpendel chaotisch.

*eingeschränkte Vorhersagbarkeit:* Schwach kausale Systeme sind in ihrem Verhalten nur eingeschränkt vorhersagbar, obwohl sie deterministischen Gesetzmäßigkeiten gehorchen. Es geht hierbei um die Entkopplung der Konzepte »Gesetzmäßigkeit« und »Vorhersagbarkeit«.

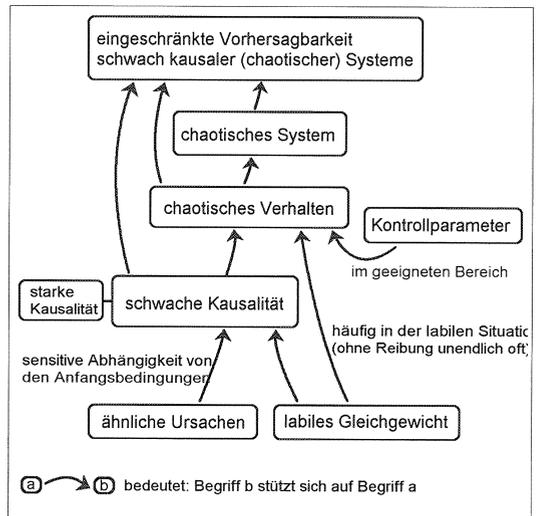


Abb. 4: Zu vermittelndes Begriffssystem

### 3. Ergebnisse

Eine Schlüsselstrategie konstruktivistisch begründeter qualitativer Forschung besteht im »Scannen« von (Interview-)Daten nach bestätigender Bedeutung, d.h. es wird geprüft, inwieweit die Eingangshypothesen einen viablen Interpretationsrahmen für die Daten bilden (»Verifikationsphase«). In der »Induktionsphase«, die jeweils folgt, werden die Daten ohne feste Hypothese im Hintergrund betrachtet, und man richtet den Blick vorwiegend auf solche Passagen, die bisher nicht erwartete Bedeutungszusammenhänge liefern. Auf diese Weise verläuft der Interpretationsprozeß spiralförmig und approximativ. Diese Auswertung des teaching experiment ist an die Methode der qualitativen Inhaltsanalyse nach Mayring (Mayring, 1990, zitiert nach Lamnek, 1993, S. 207-217) angelehnt. Die folgende Darstellung der Ergebnisse muß Nachweise weitgehend schuldig bleiben, einzelne Belege können lediglich der Illustration dienen. Der Leser sollte sich vor Augen halten, daß die Aussagen, die hier gemacht werden können, allesamt Ergebnisse der Analyse einer Vielzahl von Äußerungen sind, somit auf der vollen Datenbasis beruhen und zugleich - aufgrund des explorativen Charakters der Studie - den Status von ausgeschärfen und zu überprüfenden Hypothesen besitzen.

#### 3.1 Analysewerkzeuge der Schülerinnen und Schüler

Die durchgehende Aufgabe in dieser Studie besteht für die Schülerinnen und Schüler darin, Prozesse zu analysieren, die vorgelegte Versuchsaufbauten hervorbringen. Auf der Basis dieser Analysen bilden sie Begriffe und entwickeln sie Prinzipien. Um die Analysen durchführen zu können, benötigen sie Werkzeuge. Über diese soll zunächst berichtet werden, weil sie generellen Charakter besitzen und die Begriffsentwicklungen erst nachvollziehbar machen.

#### »Idealwelt-Realwelt-Modell« als Interpretationsrahmen

Bei der Analyse der ablaufenden Prozesse fallen zunächst zwei Konzepte auf, von denen alle Schülerinnen und Schüler auszugehen scheinen. Das eine Konzept entspricht dem, was wissenschaftlich das Konzept der Kausalität darstellt, nämlich daß aus einer bestimmten Ursache unabänderlich und bei jedem erneuten Auftreten ein und dieselbe Wirkung folgt: »gleiche Ursachen haben gleiche Wirkungen«. Das zweite Konzept kann man als »Abweichungskonzept« bezeichnen; danach treten immer Abweichungen auf, wenn man Prozesse (wie z.B. physikalische Experimente) wiederholt ablaufen läßt.

Genauere Betrachtungen zeigen, daß sich in diesen Konzepten bestimmte Weltmodelle der Schülerinnen und Schüler widerspiegeln, die sie je nach Kontext heranziehen. Eines ihrer Modelle ist das einer *idealen Welt*, in der keine Störungen existieren und die durch deterministische Gesetze geregelt ist. In ihr können Vorhersagen gemacht werden, die auch tatsächlich eintreffen, weil die Prozesse determiniert sind und ungestört ablaufen. Diese ideale Welt ist vergleichbar mit dem wissenschaftlichen Konzept des Laplaceschen Determinismus. Insbesondere die Reproduzierbarkeit von Prozessen ist in dieser idealen Welt gegeben. Es ist die Welt der Theorie, in der Vorgänge isoliert existieren und Wechselwirkungen ausgespart sind. Das zweite Modell der Schülerinnen und Schüler ist das einer *realen Welt*, in der sich Prozesse gegenseitig beeinflussen, in der Störungen wirken und Abweichungen auftreten. Es ist ein Modell, das der Realität der Beobachtungen und Erfahrungen Rechnung trägt und somit in gewisser Weise komplexer ist als das Modell der idealisierten Welt. Reproduzierbarkeit ist in dieser realen Welt ein Problem, weil Vorgänge gestört werden können, wodurch Abweichungen von Planungen oder Berechnungen auftreten. In diesem Modell hat der Begriff *Zufall* seine Bedeutung. Es ist die Welt der Praxis, in der Vorgänge nicht isoliert existieren, sondern Wechselwirkungen zentrale Bedeutung haben.

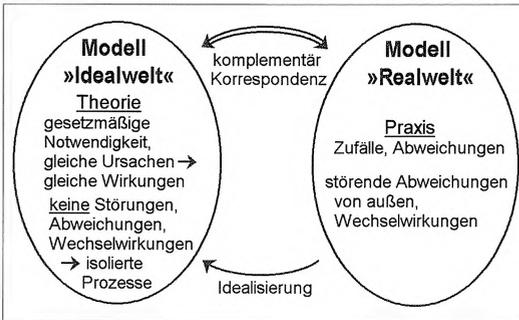


Abb. 5: Idealwelt-Realwelt-Modell der Schülerinnen und Schüler

Abb. 5 veranschaulicht die Teilmodelle von Idealwelt und Realwelt. Aus einer Vielzahl von Äußerungen wird zudem deutlich, daß für die Schülerinnen und Schüler eine Komplementarität zwischen beiden Modellteilen besteht. Konkreter gefaßt, besteht sie zwischen der Notwendigkeit gesetzmäßigen Geschehens und dem Zufall in Form von Störungen oder kleinen, zum Teil menschlichen Einwirkungen. Es kann angenommen werden, daß erst diese Komplementarität die schülerseitigen Interpretationen generiert. Zwischen dem Realweltmodell und dem Idealweltmodell scheint darüber hinaus eine Art Korrespondenzprinzip zu bestehen, denn das Realweltmodell läßt sich durch den Prozeß der Idealisierung in das Idealweltmodell überführen. Das folgende Beispiel zeigt, wie Florian den Übergang zwischen beiden Beschreibungsmodellen vollzieht:

