

Brandl, Matthias

Vernetzung von Wissen bei Lehramtsstudierenden in Mathematik durch Interaktive Mathematische Landkarten

Wehner, Antje [Hrsg.]; Masanek, Nicole [Hrsg.]; Hellmann, Katharina [Hrsg.]; Heinz, Tobias [Hrsg.]; Grospietsch, Finja [Hrsg.]; Glowinski, Ingrid [Hrsg.]: Vernetzung von Wissen bei Lehramtsstudierenden. Eine Black-Box für die Professionalisierungsforschung? Bad Heilbrunn : Verlag Julius Klinkhardt 2024, S. 184-195



Quellenangabe/ Reference:

Brandl, Matthias: Vernetzung von Wissen bei Lehramtsstudierenden in Mathematik durch Interaktive Mathematische Landkarten - In: Wehner, Antje [Hrsg.]; Masanek, Nicole [Hrsg.]; Hellmann, Katharina [Hrsg.]; Heinz, Tobias [Hrsg.]; Grospietsch, Finja [Hrsg.]; Glowinski, Ingrid [Hrsg.]: Vernetzung von Wissen bei Lehramtsstudierenden. Eine Black-Box für die Professionalisierungsforschung? Bad Heilbrunn : Verlag Julius Klinkhardt 2024, S. 184-195 - URN: urn:nbn:de:0111-pedocs-317680 - DOI: 10.25656/01:31768; 10.35468/6118-09

<https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0111-pedocs-317680>

<https://doi.org/10.25656/01:31768>

in Kooperation mit / in cooperation with:



<http://www.klinkhardt.de>

Nutzungsbedingungen

Dieses Dokument steht unter folgender Creative Commons-Lizenz: <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.de> - Sie dürfen das Werk bzw. den Inhalt unter folgenden Bedingungen vervielfältigen, verbreiten und öffentlich zugänglich machen: Sie müssen den Namen des Autors/Rechteinhabers in der von ihm festgelegten Weise nennen. Dieses Werk bzw. dieser Inhalt darf nicht für kommerzielle Zwecke verwendet werden und es darf nicht bearbeitet, abgewandelt oder in anderer Weise verändert werden.

Mit der Verwendung dieses Dokuments erkennen Sie die Nutzungsbedingungen an.

Terms of use

This document is published under following Creative Commons-License: <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.en> - You may copy, distribute and transmit, adapt or exhibit the work in the public as long as you attribute the work in the manner specified by the author or licensor. You are not allowed to make commercial use of the work or its contents. You are not allowed to alter, transform, or change this work in any other way.

By using this particular document, you accept the above-stated conditions of use.



Kontakt / Contact:

peDOCS
DIPF | Leibniz-Institut für Bildungsforschung und Bildungsinformation
Informationszentrum (IZ) Bildung
E-Mail: pedocs@dipf.de
Internet: www.pedocs.de

Matthias Brandl

Vernetzung von Wissen bei Lehramtsstudierenden in Mathematik durch Interaktive Mathematische Landkarten

Zusammenfassung

Es wird die Konzeption einer visualisierenden Wissensvernetzung in Form von Interaktiven Mathematischen Landkarten (bzw. Digitalen Interaktiven Mathematischen Maps – DIMM) in einem Überblick dargestellt. Der zugrundeliegende methodische Ansatz und erste Schritte zur Anbahnung von Wissensvernetzung mittels historischer Entwicklungsmomente und Elementen narrativer Didaktik werden auf Basis qualitativer Vorstudien unter Einsatz der DIMM für Geometrie an einer schwedischen Universität illustriert.

Keywords: Digitale Interaktive Mathematische Maps, Wissensnetze, Narrative Didaktik, MINT-Lehrkräftebildung, Neue Medien

Abstract

The concept of a visualizing knowledge network in the form of Interactive Mathematical Maps (or Digital Interactive Mathematical Maps – DIMM) is presented in an overview. The underlying methodical approach and first steps to initiate knowledge integration using historical development moments and elements of narrative didactics are illustrated on the basis of qualitative preliminary studies using the DIMM for geometry at a Swedish university.

Keywords: digital interactive mathematical maps, knowledge nets, narrative didactics, mathematics teacher education, technology

1 Konzeptueller Überblick und fachdidaktischer Hintergrund

Seit Beginn der Qualitätsoffensive Lehrerbildung im Jahr 2015 wurde an der Universität Passau in den BMBF-Projekten SKILL und SKILL.de (Strategien zur Kompetenzentwicklung: Innovative Lehrformate in der Lehrerbildung/digital enhanced) in Kooperation von Fachwissenschaften, Fachdidaktiken und Bildungswissenschaften im Teilprojekt Mathematik ein verzahntes und Wissen vernetzendes Lehr-Lern-Format (anfängliche Bezeichnung „Interaktive Mathematische Landkarten“ bzw. inzwischen „Digitale Interaktive Mathematische Maps“ – DIMM) konzeptuell entwickelt und erprobt. Wissensvernetzung wird hierbei im kognitiven Sinne als Vernetzung professioneller Wissens Elemente im fachwissenschaftlichen und fachdi-

daktischen Bereich verstanden (Bikner-Ahsbahr, 2020; Hellmann et al., 2021). Basierend auf der konzeptuellen Idee in Brandl (2009) wurden DIMM für Geometrie, Algebra und Analysis, jeweils in den Sprachen Deutsch und Englisch, entworfen, implementiert und im Rahmen mehrerer iterativer Design-Zyklen erprobt, verbessert und weiterentwickelt (Brandl et al., 2023; Przybilla et al., 2022).

