

Stavrou, Dimitrios; Komorek, Michael; Duit, Reinders

## **Didaktische Rekonstruktion des Zusammenspiels von Zufall und Gesetzmäßigkeit in der nichtlinearen Dynamik**

*Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften : ZfDN 11 (2005), S. 147-164*



Quellenangabe/ Reference:

Stavrou, Dimitrios; Komorek, Michael; Duit, Reinders: Didaktische Rekonstruktion des Zusammenspiels von Zufall und Gesetzmäßigkeit in der nichtlinearen Dynamik - In: Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften : ZfDN 11 (2005), S. 147-164 - URN: urn:nbn:de:0111-pedocs-315817 - DOI: 10.25656/01:31581

<https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0111-pedocs-315817>

<https://doi.org/10.25656/01:31581>

in Kooperation mit / in cooperation with:



**IPN**

Leibniz-Institut für die Pädagogik der  
Naturwissenschaften und Mathematik

<https://www.leibniz-ipn.de>

### **Nutzungsbedingungen**

Gewährt wird ein nicht exklusives, nicht übertragbares, persönliches und beschränktes Recht auf Nutzung dieses Dokuments. Dieses Dokument ist ausschließlich für den persönlichen, nicht-kommerziellen Gebrauch bestimmt. Die Nutzung stellt keine Übertragung des Eigentumsrechts an diesem Dokument dar und gilt vorbehaltlich der folgenden Einschränkungen: Auf sämtlichen Kopien dieses Dokuments müssen alle Urheberrechtshinweise und sonstigen Hinweise auf gesetzlichen Schutz beibehalten werden. Sie dürfen dieses Dokument nicht in irgendeiner Weise abändern, noch dürfen Sie dieses Dokument für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, aufführen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Mit der Verwendung dieses Dokuments erkennen Sie die Nutzungsbedingungen an.

### **Terms of use**

We grant a non-exclusive, non-transferable, individual and limited right to using this document.

This document is solely intended for your personal, non-commercial use. Use of this document does not include any transfer of property rights and it is conditional to the following limitations: All of the copies of this documents must retain all copyright information and other information regarding legal protection. You are not allowed to alter this document in any way, to copy it for public or commercial purposes, to exhibit the document in public, to perform, distribute or otherwise use the document in public.

By using this particular document, you accept the above-stated conditions of use.

### **Kontakt / Contact:**

**peDOCS**

DIPF | Leibniz-Institut für Bildungsforschung und Bildungsinformation

Informationszentrum (IZ) Bildung

E-Mail: [pedocs@dipf.de](mailto:pedocs@dipf.de)

Internet: [www.pedocs.de](http://www.pedocs.de)

Mitglied der

  
Leibniz-Gemeinschaft

DIMITRIOS STAVROU, MICHAEL KOMOREK UND REINDERS DUIT

## Didaktische Rekonstruktion des Zusammenspiels von Zufall und Gesetzmäßigkeit in der nichtlinearen Dynamik

### Zusammenfassung

Das Zusammenwirken von zufälligen und gesetzmäßigen Teilprozessen stellt ein zentrales Merkmal der Dynamik nichtlinearer Systeme dar. Es kennzeichnet sowohl die Langzeitentwicklung deterministisch chaotischer Systeme als auch die Bildung von Strukturen, die durch Selbstorganisation entstehen oder fraktale Gestalt aufweisen. Auf Basis des Modells der Didaktischen Rekonstruktion wird eine Analyse der Sachstruktur durchgeführt und es wird empirisch erkundet, inwieweit Schüler<sup>1</sup> des 11. Gymnasialjahrgangs ein wissenschaftliches Verständnis des Zusammenwirkens von Zufall und Gesetzmäßigkeit bei nichtlinearen Systemen entwickeln können. Im Rahmen eines Teaching Experiment Designs werden Lernprozesse bei der Deutung von Experimenten untersucht. Diese stehen für Klassen unterschiedlicher nichtlinearer Systeme bzw. für lineare Systeme. Die Ergebnisse zeigen, dass Schüler weitgehend zum angestrebten Verständnis des Zusammenwirkens geführt werden können. Die Lernprozesse werden durch vorunterrichtliche Vorstellungen von Zufall und Gesetzmäßigkeit und durch die spezifischen Merkmale der Beispielsysteme beeinflusst. Die Schüler modifizierten ihr Bild von durchgängiger Berechenbarkeit und Vorhersagbarkeit in der Physik sowie von Strukturbildungen.

### Abstract

The interplay of chance and deterministic laws is a central issue of the dynamics of non-linear systems. It characterizes the behavior of deterministic chaotic systems as well as the formation of structures that have a fractal form or emerge from self-organization processes. Based on the Model of Educational Reconstruction, an analysis of the science content structure and an empirical study was conducted on grade 11 students' learning processes towards understanding the interplay of chance and deterministic laws. The empirical study was a qualitative learning process study adopting a teaching experiment design. Groups of two to three students investigated three experiments that showed characteristic features of the dynamics of non-linear systems and a linear system. The results showed that most of the students could be guided to the intended scientific point of view of the interplay of chance and deterministic laws. Students could also differentiate or modify their conceptions about chance and deterministic laws as well as about strict predictability in physics. Students' learning processes were mainly influenced by their conceptions of chance and deterministic laws, as well as by the characteristics of the experiments.

## 1 Der Forschungsrahmen

### 1.1 Motivation

Zufall, Determinismus und die mit ihnen verbundenen Konzepte Kausalität, Gesetzmäßigkeit, Notwendigkeit und Vorhersagbarkeit prägen seit jeher unser naturwissenschaftliches Weltbild. Durch theoretische Überlegungen und empirische Befunde des interdisziplinä-

ren Forschungsprogramms zur nichtlinearen Dynamik haben die genannten Konzepte begriffliche Erweiterungen erfahren. Die neuen physikalischen Erkenntnisse über zeitliche und räumlich-zeitliche Strukturbildungen (vgl. z.B. Martienssen, 1989) und die damit verknüpften philosophischen Überlegungen (vgl. Küppers, 1996) fordern die Naturwissenschaftsdidaktiken

<sup>1</sup> wegen der Lesbarkeit wird im folgenden lediglich von Schülern gesprochen; es sind aber immer Schülerinnen und Schüler gemeint

heraus. Denn einerseits sollen die neuen Themen nicht allein populärwissenschaftlichen Darstellungen überlassen werden. Andererseits aber scheinen die Anforderungen, was mathematische und konzeptuelle Kompetenz angeht, zu groß zu sein, um nichtlineare Dynamik in der allgemeinbildenden Schule zu vermitteln.

In den letzten Jahren hat es eine Reihe von Bemühungen gegeben, Schülern die Grundideen der nichtlinearen Dynamik zugänglich zu machen. Dabei ist man vor allem auf qualitative Aspekte eingegangen und hat versucht, an vorhandenem Wissen aus den Bereichen Mechanik oder Strömungslehre anzuknüpfen (Komorek, 1998; Korneck, 1998; Bell, 2003; vgl. auch Komorek, 2005).

Einen Beitrag zu diesen Bemühungen leistet das Projekt „Didaktische Rekonstruktion der nichtlinearen Dynamik“ des Leibniz-Instituts für die Pädagogik der Naturwissenschaften (IPN) in Kiel. Es hat zum Ziel, Denkweisen und Theorien zum deterministischen Chaos, zur fraktalen Geometrie und zur Selbstorganisation darauf hin zu untersuchen, inwieweit sie vermittlungswert und vermittelbar sind (Duit, Komorek & Wilbers, 1997; Komorek, Duit, Bücker & Naujack, 2001; Komorek, Wendorff & Duit, 2002; Komorek, Stavrou & Duit, 2002). Die analytischen Studien im Projekt zeigen, dass sich die Physik bei der Erklärung von Strukturbildungen und eingeschränkter Vorhersagbarkeit auf das Zusammenspiel von Zufall und Gesetzmäßigkeit bezieht. Parallel dazu haben unsere empirischen Studien wiederholt Hinweise geliefert, dass auch Schüler bei ihren Erklärungsversuchen von z.B. chaotischen Systemen das Zusammenwirken zufälliger und gesetzmäßiger Prozesse heranziehen (Bücker, 1998; Komorek et al., 2001). In der hier vorgestellten Studie (Stavrou, 2004) wird diesen Hinweisen nun systematisch nachgegangen. Zum einen wird das Zusammenspiel von Zufall und Gesetzmäßigkeit bei nichtlinearen Systemen fachdidaktisch analysiert; zum anderen wird in einer Lernprozessuntersuchung geklärt, inwieweit Schüler der Sekundarstufe II dieses Zusammenspiel nachvollziehen können. Die Erhebung von Vorstellungen der Schüler vom

Begriff „Zufall“ im Alltag und in der Physik steht dabei nicht im Zentrum, sie dient aber der Planung der Lernumgebung und der Instrumente für die empirische Untersuchung.

## 1.2 Didaktische Rekonstruktion

Als Forschungsrahmen dient das Modell der Didaktischen Rekonstruktion naturwissenschaftlichen Wissens (vgl. Kattmann, Duit, Gropengießer & Komorek, 1997). Die Klärung von Sachstrukturen unter fachdidaktischer Perspektive und empirische Untersuchungen von Schülervorstellungen und Lernprozessen werden in diesem Modell als gleich wichtige Aufgaben angesehen. Beide Aktivitäten gehen Hand in Hand und beziehen sich auf die Ergebnisse des jeweils anderen Bereichs. Zusätzlich sind sie eng mit der Entwicklung von Unterrichtsleitlinien und pilotartigen Unterrichtseinheiten und deren Evaluation verknüpft.

In der vorliegenden Studie fließen in die Analyse der Sachstruktur empirische Ergebnisse mit ein, die aus anderen Arbeiten unseres Projekts und aus einer eigens entwickelten Pilotstudie zu Schülervorstellungen vom Begriff „Zufall“ stammen. Auch Überlegungen zu den Zielen des Physikunterrichts und zu Aspekten naturwissenschaftlicher Allgemeinbildung steuern die Analyse mit. Um zu klären, inwiefern Schüler das Zusammenwirken von zufälligen und gesetzmäßigen physikalischen Prozessen erklären und die diesbezügliche physikalische Sichtweise nachvollziehen können, wird eine Lernprozessstudie durchgeführt. In ihre Planung fließen nun im Gegenzug Ergebnisse der Sachstrukturanalyse ein. Aufgrund der Ergebnisse der Lernprozessstudie werden dann die Resultate der Sachstrukturanalyse modifiziert. In diesem Sinne ist eine Didaktischen Rekonstruktion als wechselseitiger, spiralförmiger Prozess zu verstehen.