*Im Prinzip glaub' ich schon, daß gleiche Ursachen gleiche Wirkungen haben, aber es muß dann wirklich haargenau die gleiche Ursache sein, dann kommt auch haargenau die gleiche Wirkung raus, vorausgesetzt wir haben ein gleiches Medium, was dazwischen liegt. Also, ich mein', mit etwas Alltäglichem kann man ja gar nicht naturwissenschaftlich rechnen, das ist ja nicht gleich, das verändert sich ja, z.B. beim Billardspielen, da ist das ja niemals genau der gleiche Winkel, mit dem ich dann die Kugel anstoße und die Kugel dann stößt ja auch was ab, vielleicht nur ganz kleine Spuren, aber es kommt dann nie genau die gleiche Wirkung raus. Wenn man das auf ein ganz einfaches, praktisch atomares oder noch kleineres Niveau heruntersetzt, dann haben gleiche Ursachen gleiche Wirkungen.*

Auf die Aufforderung den Maxwellschen Satz gleiche Ursachen haben gleiche Wirkungen zu kommentieren, sagt Florian:

*Das ist ein Ideal, eine Annäherung, als so eine Art Grenzwert, den man versucht zu erreichen. Und an den man sich auch nähert, so zum Beispiel in der Technik: die Laser, da sagt man ja, das soll 'ne punktförmige Lichtquelle sein. Ist es ja nicht, besteht ja immer noch aus Lichtstrahlen, das ist eben nur 'ne Annäherung.*

Die genaue Analyse zeigt, daß drei Viertel der Schülerinnen und Schüler dieser Studie zumindest ansatzweise über diese komplementären Modelle verfügt. Als Analysewerkzeug genutzt wird das Idealwelt-Realwelt-Modell allerdings nur von Schülerinnen und Schülern, die einen gewissen Grad an Modelldifferenzierung erreichen. Es kristallisieren sich zwei Gruppen heraus. Die erste Gruppe bilden Schülerinnen und Schüler, die Idealisierungen des Idealweltmodells explizieren können und somit keine großen Schwierigkeiten haben, ihr Konzept der Abweichungen auch auf Abweichungen von Ursachen und Wirkungen zu erweitern. Bei ihnen führt die Korrespondenz zwischen Realwelt und Idealwelt u.a. zu einer Relativierung des Begriffs »gleiche Ursachen«; er wird zum Begriff ihres Idealweltmodells. Die zweite Gruppe von Schülerinnen und Schülern ist zu einer expliziten Trennung von Idealweltmodell und Realweltmodell nicht in der Lage. Bei ihnen finden sich undifferenzierte Vorstellungen. Der Satz »gleiche Ursachen haben gleiche Wirkungen« wird nicht in zwei Weltmodellen interpretiert.

### Kausalitätskategorien als Interpretationsrahmen

Die Entwicklung eines zweiten Interpretationsrahmen wird durch die Instruktionen des teaching experiment explizit unterstützt. Es geht dabei um die Bildung von Kategorien, die Systeme nach ihrem »Kausalverhalten« klassifizieren. »Starke« und »schwache« Kausalität etwa bilden solche Kategorien, und auch der bereits erwähnte Gedanke »gleiche Ursachen haben gleiche Wirkungen« steht für eine solche Kategorie. Ob das Verhalten eines

Systems (und damit letztlich das System selbst) in eine der Klassen einzuordnen ist, hängt insbesondere von bestimmten Struktureigenschaften ab. Bei chaotischen Systemen geht es dabei um labile Gleichgewichtslagen, die dynamische Instabilität produzieren und für eine Einordnung in die Kategorie »schwache Kausalität« sorgen.

Um einzelne chaotische und nicht-chaotische Systeme zu verstehen und den Begriff des chaotischen Verhaltens herauszuarbeiten, entwickeln die Schülerinnen und Schüler in der Hauptstudie ganz ausdrücklich und bewußt einen »strukturellen Blick«, indem sie die ablaufenden physikalischen Prozesse auf dem Hintergrund allgemeiner Kategorien von Systemverhalten interpretieren. Bei diesem Vorgehen gelingt es ihnen - mehr oder weniger erfolgreich - vom einzelnen Experiment zu abstrahieren und allgemeine (mechanisch-geometrische) Struktureigenschaften zu finden, die gewissermaßen die kritischen Attribute einer Klasse von Systemen darstellen. Ein Großteil lernt dabei, strukturelle Überlegungen als »Denkwerkzeug« für weitere begriffliche Entwicklungen und Ausschärfungen zu nutzen.

Die Entwicklung dieses Interpretationsrahmens verläuft in zwei Phasen. In der ersten Phase machen sich die Schülerinnen und Schüler mit der Idee der Kausalitätskategorien und der zugehörigen Begrifflichkeit vertraut. Dazu werden die strukturellen Eigenschaften einer Reihe von Beispielen herausgearbeitet (z.T. die Beispiele aus Abb. 3). Als fruchtbar erweisen sich auch lebensweltliche Beispiele, die zwar gewisse Komplexität aufweisen, aber einfach genug sind, um strukturelle Eigenschaften herauszuarbeiten (Beispiel Minigolf). Bei bestimmten Elementen der vorunterrichtlichen Vorstellungen kann hier angesetzt werden. In der zweiten Phase werden die Kategorien verfestigt und - insbesondere die kritischen Attribute - ausgeschärft. Kennzeichnend für die Entwicklung dieses Interpretationsrahmens ist, daß die Schülerinnen und Schüler die Strukturelemente (kritische Attribute) einfach aufgebauter Systeme herausarbeiten und mit den dabei entwickelten begrifflichen Werkzeugen komplexe Systeme analysieren.