In Brandl (2009) wird zunächst problemgeschichtlich am Beispiel der schwingenden Saite eines Musikinstruments aufgezeigt, dass wichtige mathematische Fragestellungen der Gegenwart meist auf eine lange historische Genese über verschiedene inhaltliche Instanzen zurückgehen, auf deren Weg sich auch Ideen und Verbindungen zu anderen modernen Teilgebieten der Mathematik ergeben haben. Um diesen Prozess, der entwicklungsgeschichtlich bedingt zu einer immanenten fachinhaltlichen Vernetzung der Mathematik führte, aus didaktischer Perspektive nutzbar zu machen, wurde das Konzept der „Interaktiven Mathematischen Landkarten“ vorgestellt. DIMM als Wissensnetze sollen eine Unterstützung bei der Etablierung erfolgreicher Lernprozesse bieten, indem sie zum einen den historischen Ursprung der mathematischen Konzepte bzw. Wissens Elemente sowie zum anderen die Interdependenzen zwischen ihnen aufzeigen. Sie verbinden diese beiden Merkmale in einer dreidimensionalen baum- bzw. netzartigen IT-basierten Struktur. Eine Raumdimension repräsentiert die Zeit(-achse), während die beiden anderen dazu orthogonalen Raumdimensionen, innermathematische thematische Verwandtschaft abbilden und die Konzepte bzw. Wissens Elemente (ohne die zeitliche Dimension) aufgrund der Korrelations-ergebnisse eines Algorithmus (s. u.) in passender Lage zueinander lokalisieren (siehe Abbildung 1). Innerhalb dieser drei Dimensionen stehen Knoten im Raum für mathematische Wissensinhalte, die bei Auswahl zunächst zu einer Vorschau und im Weiteren zu einer verlinkten „Zeitleiste“ führen, in der Meilensteine des betrachteten mathematischen Bereichs in linear-chronologischer Abfolge übersichtlich dargestellt werden und mit erläuternden Bildern, Texten, Links zu Videos und/oder Aufgaben versehen sind; mittels eines Warenkorb-Systems können diese gesammelt und als Download weiterverwendet werden. Die Verbindungslinien bzw. Kanten symbolisieren historische Pfade, welche die Mathematik als sich entwickelnde Wissenschaft betonen. Weitere Details können mit Hilfe der Funktionalitäten „Vertikaler Cut“ und „Horizontaler Cut“ dargestellt werden, bei denen nur eines der Merkmale untersucht wird (siehe Abbildung 1). Dabei wird beim vertikalen Schnitt die Zeitachse beibehalten, während die Information über die räumliche Nähe bzw. thematische Verwandtschaft der Knoten zugunsten der besseren Nachvollziehbarkeit einer historischen Genese aufgegeben wird. Beim horizontalen Schnitt konzentriert sich die Darstellung hingegen unter Elimination der Zeitkoordinate rein auf die relative thematische Verwandtschaft aller Knoten im betrachteten Zeitfenster zueinander. Um thematische Verwandtschaft bestimmen zu können, wurde ein Klassifikationssystem für die Inhalte der Map entwickelt, mithilfe dessen jeder Inhalt beim Hinzufügen zur Map kategorisiert werden muss. Dies geschieht in der aktuellen Version der

DIMM noch ausschließlich durch die Mitglieder der Forschungsgruppe, basierend auf deren Expertenwissen, um im Rahmen eines Scaffolding-Prozesses (Wood et al., 1976) mittels visueller Präsentation die thematische Verwandtschaft von Inhalten für Studierende aufzuzeigen (Brandl & Vinerean, 2023). Die aktuelle Version der DIMM ist demnach gemäß Hellmann et al. (2021) als Lehr-Lern-Material im Kontext eines verzahnenden Lernangebots auf der Angebotsseite einzuordnen, wobei die Verzahnung im Kontext der Bereiche Fachwissenschaft und Fachdidaktik stattfindet. Die für die klassifizierende Beschreibung zur Verfügung stehenden Attribute sind in unterschiedlichen Stufen ausdifferenziert (insofern, als dass sie in ihrer Spezifität zunehmen) und werden Algorithmus-intern mit Korrelationspunkten belegt. Dabei orientiert sich die Auswahl der möglichen Antworten an Aufbau und Gliederung von Lehrbüchern für die Schul- und Hochschulmathematik. Mit deren Hilfe erfolgt die Einschätzung der thematischen Verwandtschaft von zwei Knoten v und u über einen Algorithmus, der anschließend für je zwei Knoten den Korrelationskoeffizient $c_{v,u}$ berechnet. Hierfür wird ein Kräfte-basiertes Verfahren aus der Graphen-Theorie verwendet, um die austarierte visualisierende Netzstruktur zu erhalten (Przybilla et al., 2021). Für die Geometrie-Map wird die Klassifizierung dabei durch die Beantwortung der folgenden Fragen erreicht:

1. Welche Geometrie liegt den Inhalten im Knoten zugrunde?
2. Handelt es sich um zwei- oder dreidimensionale Inhalte?
3. Welche geometrischen Figuren/Körper werden behandelt?¹
4. Wie kann der Inhalt im Detail beschrieben werden?