Dem Modell liegt eine moderat-konstruktivistische Sichtweise des Lehrens und Lernens zugrunde (vgl. Gerstenmaier und Mandl, 1995; Duit, 1995). Unter dieser Perspektive steht der aktive, selbstgesteuerte und selbstreflexive Lerner im Mittelpunkt; er konstruiert neues Wissen auf Basis seiner vorhandenen Vorstellungen sowie seiner Einstellungen und Überzeugungen.

Die simple „Übernahme“ von Wissen oder die „Aufnahme“ von Informationen ist unter dem konstruktivistischen Blickwinkel nicht möglich. Zudem wird Lernen als ein Prozess verstanden, der von motivationalen Faktoren wie Interessen und Gefühlen und dem sozialen Kontext mitbestimmt wird. Konstruktivistische Lehrstrategien, die in dieser Studie durch die Methode des Teaching Experiment (s.u.) realisiert werden, versuchen eine Balance zwischen der unabdingbaren, kognitiven Eigentätigkeit der Lernenden und Instruktionen des Lehrenden herzustellen.

## 2 Analyse der Sachstruktur: Das Zusammenspiel von Zufall und Gesetzmäßigkeit

Die hier gestellte Aufgabe besteht darin, das „Zusammenspiel“ von Zufall und Gesetzmäßigkeit didaktisch zu rekonstruieren. Dazu sind zunächst verschiedene Ebenen, auf denen dieses Zusammenspiel eine Bedeutung hat, auseinander zu halten.

- *Physikalische Ebene*  
Auf dieser Ebene bedeutet „Zusammenspiel“ das Zusammenwirken von zufälligen und gesetzmäßigen Teilprozessen in Systemen, die in der nichtlinearen Physik in der Regel komplex sind. Diese können das System Erde sein, ein Organismus oder die mechanischen Beispiele, die im empirischen Teil der Studie eingesetzt werden. Bei einer Analyse auf dieser Ebene geht es also um physikalische Wirkmechanismen.
- *Sprachlich-begriffliche Ebene*  
Hier geht es um die begrifflichen Unterscheidungen und Überlappungen, also allgemein um sprachlich-begriffliche Beziehungen zwischen Zufall und Gesetzmäßigkeit. Auf dieser Ebene muss analysiert und interpretiert werden, wenn man es mit den verbalen oder schriftlichen Aussagen von Schülern zu tun hat.

## • *Philosophisch-wissenschaftstheoretische Ebene*

Wenn es um die konzeptuelle Differenzierung von Zufall, Determinismus, Kausalität, Vorhersagbarkeit etc. geht, wenn diese Konzepte also als allgemeine Denkkategorien oder erkenntnistheoretische Entitäten gemeint sind, dann ist die philosophisch-wissenschaftstheoretische Ebene angesprochen.

Natürlich gibt es Beziehungen zwischen diesen Ebenen. Lehrbücher wechseln meist zwischen der physikalischen und der erkenntnistheoretischen Ebene. Bei Schüleraussagen besteht oft die Schwierigkeit zu entscheiden, ob sie auf der physikalischen oder auf der sprachlich-begrifflichen Ebene zu interpretieren sind, wenn vorunterrichtliche Vorstellungen mittels Alltagssprache geäußert werden.

Die fachliche und sachstrukturelle Analyse des Zusammenspiels von Zufall und Gesetzmäßigkeit bei nichtlinearen Systemen ergibt, dass beide Konzepte als komplementär aufgefasst werden können (s.u.). Räumliche oder zeitliche Strukturbildungen können demzufolge nicht durch deterministische oder durch Zufallsprozesse allein erklärt werden. Es wäre falsch anzunehmen, dass diese Komplementarität aufgeklärt werden könnte, indem die Prinzipien einzeln analysiert werden. Dies würde dem Wesen einer Komplementarität widersprechen. Die Seite des Zufalls zeigt sich dabei in der wissenschaftlichen Literatur weniger gut beschrieben ist als die der Gesetzmäßigkeit. Deswegen wird dieser Part der komplementären Beziehung in den folgenden Abschnitten genauer untersucht.

### 2.1 Der Begriff Zufall im Alltag und in der Wissenschaftstheorie

Zufall ist ein Begriff, der sowohl im Alltag als auch in der Wissenschaft unberechenbare Situationen beschreibt und damit großes Interesse hervorruft. So hat die Initiative „Wissenschaft im Dialog“ des BMBF zum Jahr der Physik ein Themenheft zur Entdeckung des Zufalls (BMBF, 2000) heraus gegeben, und so ist in den oberen Rängen der Spiegel-Bestsellerliste ein

Sachbuch mit dem Titel „Alles Zufall“ (Klein, 2004) zu finden gewesen, in dem Forschungsergebnisse zum Thema populärwissenschaftlich aufbereitet werden.

Es ist allerdings schwierig, eine einheitliche Definition für Zufall zu geben oder auch nur zufriedenstellende Explikationen zu finden. Sowohl im Alltag als auch in den Wissenschaften weist der Begriff Zufall ein breites Spektrum von Bedeutungen auf. In den meisten Fällen wird Zufall als Synonym für Regellosigkeit, Unvorhersehbarkeit, Unberechenbarkeit, Gesetzlosigkeit, Ursachenlosigkeit, also Akausalität, Absichtslosigkeit, Zweckwidrigkeit, Erwartungswidrigkeit oder Unbestimmbarkeit verwendet. In der Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie (Mittelstraß, 1996, S. 855) wird Zufall wie folgt beschrieben: *„In der Alltagssprache Bezeichnung für ein Ereignis, das nicht notwendig oder ohne erkennbaren Grund oder unbeabsichtigt eintritt [...] In den Naturwissenschaften wird Zufall im Gegensatz zu kausal determinierten und voraussagbaren bzw. berechenbaren Ereignissen verstanden.“* Zufall ist demnach ein „relativer“ Begriff. Nutzt man ihn, so muss angegeben werden, in welcher Hinsicht ein Vorgang als zufällig charakterisiert wird.

Im Alltag werden zufällige Ereignisse meistens in Bezug auf menschliche Verhaltensweisen, wie z.B. Handlungen, Absichten, Erwartungen bestimmt. Das zufällige Ereignis wird oft als jenes Geschehen verstanden, bei dem jemandem etwas „zu-fällt“. Eine Bewertung des Zufälligen als positiv bzw. negativ wird ebenfalls unternommen, so dass man mit dem Begriff „Zufall“ z.B. „Glück“, „Pech“, „Schicksal“ assoziiert.

Bei der informationstheoretischen Annäherung an den Zufallsbegriff wird gewöhnlich die Struktur von Zahlenfolgen betrachtet. Aus einer Sequenz von Nullen und Einsen versucht man, auf ihre Zufälligkeit zu schließen. Eine Folge wird dann als zufällig bezeichnet, wenn der kleinste Algorithmus, der notwendig ist, um diese Folge zu erzeugen, dieselbe Informationsmenge (bits) umfasst wie die Folge selbst (Chaitin, 1975). Die Zufälligkeit bezieht sich demnach auf die Nichtkomprimierbarkeit der

in einer Zahlenfolge enthaltenen Information. Diese Charakterisierung von Zufall berücksichtigt aber nicht den Ursprung der Zahlenfolge, sondern bezieht sich lediglich auf das entstandene Zahlenmuster. Zufällige Ereignisse können bei einer großen Zahl von gleichartigen Fällen Regelmäßigkeiten aufweisen. Zufall wird dann Gegenstand der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Meistens wird dabei die Zufälligkeit der Einzelergebnisse als gegeben hingenommen, ohne sich über ihre Natur Gedanken zu machen. Dafür treten Stochastik und Statistik in den Vordergrund (Schlick, 1948, S. 93).

Im Alltag wie in der Wissenschaft werden in manchen Fällen begriffliche Überdehnungen vorgenommen. Zufall dient dann als Erklärungsansatz für das Eintreten eines Ereignisses, das *„auch anders hätte ausfallen oder ganz unterbleiben können“* (Windelband, 1870, S. 4); *„eintreten kann, aber nicht eintreten muss“* (Sill, 1993, S. 86); *„nicht mit Notwendigkeit aus einer Gesamtheit von Bedingungen folgt, weil es so, aber auch anders hätte verlaufen können.“* (Buhr & Buhr, 1975, S. 1331). Zufall kann aber auch als Synonym für das Eintreten eines sehr unwahrscheinlichen Ereignisses verwendet werden. Wenn also ein unwahrscheinliches Ereignis eintritt, dann sei das Zufall, denn erwartet wird es nicht. Die achtjährige Eva liefert hierzu folgende Sicht: *„Zufall ist zum Beispiel, wenn man Schokolade auspackt zum Geburtstag und da ist ein Kind, das eine Sechse gewürfelt hat; und [...] dann kommt das Kind wieder dran und dann hat es wieder ,ne Sechse und jede Runde hat es ,ne Sechse, das ist ein riesiger Zufall.“* (aus Komorek, 1998, S. 127).

## 2.2 Ontischer und epistemischer Zufall

Hinsichtlich der Natur von zufälligen Ereignissen führt die Analyse zentraler Texte (Windelband, 1870; Schlick, 1948; Monod, 1971; Henning & Kutscha, 1984; Sill, 1993; Koch, 1994; BMBF, 2000) auf zwei Kategorien:

- *Ontischer Zufall*

Hierunter werden Prozesse subsummiert, die nicht weiter auf andere (determinierende) Prozesse zurückgeführt werden können. Damit werden diese Prozesse und

somit Zufall als Entität, als Teil der Realität aufgefasst. Beispiele dafür sind Zufallsprozesse, wie sie die Kernphysik kennt. Der  $\alpha$ -Zerfall eines radioaktiven Kerns ist als Elementarprozess zeitlich nicht vorherzusagen, sondern zufällig. Bei einer großen Anzahl radioaktiver Kerne ist es zufällig, welcher Kern als nächster einen  $\alpha$ -Zerfallsprozess durchläuft. Es gibt keine „verborgenen Parameter“, die den Elementarprozess determinieren würden, wenn man der weitgehend akzeptierten Kopenhagener Deutung der Quantenphysik folgen will. Äquivalent zum ontischen Zufall sind Begriffe wie *objektiver* oder *absoluter* Zufall. Im ersten Fall wird Zufall als eine Eigenschaftskategorie von Objekten verstanden, als Eigenschaft der Dinge „an sich“. Mit absolutem Zufall ist die Unabhängigkeit von anderen Geschehnissen gemeint, insbesondere bedeutet es das Fehlen von Ursachen. Kurz gefasst lässt sich sagen: Ist Zufall ein Aspekt der Realität und somit ontisch, dann ist er eine objektive Eigenschaft der Dinge und es existieren keine kausalen Verbindungen zu anderen Geschehnissen, so dass er als absolut zu verstehen ist.