### 3.2 Lernprozeßebene I: Entwickeln eines prozeßhaften Begriffs des labilen Gleichgewichts

Abb. 6 zeigt schematisch drei Ebenen, auf denen sich die Verstehens- und Lernprozesse der Schülerinnen und Schüler darstellen lassen. Dynamische Instabilität ist in der vorliegenden Untersuchung durch den qualitativ ausgerichteten Begriff des labilen Gleichgewichts repräsentiert. Entsprechend bezieht sich die Analyse der Begriffsbildung auf qualitative Aspekte. Zusammengefaßt ist zu sagen, daß die Schülerinnen und Schüler in der Lage sind, den Begriff des labilen Gleichgewichts sowohl als Strukturelement zu entwickeln - in diesem Falle stehen statische Aspekte im Vordergrund - als auch im Sinne eines zeitlich ausgedehnten Prozesses. Nicht immer gelingt dies im beabsichtigten Maße, aber letztlich verstehen doch alle, daß einzelne Prozesse, z.B. ein Pendelvorgang beim Magnetpendel, aufgrund kleiner Variationen der Startbedingungen und aufgrund kleiner Störungen nicht im Detail vorhergesagt werden können. Mit Hilfe des Wallanalogons (Abb. 3a), die sie auf Magnetpendel und Chaosschüssel übertragen, verstehen sie überdies, daß Instabilität nicht nur bezüglich der Ortsgrößen, sondern auch bzgl. der Energiegrößen bestehen kann.

Im ersten Schritt zur Bildung des Begriffs »labiles Gleichgewicht« gilt es zu verstehen, was mit »ähnlichen Ursachen« gemeint ist, damit im Detail nachvollziehbar wird, wie labile Gleichgewichtslagen dynamische Instabilität hervorrufen. Denjenigen, die über ein differenziertes Idealwelt-Realwelt-Modell verfügen, gelingt es, den Begriff der »gleichen Ursachen« zu relativieren, indem sie eine Parametrisierung der Ursache vornehmen: Janiene: *ähnlich: daß man so wenig wie möglich an der Ursache verändert, aber es doch halt einen Unterschied gibt, den geringst möglichen.* Die anderen müssen zunächst lernen, wie ihr Ursachenbegriff ausdifferenzieren ist. Dies gelingt nur teilweise, etwa indem sie am Beispiel des Minigolfspiels quantitative Eigenschaften von Ursachen, wie insbesondere

Startpunkt sowie Anfangsgeschwindigkeit des Golfballs, entwickeln. Eine Quantifizierung der Startparameter hilft diesen Schülerinnen und Schülern zu verstehen, daß zwei Ursachen als »ähnlich« anzusehen sind, wenn sie in ihren quantifizierbaren Eigenschaften minimal differieren.

Im zweiten Schritt der Begriffsentwicklung arbeiten die Schülerinnen und Schüler prozeßhafte Aspekte des Begriffs »labiles Gleichgewicht« heraus. Insbesondere können sie nachvollziehen, daß Ungenauigkeiten und Störungen, die das System weit *vor* der Situation des labilen Gleichgewichts erfahren hat, *in* dieser Situation zum Tragen kommen, so daß eine Sensitivität des Systems gegenüber diesen Einflüssen besteht. Zwei Dritteln gelingt es, diese »Geschichte« eines Systems

zu erzählen. Sie nutzen dabei sowohl die zuvor entwickelten Kausalitätskategorien inkl. deren kritischer Attribute, den Strukturmerkmalen, als auch Überlegungen zu den Kräften beim Magnetpendel. Detailerklärungen und strukturelle Betrachtungen ergänzen sich. In vielen Fällen beginnen sie damit, Systemverhalten anhand der im System wirkenden Kräfte zu erklären, bis sie an einen Punkt kommen, an dem »lokale« Erklärungen nicht weiterführen. Oft wechseln sie dann auf die strukturelle Ebene und beschreiben das Verhalten des Systems mit Hilfe der Kausalitätskategorien. Sie versuchen eine Einordnung in eine der Kausalitätskategorien. Wenn dies gelingt, bekommen sie eine Idee davon, nach welchen strukturellen Eigenschaften des Systems sie suchen müssen. Der Interpretations-

