

Haberzettl, Nora

**Neue Wege des Diagnostizierens und Förderns im mathematischen Anfangsunterricht. Interviewbasierte Diagnose und Förderung von Kindern mit besonderen Kompetenzausprägungen im Bereich arithmetischer Bildung im 1./2. Schuljahr als Teil der Lehrerbildung der Universität Kassel**

*Kassel : kassel university press 2016, 364 S. - (Dissertation, Universität Kassel, 2016)*



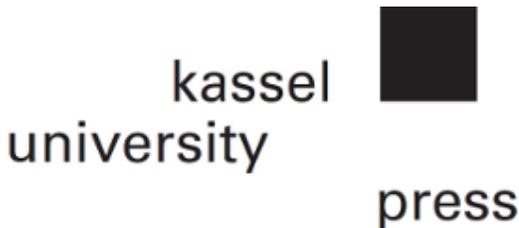
Quellenangabe/ Reference:

Haberzettl, Nora: Neue Wege des Diagnostizierens und Förderns im mathematischen Anfangsunterricht. Interviewbasierte Diagnose und Förderung von Kindern mit besonderen Kompetenzausprägungen im Bereich arithmetischer Bildung im 1./2. Schuljahr als Teil der Lehrerbildung der Universität Kassel. Kassel : kassel university press 2016, 364 S. - (Dissertation, Universität Kassel, 2016) - URN: urn:nbn:de:0111-pedocs-306376 - DOI: 10.25656/01:30637; 10.19211/KUP9783737601771

<https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0111-pedocs-306376>

<https://doi.org/10.25656/01:30637>

in Kooperation mit / in cooperation with:



<http://kup.uni-kassel.de>

**Nutzungsbedingungen**

Gewährt wird ein nicht exklusives, nicht übertragbares, persönliches und beschränktes Recht auf Nutzung dieses Dokuments. Dieses Dokument ist ausschließlich für den persönlichen, nicht-kommerziellen Gebrauch bestimmt. Die Nutzung stellt keine Übertragung des Eigentumsrechts an diesem Dokument dar und gilt vorbehaltlich der folgenden Einschränkungen: Auf sämtlichen Kopien dieses Dokuments müssen alle Urheberrechtshinweise und sonstigen Hinweise auf gesetzlichen Schutz beibehalten werden. Sie dürfen dieses Dokument nicht in irgendeiner Weise abändern, noch dürfen Sie dieses Dokument für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, aufführen, vertreiben oder anderweitig nutzen. Mit der Verwendung dieses Dokuments erkennen Sie die Nutzungsbedingungen an.

**Terms of use**

We grant a non-exclusive, non-transferable, individual and limited right to using this document. This document is solely intended for your personal, non-commercial use. Use of this document does not include any transfer of property rights and it is conditional to the following limitations: All of the copies of this documents must retain all copyright information and other information regarding legal protection. You are not allowed to alter this document in any way, to copy it for public or commercial purposes, to exhibit the document in public, to perform, distribute or otherwise use the document in public.

By using this particular document, you accept the above-stated conditions of use.

**Kontakt / Contact:**

peDOCS  
DIPF | Leibniz-Institut für Bildungsforschung und Bildungsinformation  
Informationszentrum (IZ) Bildung  
E-Mail: [pedocs@dipf.de](mailto:pedocs@dipf.de)  
Internet: [www.pedocs.de](http://www.pedocs.de)

# Neue Wege des Diagnostizierens und Förderns im mathematischen Anfangsunterricht

Interviewbasierte Diagnose und Förderung von Kindern mit besonderen  
Kompetenzausprägungen im Bereich arithmetischer Bildung im  
1./2. Schuljahr als Teil der Lehrerbildung der Universität Kassel



Nora Haberzettl

kassel  
university



press

Nora Haberzettl

## **Neue Wege des Diagnostizierens und Förderns im mathematischen Anfangsunterricht**

Interviewbasierte Diagnose und Förderung von Kindern  
mit besonderen Kompetenzausprägungen  
im Bereich arithmetischer Bildung im 1./2. Schuljahr  
als Teil der Lehrerbildung der Universität Kassel

Die vorliegende Arbeit wurde vom Fachbereich Erziehungswissenschaft/Humanwissenschaften der Universität Kassel als Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der Philosophie (Dr. phil.) angenommen.

Gutachter: Prof. Dr. Rudolf Messner  
Prof. Dr. Bernd Wollring

Tag der mündlichen Prüfung: 17. März 2016

Zu dieser Publikation gehört ein Anhang mit Interviews, der online veröffentlicht wurde unter:  
<http://www.upress.uni-kassel.de/katalog/abstract.php?978-3-7376-0176-4>

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek  
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.dnb.de> abrufbar.