- *Epistemischer Zufall*

Der epistemische Zufall spiegelt unseren begrenzten Erkenntnisstand wider und ist damit Ausdruck menschlicher Unwissenheit. Ein Beispiel hierfür ist die Brownsche Bewegung eines Staubteilchens in einer Flüssigkeit. Seine Bewegung erscheint zufällig, weil wir die Wärmebewegung der Flüssigkeitspakete, die das Staubteilchen antreiben, nicht wahrnehmen können. Die Unvorhersagbarkeit der Bewegung des Staubteilchens liegt am Mangel grundsätzlich zugänglicher Informationen (Martienssen, 1989, S. 78). Äquivalent zum epistemischen Zufall sind Begriffe wie *subjektiver* Zufall oder *scheinbarer* Zufall. Betrifft Zufall unseren Erkenntnisstand, dann bezieht er sich auf das erkennende Subjekt und ist somit subjektiv. Es bestehen außerdem kausale Beziehungen zu anderen Prozessen, so dass im ontischen Sinne kein Zufall vorliegt

und man von scheinbarem Zufall sprechen muss.

Inwiefern Zufall einen ontischen bzw. epistemischen Status aufweist, hängt eng mit Überzeugungen zur Allgemeingültigkeit des Kausalprinzips zusammen. Nach dem Kausalprinzip hat jeder Prozess, jedes Ereignis eine Ursache. Da das menschliche Bestreben und auch das der Naturwissenschaft darin besteht, jedem Ereignis eine Ursache zuzuweisen, haben Vorstellungen vom ontischen Charakter von Zufällen in den Naturwissenschaften keine wichtige Rolle gespielt. Erst mit Etablierung der Quantentheorie in der Physik des 20. Jahrhundert haben sich Vorstellungen vom Zufall als Teil physikalischer Realität festigen können.

Drei erkenntnistheoretische Grundpositionen zur Einordnung des Zufalls in das Konzept des Allgemeinen Kausalprinzips werden in der Literatur (vgl. z.B. Henning & Kutscha, 1984) beschrieben. Die erste Position geht von der durchgängigen Gültigkeit des Kausalprinzips aus. Vertreter dieser Position können als *Kausalisten* bezeichnet werden; Zufälle treten für sie nur als scheinbare Zufälle auf. Die zweite Position schränkt den Geltungsbereich des Kausalprinzips ein und räumt Zufällen einen Platz im Weltgeschehen ein. Ein Wechselspiel von zufälligen und determinierten Prozessen ist unter dieser Perspektive möglich. Vertreter dieser Sicht darf man als *aufgeklärte Deterministen* bezeichnen. Sie sind Deterministen, weil sie an eine durchgängige Determiniertheit der Prozesse in der belebten und unbelebten Welt glauben. Zusätzlich lassen sie Zufall als eigenständige Determinations-Kategorie (vgl. Bunge, 1987) zu und sehen zufällige Prozesse neben deterministischen Prozessen als gleichberechtigt. Die Position der aufgeklärten Deterministen ist für die Analyse von Schülererklärungen nichtlinearer Systeme interessant (s.u.).

Die dritte Position ist die der Positivisten. Diese stellen sich die Frage nach der Allgemeingültigkeit des Kausalprinzips nicht, weil seine Gültigkeit empirisch nicht prüfbar ist. Entsprechend kann auch eine Entscheidung zwischen ontischen und epistemischen Zufällen nicht

aus Erfahrungen heraus getroffen werden; eine distinktive Beschreibung von zufälligen oder deterministischen Prozessen ist unter positivistem Blickwinkel ausreichend.

In der Physik findet man je nach erkenntnistheoretischer Position verschiedene Überzeugungen bzgl. der Natur des Zufalls. Die auf dem Newtonschen Paradigma basierende klassische Physik geht von einem völlig determinierten Weltgeschehen aus. Im Prinzip können sogar die Bewegungen einzelner Atome berechnet werden, wenn die Anfangsbedingungen genau zu bestimmen wären. Ihre genaue Bestimmung setzt exakte Messungen voraus, die (noch) nicht, aus Sicht der klassischen Physik aber im Prinzip möglich sind. Insgesamt weist die klassische Physik dem Zufall einen epistemischen Charakter zu. Zufälligen Einflüssen wird „begegnet“, indem das System entweder idealisiert betrachtet wird (Kopplung mit Zufallsprozessen wird nicht modelliert) oder indem eine Fehlerstatistik angewendet wird.

Die Quantentheorie, die sehr erfolgreich beim Erklären und Vorhersagen von Quantenphänomenen ist, geht in ihrer Kopenhagener Interpretation von einer prinzipiellen Indeterminiertheit der Quantenphänomene aus (Heisenberg & Bohr, 1963). Zufall wird zum Teil der Realität, hat also einen ontischen Charakter. Wie bekannt, hat die Frage um die Unbestimmtheit physikalischer Größen und den Status des Zufalls Jahrzehnte anhaltende, fruchtbare Diskussionen innerhalb der Physik ausgelöst.

Wie ist nun zu entscheiden, ob ein durch Zufälle induzierter Prozess oder ein gesetzmäßiger Prozess vorliegt? In der Literatur werden für dieses komplexe Problem verschiedene Unterscheidungskriterien diskutiert. Ein hinreichend zuverlässiges Kriterium scheint es bislang nicht zu geben (Koch, 1994; Bunge, 1987). Interessant für die Analyse nichtlinearer Systeme sind das „komparative Kriterium“ und das „komplexitätstheoretische Kriterium“. Im ersten Fall werden zwei Systeme verglichen, die zu Beginn der Betrachtung im gleichen Zustand sind und die im Verlauf der Zeit gleichen Einflüssen unterliegen. Decken sich zu jedem Zeitpunkt die Zustände dieser Systeme,

so wird von deterministischem Verhalten ausgegangen. Im zweiten Fall untersucht man mit ausgefeilten mathematischen Methoden die scheinbar zufallsverteilten Messdaten komplexer Systeme. Finden sich z.B. periodische, selbstähnliche oder andere Strukturen in den Daten, so schließt man auf deterministische Prozesse. Ein Beispiel hierfür sind die „Attraktoren“, die Ordnung in deterministisch chaotischen Systemen repräsentieren.

### 2.3 Zufall und Gesetzmäßigkeit in der nichtlinearen Dynamik

Die nichtlineare Dynamik ist ein interdisziplinäres Forschungsgebiet. Nichtlineare Systeme unterliegen deterministischen Gesetzmäßigkeiten, auch wenn sie irreguläres und offenbar zufälliges, chaotisches Verhalten produzieren. Selbstorganisierende Strukturen können mit deterministisch chaotischem Verhalten einhergehen, denn Chaos und Selbstorganisation sind zwei Aspekte der Dynamik nichtlinearer Systeme.

Die nichtlineare Dynamik zeigt, wie komplexe Muster und Bewegungsformen auf deterministischen Gesetzmäßigkeiten beruhen können; gleichzeitig aber illustriert sie, wie kleine Variationen der Anfangsbedingungen, minimale Einflüsse aus der Umgebung des betrachteten Systems oder auch Fluktuationen die Entwicklung des Systems ganz wesentlich mit steuern. Im Allgemeinen werden die kleinen Störungen, Ungenauigkeiten oder Fluktuationen als zufällig angesehen. Da nichtlineare, komplexe Systeme zeitliche oder räumliche Bereiche relativer Instabilität durchlaufen, können kleine Störungen von außerhalb oder Fluktuationen nicht vernachlässigt werden. Denn Rückkopplungen und exponentielle Verstärkungen im System, die sich mathematisch in Nichtlinearitäten niederschlagen, können dazu führen, dass kleine Einflüsse nach kurzer Zeit makroskopische Bedeutung erlangen.

Prozesse der Selbstorganisation sind meist mit räumlichen oder räumlich-zeitlichen Strukturbildungen verbunden. Beispiele sind Konvektionszellen in heißen Ölen (s.u.), Wolken oder die Granulen der Sonne. Ein subtiles Wechselspiel zwischen zufälligen und determinierten

Teilprozessen, zwischen „Zufall und Notwendigkeit“ (vgl. Monod, 1971) lässt Strukturen entstehen, wenn das selbstorganisierende System Instabilitätsschwellen überschreitet. Jede Beschreibung eines Systems, das Verzweigungen aufweist, enthält sowohl deterministische als auch stochastische Elemente (Prigogine, 1985). Eine Reihe von Strukturen, die sich im Phasenraum oder bei Selbstorganisationsprozessen zeigen, lassen sich mit Hilfe der fraktalen Geometrie beschreiben. Aus diesem Grund sind „Fraktale“ ein Merkmal der Dynamik nichtlinearer Systeme. Mit dem Modell des Fraktals lassen sich Strukturen wie das Adergewebe in der Niere, die Abscheidungsprodukte bestimmter chemischer Reaktionen oder Flussdeltas beschreiben, aber auch Strukturen, die bei der Messdatendarstellung chaotischer Systeme auftreten. Bei dendritisch wachsenden fraktalen Strukturen (z.B. Zinkdendrit, siehe Abbildung 3) spielen Zufallsprozesse unter deterministischen Randbedingungen eine entscheidende Rolle.

## 2.4 Ontischer oder epistemischer Zufall in der nichtlinearen Dynamik?

In der nichtlinearen Dynamik gibt es also ein subtiles Wechselspiel zwischen Zufall und Gesetzmäßigkeit. Einen Gegensatz stellen sie damit keineswegs dar. Vielmehr tritt an die Stelle des strikten Determinismus der klassischen Physik die Komplementarität von Zufall und Naturgesetz. Ist nun aber der Zufall, mit dem sich die nichtlineare Dynamik befasst, ontischer oder epistemischer Natur? In der Literatur findet man hierzu kaum Anmerkungen. Die physikalischen Theorien sind von ihrer Tendenz her pragmatisch ausgerichtet. Es zählt, dass es Zufallsprozesse gibt, die makroskopische Bedeutung erlangen können, dass das exponentielle Anwachsen von Störungen quantitativ gefasst werden kann und dass mit Hilfe von komplexitätsanalytischen Verfahren globale Ordnungsstrukturen in Systemen gefunden werden können. Und so gibt es in den Theorien zum deterministischen Chaos und zur Selbstorganisation zwar Überlegungen zu den Auswirkungen zufälliger Elementarpro-

zesse, aber nur wenige Annahmen zur Natur dieser Zufallsprozesse.