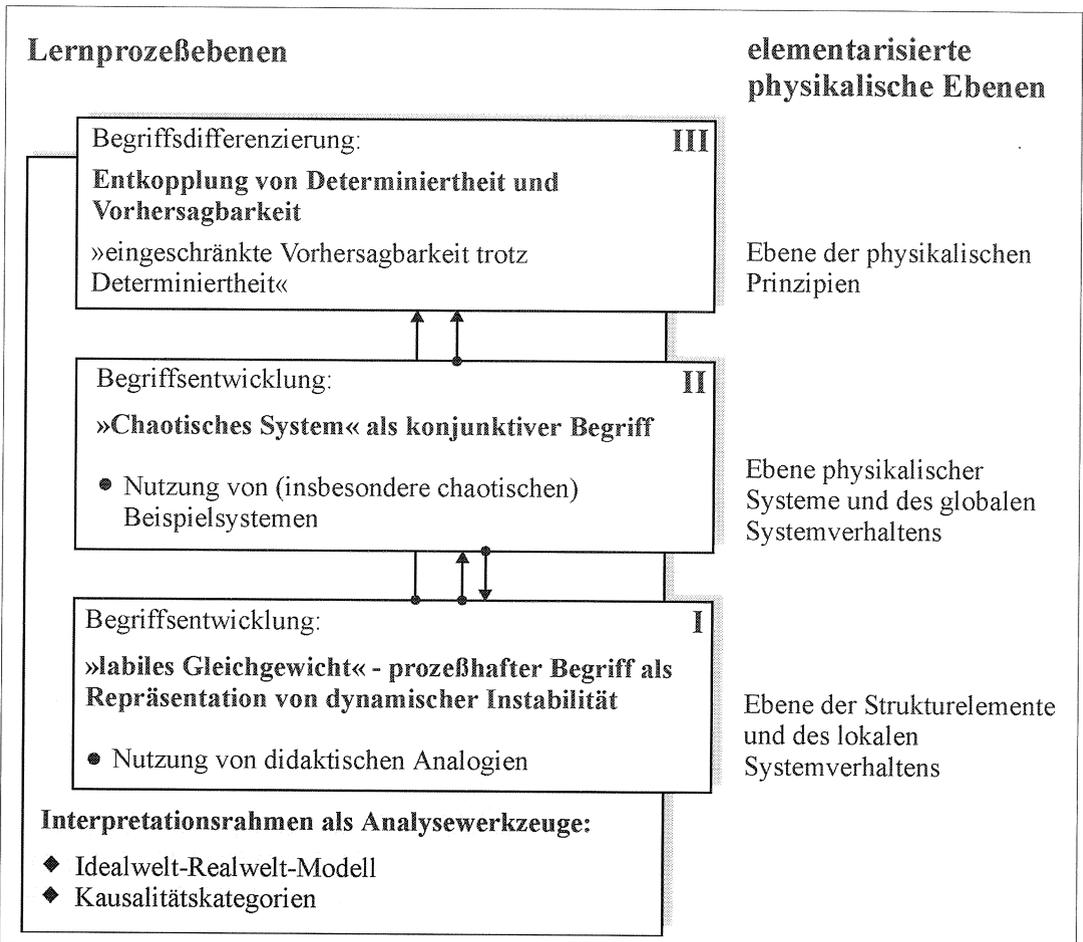


Abb. 6: Drei Ebenen von Lernprozessen

rahmen »Kausalitätskategorien« hilft ihnen, die Suchrichtung zu konkretisieren. Bezeichnend ist, daß sie mehrfach zwischen einer Argumentation mit den wirkenden Kräften und einer strukturellen Argumentation wechseln. Detailanalyse und strukturelle Analyse - Prozesse mit unterschiedlichem Abstraktionsniveau - gehen bei diesen Schülerinnen und Schülern Hand in Hand. Bei der Entwicklung des Begriffs »labiles Gleichgewicht« kann von einer kontinuierlichen Entwicklung gesprochen werden. Die Schülerinnen und Schüler entwickeln diesen Begriff, indem sie an Alltagsbeispielen und ihren vorunterrichtlichen Vorstellungen von Labilität anknüpfen. Die Entwicklung dieses Begriffs kann als Ausdifferenzierung und Ausschärfung vorhandener Vorstellungen bezeichnet werden.

### 3.3 Ebene II: Entwickeln eines konjunktiven Begriffs des chaotischen Verhaltens

Auf der Ebene II geht es um das Entwickeln von Klassen von Systemen. Eine Klasse bilden hier Systeme, die sich unter Einfluß von Störungen im Hinblick auf ihre Stabilität analog verhalten, weil sie analoge Strukturelemente aufweisen. Wie beschrieben, gelingt es den Schülerinnen und Schülern, die Kriterien »labiles Gleichgewicht« und die Einschränkung der Vorhersagbarkeit zu entwickeln. Das »Häufigkeitskriterium« bereitet dagegen einige Schwierigkeiten; bei ihm geht es darum, daß Verhalten erst dann als chaotisch bezeichnet werden kann, wenn ein System im reibungsfrei gedachten Fall bzw. unter äußerem Antrieb immer wieder in die Situation des labilen Gleichgewichts kommt. Chaostheoretisch gesprochen, geht es bei diesem Kriterium um eine wiederholte Abbildung des dynamisch instabilen Phasenraumgebiets, das ein System repräsentiert, auf sich selbst. Anders als bei Magnetpendel und Doppelpendel erfüllt z.B. ein Bleistift, der sich nur einmal im labilen Gleichgewicht befindet, das Kriterium - auch nach Ansicht der Schülerinnen und Schüler - eindeutig nicht; Janiene: ... *also bei diesem Bleistift ist es auf jeden Fall ein labiles Gleichgewicht,*

*das ist da, wo er jetzt steht (...). Aber ist nicht chaotisch, sieht nicht chaotisch aus, weil es nicht mehrere Entscheidungswege gibt; es ist hier nur eine Grenze, also eine Entscheidung, dann bleibt er liegen.* Schwierigkeiten bereiten hier vor allem der Würfel und das Galtonbrett. Der Würfel ist, reibungsfrei gedacht, nach den hier aufgestellten Kriterien chaotisch, das Galtonbrett nicht, weil die Bewegung der Kugeln auch ohne Reibung zu einem Ende kommt. Den Schülerinnen und Schülern fällt es zwar relativ leicht, das »Häufigkeitskriterium« an sich zu verstehen, die Schwierigkeiten zeigen sich aber bei der Festlegung seiner Akzeptanzgrenzen. Nur etwa ein Drittel der Schülerinnen und Schüler entwickelt mit der Physik übereinstimmende Akzeptanzgrenzen. Deutlich wird dies vor allem beim Galtonversuch; bei diesem Versuch gelingt es zu zeigen, wie mit der Festlegung der Akzeptanzgrenzen gerungen wird: Gülümser: *Endlos. Das mit der Endlosigkeit. Hier kann es ja nicht endlos sein, oder? Ja, die landen ja irgendwann immer in einem Fächer, also jeder Fächer kommt dran (...). Also eine {eine Bedingung, ein Kriterium für chaotisches Verhalten} ist eben nicht gegeben: es ist halbchaotisch / Florian: {...} aber daß wir im gewissen Rahmen vorhersagen können, wo wieviel Kugeln da sind, also das wär so eine mittelstarke Kausalität. Oder vielleicht starke Kausalität gemischt mit schwacher.*

Es zeigt sich, daß die Schülerinnen und Schüler die strukturellen Eigenschaften der Beispielsysteme Chaosschüssel, Würfel und Doppelpendel herausarbeiten können, indem sie die Interpretationsrahmen als Analysewerkzeuge anwenden. Die Funktion verschiedener weiterer Beispielsysteme liegt in der Ausschärfung des Begriffs des »chaotischen Systems«, insbesondere indem die Akzeptanzgrenzen der kritischen Attribute bestimmt werden. Die Begriffsentwicklung kann schließlich soweit voranschreiten, daß die Schülerinnen und Schüler den Begriff »chaotisches Verhalten« als eine Konjunktion der genannten Kriterien verstehen und ihn im Rahmen einer Begriffsidentifikation auf bekannte und neue Systeme anwenden können; d.h. daß sie andere Systeme daraufhin prüfen, ob sie die kritischen Attribute und damit den Begriff selbst erfüllen.

Mit dem Häufigkeitskriterium wird der Ordnungsaspekt im Chaos angesprochen. Aus physikalischer Sicht verstehen die Schülerinnen und Schüler damit ansatzweise, daß Chaos als Langzeitphänomen zu interpretieren ist und daß chaotisches Verhalten im Sinne der Chaostheorie nicht nur unvorhersagbares Verhalten meint, sondern daß eine Reihe weiterer Bedingungen erfüllt sein muß. Am Beispiel des Doppelpendels werden weitere Ordnungsaspekte chaotischen Verhaltens thematisiert. Einem Teil der Schülerinnen und Schüler gelingt es z.B., das Konzept des Kontrollparameters »Energie« und seine Kontrolle über chaotische und reguläre Phasen herauszuarbeiten (vgl. Nemirovsky, 1993) sowie eine erste Idee von der Koexistenz beider Phasen zu entwickeln: Florian: *Das ist vielleicht teilweise eine Energiefrage (...) Energie ist Eigenschaft. Dann schreib' ich hier bei schwacher Kausalität »weniger Energie«, so eine Grenzenergie, damit man an diese Grenzwerte rankommt. Und hier {starke Kausalität} ist das eben mehr Energie bzw. ganz wenig Energie.* / Sabine: *Hier, {Kategorie} ähnliche Ursachen haben ähnliche Wirkungen, Zeile Bedingungen: mit wenig Schwung, mit sehr viel Schwung; und hier, ähnliche Ursachen haben verschiedene Wirkungen: mit mittelmäßig viel Schwung.*

Insgesamt zählt aber, daß 9 von 11 der Schülerinnen und Schüler den Begriff des chaotischen Verhaltens als konjunktiven Begriff verstehen und in der Praxis anwenden können. Beim Begriff des chaotischen Verhaltens stellt sich die Frage nach kontinuierlichen bzw. diskontinuierlichen Lernwegen anders als beim Begriff des labilen Gleichgewichts. Als Konjunktion bestimmter kritischer Attribute ist der Begriff des chaotischen Verhaltens für die Schülerinnen und Schüler neu. Die Verbindung zwischen den kritischen Attributen wird vom Interviewer eingeführt und es wird untersucht, wie weit sie diese Setzung akzeptieren und anwenden können. Wie oben beschrieben, knüpft die Entwicklung der einzelnen kritischen Attribute selbst durchaus an Vorhandenes an.