Zugl.: Kassel, Univ., Diss. 2016  
ISBN 978-3-7376-0176-4 (print)  
ISBN 978-3-7376-0177-1 (e-book)  
DOI: <http://dx.medra.org/10.19211/KUP9783737601771>  
URN: <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:0002-401775>

© 2016, kassel university press GmbH, Kassel  
[www.upress.uni-kassel.de](http://www.upress.uni-kassel.de)

Printed in Germany

## Vorwort

Die wissenschaftliche Studie von Frau Nora Haberzettl beruht auf der ungewöhnlich breiten quantitativen Basis von mehr als 600 unter ihrer Leitung durchgeführten und dokumentierten qualitativen Interviews mit Grundschulkindern des ersten und zweiten Schuljahres. 20 dieser Fälle von Kindern mit besonders niedriger bzw. hoher arithmetischer Leistungsfähigkeit wurden von der Autorin ausgewählt. Aus ihnen wurde ein Diagnose- und Förderinstrument entwickelt, das Lehrpersonen handlungsleitende Impulse für den numerischen Teil des mathematischen Anfangsunterrichts gibt. Es ermöglicht nicht nur, den individuellen Stand in der Entwicklung mathematischer Kompetenzen bei einzelnen Erst- und Zweitklässlern präzise zu diagnostizieren, sondern liefert auch Strategien, um Kinder auf der Basis der von ihnen schon erreichten arithmetischen Kompetenzen gezielt zu fördern.

Frau Haberzettl stützt sich in ihrer Arbeit auf das Ende der 1990er Jahre auf dem neuesten Stand der Förderdiagnostik entwickelte *Early Numeracy Research Project (ENRP)*. Dieses wurde von Prof.in Peter Koop (Universität Oldenburg, jetzt Bielefeld) sowie Prof. Wollring (Universität Kassel) für deutsche Verhältnisse adaptiert. Das daraus hervorgegangene *Elementarmathematische Basisinterview (EMBI)* liefert auf kindgemäßes Material bezogene Interviewsituationen, welche die individuellen Stärken sowie den Unterstützungsbedarf einzelner Schülerinnen und Schüler offenlegen. Die halbstandardisierten Interviews bieten Festlegungen und Spielräume, die Lehrkräfte für dialogische Gespräche mit Kindern nutzen können. Geachtet wird darauf, dass Kinder ihre Grenzen erfahren, aber Versagen nicht direkt erleben. Inhaltlich fokussiert Nora Haberzettls Arbeit auf den Bereich „Zahlen und Operationen“ (EMBI-Teil I). Dieser umfasst mathematische Kenntnisse ebenso wie mathematische Strategien, im Einzelnen die Teilbereiche „Zählen“ (Teil A), „Stellenwertsystem“ (Teil B), „Strategien bei Addition und Subtraktion“ (Teil C) sowie „Strategien bei Multiplikation und Division“ (Teil D).

Mit ihrem spezifischen Forschungsinteresse geht Frau Haberzettls Studie jedoch in produktiver Weise über eine bloße EMBI-Anwendung hinaus. Der Kern der Forschungsintentionen der Autorin besteht nämlich darin, das im Elementarmathematischen Basisinterview schon angelegte Verfahren der Kompetenzermittlung konstruktiv auszubauen. Sowohl für Kinder mit niedriger als auch mit hoher Kompetenzausprägung gegenüber dem Durchschnitt werden von der Autorin für die einzelnen Inhaltsbereiche erweiterte „Kompetenzraster“ entwickelt, aus

denen von Lehrkräften für das weiterführende Lernen einzelner Kinder jeweils individuelle Förderziele und Unterstützungsmaßnahmen abgeleitet werden können. Damit vertritt die Arbeit in innovativer Weise ein im Anschluss an PISA erforderliches fortgeschrittenes Didaktik-Verständnis. Sie leistet einen wichtigen Beitrag dazu, für die von ihr erfasste Altersgruppe das Potential der Bildungsstandards zu nutzen, diese aber nicht nur als zu fordernde Ziele zu verstehen, sondern sie im Sinne der in den Lernenden für das Erreichen der Ziele unentbehrlichen Kompetenzvoraussetzungen zu interpretieren. Dies alles ermöglicht Frau Habertzettl sowohl für Schülerinnen und Schüler mit Lernschwierigkeiten als auch für hochbegabte Kinder in einer für den mathematischen Anfangsunterricht beispielhaften Weise. Das Motto ihrer die Lehrerbildung in diesem Bereich inspirierenden Praxis lautet: Von der Outputorientierung zur Diagnose und Förderung zielführender Lernvoraussetzungen. Frau Habertzettl legt damit auf der Grundlage internationaler Forschungen, Praktiken und Erfahrungen ein schlüssiges und bildungsethisch wohlbegründetes Konzept zur fachdidaktischen Diagnostik und Förderung in der Bildung von Grundschullehrkräften vor. Wegweisend daran ist, dass durch dieses Design der Begriff von Schülerkompetenzen für Lehrkräfte eine neue Bedeutung erhält. Sie werden in kritischer Autonomie instandgesetzt, ihr Handeln zur Leistungsfeststellung bei Kindern nach Programmatik und Verfahrenstechnik neu einzuschätzen und praktisch auszugestalten. Hier wird ein Instrument vorgelegt, das die Verwirklichung der in den Bildungsstandards dargestellten Inhalte als auch die kindgemäße Befassung mit ihnen ermöglicht. Damit gelingt Nora Habertzettl in herausragender Weise eine Synthese von erziehungswissenschaftlichen und fachdidaktischen Konzepten zur Bildung von Lehrkräften für die Grundschule. Die Arbeit ist derzeit *state of the art* in der Lehrerbildung zur mathematikbezogenen, zum fördernden Handeln anleitenden Diagnostik bei Kindern in den ersten Jahren der Grundschule. Zu wünschen bleibt, dass sie nicht nur Lehrkräfte unterstützt, sondern auch zur weiteren Entwicklung von Diagnoseinstrumenten im Fach Mathematik für die Grundschule beiträgt.