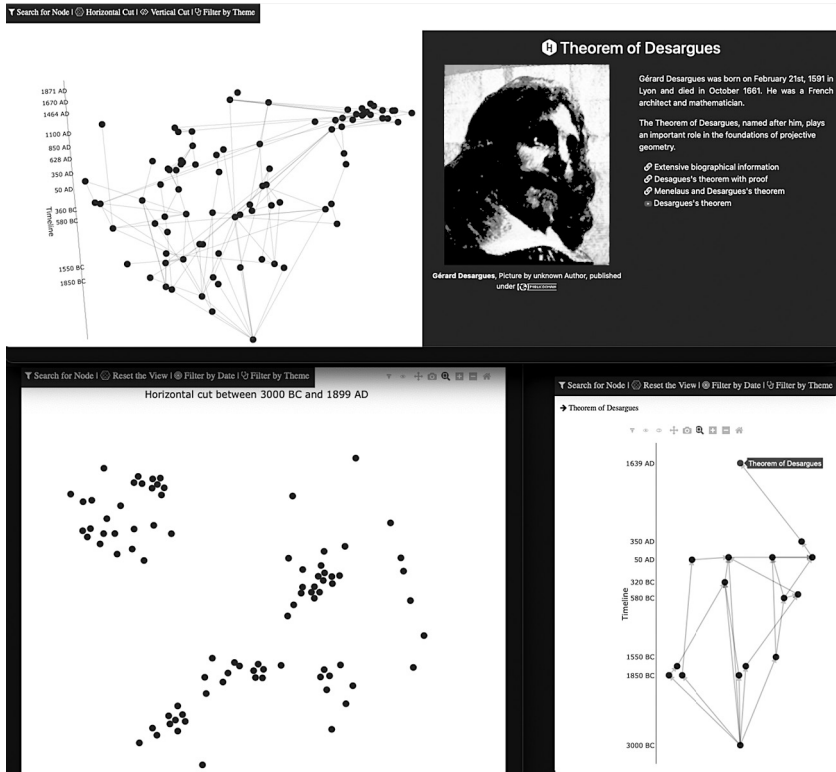
Der aktuelle Stand kann auf der Homepage der DIMM (<https://math-map.fim.uni-passau.de>) eingesehen werden, wo diese frei zugänglich sind.

Im konkreten Einsatz im Rahmen von Lehrveranstaltungen wird zudem von einem ganzheitlichen Lehrkonzept Gebrauch gemacht (Brandl & Vinerean, 2023). Insbesondere wird dabei auf Elemente einer narrativen Didaktik zurückgegriffen, um durch die Vernetzung mathematischer Inhalte mit erzähltheoretischen Vorgehensweisen nicht nur den im Mathematikunterricht primär adressierten rational-deduktiven Bereich, sondern auch den affektiven Bereich miteinzubinden, wodurch eine stärkere „Einwurzelung“² (Wagenschein, 1968) in die Thematik geschehen kann (Brandl, 2017; Brandl & Nordheimer, 2017; Brandl & Vinerean, 2023; Klassen, 2006, 2009; Kubli, 2002, 2005; Norris et al, 2005). Zudem stellte bereits Bruner (1986) dem – in der Mathematik gebräuchlichen und dominanten – *logico-scientific Mode* den *narrative Mode* gegenüber. Während der logisch-wissenschaftliche Modus

1 Die genaue Formulierung der dritten Frage und deren Antwortmöglichkeiten (Attribute) hängt dabei von der Beantwortung der zweiten Frage ab.

2 Wagenschein prägte den Begriff der „Einwurzelung“ in Anlehnung an Simone Weil's Werk (Weil, 1956) in Abgrenzung zu einem entwurzelten Scheinwissen: „Unter solchen Umständen die Gründe nicht mehr zu sehen, erblindet zu sein, noch dazu infolge der Wortgläubigkeit, das allerdings produziert bildungs-widriges, wirklichkeitsfremdes, entwurzelndes Wissen: Scheinwissen.“ (Wagenschein, 1968, S. 66)

an universellen Wahrheiten und deren Begründungen interessiert ist, betont der narrative Modus ganz im Sinne des Vernetzungsgedankens gerade die Zusammenhänge zwischen bestimmten Ereignissen (Richardson, 1990). „Dabei wird durch die Einbeziehung des Umfelds eines argumentativen Diskurses in natürlicher Weise jener häufig vernachlässigter Aspekt der Wissenschaft(ler*innen) adressiert, der die emotionalen Aspekte des Forschens wie Erwartungen, Illusionen, Hoffnungen, Erfolg und Misserfolge usw. betrifft.“ (Brandl, 2017, S. 15).



Anmerkung. Status: 01.08.2023; mit exemplarischer Knotenauswahl (oben), horizontalem Cut (links unten) und einem thematisch gefilterten vertikalen Cut (rechts unten).