### Entschlüsselung und Nutzung von didaktischen Analogia

Neben den beiden Interpretationsrahmen sind es vor allem die in didaktischer Absicht ein-

gesetzten Analogia für dynamische Instabilität, die von den Schülerinnen und Schülern genutzt werden, um erste Begriffsbildungen auszuschärfen und zu stabilisieren. Verschiedene Schülerinnen und Schüler machen dabei von den Analogia unterschiedlich intensiv Gebrauch. Der Prozeß der Analogianutzung ist dabei relativ komplex, denn einerseits müssen die Analogia mit einigem Aufwand entschlüsselt werden. Nicht jedem leuchtet unmittelbar ein, welche Bedeutung die dargestellten Situationen (Berggrat und Wall, Abb. 3a) im hier untersuchten Kontext haben. Andererseits gehen Entschlüsselung und Übertragung der Analogia auf das Modellsystem Magnetpendel Hand in Hand, so daß gerade der Prozeß der Entschlüsselung die Übertragung überhaupt erst in der intendierten Weise ermöglicht (vgl. Wilbers, 1999).

Bei der Bildung des »strukturellen Blicks« der Schülerinnen und Schüler und damit bei der Entwicklung der Interpretationsrahmen sind die eingesetzten Analogia durchaus hilfreich. Dies bedeutet, daß Analogia auch und gerade dort fruchtbar sein können, wo es um die Förderung von Lernprozessen auf einer relativ abstrakten Ebene geht, also dort, wo das Verhalten eines speziellen Systems nicht unbedingt im Vordergrund steht.

### 3.4 Ebene III: Entkopplung von Determinismus und Vorhersagbarkeit - Auflösung eines nicht vorhandenen Widerspruchs

Auf einer dritten Ebene der physikalischen Prinzipien lassen sich schließlich Lernprozesse in bezug auf die Art der Kopplung zwischen »Gesetzmäßigkeit« und »Vorhersagbarkeit« darstellen; sie können in erster Linie als eine Ausdifferenzierung vorhandener Vorstellungen und Überzeugungen beschrieben werden. Grob skizziert, gibt es zwei Gruppen von Schülerinnen und Schülern, die sich bzgl. Eingangsvorstellungen und Lernprozessen unterscheiden.

**Gruppe 1** Schülerinnen und Schüler der ersten Gruppe (vier der elf) gehen vor der Untersuchung im allgemeinen nicht von einer strengen

Kopplung von Determinismus und Vorhersagbarkeit aus. Sie verstehen Naturgesetze als einen Rahmen, der ein Geschehen zwar bestimmt, der aber gewisse Spielräume läßt, und sie erwarten nicht, aus der genauen Kenntnis der Gesetzmäßigkeiten eine exakte Vorhersagbarkeit ableiten zu können. Nur für den Fall sehr einfacher physikalischer Systeme, etwa für Versuchsaufbauten aus ihrem üblichen Physikunterricht, die nur stark eingegrenzte Prozesse zulassen, geht diese Gruppe von einer strengen Kopplung beider Konzepte aus. In anderen Kontexten entwickeln sie einen eher makroskopischen Blick auf die Kopplung von Gesetzmäßigkeit und Vorhersagbarkeit; so argumentieren sie etwa, daß auch in chaotischen bzw. schwach kausalen, labilen Systemen eine gewisse Vorhersagbarkeit besteht, bezogen z.B. auf die statistischen Verteilungen bei Magnetenpendel oder Galtonbrett.

Kennzeichnend für diese Gruppe ist, daß bei ihnen der Interpretationsrahmen Idealwelt-Realwelt-Modell nur rudimentär ausgebildet ist bzw. sich während der Interviewsitzungen nicht weit genug ausdifferenzieren läßt. Zudem korrespondiert diese Gruppe mit zwei auf Basis der Eingangsfragebögen gebildeten Determinismus-Typen; mit dem Typus »makroskopischer Determinist«, der in undifferenzierter Weise einer Determination durch Naturgesetze zustimmt, und dem Typus »Gesetzes-Indeterminist«, der in einer gewissermaßen animistischen Sicht menschliches Verhalten für zukünftige Ereignisse jedweder Art verantwortlich macht und die Zukunft für prinzipiell indeterminiert hält (vgl. Komorek, 1997, S. 250 ff.).

Auf der Basis ihrer Lernprozesse zu dynamisch instabilem und chaotischem Verhalten ist bei dieser Gruppe keine wirkliche Veränderung ihrer Determinismusvorstellungen gegenüber der traditionellen Sicht erkennbar, weil sie über diese traditionelle Sicht gar nicht in der eingangs tentativ unterstellten Weise verfügt. Für diese Schülerinnen und Schüler ergibt sich kein Widerspruch zwischen den auf ihren Determinismusvorstellungen fußenden Erwartungen und den Beobachtungen. Einigen Schülerinnen und Schülern aus dieser Gruppe

gelingt ansatzweise eine Ausdifferenzierung ihrer Vorstellungen, die allerdings nicht an das intendierte Maß der Begriffsdifferenzierung heranreicht.

**Gruppe 2** Die zweite Gruppe (sieben von elf) verfügt eingangs der Untersuchung bereits über das Idealwelt-Realwelt-Modell als Analyserwerkzeug. Diese Schüler sind zwei weiteren Determinismustypen des Eingangsfragebogens zuzuordnen; dem Typus des »kontextabhängigen Deterministen«, der die »Stärke« der Determiniertheit bestimmter Vorgänge von Nebenbedingungen und Kontexten abhängig macht, und dem Typus des »Laplaceschen Deterministen«, der von der strengen Determiniertheit eines jeden Prozesses ausgeht (ausführlicher in: Komorek, 1997, S. 250 ff.).