Kassel, im September 2016

Rudolf Messner und Bernd Wollring

# Inhaltsübersicht

Einleitung.....	15
-----------------	----

## *I. Erziehungswissenschaftliche Grundlagen der Diagnostik und Förderung im mathematischen Anfangsunterricht*

<b>1. Heterogenität in der Grundschule .....</b>	<b>19</b>
1.1 Vielfalt innerhalb einer Schulklasse .....	19
1.2 Entwicklung von Unterricht in der Grundschule.....	22
1.3 Unterricht in der Grundschule heute.....	26
1.4 Kinder mit besonderen Kompetenzausprägungen .....	37
<b>2. Arithmetische Bildung im Anfangsunterricht .....</b>	<b>48</b>
2.1 Zahlen und Zählen.....	49
2.2 Das Stellenwertsystem.....	53
2.3 Addition und Subtraktion.....	57
2.4 Multiplikation und Division .....	61
<b>3. Diagnostik zur Beschreibung besonderer Kompetenzausprägungen .....</b>	<b>67</b>
3.1 Zur Begriffsklärung.....	68
3.2 Instrumente zur Diagnose für das Fach Mathematik .....	75
3.3 Interviewbasierte Diagnostik mit EMBI .....	87
<b>4. Individuelle Förderung.....</b>	<b>116</b>
4.1 Gesetzliche Grundlagen .....	116
4.2 Förderung mathematischer Kompetenzen.....	119
<b>5. Diagnostik und Fördern in der Lehrerbildung.....</b>	<b>134</b>
5.1 Zur Lehrerbildung.....	134
5.2 Diagnose- und Förderkompetenz der Lehrkräfte .....	135
5.3 Diagnostik und Fördern mathematischer Kompetenzen in der Lehrerausbildung am Beispiel der Universität Kassel.....	136

## *II. Empirische Studie: Implementierung, Durchführung und fallanalytische Auswertung der Schülerinterviews*

<b>6. Forschungsinteresse, Rahmung und Methode .....</b>	<b>151</b>
6.1 Forschungsfragen der empirischen Untersuchung.....	151
6.2 Zur Datenerhebung (N = 643) .....	152
6.3 Auswahl von Kindern zur Fallanalyse (n = 20) .....	157
6.4 Zur Auswertung der Daten.....	167

<b>7. Qualitative Analyse der Schülerinterviews.....</b>	<b>174</b>
7.1 Kinder mit niedrigen Ausprägungsgraden aus Klasse 1.....	175
7.2 Kinder mit niedrigen Ausprägungsgraden aus Klasse 2.....	193
7.3 Vergleich der Kinder mit niedrigen APG (Klasse 1 und 2).....	110
7.4 Kinder mit hohen Ausprägungsgraden aus Klasse 1.....	214
7.5 Kinder mit hohen Ausprägungsgraden aus Klasse 2.....	237
7.6 Vergleich der Kinder mit hohen APG aus Klasse 1 und 2.....	254
<b>8. Ergebnisse und Befunde aus den Fallanalysen .....</b>	<b>258</b>
8.1 Vergleich der prozentualen Verteilung auf Ausprägungsgrade aus ENRP und EMBI .....	259
8.2 Zusammenfassung der Ergebnisse aus den Fallanalysen .....	267
8.3 Zusammenfassung der Einschätzungen durch Studierende.....	280
8.4 Zusammenfassung der Ergebnisse und Befunde.....	286
<b>9. Vom Diagnostizieren zum Fördern .....</b>	<b>287</b>
9.1 Einschätzen der Ausprägungsgrade .....	288
9.2 Erstellen eines Kompetenzrasters .....	289
9.3 Ableiten von Förderzielen.....	293
9.4 Exemplarisches Entwickeln von Fördermaßnahmen.....	298
9.5 Dokumente zur Förderplanung.....	317
9.6 Material, Methoden und Evaluation der Fördermaßnahmen.....	318
<b><i>III. EMBI: Ein Instrument für die Lehrerbildung</i></b>	
<b>10. Resümee und Perspektiven für die Lehrerbildung .....</b>	<b>320</b>
10.1 Resümee zur Forschungsfrage 1 .....	320
10.2 Resümee zur Forschungsfrage 2 .....	322
10.3 Resümee zur Forschungsfrage 3 .....	324
10.4 Lehrerfortbildungskonzept .....	329
10.5 Ausblick .....	336
<b>11. Literaturverzeichnis .....</b>	<b>340</b>
<b>12. Abbildungsverzeichnis .....</b>	<b>361</b>
<b>13. Tabellenverzeichnis .....</b>	<b>362</b>