Wie wäre der Sachverhalt aus dem Blickwinkel von Kausalisten bzw. von aufgeklärten Deterministen zu beurteilen? Aus Sicht eines Kausalisten, handelt es sich insbesondere bei der Theorie des deterministischen Chaos um eine klassische Theorie mit Bahnen (Trajektorien) von Teilchen im Ortraum und im Zustandsraum. Um exakte Vorhersagen über ein chaotisches System zu entfernten Zeitpunkten zu machen, benötigt man Angaben über den Ist-Zustand mit ungeheurer Genauigkeit. Diese Forderung stört den Kausalisten – den man auch als strikten Deterministen bezeichnen kann – nicht. Er bezieht nämlich den Standpunkt, dass das System einen Ist-Zustand hat! Dieser ist prinzipiell bestimmbar, wenn auch nicht heute und von uns. Konsequenterweise haben für ihn auch Zufallsprozesse einen prinzipiell bestimmbar Ist-Zustand. Damit ist der Zufall in deterministisch chaotischen Systemen ein epistemischer und mithin ein scheinbarer. Lässt man Quantenphänomene außer acht, so ist diese Sicht im Rahmen der Theorie deterministischen Chaos nicht widersprüchlich.

Wie würden „aufgeklärte Deterministen“ argumentieren? Anders als Kausalisten akzeptieren sie ontische Zufallsprozesse, die mit deterministischen Prozessen vereinbar sind. Sie kennen aber auch epistemische Zufälle. Aus dieser Perspektive heraus können beide Formen zufälliger Mikroprozesse in ein und demselben System wirken, etwa  $\alpha$ -Zerfälle von Atomkernen (ontische Zufälle) und zufällige kleine Vibrationen eines Versuchsaufbaus (als epistemische Zufälle anzusehen). Aufgeklärten Deterministen ist die Natur von Zufallsprozessen zwar nicht gleichgültig, für ihr Verständnis des Wechselspiels zwischen Zufallsprozessen und deterministischen Prozessen spielen sie aber eine untergeordnete Rolle. Aus der Sicht eines Positivisten schließlich ist die Natur von Zufallsprozessen nicht von Interesse.

Diese Überlegungen machen deutlich, dass keine dieser epistemologischen Positionen einem Verständnis des Zusammenspiels von Zufall und Gesetzmäßigkeit bei nichtlinearen Systemen entgegensteht. Dies ist für die Planung



von Lernprozessen eine wichtige Voraussetzung, sofern man davon ausgeht, dass unter den Schülern nur die beschriebenen Positionen vorherrschen. Die obigen Betrachtungen führen auf ein brauchbares Raster für die Analyse von Schülervorstellungen und von Lernprozessen.

### 3 Lernprozessstudie

Der empirische Teil der Studie (Stavrou, 2004) hat sich mit der Frage befasst, ob Schüler ein wissenschaftliches Verständnis vom Zusammenspiel von Zufall und Gesetzmäßigkeit bei nichtlinearen Systemen entwickeln können und dabei die bedeutsame Rolle zufälliger Prozesse verstehen. Diese Frage hat einerseits die physikalische Ebene berührt, sofern es um das Verstehen des Zusammenwirkens von zufälligen und deterministischen Prozessen gegangen ist; andererseits die konzeptuelle Ebene bei der Klärung, inwieweit Schüler Determinismus und Zufall für miteinander vereinbare Denkkategorien halten. Die Lernprozesse auf dem Weg zur naturwissenschaftlichen Sicht sind untersucht worden. Eine Pilotstudie mit Fragebögen und Kurzinterviews (Stavrou, Komorek & Duit, 2003; Stavrou, 2004) hat ein erstes Bild von den Schülervorstellungen von Zufall und Gesetzmäßigkeit zeichnen lassen.

Sie hat zweierlei gezeigt: Die befragten Schüler haben eher undifferenzierte Zufallsvorstellungen entwickelt, die hauptsächlich vom Kontext der Fragestellung bestimmt gewesen sind. Trotz der geringen Differenziertheit und der Inkonsistenz ihrer Vorstellungen haben die Schüler sie genutzt, um Beispielphänomene aus dem Bereich der nichtlinearen Dynamik zu deuten und deren Verhalten zu erklären.

#### 3.1 Das Untersuchungsdesign

Die empirische Untersuchung ist als qualitative Lernprozessstudie angelegt gewesen. Verschiedene Ausprägungen des Zusammenspiels von Zufall und Gesetzmäßigkeit sind anhand einer Reihe unterschiedlicher Experimentalaufbauten präsentiert und mit den Schülern diskutiert worden:

- Das chaotische Magnetpendel, das aus anderen unserer Studien gut bekannt ist und damit als „Anker-Experiment“ gedient hat. Es hat für deterministisches Chaos in einem mechanischen System gestanden (Abb.1 ).

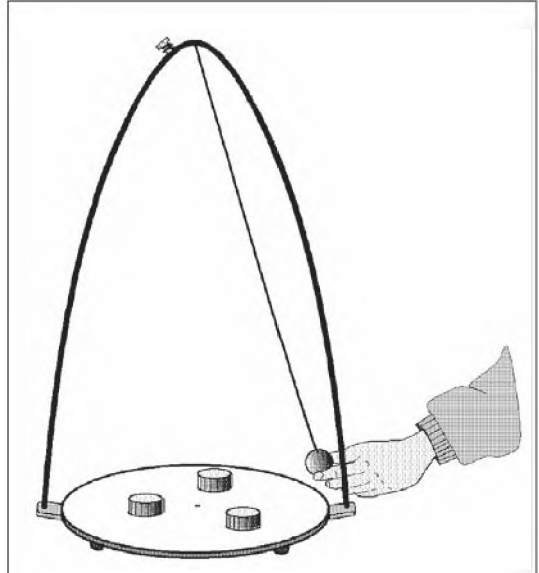


Abb. 1: Chaotisches Magnetpendel (durch Entfernen der Magneten wird es zum einfachen Fadenpendel)

Eine Kugel aus Eisen pendelt über drei Magneten, von denen sie angezogen wird. In der Mitte zwischen je zwei Magneten besteht Kräftegleichgewicht und somit eine labile Situation für die Kugel. Kleinste Störungen während der Bewegung können sich aufgrund der Labilität makroskopisch auswirken; das System wird „sensitiv“ für kleine Störungen. Unter zwei ganz ähnlichen Anfangsbedingungen ergeben sich nach kurzer Zeit deutlich unterschiedliche Bahnen der Pendelkugel durch die Magnetfelder. Die Vorhersage der Pendelbewegung im Detail ist unmöglich. Durch Entfernung der Magneten erhält man ein einfaches Fadenpendel, das als lineares Gegenbeispiel dient.

- Ein Aufbau, mit dem man heißes Öl zur Konvektion bringen kann, bis sich so genannte Bénard-Zellen ausbilden. Dieses Beispiel hat für selbstorganisierende Systeme gestanden, in denen Fluktuationen die Strukturausbildung mit steuern (Abb. 2).

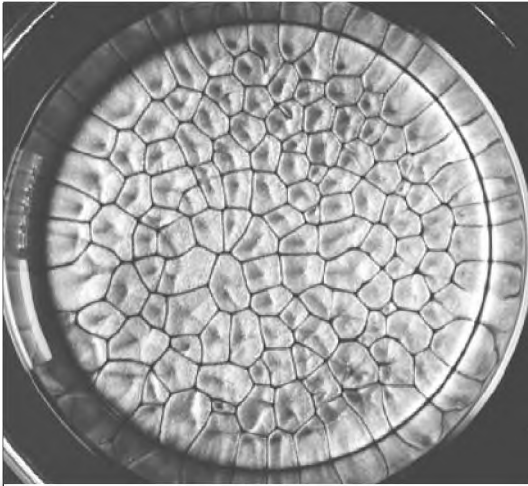


Abb. 2: Bénard-Konvektionszellen

Wird eine dünne Ölschicht stark erhitzt, so reicht Wärmeleitung zum Abtransport der Wärme nach oben nicht mehr aus. Heiße Pakete aus Öl steigen dann auf, abgekühlte sinken wieder ab. Insgesamt stellt sich eine Struktur aus Konvektionszellen ein. Für Teilchen, die an den Rändern der Zellen aufsteigen, entscheiden Fluktuationen mit darüber, in welche Zelle sie wandern. Auch die Entstehung erster Zellen beim Anstieg der Temperatur ist durch Fluktuationen bestimmt.

- Ein Aufbau, mit dem sich dendritische Zinkabscheidungen erzeugen lassen, die eine fraktale Struktur aufweisen. Der Zinkdendrit ist ein Beispiel für Phänomene, bei denen zufällige und deterministische Teilprozesse gemeinsam eine Strukturbildung bestimmen (Abb. 3).

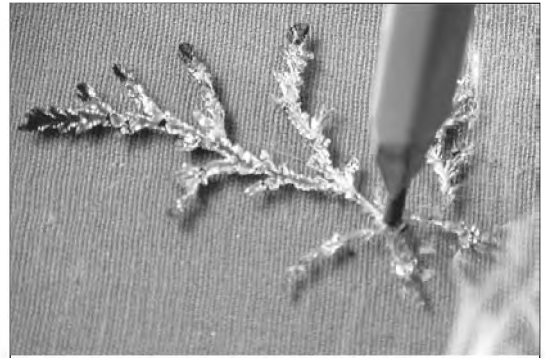


Abb. 3: Fraktales Wachsen eines Zinkdendrits

Zinkionen führen in einer Zinksulfatlösung zufällige, Brownsche Bewegungen aus. Sie lagern sich elektrolytisch an einer Kathode ab, hier eine Bleistiftmine. Erste, zufällig entstehende Zinkerhebungen an der Kathode werden bevorzugt für weitere Anlagerungen genutzt. Es entstehen Äste mit zufälligen Verdickungen, an denen sich weitere Äste bilden. Insgesamt entsteht eine dendritische Struktur, die fraktale und selbstähnliche geometrische Eigenschaften aufweist.

Die Interviewsequenz hat mit der Diskussion eines ebenen (linearen) Fadenpendels begonnen, das durch einfache Modifikation (das Hinzulegen von Magneten) in das chaotische Magnetpendel überführt werden kann. Danach sind die Bénard-Konvektion und der Zinkdendrit hinzugekommen.