Die Gruppe nutzt das Idealwelt-Realwelt-Modell, um den Widerspruch hinter der Kurzformel »eingeschränkte Vorhersagbarkeit trotz Determiniertheit« aufzulösen, indem sie ihn als scheinbaren Widerspruch entlarvt. Dem Modell ist nämlich inhärent, daß in der Realwelt zwar ebenfalls die Determiniertheit der Idealwelt gilt, daß aber aufgrund von Störungen und Ungenauigkeiten Vorhersagen begrenzt sind. Mit Verweis auf diese Modelleigenschaften können die Schülerinnen und Schüler den scheinbaren Widerspruch auflösen. Sie haben realweltliche Vorgänge schon immer auf der Basis ihres Realwelt-Modells verstanden, während die traditionelle physikalische Sicht das Idealwelt-Modell gewissermaßen überbetont. Das Lernergebnis der Schülerinnen und Schüler besteht letztlich in einer Ausdifferenzierung ihres Analyserahmens, der jetzt durch die Behandlung chaotischen Verhaltens eine argumentative Anreicherung im Realweltpart erfahren hat. Im Teilmodell der Idealwelt scheinen sie weiterhin von einer strengen Kopplung auszugehen. Lediglich in einem Fall kann ein »echter« Konzeptwechsel beobachtet werden. Florian als Vertreter des Typus »Laplacescher Determinist« geht mit der Vorstellung einer äußerst strengen Kopplung von Determiniertheit und Vorhersagbarkeit in die Interviewsitzungen. Er verfügt über ein sehr differenziertes Analyserwerkzeug, allerdings mit einem »überdurchschnitt-

lich ausgeprägten« Idealweltanteil. Nur bei ihm kann man einen konzeptuellen Wandel der Vorstellungen feststellen, weil er während der Untersuchung erkennt, daß in der Realwelt aus der Determiniertheit eines Prozesses nicht zwangsläufig seine Vorhersagbarkeit folgt. Zuvor sah Florian lediglich die »technischen«, nicht aber die prinzipiellen Schwierigkeiten der Voraussage; schlaglichtartig ist in der folgenden Passage das Ergebnis seiner konzeptuellen Entwicklung wiederzufinden:

*Ich war und bin ein science fiction-fan, und für mich galt immer, daß man letztendlich alles vorhersagen kann, wenn man nur die entsprechenden Instrumente dazu hat; also das war immer meine Vorstellung, daß sich später einmal mit einem Computer, der sehr genau ist, rein theoretisch alles vorherberechnen läßt. Ich war sogar soweit, daß ich gedacht habe, die ganze Handlung der Menschen, die ganze Weltgeschichte müßte sich vorherberechnen lassen, denn letztendlich sind wir Menschen aus Atomen aufgebaut und noch kleinere Stufen, was es da alles gibt, die sich eigentlich auch vorherberechnen lassen {...} Ich denke schon, daß sich durch Anwendung der Naturgesetze im Prinzip und rein theoretisch alles vorherberechnen läßt, praktisch aber ist das nicht durchführbar.*

### 3.5 Änderungen im Physikbild und emotionale Aspekte

Gegen Ende der Untersuchung äußern sich die Schülerinnen und Schüler zur Frage, ob sich ihr Bild von der Physik aufgrund der Überlegungen zu chaotischem Verhalten gewandelt hat. Einige von ihnen verstehen die Frage im engeren Sinne auf das Schulfach Physik bezogen. Die Antworten zum Physikbild stehen im Einklang mit den oben beschriebenen Lernprozessen auf der Ebene physikalischer Prinzipien; konsequent ist, daß sich auch Veränderungen im Bild von der Physik als Ausdifferenzierungen darstellen lassen. Nachvollziehbar ist außerdem, daß die Gedanken zur eingeschränkten Vorhersagbarkeit im Sinne der Chaostheorie am ehesten bei den Schülerinnen und Schülern auf fruchtbaren Boden fallen und Interesse hervorrufen, die den Interpretationsrahmen Idealwelt-Realwelt-Modell heranziehen:

*Interviewer: Hat sich dadurch, was wir in den letzten Sitzungen besprochen haben, irgend etwas an deinem Bild von der Physik geändert?*

*Nathalie: Ich habe ein paar neue Vokabeln gelernt, aber da dieser Stoff nicht mit dem zu tun hat, was wir sonst in Physik lernen, hat es wenig Einfluß auf das genommen, was ich bis jetzt gelernt habe.*

*Gülimser: {...} denn meistens werden solche physikalischen Gesetzmäßigkeiten im Unterricht viel zu kurz erklärt und kaum an Versuchen gezeigt. Doch indem man versucht, selbst schon bekannte Gesetzmäßigkeiten zu ergründen, wird einem alles viel klarer, d.h. man versteht oder gibt sich Mühe zu verstehen.*

*Berna: Ja, ich hab' vielleicht ein paar Sachen dazugelernt, paar Begriffe, aber jetzt diese Versuche z.B., durch Überlegen könnte man da vielleicht drauf kommen, man könnte vielleicht nicht wissen, warum das genau so ist {...} Und die Sicht...? Ich hab' ja auch schon im ersten Zettel geschrieben, daß ich nicht dran glaub', das immer alles vorhersagbar ist, denn das kann sich immer stark ändern.*

*Martin: Ja, daß es chaotische Systeme gibt, dessen Verhalten man nicht vorhersagen kann. Das Gesamtbild der Physik hat sich nur geringfügig geändert. Denn alle bisherigen Regeln und Gesetze gelten immer noch, auch wenn Vorhersagen eingeschränkt sein können.*

Auf die Frage nach emotionalen Aspekten nennen die Schülerinnen und Schüler eine Reihe von Vor- und Nachteilen für den Menschen. Die Antworten sind deutlich verstandesgesteuert, sicherlich durch die naturwissenschaftlich ausgerichtete Interviewsituation getriggert. Insgesamt scheint eher eine positive Haltung gegenüber eingeschränkter Vorhersagbarkeit zu bestehen. Dies stimmt weitgehend mit den Ergebnissen der ersten Pilotstudie überein, in der eingeschränkte Vorhersagbarkeit sogar mit persönlichen Freiheiten, auch Entscheidungsfreiheit, assoziiert worden ist (Komorek, 1994). Diesbezügliche Äußerungen finden sich in der Hauptstudie nicht:

*Interviewer: Stört es dich, wenn man manche Dinge nicht vorhersagen kann, im Bereich der Naturgesetze, aber vielleicht auch darüber hinaus?*

*Sabine: Also jetzt bei solchen physikalischen Versuchen, wie z.B. bei dem Pendel, stört es mich nicht, nicht nur, weil es mich nicht betrifft, sondern weil ich denke, irgendwo ist der Ausgang ja doch ähnlich, auch wenn er nicht gleich ist {...}. Ja gut,*

*viele Dinge, die man im Alltag vorhersagen möchte und nicht kann, wär' vielleicht bequemer, aber es geht auch so.*

*René: Die Vorstellung ist wohl eher angenehm, da die Zukunft dadurch viel offener erscheint, außerdem glaube ich an Schicksal, dann erübrigt sich die Frage. {...}*