# Inhaltsverzeichnis

Einleitung.....	15
-----------------	----

## ***1. Erziehungswissenschaftliche Grundlagen der Diagnostik und Förderung im mathematischen Anfangsunterricht***

<b>1. Heterogenität in der Grundschule .....</b>	<b>19</b>
1.1 Vielfalt innerhalb einer Schulklasse .....	19
1.2 Entwicklung von Unterricht in der Grundschule.....	22
1.3 Unterricht in der Grundschule heute.....	26
1.3.1 Individualisierung im Unterricht .....	32
1.3.2 Differenzierung .....	33
1.4 Kinder mit besonderen Kompetenzausprägungen .....	37
1.4.1 Kinder mit Lernschwierigkeiten .....	38
1.4.1.1 Kinder mit Schwierigkeiten beim Rechnen .....	38
1.4.1.2 Rechenschwäche, Rechenstörung oder Dyskalkulie .....	39
1.4.2 Kinder mit Lernbegabungen .....	43
1.4.2.1 Kinder mit Hochbegabung.....	43
1.4.2.2 Kinder mit mathematischer Begabung .....	45
<b>2. Arithmetische Bildung im Anfangsunterricht .....</b>	<b>48</b>
2.1 Zahlen und Zählen.....	49
2.1.1 Zählen lernen .....	49
2.1.2 Schwierigkeiten beim Zählen .....	52
2.2 Das Stellenwertsystem.....	53
2.2.1 Kennzeichen des Stellenwertsystems.....	53
2.2.2 Bündelungsprinzip .....	54
2.2.3 Schwierigkeiten beim Stellenwertverständnis .....	55
2.3 Addition und Subtraktion.....	57
2.3.1 Strategien bei Addition und Subtraktion .....	57
2.3.2 Zählende Rechner .....	59
2.4 Multiplikation und Division .....	61
2.4.1 Erarbeitung der Multiplikation .....	62
2.4.2 Erarbeitung der Division .....	64
2.4.3 Schwierigkeiten beim Erlernen von Multiplikation und Division .....	65

<b>3. Diagnostik zur Beschreibung besonderer Kompetenzausprägungen</b> .....	67
3.1 Zur Begriffsklärung .....	68
3.1.1 Definitionen und Kennzeichnungen .....	68
3.1.2 Pädagogische Diagnostik .....	68
3.1.2.1 Verortende Diagnostik und Testgütekriterien .....	69
3.1.2.2 Förderdiagnostik .....	72
3.1.2.3 Handlungsleitende Diagnostik .....	74
3.2 Instrumente zur Diagnose für das Fach Mathematik .....	75
3.2.1 Gruppentests .....	76
3.2.1.1 Der Deutsche Mathematiktest (DEMAT) .....	77
3.2.1.2 Vergleichsarbeiten (VERA-3) .....	79
3.2.2 Verfahren zur Individualdiagnose .....	81
3.2.2.1 Die „Förder/Diagnosebox Mathe“ .....	82
3.2.2.2 Interviewverfahren .....	83
3.2.3 Bezug der Diagnoseverfahren zu den deutschen Bildungsstandards der KMK .....	85
3.3 Interviewbasierte Diagnostik mit EMBI .....	87
3.3.1 Entstehung des hier betrachteten diagnostischen Interviewverfahrens .....	88
3.3.2 Early Numeracy Research Project .....	88
3.3.2.1 Projektidee und Zielsetzung .....	89
3.3.2.2 Ausprägungsgrade als Basis .....	90
3.3.2.3 Forschungsmethoden .....	94
3.3.2.4 Ergebnisse der Untersuchung .....	95
3.3.3 Hessisches Basisinterview zur Mathematikdiagnostik .....	99
3.3.3.1 Ergebnisse der Erprobung des HBMD .....	100
3.3.3.2 Zum Bereich <i>Zahlen &amp; Operationen</i> (Teil I) .....	101
3.3.3.3 Zu den Bereichen <i>Größen &amp; Messen, Raum &amp; Form</i> (Teil II) .....	102
3.3.4 Das ElementarMathematische BasisInterview (EMBI - Teil I) .....	103
3.3.4.1 Konzeptionelle Grundlagen .....	104
3.3.4.2 Inhalte des EMBI - Zahlen & Operationen .....	105
3.3.4.3 Abbruchkriterien .....	111
3.3.4.4 Ausprägungsgrade (APG) .....	112
<b>4. Individuelle Förderung</b> .....	116
4.1 Gesetzliche Grundlagen .....	116
4.1.1 Kinder mit Schwierigkeiten im Lesen, Rechtschreiben oder Rechnen .....	116
4.1.2 Fördermaßnahmen .....	117
4.1.3 Förderpläne, Leistungsbewertung und Nachteilsausgleich .....	118
4.2 Förderung mathematischer Kompetenzen .....	119
4.2.1 Fördern nach einer Diagnose mit dem EMBI .....	119
4.2.2 Artikulationsformen und Repräsentationsebenen .....	121
4.2.3 Arbeits- und Veranschaulichungsmittel für die Förderung .....	124