### Untersuchungsmethode, Population und Durchführung

Um einerseits die Lernprozesse der Schüler nachzeichnen zu können und dem Interviewleiter andererseits die Möglichkeit zur Intervention und Instruktion zu geben, ist als Methode das Teaching Experiment (Steffe, 1983) gewählt worden. Es hat sich bei Untersuchungen in der Mathematikdidaktik (Steffe & D'Ambrosio, 1996) und der Naturwissenschaftsdidaktik (Komorek & Duit, 2004) für die Erfassung von Lernprozessen als geeignet erwiesen.

Im Teaching Experiment wird mit Schülern eine Serie von Interviews geführt, in denen sie mit erklärungsbedürftigen Experimenten und Phänomenen konfrontiert werden; die Methode kann daher als problemzentriertes Interview bezeichnet werden (vgl. Lamnek, 2005). Der Leiter des Teaching Experiment soll als Interviewer die Vorstellungen der Schüler erkunden und einordnen, als Lehrer soll er sich diesen Vorstellungen anpassen und geeignete Lehrinterventionen einbringen. Ein teilstrukturierter Interviewleitfaden hat in unserer Studie dafür gesorgt, dass im Interview vier zentrale Phasen durchlaufen worden sind (vgl. Komorek & Duit, 2004):

- Äußern von Erwartungen und Voraussagen vor der ersten Durchführung eines Experiments.
- Beobachten, Beschreiben und Erklären einzelner Phänomene bzw. Experimente.
- Herstellen analoger Beziehungen zwischen Experimenten bzw. Phänomenen; erste Generalisierung.
- Generalisierung und Reflexion der erlernten Konzepte und der individuellen Vorstellungen.

Das Teaching Experiment ist mit Gruppen von zwei bis drei Schülern durchgeführt worden. Diese Gruppengröße hat Interaktionen zwischen Schülern ermöglicht, hat die ablaufenden Prozesse aber noch steuerbar gehalten. 30 Schüler (14 Mädchen und 16 Jungen) des 11. Schuljahrs aus zwei Kieler Gymnasien haben an den Interviews teilgenommen. Sie sind in 12 Gruppen (6 Zweier- und 6 Dreiergruppen) unterteilt worden. Alle Schüler haben einen Fragebogen vor dem ersten Interview bearbeitet. Darin ist nach einer Definition des Begriffs Zufall, nach Möglichkeiten einer Erklärung zufälliger Ereignisse und nach bereicherspezifischen Unterscheidungen von Zufall im Alltag und Zufall in den Naturwissenschaften gefragt worden. Außerdem haben die Schüler ihre Sicht auf Merkmale gesetzmäßiger Prozesse und auf das Zusammenwirken zufälliger und gesetzmäßiger Vorgänge in der Natur skizziert.

Vor den Interviews haben die Schüler ein Informationsblatt zu zentralen und für die Experimente relevanten Begriffen und Phänomenen erhalten. Stabile, labile und indifferente Gleichgewichtslagen, das Phänomen der Konvektion, Prozesse bei der Elektrolyse und die

- |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Schüler beschreiben den jeweiligen Aufbau eines Experiments.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                      |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Schüler äußern Erwartungen über den Ausgang des jeweiligen Experiments. Sie machen Vorhersagen über das Verhalten eines Systems und über entstehende Muster und Strukturen.</li> </ul>                                                                                       |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Erste Durchführung eines Experiments durch Schüler (oder Interviewleiter).</li> </ul>                                                                                                                                                                                        |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifizieren von gesetzmäßigen und zufälligen Einflüssen und Teilprozessen durch die Schülergruppe. Erste schülerseitige Erklärungen des Zusammenwirkens der Teilprozesse.</li> </ul>                                                                                      |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• (Mehrmalige) Wiederholung des jeweiligen Experiments; Verfeinerung der Erklärungen des Verhaltens eines Systems.</li> </ul>                                                                                                                                                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Herstellen einer Beziehung zwischen den Wirkmechanismen im System und Konsequenzen (wie z.B. die Einschränkung der Vorhersagbarkeit oder Strukturbildung im System).</li> </ul>                                                                                              |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Generalisierung: Analogiebildungsprozesse zwischen zwei oder drei Experimenten.</li> </ul>                                                                                                                                                                                   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Weitere Generalisierung: Entwicklung einer Vorstellung von nichtlinearen Systemen; Konsequenzen für die eigenen Vorstellungen von Zufall, Gesetzmäßigkeit und ihrer Vereinbarkeit; Reflexion der eigenen Sicht von Physik; Konsequenzen für die eigene Weltsicht.</li> </ul> |

Tabelle 1: Eckpunkte des Interviews

Brownsche Bewegung sind darin kurz erläutert worden. Die Interviews haben im Durchschnitt vier Unterrichtsstunden gedauert, die auf zwei Doppelstunden an zwei Tagen aufgeteilt worden sind. Zu Beginn des ersten Interviews haben die Schüler eigene Antworten aus ihren Fragebögen erläutern sollen. Die Eckpunkte des Interviews sind in Tabelle 1 zusammen gefasst. Zwischen den beiden Sitzungen haben ein bis vier Tage gelegen. Alle Interviews sind vom erstgenannten Autor dieses Beitrags durchgeführt worden. Sämtliche Aktivitäten der Schüler sind mit Hilfe einer stationär eingerichteten Videokamera aufgezeichnet worden. Einen Abschlussfragebogen haben 23 Schüler bearbeitet.

### 3.2 Analyse des Datenmaterials

Zur Datenanalyse des Fragebogens und der Videotranskripte sind Methoden der qualitativen Sozialforschung (vgl. hierzu Lamnek, 2005; Mayring, 2002) eingesetzt worden. Das Ziel der Analyse hat nicht darin bestanden, Hypothesen abschließend zu testen, sondern in einem weitgehend unbearbeiteten Feld Hypothesen zu generieren bzw. vorhandene auszuschärfen. Einen wichtigen Orientierungsrahmen hat dabei die qualitative Inhaltsanalyse nach Mayring (1993) gebildet, deren Ziel es ist, die latenten Inhalte des Materials in ihrem sozialen Kontext und Bedeutungsumfeld zu analysieren, um zu intersubjektiv nachvollziehbaren Interpretationen zu gelangen.

Eine Schlüsselstrategie qualitativer Forschung besteht im „Scannen“ von Texten nach bestätigender Bedeutung, d.h. es wird geprüft, inwieweit die Eingangshypothesen einen viablen Interpretationsrahmen für einen Text darstellen. Charakteristisch für diese Interpretationsstrategie ist die Komplementarität von „Induktion“ und „Verifikation“. Verifikation bedeutet hierbei, dass bei der Analyse nach Textpassagen gesucht wird, die Eingangshypothesen bestätigen. Lassen sich Eingangshypothesen nicht verifizieren, so werden sie verworfen. In der Induktionsphase, die jeweils folgt, werden die Daten ohne feste Hypothese betrachtet; man richtet den Blick vor allem auf solche Passagen, die bisher unerwartete Bedeutungszusam-

menhänge liefern. Das veränderte System von Kategorien wird bei erneuten Durchsichten des Materials im Rahmen von Induktion, Verifikation und Verwerfen stabilisiert (vgl. Gläser & Staudel, 2004). Auf diese Weise verläuft der Analyseprozess spiralförmig und approximativ. Er ist erst dann beendet, wenn der Abgleich von Kategorisierung und textlichen Daten keine Veränderung am Kategoriensystem mehr verlangt.

### 3.3 Ergebnisse der Hauptstudie Eingangskonzepte

Die Analyse der Eingangsfragebögen und der Startphasen der Interviews hat gezeigt, dass vorunterrichtliche Vorstellungen von Zufall, Gesetzmäßigkeit und der Zusammenhang beider Konzepte wenig differenziert sind. Termini sind nicht trennscharf verwendet worden. Die Verwendung von Begriffen und die Argumentationen der Schüler sind oft inkonsistent gewesen. Definitionen, die Schüler für den Begriff Zufall liefern (Frage 1 des Fragebogens) sind entweder allgemein gehalten oder haben sich auf Alltagssituationen bezogen.

*S7c (Schüler c aus Gruppe 7): Unter Zufall verstehe ich eine unerwartete, ungeplante Handlung oder Reaktion, für die es keine Erklärung oder Gesetzmäßigkeit gibt.*

Unterschiedliche Explikationen des Begriffs Zufall hinsichtlich der Kontexte Alltag und Wissenschaft sind sehr selten zu finden gewesen. Die Frage nach der Erklärbarkeit zufälliger Prozesse (Frage 2 des Eingangsfragebogens) ist fast durchweg verneint worden. Was die Natur des Zufalls angeht, haben sich zwei Gruppen von Schülern unterscheiden lassen. Schüler der einen Gruppe (elf Schüler von 30) sind von einem durchgehend determinierten Weltgeschehen ausgegangen, bei dem der Zufall nur die menschliche Unwissenheit um Ursachen und Gesetze wiedergibt und daher einen epistemischen Status aufweist. Diese Schüler können als Kausalisten im Sinne des Abschnitts 2.2 angesehen werden.

*S1a: Ich denke schon, dass alles sicherlich irgendwelche Ursachen hat, allerdings kann man eben weder alle Gesetze kennen, die dafür zuständig sind, noch alle Faktoren, und*

*deswegen kann man es nicht vorhersagen. Für uns wirkt es dann wie Zufall.*

Die andere Gruppe (15 Schüler von 30) ist von einem ontischen Status des Zufalls ausgegangen. Eine eindeutige Zuordnung dieser Schüler zu den Positionen der aufgeklärten Deterministen oder der Positivisten ist allerdings schwierig gewesen. Der Grund hat in der Inkonsistenz ihrer Äußerungen gelegen. Einige von ihnen haben zufällige Prozesse für vereinbar mit gesetzmäßigen Prozessen gehalten, anderen scheint die Natur des Zufalls bei ihren Argumentationen wenig wichtig gewesen zu sein. So ist es ungeklärt geblieben, ob diese Schüler Zufall als ontisch im Sinne einer absoluten Unabhängigkeit von anderen Geschehnissen verstehen oder aus einer positivistischen Grundhaltung heraus lediglich pragmatisch mit Zufall umgehen.