Abb. 1: Screenshots der Interaktiven Mathematischen Landkarte/DIMM für „Geometry“ (eigene Darstellung)

Die den Lernenden zur Verfügung gestellten Wissensnetze dienen dabei als konzeptuelles Hilfsgerüst (Scaffolding 1), um zusammen mit Elementen einer narrativen Didaktik (Scaffolding 2) Lernprozesse zu unterstützen. Durch aktive Be-

schäftigung mit der DIMM erfolgt ein narratives Nachvollziehen, Verstehen und Reflektieren der Vernetztheit von fachwissenschaftlichen (und fachdidaktischen) Inhalten. Insbesondere kann auch der oft vermisste Bezug zwischen schulmathematischen und hochschulmathematischen Inhalten (Bauer & Partheil, 2009; Hefendehl-Hebeker, 2013; Winsløw & Grønþæk, 2014) erkannt werden, da z. B. schulische Inhalte eines mathematischen Fachgebiets mitunter historische Entdeckungsbzw. Entwicklungsmomente älteren Datums repräsentieren, hochschulische Inhalte von Fachveranstaltungen hingegen u. U. damit verbundene jüngeren Datums. Hier stellt die DIMM-Umgebung ein verzahnendes Lernangebot in Bezug auf Aufgaben und Ziele der fachwissenschaftlichen und fachdidaktischen Lehrveranstaltungen dar, indem mathematisch fortgeschrittene Inhalte von universitären Fachvorlesungen und curriculare Inhalte der Schulmathematik, die traditionell meist im Kanon von Fachdidaktikveranstaltungen z. T. mitadressiert werden, miteinander in Bezug gesetzt und deren historisch-genetische Verbindung aufgrund von geschichtlichen Entwicklungslinien aufgezeigt werden können. In Bezug auf die eher reproduktive Wiedergabe von DIMM-Inhalten können die Netze von Lernenden und Lehrenden z. B. als Musterlösung, Bewertungsraster, Orientierungsrahmen o. Ä. genutzt werden. Prinzipiell und systemtechnisch spricht allerdings nichts dagegen, in einer zukünftigen Version der DIMM die Kategorisierung von neuen Inhalten – entsprechend abgegrenzt und hinsichtlich Komplexität und Inhalt didaktisch adäquat reduziert – auch von Studierenden und Lernenden durchführen zu lassen. Hierbei würden eigene, aktive Vernetzungsleistungen der Lernenden abgerufen werden, die hinsichtlich der Generierung eines je nach Lernziel, Aufgabenstellung o. Ä. „passenden“ Wissensnetzes und einer entsprechend „passenden“ Messung der Vernetzungsleistung – insbesondere auch im Hinblick auf die Wahl eines „passenden“ Klassifikationssystems – explizit gemacht werden können. Auch könnten aktive Vernetzungsprozesse der Studierenden bei der Generierung eigener motivierender Narrationen – zu curricular zu verortenden und in eine entsprechende Stundenplanung einzubeziehenden Themen – unter Verwendung und Bewertung spezifischer Elemente aus dem Kontext einer narrativen Didaktik erprobt und diskutiert werden (Brandl & Vinerean, 2023). Eine aktive Generierung von interaktiven Landkarten zum Aufzeigen von Wissensvernetzung in Form von Lernenden-seitig erstellten Wissensnetzen aufgrund von selbständig definierten Klassifikationssystemen wäre, wie bereits angesprochen, prinzipiell im Bereich des technisch Möglichen, bedarf allerdings noch weiterer Forschungs- und Entwicklungsarbeit. Die Forschungsfrage, inwieweit und auf welche Art (aktive) Wissensvernetzung durch die Verwendung der DIMM gefördert und messbar gemacht werden kann, bleibt demnach noch nicht vollständig beantwortet.

2 Erprobung und Evaluation der DIMM

Im Rahmen der konzeptionellen Entwicklung wurden die DIMM in universitären Lehrveranstaltungen an der verzahnenden Schnittstelle zwischen Fachwissenschaft und Fachdidaktik an der Universität Passau/Deutschland (Schnittstellenveranstaltung „Ausgewählte Kapitel der Mathematik in Schule und Hochschule“) und der Universität Karlstad/Schweden (in Mathematik-Kursen für Lehramtsstudierende) eingesetzt und im Rahmen von iterativen *Design-based-Research*-Zyklen qualitativ evaluiert sowie schrittweise optimiert (Bakker, 2018; Datzmann & Brandl, 2019, 2020; Datzmann et al., 2019, 2020; Przybilla et al., 2022; Vinerean et al., 2023). In ersten Vorstudien vor allem hinsichtlich der technischen Nutz- und Bedienbarkeit unter Verwendung des *Technology Acceptance Model* (Davis, 1985; Scherer et al., 2019) wurden die DIMM empirisch erprobt (Brandl et al., 2023; Przybilla et al., 2021, 2022; Vinerean et al., 2023). Die technischen Funktionalitäten der DIMM wurden dabei überwiegend positiv bewertet. Negative Bemerkungen bezogen sich vor allem auf die komplexitätsbedingte eingeschränkte Benutzerfreundlichkeit der dreidimensionalen Darstellung der DIMM, sowie eine u. U. eingeschränkte Funktionalität bzgl. der Vorschau von Knoteninhalten auf Touch-Geräten in Abhängigkeit von deren technischer Ausstattung und Leistungsfähigkeit. In der letzten abgeschlossenen und vollständig ausgewerteten Evaluation wurde die Geometrie-DIMM 2021 an der Universität Karlstad in einem Geometrikurs für Lehramtsstudierende eingesetzt. Insgesamt nahmen 44 Personen aktiv am Kurs teil. Im Rahmen von wöchentlichen Abfragen³ wurden zum einen technische (z. B. Frage 5 in Abfrage 1) und zum anderen inhaltliche (z. B. Frage 3 in Abfrage 4) Aspekte mit Single-Choice- und Freitextfragen online erhoben. Bezüglich der inhaltlichen Aspekte sollten dabei u. a. historische Entwicklungslinien nachvollzogen werden, um unterschiedliche – und bis dato ggf. als getrennt und unabhängig voneinander wahrgenommene – mathematische Konzepte als miteinander vernetzt zu erkennen (z. B. euklidische und nichteuklidische Geometrie). Zudem wurden die Studierenden aufgefordert, kurze Texte basierend auf mathematikhistorischen Inhalten der DIMM-Knoten zu verfassen und inhaltliche Momente dadurch über mehrere Zeitpunkte hinweg zu vernetzen (vgl. z. B. Frage 1 in Abfrage 6). Auf diese Weise sollte die Vorstellung von Mathematik als eine inhärent vernetzte und sich entwickelnde Wissenschaft gefördert werden. Dabei ging es in erster Linie um die Vernetzung von unterschiedlichen Wissensbeständen, die in traditionellen Vorlesungen oder Lehrwerken zur Fachmathematik (und ggf. auch Fachdidaktik) oft als fertige und getrennte, partikuläre Fakten wahrgenommen werden – oder wie „Student 28“ es im Feedback formulierte:

3 Die wöchentlichen Fragen bzw. Aufgaben (in Englisch) sind freizugänglicheinsehbar unter der Webadresse https://docs.google.com/document/d/e/2PACX-1vTq_w6A2MqresPr5PQLGujDt3NIS6i7aiL7ShsmaR841Ttl-hrsyTM2zLY6UEhbULBumIx0zErTOz6V/pub

„Es ist auch wichtig zu wissen, dass sich die Mathematik im Laufe der Jahre weiterentwickelt hat und nicht in den „Paketen“ produziert wurde, die wir aus Lehrbüchern konsumieren.“ (Student 28; übersetzt durch Autor)

Hinsichtlich der Vernetzung von Schul- und Hochschulmathematik wurde z. B. in Frage 3 von Abfrage 4 unter Verwendung eines vertikalen Schnittes gefordert, die Knoten in einem geschichtlichen Entwicklungsbaum nach ihrer Zugehörigkeit zur Schul- und Hochschulmathematik zu sortieren, um so den historisch-genetischen Zusammenhang zu reflektieren⁴.

Insgesamt wurden in den wöchentlichen Abfragen Elemente der narrativen Didaktik in Kombination mit der DIMM auf zwei Arten angesprochen (Brandl & Vinerean, 2023, S. 9/10):

- (A) Formulierung einer kurzen historisch orientierten narrativen Motivation zu einem frei wählbaren Thema aus dem schulischen Lehrplan unter Nutzung der in den Knoten oder der Zeitleiste der DIMM bereitgestellten Informationen⁵.
- (B) Beschreibung der historischen Entwicklung der nichteuklidischen Geometrie aus der euklidischen Geometrie unter Verwendung der in den Knoten oder der Zeitleiste der DIMM bereitgestellten Informationen.

Als konkretes Beispiel wurde dabei die jahrhundertelange Diskussion um Euklids Parallelenpostulat herausgegriffen. Diese historisch vernetzende Entwicklungslinie verbindet zudem auch Schulmathematik (euklidische Geometrie) mit Hochschulmathematik (nichteuklidische Geometrie). In der zugehörigen wöchentlichen Abfrage (Frage 1 in Abfrage 6)³ mussten die Studierenden in Form eines Antworttexts die folgenden Aspekte hinsichtlich einer Beschreibung der Entwicklung der nichteuklidischen Geometrie aus der euklidischen Geometrie heraus hinreichend zufriedenstellend adressieren:

1. Auslöser der historischen Entwicklung
2. Chronologische Einordnung
3. Maßgeblich beteiligte Persönlichkeiten (und ggf. ausgewählte Stories)

⁴ Konkrete Arbeitsanweisung (Abfrage 4, Frage 3; Antwortformat: Freitext): „Betrachten Sie den vertikalen Schnitt des Endknotens „Exponential-, Sinus- und Cosinus-Reihen“ (Thema der Analysis 1) und sortieren Sie alle Knoten im Entwicklungsbaum nach ihrer Zugehörigkeit zur Schul- oder Universitätsmathematik. (Machen Sie sich bewusst, welche Inhalte bereits in der Schule und welche an der Universität abgedeckt werden.) Beschreiben Sie Ihre Beobachtung.“ (übersetzt durch Autor)

⁵ Die konkrete Arbeitsanweisung lautete (Abfrage 2, Frage 2; Antwortformat: narratives Textprodukt): „Formulieren Sie mit Hilfe der in der Zeitleiste bereitgestellten Informationen eine kurze historisch orientierte narrative Motivation für einen schulischen Inhalt Ihrer Wahl (maximal 1 Seite). Die Motivation kann in den verschiedenen Phasen einer Unterrichtsstunde (z. B. Einstieg, Erarbeitung, Übungsphase etc.) verortet sein. Beschreiben Sie, wie Sie dies in den Schulunterricht integrieren würden (einige Sätze genügen). Geben Sie auch die Jahrgangsstufe und das Thema der Unterrichtsstunde an.“ (übersetzt durch Autor)