4.2.4 Methodische Formen der Förderung .....	128
4.2.5 Berücksichtigung verschiedener Lernstrategien .....	131
<b>5. Diagnostik und Fördern in der Lehrerbildung.....</b>	<b>134</b>
5.1 Zur Lehrerbildung.....	134
5.2 Diagnose- und Förderkompetenz der Lehrkräfte .....	135
5.3 Diagnostik und Fördern mathematischer Kompetenzen in der Lehrerbildung am Beispiel der Universität Kassel.....	136
5.3.1 Veränderungen der Struktur und Inhalte des Studiengangs ..	137
5.3.2 Erprobung diagnostischer Interviews als Element von Praxisstudien .....	139
5.3.2.1 Zum Erlernen der Interviewdurchführung .....	141
5.3.2.2 Durchführen der ersten Schülerinterviews in Partner- arbeit .....	142
5.3.2.3 Veränderungen in der Rolle als Interviewer .....	143
5.3.2.4 Nutzen des Interviewverfahrens in der Lehrerbildung aus Sicht Studierender.....	143
5.3.3 Implementierung diagnostischer Interviews in die Lehrer- ausbildung .....	145
5.3.3.1 Intention und Ziel der Interviewschulungen .....	146
5.3.3.2 Ablauf und Inhalte der Interviewschulungen.....	147

## ***II. Empirische Studie: Implementierung, Durchführung und fall- analytische Auswertung der Schülerinterviews***

<b>6. Forschungsinteresse, Rahmung und Methode .....</b>	<b>151</b>
6.1 Forschungsfragen der empirischen Untersuchung.....	151
6.2 Zur Datenerhebung (N = 643) .....	152
6.2.1 Kooperationsschulen zur Datenerhebung .....	153
6.2.2 Verteilung der Interviews auf die Schuljahre .....	155
6.2.3 Verteilung der Interviews auf Schulstufen .....	156
6.3 Auswahl von Kindern zur Fallanalyse (n = 20) .....	157
6.3.1 Zum Bereich A: Zählen .....	159
6.3.2 Zum Bereich B: Stellenwerte .....	159
6.3.3 Zum Bereich C: Strategien bei Addition und Subtraktion.....	160
6.3.4 Zum Bereich D: Strategien bei Multiplikation und Division....	161
6.3.5 Erstellung von Schülerprofilen.....	162
6.3.5.1 Kinder mit niedrigen Ausprägungsgraden aus Klasse 1 .....	163
6.3.5.2 Kinder mit niedrigen Ausprägungsgraden aus Klasse 2 .....	164
6.3.5.3 Kinder mit hohen Ausprägungsgraden aus Klasse 1 .....	165
6.3.5.4 Kinder mit hohen Ausprägungsgraden aus Klasse 2 .....	166
6.4 Zur Auswertung der Daten.....	167
6.4.1 Zur Fallanalyse .....	168
6.4.2 Zum Transkribieren .....	171

<b>7. Qualitative Analyse der Schülerinterviews.....</b>	<b>174</b>
7.1 Kinder mit niedrigen Ausprägungsgraden aus Klasse 1.....	175
7.1.1 Sandra .....	176
7.1.1.1 Sandras Vorläuferfähigkeiten.....	176
7.1.1.2 Sandras Strategien beim Zählen.....	176
7.1.1.3 Sandras Strategien zum Stellenwertsystem.....	177
7.1.1.4 Sandras Strategien bei Addition und Subtraktion.....	177
7.1.1.5 Sandras Strategien bei Multiplikation und Division.....	177
7.1.2 Marie.....	177
7.1.2.1 Marias Vorläuferfähigkeiten .....	178
7.1.2.2 Marias Strategien beim Zählen .....	178
7.1.2.3 Marias Strategien zum Stellenwertsystem .....	178
7.1.2.4 Marias Strategien bei Addition und Subtraktion .....	178
7.1.2.5 Marias Strategien bei Multiplikation und Division.....	179
7.1.3 Karin .....	179
7.1.3.1 Karins Strategien beim Zählen .....	179
7.1.3.2 Karins Strategien zum Stellenwertsystem.....	179
7.1.3.3 Karins Strategien bei Addition und Subtraktion.....	180
7.1.3.4 Karins Strategien bei Multiplikation und Division.....	180
7.1.4 Lara.....	180
7.1.4.1 Laras Strategien beim Zählen.....	181
7.1.4.2 Laras Strategien zum Stellenwertsystem .....	181
7.1.4.3 Laras Strategien bei Addition und Subtraktion .....	181
7.1.4.4 Laras Strategien bei Multiplikation und Division .....	181
7.1.5 Emilia.....	182
7.1.5.1 Emilias Vorläuferfähigkeiten .....	182
7.1.5.2 Emilias Strategien beim Zählen.....	182
7.1.5.3 Emilias Strategien zum Stellenwertsystem .....	183
7.1.5.4 Emilias Strategien bei Addition und Subtraktion .....	183
7.1.5.5 Emilias Strategien bei Multiplikation und Division .....	183
7.1.6 Zusammenfassung der Ergebnisse (Erstklässler, niedrige APG).....	183
7.1.6.1 Ergebnisse zum Vorschulteil .....	184
7.1.6.2 Ergebnisse zum Zählen.....	186
7.1.6.3 Ergebnisse zu den Stellenwerten .....	187
7.1.6.4 Ergebnisse zu Strategien bei Addition und Subtraktion.....	188
7.1.6.5 Ergebnisse zu Strategien bei Multiplikation und Division.....	189
7.1.7 Einschätzungen durch Studierende (zu Erstklässlern, niedrige APG).....	190
7.1.7.1 Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Sandra .....	190
7.1.7.2 Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Marie .....	190
7.1.7.3 Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Karin .....	191
7.1.7.4 Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Lara.....	191
7.1.7.5 Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Emilia.....	192
7.2 Kinder mit niedrigen Ausprägungsgraden aus Klasse 2.....	193
7.2.1 Manuel .....	193
7.2.1.1 Manuels Strategien beim Zählen .....	194