*Florian: {...} Menschen stellen Forschungen an, denn es ist denen und auch mir unheimlich, den Dingen ohne Wissen entgegenzusehen. Für mich ist es nicht unheimlich, solche Sachen nicht zu wissen, es weckt aber meine Neugier.*

*Berna schreibt im Fragebogen: Ich fände es sehr unangenehm, wenn man alles vorher wissen könnte. Wie sollte man dann noch leben, wenn man weiß, wann man stirbt. Anders gesehen, ist es natürlich auch gut, weil man gewisse Maßnahmen treffen kann, sei es nun eine Impfung oder die Evakuierung eines Ortes vor einem Erdbeben.*

*Tim schreibt im Fragebogen: Für mich ist die Vorstellung eher angenehm, weil man immer noch Hoffnung haben kann, daß etwas Vorhergesagtes nicht zutrifft. Ein einfaches Beispiel wäre das Wetter: Wäre es nicht grausam zu wissen, daß die Gartenfeier auf jeden Fall in Wasser fallen wird?*

### 3.6 Methodenkritik

Die Methode des teaching experiment hat sich in der vorliegenden Untersuchung bewährt, weil sie die Sichtweisen der Schülerinnen und Schüler zu erforschen und im Rahmen eines Mikrounterrichts zu entwickeln erlaubt. Sie paßt bruchlos in den theoretischen Rahmen der didaktischen Rekonstruktion, denn sie liefert Aussagen über die Vermittelbarkeit von Begriffen und Prinzipien. Wie bei anderen Methoden so kann auch beim teaching experiment nicht immer vermieden werden, daß Interviewer und Schüler aneinander vorbeireden oder daß Ausflüge vom Interviewleitfaden weitschweifiger werden als vorgesehen. Obwohl dies keine spezifischen Probleme des teaching experiment sind, macht es aber deutlich, daß diese Methode gründlich trainiert werden muß.

Auf einer metakommunikativen Ebene können Interviewleiter und Schüler ihren gemeinsamen Lehr-Lern-Prozeß in Augenschein nehmen,

allerdings müssen sich die Schülerinnen und Schüler mit dieser Art der Kommunikation zunächst vertraut machen. Nicht alle sind in der Lage, über ihre Vorstellungen und die Ziele der eigenen Argumentation zu reflektieren und sich mit der nahezu unbekannt Person des Interviewleiters darüber zu unterhalten. In einzelnen Fällen haben die Schülerinnen und Schüler Schwierigkeiten damit, keine leistungsbeurteilende Rückkopplung vom Interviewleiter zu erhalten. Sein Versuch, die Vorstellungen und Erklärungen herauszufordern, ohne die Äußerungen mit »richtig« oder »falsch« zu bewerten, erschwert einigen die Kontrolle ihrer Mitarbeit, wie ein Zitat der Schülerin Berna zeigt:

*Etwas Neues für mich war, allein mit einer Lehrkraft zu arbeiten. So hatte ich keine Orientierung, ich wußte nicht, ob ich gut, schlecht oder mittelmäßig mitgearbeitet habe.*

### 4. Diskussion und Ausblick

Die vorliegende Untersuchung bietet als explorative Studie einen Zugang zur Erforschung von Lernprozessen im Bereich des deterministischen Chaos; die Ergebnisse stellen die Analyse einer Vielzahl von Schüleräußerungen dar und haben den Status von ausgeschärfen, aber weiter zu überprüfenden Hypothesen.

Die Studie zeigt, daß Lernen im Bereich chaotischer Systeme die Entwicklung und Differenzierung von Analysewerkzeugen der Schülerinnen und Schüler herausfordert und fördert. Ein solches Werkzeug ist das »Idealwelt-Realwelt-Modell«, das zwischen einer idealen Welt der exakten Gesetze, der isolierten störungsfreien Abläufe und einer realen Welt der Wechselwirkungen, der Störungen und des Zufalls unterscheidet (vgl. Abb. 5). Die Schülerinnen und Schüler ziehen dieses Modell von selbst als Rahmen zur Analyse chaotischen Verhaltens heran. In der Auseinandersetzung mit den zu verstehenden Systemen wird dieser Analyserahmen entwickelt und ausgeschärfen, bis das Verstehen einzelner prototypischer chaotischer Systeme die Bildung des Begriffs »chaotisches System«

ermöglicht. Ähnlich verhält es sich mit dem zweiten Interpretationsrahmen auf Basis von Kausalitätskategorien; durch ihn werden Analysen chaotischer Systeme unter einem »strukturellen« Blickwinkel unterstützt.

Unter Einsatz dieser Analysewerkzeuge durchlaufen die Schülerinnen und Schüler Prozesse, die sich in einem Schema aus drei aufeinander aufbauenden Ebenen modellieren lassen (vgl. Abb. 6). Auf der Ebene des lokalen Systemverhaltens lernt der Großteil der Interviewpartner, wie die labilen Gleichgewichtslagen eines Systems dynamisch instabiles Verhalten produzieren. Nicht alle Schülerinnen und Schüler der Studie verstehen die Detailprozesse im wünschenswerten Ausmaß, lernen aber letztlich, wie es zu einer Einschränkung der Vorhersagbarkeit kommt. Aus der darauf aufbauenden Ebene des globalen Systemverhaltens gelingt es nahezu allen Schülerinnen und Schülern, die Begriffe »chaotisches System« bzw. »chaotisches Verhalten« als Konjunktion bestimmter kritischer Attribute zu bilden. Didaktische Analogie helfen, diese Begriffe auszuscharfen; Schwierigkeiten bereitet allerdings die Entwicklung der Akzeptanzgrenzen dieser Attribute.

Schließlich gilt es auf der Ebene der physikalischen Prinzipien nachzuvollziehen, daß die traditionell gekoppelten Konzepte »Determiniertheit« und »Vorhersagbarkeit« bei dynamisch instabilen chaotischen Systemen entkoppelt sind. Schülerinnen und Schülern mit einem differenzierten Idealwelt-Realwelt-Analyse-rahmen (zu ihnen gehören zwei Drittel der Interviewpartner) sind dazu in der Lage, weil sie - genau wie die Chaostheorie - zufälligen Störungen einen bedeutsamen Platz im Realweltpart ihres Modells einräumen. Die Schülerinnen und Schüler können ihre Konzepte von Vorhersagbarkeit im Rahmen eines kontinuierlichen Prozesses ausdifferenzieren (»conceptual growth«), großräumige Konzeptwechsel sowie Wandlungen im Physikbild, die über eine Differenzierung hinausgehen, sind dabei nicht festzustellen. Bei diesen Schülerinnen und Schülern gelingt es somit, als vermittlungswert erkannte Kernaussagen der Chaostheorie tatsächlich in der intendierten Weise zu vermit-

eln. Die vorliegende Lernprozeßstudie hat damit ihre Aufgabe im Rahmen der Didaktischen Rekonstruktion der Chaostheorie erfüllt, zumal von ihr Impulse für die didaktische Analyse der Sachstruktur ausgehen.