4. Verschiedene nichteuklidische Geometrien und zentrale Unterschiede zwischen diesen

Zur Vorbereitung auf diese Aufgaben erhielten die Studierenden eine zusätzliche Lerneinheit zu narrativer Didaktik im MINT-Bereich. Die erzeugten narrativen Textprodukte stellten dabei sowohl eine eigene kognitive Leistung (A) als auch eine textuelle Repräsentation visuell präsentierter Inhalte (B) dar. Während bei (A) auf die Verwendung essentieller narrativer Elemente im Text zu achten war (Brandl & Vinerean, 2023) und die methodisch-didaktische Passung hinsichtlich curricularer Stundenplanung eine Rolle spielte, zielten die Texte zur Beschreibung von geschichtlichen Entwicklungslinien bei (B) vor allem darauf ab, die Mathematik als vernetzte Disziplin zu verstehen. Bei Letzterem dienten Struktur und Inhalte der DIMM als eine Art Musterlösung hinsichtlich der Auswertung. Die Bewertung der Leistung hinsichtlich „bestanden“/„nicht bestanden“ erfolgte qualitativ auf Basis der Expertenmeinung der Dozentin dahingehend, dass neben einer hinreichend umfangreichen Behandlung der genannten Aspekte außerdem die präsentierten mathematischen Inhalte korrekt wiedergegeben waren, die Geometrie-DIMM verwendet wurde und die einzelnen historischen Entwicklungsschritte genannt wurden; die letzten beiden Aspekte konnten dabei auch durch die Generierung eines geeigneten vertikalen Schnittes unterstützt werden. Insgesamt konnten 85 % der Studierenden diese Aufgabe erfolgreich bewältigen. In den Freitextkommentaren bestätigten die Studierenden außerdem, dass die DIMM für die Generierung der Vernetzungsmomente hilfreich war, wie z. B.:

„Ich habe die interaktive Karte beim Schreiben des kurzen Artikels über nichteuklidische Geometrien verwendet. [...] Es war sehr interessant und hilfreich (und hat Spaß gemacht), die Knoten zu sichten und zu lesen, wie sich nichteuklidische Geometrien entwickelt haben. Ich hätte locker einen zehnmal so langen Artikel zu diesem Thema schreiben können und es hat Spaß gemacht. Die interaktive Karte ist einfach zu bedienen und gibt einen tollen Überblick über die Geschichte der Mathematik.“ (Student 15; übersetzt durch Autor)

3 Zusammenfassung und Ausblick

Die hier aufgeführten qualitativen Ergebnisse der Vorstudien deuten darauf hin, dass die DIMM helfen können, wechselseitige Zusammenhänge zwischen verschiedenen fachwissenschaftlichen (und fachdidaktischen) Inhalten von an der Hochschule unterrichteter Mathematik zu sehen und diese auch mit Inhalten der Schulmathematik in Beziehung zu setzen. Dabei handelt es sich in erster Linie um unterschiedliche Inhalte aus Fachwissenschaft und Fachdidaktik, die im Rahmen eines verzahnenden Lehrangebots dargeboten und miteinander in Bezug gesetzt werden. Hinsichtlich der Messung der Wissensvernetzung wurde bislang nur qualitativ und mittels narrativer Evaluationsinstrumente vorgegangen. Vergleichbare

Vorgehensweisen (Fragebogenstudie; Qualitative Inhaltsanalyse von Antworttexten) wurden für die DIMM in den genannten Vorstudien bereits im Hinblick auf die Evaluation der technischen Aspekte durchgeführt (Przybilla et al., 2022; Vinerean et al., 2023) und könnten in ähnlicher Form im Hinblick auf kognitive inhaltliche Vernetzungsaspekte professionellen Wissens angewendet werden. Wie Student 28 rückgemeldet hat:

„Die Geschichte der Mathematik ist Kulturgeschichte und von gleicher Bedeutung wie die Geschichte z. B. von Literatur oder Musik.“ (Student 28; übersetzt durch Autor)

Losgelöst von einer fachspezifischen Verankerung kann die ursprüngliche konzeptionelle Idee aus Brandl (2009), die sich im Rahmen der Qualitätsoffensive Lehrerbildung zunächst in Form der DIMM im Bereich der Mathematik realisieren ließ, prinzipiell unabhängig vom zugrundeliegenden Wissensgebiet betrachtet werden. Historisch gewachsenes Wissen lässt sich generell in Form eines, hier grob beschriebenen, visualisierenden digitalen Wissensnetzes darstellen. In jedem Fall grundlegend ist jedoch die Entwicklung eines Klassifikationssystems, um Verwandtschaft von Inhalten messbar zu machen. Durch die anschließende Berechnung des Algorithmus entsteht unter Verwendung dieser Maßzahlen eine Netzstruktur, die wissensimmanente Vernetzung sichtbar macht. Das Ziel einer Wissensvernetzung auf Studierendenseite kann dabei, wie am Beispiel der Mathematik dargestellt, auch für andere Fächer auf unterschiedliche Arten erfolgen: Zum einen durch die Beschreibung bzw. Erklärung visuell dargestellter Bezüge von fachlichen (und fachdidaktischen) Inhalten zueinander, oder auch durch die eigenständige Produktion von Texten unter Verwendung von Elementen einer narrativen Didaktik und Inhalten der Map (s. o.). Zum anderen wird eine zukünftige Weiterentwicklung der digitalen Wissensnetze dahingehend angestrebt, dass Studierende diese selbst aktiv für einen bestimmten Wissensbereich (unabhängig vom Fachgebiet) generieren können. Hinsichtlich Letzterem wäre durch die eigenständige Auswahl und Bewertung von Klassifikationskriterien – für ggf. ebenfalls selbständig auszuwählende Inhalte – der Anspruch an die kognitive Vernetzungsleistung der Lernenden wesentlich höher. Während für die Nutzung einer fertigen Map ein weitestgehend einsetzbares Produkt für eine Fachdisziplin und erste Schritte zur Anbahnung von Wissensvernetzung und deren Bewertung vorgestellt wurden, stellt dies für ggf. selbst zu generierende Maps noch ein Forschungsdesiderat dar.