Hinweise auf die Vorstellung, wonach zufällige mit gesetzmäßigen Prozessen interagieren können, haben wir weder im Fragebogen noch in der ersten Phase im Teaching Experiment gefunden. Für die meisten der befragten Schüler haben zufällige und gesetzmäßige Prozesse in einem unvereinbaren, konträren Verhältnis zueinander gestanden. Andererseits ist von den meisten Schülern die Möglichkeit nicht ausgeschlossen worden (Fragebogenfrage 5), dass ein Zusammenspiel von Zufall und Gesetzmäßigkeit Muster- und Strukturbildungen in der Natur hervorrufen können.

## Ebenen von Lernprozessen

Im Teaching Experiment hat das Ziel für die Schüler darin bestanden, auf der physikalischen Ebene nachzuvollziehen, wie bei den drei Beispielsystemen gesetzmäßige Teilprozesse mit zufälligen Teilprozessen zusammen wirken. Die Beispielsysteme repräsentieren zwar recht unterschiedliche Phänomenbereiche. Bezogen auf das Zusammenwirken von zufälligen und gesetzmäßigen Prozessen und auf die entscheidende Rolle des Zufalls sind sie aber analog (vgl. Beziehungspfeil „a“ in Abb. 4). Die Analogiebeziehungen zwischen den drei nichtlinearen Experimenten sind vom Interviewleiter explizit thematisiert worden. Die Idee dahinter ist es gewesen, dass mit der Entwicklung von Analogiebeziehungen die Entschlüsselung der Wirkzusammenhänge bei jedem einzelnen Beispielsystem unterstützt wird. Umgekehrt haben die Erklärungen der einzelnen Experimente den Schülern helfen sollen, Analogierelationen zu entwickeln. Diese Ziele sind weitgehend erreicht worden.

Auf einer weiteren Ebene, die im Abschnitt 2 „philosophisch-wissenschaftstheoretisch“ genannt wird, ist es darum gegangen, die Vorstellungen der Schüler vom Zufall und von Gesetzmäßigkeit in der Physik zu erweitern (vgl. Beziehungspfeil „b“ in Abb. 4). Die Schüler haben hier verstehen sollen, dass Zufall und Gesetzmäßigkeit vereinbar sind und sogar als komplementär angesehen werden können. Im

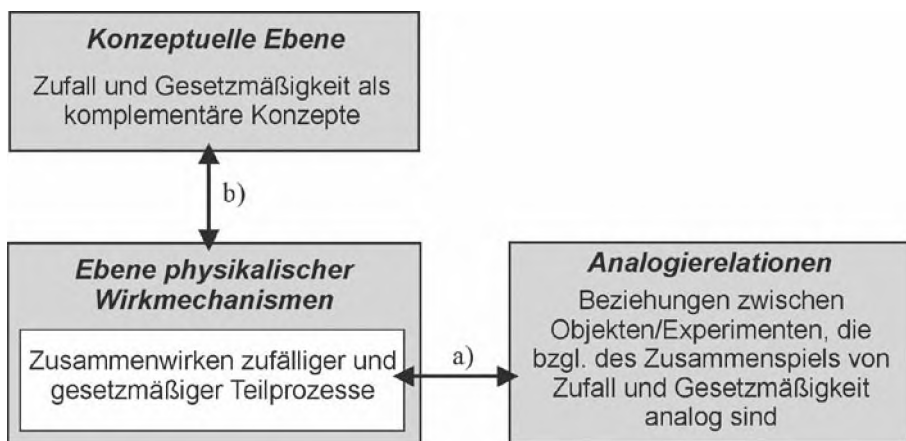


Abb. 4: Ebenen von Lernprozessen

Teaching Experiment ist dies in vielen Fällen dadurch gelungen, dass die Beziehung zwischen konzeptueller und physikalischer Ebene vom Interviewleiter explizit gemacht worden ist.

Die Schüler haben häufig die Perspektive gewechselt und sind zwischen beiden Ebenen hin und her gesprungen. Das Verstehen der speziellen Mechanismen, wie beim Magnetpendel, bei der Bénard-Konvektion und beim fraktalen Wachstum zufällige mit gesetzmäßigen physikalischen Prozessen zusammen wirken, hat den Schülern zu verstehen geholfen, inwiefern Zufall und Gesetzmäßigkeit vereinbar sind. Die Bildung von Analogierelationen hat dies unterstützt, weil Analogien eine Art von Generalisierung darstellen. Insgesamt hat sich die Einsicht entwickelt, dass aus Gesetzmäßigkeit nicht zwangsläufig Vorhersagbarkeit folgt. Die zahlreichen Einzelergebnisse lassen sich in drei Aussagen zusammenfassen:

- Oberstufenschüler können anhand von Beispielsystemen lernen, wie zufällige und gesetzmäßige Teilprozesse bei nichtlinearen Systemen zusammenwirken, dabei Strukturen bilden oder zur Einschränkung von Vorhersagbarkeit führen.

Ausnahmslos alle Schüler haben erkannt, dass bei den Beispielsystemen ein Zusammenspiel von zufälligen und gesetzmäßigen Einflüssen stattfindet und dass die zufälligen Prozesse eine entscheidende Rolle für die Entwicklungen der Systeme spielen.

*S2a (MagFen) (Schüler a aus Gruppe 2 zum Magnetpendel): Das ist auf jeden Fall ein Zusammenspiel von Zufälligem und Gesetzmäßigem.*

*S8c (Bénard): Es ist beides, Zufall und Gesetzmäßigkeiten.*

*S2c (Dendrit): Die Rolle des Zufalls ist wieder groß, weil der Zufall sehr entscheidend ist, wie es weiter geht.*

Wie im Abschnitt 2.2 erläutert worden ist, ist es wissenschaftlich schwierig, gesetzmäßige von zufälligen Prozessen zu unterscheiden; hinreichende Kriterien dafür existieren nicht. Auch für die Schüler ist es keine einfache Aufgabe gewesen, bei den Experimenten zwischen zu-

fälligen und gesetzmäßigen Prozessen zu unterscheiden.

*S3a (MagFen): Das ist jetzt schwierig. Das kann gesetzmäßig sein mit Abweichung, weil Beeinflussung von außen, oder es kann zufällig sein.*

Interessanterweise haben die Schüler von selbst das „komparative Kriterium“ (vgl. Abschnitt 2.2) angewendet. Im Gedankenexperiment haben sie exakt gleiche Systeme mit gleichen Rand- und Anfangsbedingungen miteinander verglichen. Gemäß dem komparativen Kriterium verhalten sich solche Systeme dann gesetzmäßig, wenn die betrachteten Prozesse exakt gleich ablaufen. Da in der Untersuchung aber keine zwei gleichen Exemplare der einzelnen Experimente zur Verfügung gestanden haben, haben die Schüler wiederholte Abläufe bei ein und desselben Experiment miteinander verglichen. Dabei sind sie durchgängig zur Einschätzung gelangt, dass bestimmte Eigenschaften bei jedem Durchlauf erhalten bleiben (z.B. die Selbstähnlichkeit oder der Grad der Verzweigkeit beim fraktalen Wachstum), andere Eigenschaften aber nicht (z.B. genaue Position der Anlagerung neuer Äste bei den Dendriten). Daraus haben sie geschlossen, dass bei den vorgelegten Beispielsystemen sowohl zufällige als auch gesetzmäßige Prozesse auftreten.

Dieser Schluss ist nicht allen Schülern leicht gefallen. Ihre vorunterrichtlichen Vorstellungen haben ihnen dabei im Weg gestanden. Zum einen ist es schwierig zu akzeptieren gewesen, dass zufällige Prozesse und gesetzmäßiges Verhalten in ein und demselben System vereinbar sein können. Zum anderen ist es für einige Schüler schwierig gewesen, zufällige Prozesse zu identifizieren, wenn sie bereits gesetzmäßige entdeckt hatten und umgekehrt. Die Suche nach weiteren bestimmenden Faktoren ist dann gewissermaßen blockiert, wenn Hinweise gefunden werden, die entweder für ein Zufallsverhalten oder für gesetzmäßiges Verhalten sprechen.

*S12b (MagFen): Also, es widerspricht sich ja an sich. Wenn man sagt Zufall und dann [von] Gesetzmäßigkeit [spricht], das ist ja irgendwo ein Widerspruch in sich, das passt nicht zusammen.*

Erst bei der Analyse der physikalischen Wirkungszusammenhänge im Detail ist es einem Großteil der beteiligten Schüler gelungen, gleichermaßen Zufälle und Gesetzmäßigkeiten herauszuarbeiten. Da aus anderen unserer Studien bekannt ist, welche Schwierigkeiten Schüler beim Erklären des chaotischen Magnetpendels haben und wie diesen zu begegnen ist (vgl. Komorek, 1998), ist das Magnetpendel als erstes, nicht-lineares Objekt eingesetzt worden. Es hat für die Schüler außer Frage gestanden, dass die irregulären Bewegungen der Pendelkugel Zufallsbewegungen par excellence darstellen. Deswegen ist es für die Schüler zunächst schwierig gewesen, gesetzmäßige Prozesse beim Magnetpendel zu identifizieren. Gelungen ist ihnen dies, indem sie die Pendelkugel (gedanklich) in ihrer Bewegung gestoppt und die Kräfteverhältnisse analysiert haben. Bei der Diskussion labiler Gleichgewichtslagen und dem Vergleich mit dem einfachen Fadenpendel haben sie dann die Bedeutung kleiner zufälliger Störungen herausarbeiten können. Bei der Erzeugung der Bénard-Konvektion ist es den Schülern zunächst nicht leicht gefallen, die Rolle zufälliger Faktoren bei der Entstehung der Konvektionszellen zu verstehen. Ein Grund hat darin gelegen, dass sie bei diesem Experiment mehr als bei den anderen Experimenten spekuliert haben, welche mikroskopischen Prozesse in der Flüssigkeit ablaufen. Denn trotz Metallflitter im Öl ist es nicht einfach zu beobachten, was innerhalb des Öls geschieht und was im kurzen Moment der ersten Zellbildungen passiert. Außerdem ist es beim Vergleich zweier Konvektionsmuster schwierig, Unterschiede zu erkennen, so dass manche Schüler zufällige Prozesse zunächst als nebensächlich und wenig bestimmend angesehen haben.

*S8b (Bénard): [...] eher eine kleinere Rolle des Zufalls, weil hier sind doch die beiden Ergebnisse sehr ähnlich.*

In dieser Situation ist es sehr darauf angekommen, die mikroskopischen Prozesse zum Zeitpunkt der Zellbildung im Detail zu diskutieren.