7.2.1.2	Manuels Strategien zum Stellenwertsystem.....	194
7.2.1.3	Manuels Strategien bei Addition und Subtraktion.....	195
7.2.1.4	Manuels Strategien bei Multiplikation und Division.....	195
7.2.2	Paula.....	195
7.2.2.1	Paulas Strategien beim Zählen.....	196
7.2.2.2	Paulas Strategien zum Stellenwertsystem.....	196
7.2.2.3	Paulas Strategien bei Addition und Subtraktion.....	196
7.2.2.4	Paulas Strategien bei Multiplikation und Division.....	197
7.2.3	Fabian.....	197
7.2.3.1	Fabians Strategien beim Zählen.....	197
7.2.3.2	Fabians Strategien zum Stellenwertsystem.....	198
7.2.3.3	Fabians Strategien bei Addition und Subtraktion.....	198
7.2.3.4	Fabians Strategien bei Multiplikation und Division.....	198
7.2.4	Antonia.....	198
7.2.4.1	Antonias Strategien beim Zählen.....	199
7.2.4.2	Antonias Strategien zum Stellenwertsystem.....	199
7.2.4.3	Antonias Strategien bei Addition und Subtraktion.....	199
7.2.4.4	Antonias Strategien bei Multiplikation und Division.....	200
7.2.5	Abbas.....	200
7.2.5.1	Abbas' Strategien beim Zählen.....	200
7.2.5.2	Abbas' Strategien zum Stellenwertsystem.....	201
7.2.5.3	Abbas' Strategien bei Addition und Subtraktion.....	201
7.2.5.4	Abbas' Strategien bei Multiplikation und Division.....	201
7.2.6	Zusammenfassung der Ergebnisse (Zweitklässler, niedrige APG).....	202
7.2.6.1	Ergebnisse zum Zählen.....	202
7.2.6.2	Ergebnisse zu den Stellenwerten.....	203
7.2.6.3	Ergebnisse zu Strategien bei Addition und Subtraktion.....	205
7.2.6.4	Ergebnisse zu Strategien bei Multiplikation und Division.....	206
7.2.7	Einschätzungen durch Studierende (zu Zweitklässlern, niedrige APG).....	207
7.2.7.1	Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Manuel.....	207
7.2.7.2	Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Paula.....	208
7.2.7.3	Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Fabian.....	208
7.2.7.4	Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Antonia.....	209
7.2.7.5	Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Abbas.....	209
7.3	Vergleich der Kinder mit niedrigen APG (Klasse 1 und 2).....	210
7.3.1	Ergebnisse zum Zählen.....	210
7.3.2	Ergebnisse zu den Stellenwerten.....	211
7.3.3	Ergebnisse zu Strategien bei Addition und Subtraktion.....	212
7.3.4	Ergebnisse zu Strategien bei Multiplikation und Division.....	213
7.4	Kinder mit hohen Ausprägungsgraden aus Klasse 1.....	214
7.4.1	Eric.....	214
7.4.1.1	Eric's Strategien beim Zählen.....	215
7.4.1.2	Eric's Strategien zum Stellenwertsystem.....	215
7.4.1.3	Eric's Strategien bei Addition und Subtraktion.....	216

7.4.1.4	Eric's Strategien bei Multiplikation und Division .....	218
7.4.2	Andreas .....	218
7.4.2.1	Andreas' Strategien beim Zählen .....	219
7.4.2.2	Andreas' Strategien zum Stellenwertsystem .....	219
7.4.2.3	Andreas' Strategien bei Addition und Subtraktion .....	220
7.4.2.4	Andreas' Strategien bei Multiplikation und Division .....	221
7.4.3	Samuel.....	222
7.4.3.1	Samuels Strategien beim Zählen .....	222
7.4.3.2	Samuels Strategien zum Stellenwertsystem .....	223
7.4.3.3	Samuels Strategien bei Addition und Subtraktion .....	223
7.4.3.4	Samuels Strategien bei Multiplikation und Division .....	223
7.4.4	Sven .....	224
7.4.4.1	Svens Strategien beim Zählen .....	224
7.4.4.2	Svens Strategien zum Stellenwertsystem .....	225
7.4.4.3	Svens Strategien bei Addition und Subtraktion .....	225
7.4.4.4	Svens Strategien bei Multiplikation und Division.....	226
7.4.5	Hakam .....	226
7.4.5.1	Hakams Strategien beim Zählen .....	227
7.4.5.2	Hakams Strategien zum Stellenwertsystem.....	227
7.4.5.3	Hakams Strategien bei Addition und Subtraktion.....	228
7.4.5.4	Hakams Strategien bei Multiplikation und Division.....	228
7.4.6	Zusammenfassung der Ergebnisse (Erstklässler, hohe APG) ..	229
7.4.6.1	Ergebnisse zum Zählen.....	229
7.4.6.2	Ergebnisse zu den Stellenwerten.....	231
7.4.6.3	Ergebnisse zu Strategien bei Addition und Subtraktion.....	232
7.4.6.4	Ergebnisse zu Strategien bei Multiplikation und Division...	233
7.4.7	Einschätzungen durch Studierende (zu Erstklässlern, hohe APG).....	234
7.4.7.1	Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Erik .....	234
7.4.7.2	Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Andreas .....	235
7.4.7.3	Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Samuel.....	235
7.4.7.4	Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Sven.....	235
7.4.7.5	Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Hakam .....	236
7.5	Kinder mit hohen Ausprägungsgraden aus Klasse 2 .....	237
7.5.1	Ali .....	237
7.5.1.1	Alis Strategien beim Zählen.....	237
7.5.1.2	Alis Strategien zum Stellenwertsystem.....	238
7.5.1.3	Alis Strategien bei Addition und Subtraktion.....	238
7.5.1.4	Alis Strategien bei Multiplikation und Division .....	239
7.5.2	Said.....	239
7.5.2.1	Saids Strategien beim Zählen .....	239
7.5.2.2	Saids Strategien zum Stellenwertsystem .....	240
7.5.2.3	Saids Strategien bei Addition und Subtraktion .....	240
7.5.2.4	Saids Strategien bei Multiplikation und Division.....	241
7.5.3	Marco .....	242
7.5.3.1	Marcos Strategien beim Zählen .....	242
7.5.3.2	Marcos Strategien zum Stellenwertsystem .....	242