Das zukünftige Ziel besteht in der Vermittlung der Komplementarität von dynamischer Instabilität und struktureller Stabilität (vgl. 1.2). Es geht darum, daß bestimmte Systeme mehrere Beschreibungsebenen aufweisen, in erster Näherung eine Mikro- und eine Makroebene. Möglicherweise wird das Verstehen einer solchen Mehrebenenbetrachtung eher auf diskontinuierlichen Lernwegen vonstatten gehen. Die Schülerinnen und Schüler müssen nämlich nachvollziehen, daß ein und dasselbe System je nach Betrachtungsebene Verhaltensweisen zeigt, die auf den ersten Blick als widersprüchlich erscheinen. Bei chaotischen Systemen schlägt sich dieser Widerspruch im mittlerweile geflügelten Wort von der »Ordnung im Chaos« nieder. Wahrscheinlich gehen hier die Verstehensprozesse der Schülerinnen und Schüler mit einem ausgedehnten Konzeptwechsel einher; dies müssen folgende Untersuchungen klären.

**Anmerkung:** Dank sei dem Gymnasium Wellingdorf ausgesprochen; ohne die Hilfe von StRin. Karin Bobertz, der Schulleitung und einer großen Zahl von freiwilligen Schülerinnen und Schülern wäre die vorliegende Untersuchung nicht möglich gewesen.

## Literatur

- Argyris, J., Faust, G. & Haase, M. (1994). Die Erforschung des Chaos - eine Einführung für Physiker, Ingenieure und Naturwissenschaftler. Wiesbaden: Vieweg.
- Bortz, J. & Döring, N. (1995). Forschungsmethoden und Evaluation. Berlin: Springer.
- Cornilsen, C. (1993). Das Magnetpendel als Weg zum Verständnis von Grundideen der Chaostheorie. 1. Staatsexamensarbeit für das höhere Lehramt, Kiel: IPN.
- Duit, R. & Komorek, M. (1997). Understanding the basic ideas of chaos-theory in a study of limited predictability. *International Journal of Science Education*, 19(3), 247-264.

- Duit, R. (1995). The constructivistic view - a both fashionable and fruitful paradigm for science education research and practice. In: L. Steffe & J. Gale (Eds.): *Constructivism in education*. Hillsdale, NJ: Erlbaum, 271-285.
- Duit, R., Cornilsen, C. & Komorek, M. (1993). Chaos in Klasse 10 - Von der eingeschränkten Vorhersagbarkeit chaotischer Systeme. *Naturwissenschaften im Unterricht - Physik* 19, 37-39.
- Duit, R., Komorek, M. & Wilbers, J. (1997a). Studies on educational reconstruction of chaos theory. *Research in Science Education*, 27(3), 339-357.
- Duit, R., Komorek, M. & Wilbers, J. (1997b). Studien zur Didaktischen Rekonstruktion der Chaostheorie. *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften* 3, Heft 3, 19-34.
- Gallagher, J. J. (1991). Interpretive research in science education. NARST Monograph Nr. 4. Manhattan, Kansas: National Association of Research in Science Teaching.
- Gerstenmaier, J. & Mandl, H. (1995). Wissenserwerb unter konstruktivistischer Perspektive. *Zeitschrift für Pädagogik* 41, 867-888.
- Hedrich, R. (1996). Mathematische Stabilitätskonzepte. *Praxis der Naturwissenschaften* 45/1, 18-21.
- Hewson, P. W. & Hewson, M. G. (1992). The status of students' conceptions. In: R. Duit, F. Goldberg, & H. Niedderer (Eds.): *Research in physics learning: Theoretical issues and empirical studies*. Kiel: IPN, 59-73.
- Kattmann, U., Duit, R., Gropengießer, H. & Komorek, M. (1997). Das Modell der Didaktischen Rekonstruktion - Ein theoretischer Rahmen für naturwissenschaftsdidaktische Forschung und Entwicklung. *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften* 3, Heft 3, 3-18.
- Katu, N., Lunetta, V. N. & van den Berg, E. (1993). Teaching experiment methodology. Paper presented at the »Third International Seminar on Misconceptions and Educational Strategies in Science and Mathematics«. Ithaca, New York.
- Komorek, M. (1994). Chaos in der Schule - Ideen und pädagogische Ziele. *Computer und Unterricht* 14, 9-13.
- Komorek, M. (1998). Die Chaostheorie in der fachdidaktischen Literatur. Eine Bibliographie. 3. Aufl. Kiel: IPN.
- Komorek, M. (1997). Elementarisierung und Lernprozesse im Bereich des deterministischen Chaos. Dissertation. Kiel: IPN.
- Lamnek, S. (1993). *Qualitative Sozialforschung*, Band 1 u. 2. Weinheim: Beltz.
- Martienssen, W. & Krüger, U. (1991). *Nichtlineare Dynamik*. Frankfurt: Johann Wolfgang Goethe-Universität.
- Mayring, P. (1990). *Qualitative Inhaltsanalyse*. Weinheim: Deutscher Studien Verlag.
- Nemirovsky, R. (1993). Students making sense of chaotic behavior. *Interactive learning environments* 3, 151-175.
- Schuster, H.-G. (1989). *Deterministic Chaos*. Weinheim: Physik Verlag.
- Scott, P., Asoko, H. & Driver, R. (1992). Teaching for conceptual change: A review of strategies. In: R. Duit, F. Goldberg & H. Niedderer (Hrsg.): *Research in physics learning: Theoretical issues and empirical studies*. Kiel: IPN, 310-329.
- Smith, J. P., diSessa, A. A. & Roschelle, J. (1992). Misconceptions reconceived: A constructivist analysis of knowledge in transition. *The Journal of the Learning Sciences* 3, 115-163.
- Steffe, L. P. (1983). The teaching experiment methodology in a constructivist research program. In: M. Zwerg et al. (Eds.): *Proceedings of the Fourth International Congress on Mathematical Education*. Bosten: Birkhäuser, 469-471.
- Steffe, L. P. & D'Ambrosio, B. (1996). Using teaching experiments to understand students' mathematics. In: D. Treagust, R. Duit & B. Fraser (Eds.): *Improving teaching and learning in science and mathematics*. New York: Teacher College Press, 65-76.
- Wilbers, J. (1999). *Theorie und Praxis analogiebasierter Lernprozesse im Bereich des deterministischen Chaos*. Dissertation. Kiel: IPN.

Dr. Michael Komorek ist wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften an der Universität Kiel

Dr. Michael Komorek  
 Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften an der Universität Kiel  
 Olshausenstraße 62  
 24098 Kiel  
 email: komorek@ipn.uni-kiel.de