Erst mit Hilfe von modellhaften Zeichnungen der Benard-Zellen ist es den meisten Schülern gelungen, die Rolle von Fluktuationen nachzuvollziehen. Bei den Dendriten haben die Schüler schließlich keine nennenswerten Schwierigkeiten gehabt, die relevanten zufälligen und gesetzmäßigen Faktoren zu erkennen. Der Transfer der bisherigen Überlegungen auf dieses dritte Beispiel haben nahezu alle Schüler geleistet.

**Fazit:** Mit Hilfe dieser kurzen Sequenz von Experimenten ist es den meisten Schülern der Studie gelungen, strukturelle Eigenschaften der Objekte und Experimente zu finden und den Blick auf zufällige und gesetzmäßige Prozesse zu richten. Letztlich haben sich alle Schüler darauf eingelassen, bei den Experimenten zufällige und gesetzmäßige Prozesse zu unterscheiden. Das Zusammenspiel zufälliger und gesetzmäßiger Teilprozesse ist weitgehend nachvollzogen worden, auch wenn mikroskopische Prozesse nicht direkt beobachtbar sind. Ein kleiner Teil der Schüler (4 Schüler) hat sich deutlich als Kausalisten entpuppt. Diese Schüler haben sich nur sehr bedingt auf die Sprechweise in den Interviews, zufällige Prozesse als Zufall zu bezeichnen, eingelassen. Da sie ausschließlich vom epistemischen Zufall ausgegangen sind, haben sie sich mit dem Terminus „Zufall“ unwohl gefühlt, weil sie ihn mit ontischem Zufall verbunden haben, an dessen Existenz sie nicht glauben.

*S10a: [...] es geht jetzt nicht darum, ob wir es heutzutage oder, was weiß ich, in tausend Jahren ausrechnen können, aber im Prinzip ist es berechenbar und vorhersehbar. Im Prinzip schon.*

*S4a (Dendrit): Das läuft darauf hinaus, wie man die Brownsche Bewegung definiert. Wenn man sagt, das ist ein Zufall, dann sind die letzten beiden Versuche ein Zusammenspiel von Zufall und Gesetzmäßigkeiten. Aber wenn man die Brownsche Bewegung als Gesetzmäßigkeit ansieht, dann sind sie gesetzmäßig.*

- Analogiebildungsprozesse unterstützen das Verstehen nichtlinearer Systeme und ermöglichen eine erweiterte Sicht auf die Beziehung zwischen den Konzepten Zufall und Gesetzmäßigkeit.
- Zufall wird als Teil der physikalischen Welt und als zur Gesetzmäßigkeit komplementäre Größe verstanden; dadurch wird das Bild von der Physik differenzierter.

Alle Schüler haben zwischen den drei nichtlinearen Experimenten hinsichtlich des Zusammenspiels von Zufall und Gesetzmäßigkeit zentrale Ähnlichkeiten erkannt. Die bedeutende Rolle zufälliger Einflüsse und das Zusammenwirken von zufälligen und gesetzmäßigen Prozessen sind von den meisten Schülern als gemeinsame Merkmale dieser Experimente erkannt worden. Die Analogiebildung hat eine Klasse von Objekten definiert und in unseren Interviews die Prozesse des Verstehens der einzelnen Experimente unterstützt. Bei der Diskussion der Bénard-Konvektion und des fraktalen Wachstums haben die Schüler bereits die Suchrichtung gekannt, die mit der Betrachtung des chaotischen Pendels angelegt worden ist. Bei der Konfrontation mit den Bénardzellen haben die Schüler versucht, analoge Beziehungen zwischen Magnetpendel und Bénard-Konvektion herzustellen. So ist zum Beispiel die „Entscheidung“ des chaotischen Pendels, zum rechten bzw. linken Magneten zu gehen, aufgegriffen worden, als die links-rechts bzw. rechts-links Bewegungen der ersten Rolle bei den Bénard-Zellen diskutiert worden sind. In einem anderen Beispiel hat eine Schülergruppe die ausschlaggebende Rolle der ersten Zellenbildung bei der Bénard-Konvektion mit der Bedeutung der ersten Ionenanlagerung für die dendritische Baumstruktur in Beziehung gesetzt. Ziel- und Basisanalogon sind hier gleichermaßen unvertraut gewesen. Den Schülern ist es aber in einem permanenten Wechsel der Betrachtung gelungen, beide Experimente nach und nach zu entschlüsseln (dieser Prozess lässt sich aufgrund von Theorieansätzen zur Analogiebildung gut beschreiben; vgl. Wilbers, 2001).

Bis auf die vier Kausalisten unter den Schülern haben in der vorliegenden Untersuchung alle Schüler nachvollziehen können, dass zur Erklärung von Strukturbildungsprozessen die Annahme zufälliger Einflüsse notwendig ist. Sie haben weitgehend verstehen können, dass zufällige Prozesse einen Bestandteil der physikalischen Welt darstellen. Durch die Bildung analoger Beziehungen zwischen den einzelnen Systemen haben die Schüler erkannt, dass die Systeme auf einer strukturellen Ebene Ähnlichkeiten aufweisen, auch wenn in jedem der betrachteten Systeme zufällige Prozesse unterschiedlich repräsentiert sind.

Im Rahmen der Analogiebildungsprozesse haben die Schüler die Betrachtungsebenen häufig gewechselt. Sie haben dabei gelernt, dass „Zufall“ die Existenz zufälliger Teilprozesse in einem deterministischen Systemganzen bedeutet. Dies hat bei ihnen auf eine begriffliche bzw. konzeptuelle Ausschärfung vorhandener Vorstellungen vom Zufall geführt. Gesetzmäßigkeit und Zufall sind als komplementär zu einander erkannt worden. Die Vorstellungen von Zufall und Gesetzmäßigkeit sind in der Auseinandersetzung mit den Experimenten insgesamt differenziert worden.

*S8a: Irgendwie kann man den Zufall jetzt ein bisschen besser einschätzen.*

*S12b: Bis jetzt dachte ich eigentlich immer, wenn es gesetzmäßig ist, spielt kein Zufall mit. Also, soweit ich darüber halt nachgedacht hatte. Jetzt sehe ich ja, dass es nicht so ist.*

Die Frage, ob Zufall in einem bestimmten System ontischen oder epistemischen Status aufweist, ist in den Interviews in den Hintergrund getreten. Die Schüler haben eine eher pragmatische Sichtweise der Physik übernommen, die von zufälligen Einflüssen ausgeht, aber die Natur dieser Zufälle nicht hinterfragt, wenn ein System bis zu einem bestimmten Grad aufgeklärt und verstanden ist.

Die Schüler haben sich auf das Sprachspiel der Physik in Bezug auf Zufall, Gesetzmäßigkeit



und auf das Wechselspiel zwischen beiden eingelassen. Selbst die vier Kausalisten haben probeweise die Sichtweise der Physik übernommen. Das hat allerdings nicht bedeutet, dass diese Schüler aufgrund der diskutierten Experimente ihre kausalistische Sicht aufgegeben hätten. Für die Zwecke von Unterricht ist es aber vor allem wichtig, dass es gelingt, Schüler zumindest probeweise für die Sicht der Physik zu gewinnen.

Mit den Entwicklungen auf konzeptueller Ebene haben auch Erweiterungen im Bild der Schüler von der Physik stattgefunden. Nach ihren anfänglichen Angaben verkörpert die Physik eine exakte Wissenschaft, die alles erklären kann und Vorgänge in der Natur vorhersehbar und berechenbar macht.

*S1c: Ich habe nicht gewusst, dass es überhaupt Zufall in der Physik gibt.*

*S7b: Es ist etwas ganz Neues. Ich finde, es ist ein ganz anderer Aspekt von Physik, so insgesamt. Dass Physik nicht immer erklärbar ist und dass es nicht immer nur alles nach Gesetzmäßigkeiten läuft, sondern dass ganz viel mit Zufall zusammenhängt.*

Aufgrund der kennengelernten Auswirkungen zufälliger Prozesse haben die Schüler nun auch die Verlässlichkeit von Gesetzmäßigkeiten bei Planungen im Alltagsleben hinterfragt. Die Berücksichtigung des Zufalls ist daher als bedeutend für menschliches Handeln betrachtet worden. Hier ist es wiederum aus Sicht von Unterricht wichtig, nicht über das Ziel hinaus zu schießen und den Eindruck zu vermitteln, Zufall sei der letztlich alles bestimmende Faktor im Weltgeschehen und jede Gesetzmäßigkeit werde dadurch aufgehoben.

*S5b: Für den Alltag der Menschen ist, finde ich wichtig, nicht jede Gesetzmäßigkeit als endgültig und für immer bestehend hinzunehmen, sondern sich darauf einzustellen, dass jede Gesetzmäßigkeit durch einen einzigen Zufall total über den Haufen geworfen werden kann.*

#### 4 Diskussion und Leitlinien für den Unterricht

Die vorliegende Studie hat zu einer vertieften Sachanalyse zum Begriff des Zufalls in der nichtlinearen Physik und seiner Beziehung zu

deterministischen Prozessen geführt. Sie hat gezeigt, dass über den Bereich der Physik hinaus philosophische und wissenschaftstheoretische Aspekte von Zufall zu beleuchten sind. Nur dann kann es gelingen, vorunterrichtliche Vorstellungen von Zufallsprozessen zu kategorisieren und die Ergebnisse der Sachstrukturanalyse auf die empirischen Ergebnisse zu Vorstellungen und Lernprozessen zu beziehen.

Im empirischen Teil ist gezeigt worden, dass Schüler unterschiedliche und undifferenzierte Vorstellungen vom Zufall in den Unterricht mitbringen. Durch die Auseinandersetzung mit physikalischen Objekten und Experimenten kann es Schülern aber gelingen, die Wirkung von Zufallsprozessen im Wechselspiel mit gesetzmäßigen Prozessen zu verstehen und die Terminologie der Physik zumindest probeweise zu übernehmen. In den Interviews sind unterschiedliche erkenntnistheoretische Sichtweisen vom Zufall (ontisch bzw. epistemisch) in den Hintergrund getreten und beinahe alle beteiligten Schüler sind (ansatzweise) zu einer naturwissenschaftlichen Sicht der Strukturbildung bzw. des chaotischen Verhaltens bei nichtlinearen Systemen gelangt.