Literatur

- Bakker, A. (2018). *Design Research in Education*. London, Routledge.
- Bauer, T. & Partheil, U. (2009). Schnittstellenmodule in der Lehramtsausbildung im Fach Mathematik. *Math. Semesterberichte*, 56, 85–103. <https://doi.org/10.1007/s00591-008-0048-0>

- Bikner-Ahsbals, A. (2020). *Spotlights Lehre: Transferpaket zur Verzahnung und Vernetzung von Fachwissenschaft und Fachdidaktik* [1. Auflage]. Universität Bremen.
https://www.uni-bremen.de/fileadmin/user_upload/sites/zfl/Qualitaetsoffensive/TP4_Digi-Spotlights/Transferpaket_Spotlights-Lehre_2020neu.pdf
- Brandl, M. (2009). The vibrating string – an initial problem for modern mathematics; historical and didactical aspects. In I. Witzke (Eds.), *Mathematical Practice and Development throughout History: Proceedings of the 18th Novembertagung on the History, Philosophy and Didactics of Mathematics* (pp. 95–114). Logos.
- Brandl, M. (2017). Narrative Didaktik als Vernetzungsinstrument: die Schule von Athen. In T. Borys, M. Brandl & A. Brinkmann (Hrsg.): *Mathe vernetzt - Anregungen und Materialien für einen vernetzenden Mathematikunterricht: Band 6. Schriftenreihe des GDM-Arbeitskreises 'Vernetzungen im Mathematikunterricht'. Neu konzeptualisierte, aktualisierte und überarbeitete Neuauflage* (S. 7–20). MUED.
- Brandl, M., Kaiser, T., Przybilla, J. & Hackstein, U. (2023). Digitale Interaktive Mathematische Maps. In I. Brachmann, M. Dick, B. Heurich, B. Lukács & E. Wölfl (Hrsg.), *Innovative Lehrkräftebildung, digitally enhanced. Medienintegrative Abschlusspublikation des Projekts SKILL.de*. Pressbooks OER.
- Brandl, M. & Nordheimer, S. (2017). 'Verstehens-Shift' durch Vernetzung – exemplarische Darstellung anhand von Beispielen aus der Stochastik. In M. Brandl, A. Brinkmann, M. Bürker & J. Maaß (Hrsg.), *Mathe vernetzt – Anregungen und Materialien für einen vernetzenden Mathematikunterricht; Band 4. Schriftenreihe des GDM-Arbeitskreises 'Vernetzungen im Mathematikunterricht'* (S. 9–21). Verlag Bücherbunt im MUED e.V..
- Brandl, M. & Vinerean, M. (2023). Narrative Didactics in Mathematics Education: Results from a University Geometry Course. *Open Education Studies*, 5(1), 20220186.
<https://doi.org/10.1515/edu-2022-0186>
- Bruner, J. (1986): *Actual Minds, Possible Worlds*. Harvard University Press.
- Datzmann, A. & Brandl, M. (2019). Evaluation of a connecting teaching format in teacher education. In U. T. Jankvist, M. van den Heuvel-Panhuizen & M. Veldhuis (Eds.), *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 11, February 06–10, 2019)* (2462–2463). Utrecht University and ERME.
<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02422599>
- Datzmann, A. & Brandl, M. (2020). Vernetzung von Schul- und Hochschulgeometrie in der gymnasialen Lehramtsausbildung. In A. Frank, S. Krauss & K. Binder (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2019* (S. 173–76). WTM. <http://doi.org/10.17877/DE290R-20786>
- Datzmann, A., Brandl, M. & Kaiser, T. (2019). Vernetzendes Lehren und Lernen in Mathematik. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* (Bd. 107). GDM, 52–56.
<https://ojs.didaktik-der-mathematik.de/index.php?journal=mgdm&page=article&op=view&path%5B%5D=889&path%5B%5D=902>
- Datzmann, A., Przybilla, J., Brandl, M. & Kaiser, T. (2020). New Teaching Techniques aiming to connect School and University Mathematics in Geometry. In A. Donevska-Todorova, E. Faggiano, J. Trgalova, Z. Lavicza, R. Weinhandl, A. Clark-Wilson & H.-G. Weigand (Eds.), *Mathematics Education in the Digital Age (MEDA) Proceedings 2020, Sep 2020, Linz, Austria* (pp. 37–44). HAL.
<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02932218/document>
- Davis, F. D. (1985). *A technology acceptance model for empirically testing new end-user information systems: Theory and results*. [Dissertation, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA]. MIT Libraries. <http://hdl.handle.net/1721.1/15192>
- Hefendehl-Hebeker, L. (2013). Doppelte Diskontinuität oder die Chance der Brückenschläge. In C. Ableiter, J. Kramer & S. Prediger (Hrsg.), *Zur doppelten Diskontinuität in der Gymnasiallehrerbildung* (S. 1–16). Springer Spektrum.
- Hellmann, K., Ziepprecht, K., Baum, M., Glowinski, I., Grospietsch, F., Heinz, T., Masanek, N. & Wehner, A. (2021). Kohärenz, Verzahnung und Vernetzung – Ein Angebots-Nutzungs-Modell für die hochschulische Lehrkräftebildung. *Lehrerbildung auf dem Prüfstand*, 2, 311–332.
<https://doi.org/10.13140/RG.2.2.31237.42725>