7.5.3.3 Marcos Strategien bei Addition und Subtraktion .....	243
7.5.3.4 Marcos Strategien bei Multiplikation und Division.....	243
7.5.4 Silvia .....	244
7.5.4.1 Silvias Strategien beim Zählen .....	244
7.5.4.2 Silvias Strategien zum Stellenwertsystem.....	244
7.5.4.3 Silvias Strategien bei Addition und Subtraktion.....	245
7.5.4.4 Silvias Strategien bei Multiplikation und Division .....	245
7.5.5 Peter.....	245
7.5.5.1 Peters Strategien beim Zählen .....	245
7.5.5.2 Peters Strategien zum Stellenwertsystem .....	246
7.5.5.3 Peters Strategien bei Addition und Subtraktion .....	246
7.5.5.4 Peters Strategien bei Multiplikation und Division .....	246
7.5.6 Zusammenfassung der Ergebnisse (Zweitklässler, hohe APG) .....	247
7.5.6.1 Ergebnisse zum Zählen.....	247
7.5.6.2 Ergebnisse zu den Stellenwerten.....	248
7.5.6.3 Ergebnisse zu Strategien bei Addition und Subtraktion.....	249
7.5.6.4 Ergebnisse zu Strategien bei Multiplikation und Division.....	250
7.5.7 Einschätzungen durch Studierende (zu Zweitklässlern, hohe APG) .....	251
7.5.7.1 Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Ali .....	251
7.5.7.2 Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Said.....	252
7.5.7.3 Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Marco .....	252
7.5.7.4 Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Silvia .....	252
7.5.7.5 Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Peter.....	253
7.6 Vergleich der Kinder mit hohen APG aus Klasse 1 und 2.....	254
7.6.1 Ergebnisse zum Zählen .....	254
7.6.2 Ergebnisse zu den Stellenwerten.....	255
7.6.3 Ergebnisse zu Strategien bei Addition und Subtraktion .....	256
7.6.4 Ergebnisse zu Strategien bei Multiplikation und Division .....	257

## **8. Ergebnisse und Befunde aus den Fallanalysen .....**

8.1 Vergleich der prozentualen Verteilung auf Ausprägungsgrade aus ENRP und EMBI .....	259
8.1.1 Vergleich der Ausprägungsgrade zum Zählen .....	261
8.1.2 Vergleich der Ausprägungsgrade zu den Stellenwerten.....	262
8.1.3 Vergleich der Ausprägungsgrade zu Addition und Subtraktion .....	264
8.1.4 Vergleich der Ausprägungsgrade zu Multiplikation und Division .....	265
8.1.5 Schlussfolgerungen zum Vergleich der Ausprägungsgrade....	266
8.2 Zusammenfassung der Ergebnisse aus den Fallanalysen .....	267
8.2.1 Ergebnisse aus dem Vorschulteil .....	268
8.2.2 Ergebnisse zum Zählen .....	269
8.2.3 Ergebnisse zu den Stellenwerten.....	272
8.2.4 Ergebnisse zu Strategien bei Addition und Subtraktion .....	274
8.2.5 Ergebnisse zu Strategien bei Multiplikation und Division .....	276