Die Ergebnisse dieser Studie sind ermutigend, was die Auseinandersetzung mit Zufall und Gesetzmäßigkeit in Klasse 11 angeht. Für die Unterrichtskonstruktion schlagen wir folgende Leitlinien vor:

- **Leitlinie 1: Bewusstmachung von Alltagsvorstellungen von Zufall und Naturgesetzen**

Vorunterrichtliche Vorstellungen von Zufall, Gesetzmäßigkeit, Vorhersagbarkeit oder Kausalität sind oft undifferenziert. Argumentationen, die sich auf diese Konzepte stützen, sind oft inkonsistent. Eine Bewusstmachung der Schülervorstellungen und ihrer Begrenztheit sollte zumindest in die Einstiegsphase des Unterrichts eingeflochten sein. Fragen nach Zufall im Alltag und Zufall in den Naturwissenschaften sollten mit den Schülern diskutiert werden. Dies dient als Zugang zur Problematik des Zufalls in nichtlinearen Systemen.

## • **Leitlinie 2: Begriffliche Ausschärfungen durch Einbettung fördern**

Die undifferenzierten vorunterrichtlichen Vorstellungen von Zufall und Gesetzmäßigkeit scheinen sich ausschärfen zu lassen, indem eine Einbettung in physikalische Problem-situationen stattfindet. Ideen vom Konzept Zufall sollten in Beziehung zu physikalische Wirkmechanismen gebracht werden. Das bedeutet, dass Unterricht den Perspektivwechsel zwischen einer „konzeptuellen“, wissenschaftstheoretischen Ebene und der Ebene der physikalischen Wirkzusammenhänge fördern sollte. Dies kann mit Beispielsystemen gelingen, die zur Eigenaktivität anregen. Unterricht zur Thematik Zufall und Naturgesetze sollte sich zudem nicht im Erlernen naturwissenschaftlicher Prinzipien erschöpfen, sondern alltagsweltliche Aspekte mit dem Ziel integrieren, die Begrifflichkeiten auszuschärfen.

## • **Leitlinie 3: Nicht epistemologisch überzeugen, sondern Sprachspiel der Physik vorstellen**

Ob Zufall eine ontische oder eine epistemische Natur zugeschrieben wird, hängt von der erkenntnistheoretischen Grundhaltung ab. Grob betrachtet gibt es zwei Positionen. Nach Sicht der Kausalisten, die auch als strikte Deterministen bezeichnet werden können, gibt es nur epistemische Zufälle. Diejenigen, die ontische Zufälle in einer grundsätzlich determinierten physikalischen Welt als gegeben akzeptieren, können als aufgeklärte Deterministen bezeichnet werden. Unter Schülern sind beide Positionen vertreten. Im Unterricht ist es aber nicht notwendig, die erkenntnistheoretische Position der Schüler verändern zu wollen, denn die physikalischen Theorien verlangen keine bestimmte Position. Zielführender bei der Vermittlung nichtlinearer Physik ist es, den Schülern einen Umgang mit der Sichtweise der Physik probeweise zu ermöglichen. Die obige Untersuchung hat gezeigt, dass sich auch Kausalisten unter den Schülern auf das Sprachspiel der Physik einlassen und nachvollziehen können, was die Physik unter Zufall versteht und wie er ins Gefüge der Naturgesetze passt.

Dank sei abschließend den Schülern des Ernst-Barlach-Gymnasiums in Kiel und der Kieler Gelehrtenschule ausgesprochen sowie den Schulleitern und den Lehrkräften, die der Mitarbeit der Schüler zugestimmt haben.

## **5 Literatur**

- Bell, T. (2003). Strukturprinzipien der Selbstorganisation. Berlin: Logos.
- Bücker, N (1998). Experimente zum fraktalen Wachstum. Kiel: IPN.
- BMBF (Hrsg.) (2000). Entdeckung des Zufalls. Bonn: BMBF.
- Buhr, G. & Buhr, K. (Hrsg.) (1975). Philosophisches Wörterbuch. 11. Auflage. Berlin: DEB.
- Bunge, M. (1987). Kausalität, Geschichte und Probleme. Tübingen: Mohr.
- Chaitin, G. J. (1975). Randomness and mathematical proof. Scientific American, 232(5), 47-52.
- Duit, R. (1995). Zur Rolle der konstruktivistischen Sichtweise in der naturwissenschaftsdidaktischen Lehr- und Lernforschung. Zeitschrift für die Pädagogik, 41, 905-923.
- Duit, R., Komorek, M. & Wilbers J. (1997). Studies on educational reconstruction of chaos theory. Research in Science Education, 27(3), 339-357.
- Gerstenmaier, J. & Mandl, H. (1995). Wissenserwerb unter konstruktivistischer Perspektive. Zeitschrift für Pädagogik 41, 867-888.
- Gläser, J. & Laudel, G. (2004). Experteninterviews und qualitative Inhaltsanalyse. Wiesbaden: VS-Verlag.
- Heisenberg, W. & Bohr, N. (1963). Die Kopenhagener Deutung der Quantentheorie. Stuttgart: Battenberg.
- Henning, K. & Kutscha, S. (1984). Mangelnde Ursachen oder mangelndes Wissen? Zum Begriff Zufall in Philosophie und Naturwissenschaft. Naturwissenschaften, 71, 493-499.
- Kattmann, U., Duit, R., Gropengießer, H. & Komorek, M. (1997). Das Modell der Didaktischen Rekonstruktion. Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften, 3, 3-18.
- Klein, S. (2004). Alles Zufall. Reinbek: Rowohlt.
- Koch, G. (1994). Kausalität, Determinismus und Zufall in der wissenschaftlichen Naturbeschreibung. Berlin: Duncker und Humboldt.
- Komorek, M. & Duit, R. (2004). The teaching experiment as a powerful method to develop and evaluate teaching and learning sequences in the domain of non-linear systems. International Journal of Science Education 26(5), 619-633.
- Komorek, M. (1998). Elementarisierungen und Lernprozesse im Bereich des deterministischen Chaos. Kiel: IPN.

- Komorek, M. (2005). Bibliographie zur nichtlinearen Dynamik. Kiel: IPN.
- Komorek, M., Duit, R., Bücken, N. & Naujack, B. (2001). Learning process studies in the field of fractals. In: H. Behrendt, H. Dahncke, R. Duit, W. Gräber, M. Komorek, A. Kross & P. Reiska (Eds.) *Research in Science Education – Past, Present and Future*. Dordrecht: Kluwer, 95-105.
- Komorek, M., Stavrou, D. & Duit, R. (2002). Nicht-lineare Physik in der Schule: Kooperation von Schulpraxis und fachdidaktischer Forschung. In: R. Brechel (Hrsg.) *Zur Didaktik der Physik und Chemie – Probleme und Perspektiven*. Vorträge auf der Tagung für Didaktik der Physik/Chemie in Dortmund, September 2001. Alsbach: Leuchtturm, 269-271.
- Komorek, M., Wendorff, L. & Duit, R. (2002). Expertenbefragung zum Bildungswert der nichtlinearen Physik. *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften*, 8, 33-51.
- Korneck, F. (1998): *Die Strömungsdynamik als Zugang zur nichtlinearen Dynamik*. Frankfurt a. M.: Johann Wolfgang Goethe-Universität.
- Küppers, G. (Hrsg.) (1996). *Chaos und Ordnung*. Stuttgart: Reclam.
- Lamnek, S. (2005). *Qualitative Sozialforschung*. Weinheim: Beltz.
- Martienssen, W. (1989). Gesetz und Zufall in der Natur. In: W. Gerok, H. Haken, H. zur Hausen, W. Nachtigall, H. W. Roesky, H. Nöth & H. Gibian (Hrsg.) *Ordnung und Chaos in der unbelebten und belebten Natur. Verhandlungen der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte*. Stuttgart: Wissenschaftliche Verlagsgesellschaft, 77-99.
- Mayring, P. (1993). *Qualitative Inhaltsanalyse. Grundlagen und Techniken*. Weinheim: Deutscher Studien Verlag.
- Mayring, P. (2002). *Einführung in die qualitative Sozialforschung*. Weinheim: Beltz.
- Mittelstraß, J. (Hrsg.) (1996). *Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie*, Band 4. Stuttgart: Metzler.
- Monod, J. (1971). *Zufall und Notwendigkeit – Philosophische Fragen der modernen Biologie*. München: Piper.
- Prigogine, I. (1985). *Vom Sein zum Werden*. München: Piper.
- Schlick, M. (1948). *Gesetz, Kausalität und Wahrscheinlichkeit*. Wien: Gerold.
- Sill, H.-D. (1993). Zum Zufallsbegriff in der stochastischen Allgemeinbildung. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 25(2), 84-88.
- Stavrou, D. (2004). *Das Zusammenspiel von Zufall und Gesetzmäßigkeiten in der nichtlinearen Dynamik. Didaktische Analyse und Lernprozesse*. Berlin: Logos.
- Stavrou, D., Komorek, M. & Duit, R. (2003). Schülervorstellungen über das Wechselspiel von Determinismus und Zufall. In: A. Pitton (Hrsg.) *Außer-schulisches Lernen in Physik und Chemie*. Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik, Band 23. Münster: LIT, 299-301.
- Steffe, L. P. & D'Ambrosio, B. (1996). Using teaching experiments to enhance understanding of students' mathematics. In: D. Treagust, R. Duit & P. Fraser (Eds.) *Improving teaching and learning in science and mathematics*. New York: Teacher College Press, 65-76.
- Steffe, L. P. (1983). The teaching experiment methodology in a constructivist research program. In: M. Zweg et al. (Eds.) *Proceedings of the Fourth International Congress on Mathematical Education*. Boston: Birkhäuser, 469-471.
- Wilbers, J. (2001). Heuristische Analogien und Postfestum-Analogien: Analogiebasierte Lernprozesse im Bereich des deterministischen Chaos. *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften*, 7, 83-104.
- Windelband, W. (1870). *Die Lehren vom Zufall*. Berlin: Henschel.
- Dr. Dimitrios Stavrou ist wissenschaftlicher Mitarbeiter der Universität von Athen. Er hat als Doktorand in einer Arbeitsgruppe des IPN analytische und empirische Untersuchungen zur Vermittlung nichtlinearer Physik durchgeführt.
- Dr. Dimitrios Stavrou  
Perikleous 23  
13121 Ilion-Athen, Griechenland  
stadim@otenet.gr
- Dr. Michael Komorek ist wissenschaftlicher Mitarbeiter am IPN in Kiel und habilitiert derzeit über die Vermittlung moderner Themen der Physik.
- Dr. Michael Komorek  
IPN, Universität Kiel  
Olshausenstraße 62  
24098 Kiel  
komorek@ipn.uni-kiel.de
- Dr. Reinders Duit ist Professor für Didaktik der Physik am IPN
- Prof. Dr. Reinders Duit  
IPN, Universität Kiel  
Olshausenstraße 62  
24098 Kiel  
duit@ipn.uni-kiel.de