- Klassen, S. (2006). A theoretical framework for contextual science teaching. *Interchange*, 37(1–2), 31–61. <https://doi.org/10.1007/s10780-006-8399-8>
- Klassen, S. (2009). The Construction and Analysis of a Science Story: A Proposed Methodology. *Science & Education*, 18, 401–423. <https://doi.org/10.1007/s11191-008-9141-y>
- Kubli, F. (2002). *Plädoyer für Erzählungen im Physikunterricht: Geschichte und Geschichten als Verstehenshilfen – Ergebnisse einer Untersuchung* (2. Aufl.). Aulis Deubner
- Kubli, F. (2005). *Mit Geschichten und Erzählungen motivieren: Beispiele für den mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht*. Aulis Deubner.
- Norris, S., Guilbert, M., Smith, M., Shahram, H. & Phillips, L. (2005). A theoretical framework for narrative explanation in science. *Science Education*, 89(4), 535–554. <https://doi.org/10.1002/sce.20063>
- Przybilla, J., Brandl, M., Vinerean, M. & Liljekvist, Y. (2021). Interactive Mathematical Maps – A contextualized way of meaningful Learning. In G. A. Nortvedt, N. F. Buchholtz, J. Fauskanger, F. Hreinsdóttir, M. Häikiöniemi, B. E. Jessen, J. Kurvits, Y. Liljekvist, M. Misfeldt, M. Naalsund, H. K. Nilsen, G. Pálsdóttir, P. Portaankorva-Koivisto, J. Radišić & A. Wernberg (Eds.), *Bringing Nordic mathematics education into the future. Proceedings of NORMA 20. The ninth Nordic Conference on Mathematics Education. Oslo, 2021* (pp. 209–216). SMDF. <https://www.uv.uio.no/ils/english/about/events/2021/norma/proceedings/>
- Przybilla, J., Brandl, M., Vinerean, M. & Liljekvist, Y. (2022). Digital mathematical maps – results from iterative research cycles. In J. Hodgen, E. Geraniou, G. Bolondi & F. Ferretti. (Eds.), *Proceedings of the Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12)* (pp. 4793–4800). Free University of Bozen-Bolzano and ERME. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03754749/>
- Richardson, L. (1990). Narrative and sociology. *Journal of Contemporary Ethnography*, 19(1), 116–135. <https://doi.org/10.1177/089124190019001006>
- Scherer, R., Siddiq, F. & Tondeur, J. (2019). The technology acceptance model (TAM): A meta-analytic structural equation modeling approach to explaining teachers' adoption of digital technology in education. *Computers & Education*, 128, 13–35. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2018.09.009>
- Vinerean, M., Brandl, M. & Liljekvist, Y. (2023). Promoting favourable beliefs of prospective math teachers concerning the nature of mathematics by using Interactive Mathematical Maps. In M. Trigueros, B. Barquero, R. Hochmuth & J. Peters (Eds.), *Proceedings of the Fourth conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics (INDRUM 2022, 19–22 October 2022)* (pp. 574–575). University of Hannover and INDRUM. https://hal.science/INDRUM2022/public/INDRUM2022_Proceedings.pdf
- Vinerean, M., Liljekvist, Y., Brandl, M. & Przybilla, J. (2023). Didactical usefulness of interactive mathematical maps – designing activities supporting prospective teachers' learning. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 28 (3–4), 77–102.
- Wagenschein, M. (1968). *Verstehen lernen*. Beltz Verlag, 8. erg. Aufl. 1989.
- Weil, S. (1956). *Die Einwurzelung*. Kösel-Verlag.
- Winsløw, C. & Grønbaek, N. (2014). Klein's double discontinuity revisited: contemporary challenges for universities preparing teachers to teach calculus. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 34(1), 59–86. <https://www.researchgate.net/publication/243963587>
- Wood, D., Bruner, J. & Ross, G. (1976). The Role of Tutoring in Problem-Solving. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 17, 89–100. <https://doi.org/10.1111/j.1469-7610.1976.tb00381.x>

Autor

Brandl, Matthias, Prof. Dr.

Universität Passau

Professur für Didaktik der Mathematik

Fakultät für Informatik und Mathematik

Arbeits- und Forschungsschwerpunkte: Vernetzungen, Kreativität & Begabung und Medieneinsatz

Matthias.Brandl@Uni-Passau.de

ORCID: 0000-0003-4519-6492

Das diesem Artikel zugrundeliegende Vorhaben „SKILL.de“ wurde im Rahmen der gemeinsamen „Qualitätsoffensive Lehrerbildung“ von Bund und Ländern mit Mitteln des Bundesministeriums für Bildung und Forschung unter dem Förderkennzeichen 01JA1924 gefördert. Die Verantwortung für den Inhalt dieser Veröffentlichung liegt bei dem Autor.