8.2.6	Schlussfolgerungen zu den Ergebnissen der Kinder .....	277
8.2.6.1	Befunde zu Kindern mit niedrigen Ausprägungsgraden .....	278
8.2.6.2	Befunde zu Kindern mit hohen Ausprägungsgraden .....	279
8.3	Zusammenfassung der Einschätzungen durch Studierende .....	280
8.3.1	Zuordnung von Ausprägungsgraden durch Studierende .....	281
8.3.2	Identifizierung von vorliegenden Kompetenzen durch Studierende .....	283
8.3.3	Schlussfolgerungen zu den Einschätzungen der Studierenden .....	284
8.4	Zusammenfassung der Ergebnisse und Befunde .....	286
<b>9.</b>	<b>Vom Diagnostizieren zum Fördern .....</b>	<b>287</b>
9.1	Einschätzen der Ausprägungsgrade .....	288
9.2	Erstellen eines Kompetenzrasters .....	289
9.3	Ableiten von Förderzielen .....	293
9.3.1	Auswahl von Kindern zur Darstellung von Förderzielen .....	294
9.3.2	Erstellen von Kompetenzrastern für drei ausgewählte Kinder .....	296
9.3.3	Auswahl von Kompetenzen aus den Kompetenzrastern .....	297
9.4	Exemplarisches Entwickeln von Fördermaßnahmen .....	298
9.4.1	Förderplanung für Karin (niedrige APG) .....	299
9.4.2	Förderplanung für Dominik (mittlere APG) .....	305
9.4.3	Förderplanung für Samuel (hohe APG) .....	313
9.5	Dokumente zur Förderplanung .....	317
9.6	Material, Methoden und Evaluation der Fördermaßnahmen .....	318
<b>III. EMBI: Ein Instrument für die Lehrerbildung</b>		
<b>10.</b>	<b>Resümee und Perspektiven für die Lehrerbildung .....</b>	<b>320</b>
10.1	Resümee zur Forschungsfrage 1 .....	320
10.2	Resümee zur Forschungsfrage 2 .....	322
10.3	Resümee zur Forschungsfrage 3 .....	324
10.3.1	Diagnosekompetenz Studierender .....	325
10.3.2	Perspektiven für die Lehrerbildung .....	326
10.4	Lehrerfortbildungskonzept .....	329
10.4.1	Neuausrichtung der Lehrerbildung in Hessen .....	329
10.4.2	Konzept für Lehrerfortbildung zum EMBI .....	330
10.5	Ausblick .....	336
<b>11.</b>	<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>340</b>
<b>12.</b>	<b>Abbildungsverzeichnis .....</b>	<b>361</b>
<b>13.</b>	<b>Tabellenverzeichnis .....</b>	<b>362</b>

## Einleitung

Schülerinnen und Schüler, die derzeit in Deutschland eine Grundschule besuchen, sind bezogen auf ihre Interessen, Begabungen, Verhaltensweisen und ihre soziale Herkunft sehr heterogen. Aus diesem Grund haben Lehrpersonen die Aufgabe, diese Unterschiede zu diagnostizieren sowie benachteiligte und lernschwache, ebenso wie leistungsstarke Kinder angemessen individuell zu fördern.

Die Heterogenität der Schülerinnen und Schüler sowie die konstruktivistische Unterrichtsausrichtung erfordern daher bei Lehrkräften diagnostische Fähigkeiten und umfangreiche Kenntnisse zu individualisierenden Maßnahmen. Nur auf dieser Grundlage können Fördermaßnahmen geplant, durchgeführt und evaluiert werden.

In der vorliegenden Arbeit wird der Schwerpunkt bezogen auf die Bereiche Diagnostik und Fördern auf das Fach Mathematik in der Grundschule gelegt.

Bei Schuleintritt und im mathematischen Anfangsunterricht findet man in Grundschulklassen auf der einen Seite Kinder, die bereits weite Teile des Curriculums der zweiten Klasse beherrschen. Diesen stehen auf der anderen Seite Kinder gegenüber, die im wahrsten Sinne des Wortes noch nicht bis zehn zählen können (vgl. LORENZ 2002a).

Von Autorinnen und Autoren wird daher auf den individuellen Diagnose- und Förderbedarf von Schülerinnen und Schülern der Grundschule hingewiesen.

*„Effizienter Unterricht für alle Kinder, mathematische Förderdiagnostik, realisierbare und wirkungsvolle Förderpläne für Kinder, die einer besonderen mathematischen Förderung bedürfen, sowie eine praxistaugliche Dokumentation von Lernentwicklung kennzeichnen aktuelle Herausforderungen im mathematischen Anfangsunterricht“ (PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2007, S.4).*

Für die Mathematik kommt weiterhin als Schwierigkeit hinzu, dass viele Lehrpersonen an hessischen Grundschulen das Fach Mathematik fachfremd unterrichten. Zur Planung und Durchführung einer Fördermaßnahme wird

aber eine fachbezogene und fachspezifische diagnostische Kompetenz vorausgesetzt, die nicht alle Lehrpersonen gleichermaßen aufweisen.

Im Sinne der Bildungsstandards für das Fach Mathematik der Primarstufe (vgl. KMK 2005) sowie der länderübergreifenden Standards zur Lehrerbildung ist es daher notwendig, einen entsprechenden mathematik-diagnostischen Strang in der Aus-, Fort- und Weiterbildung von Lehrkräften für die Grundschule zu verankern. Dazu soll die vorliegende Arbeit einen Beitrag leisten.

Das Forschungsinteresse der Verfasserin liegt darin, zunächst mithilfe eines diagnostischen Verfahrens verschiedene Kompetenzausprägungen von Kindern der ersten und zweiten Klasse im Fach Mathematik zu erfassen. Dazu wird als diagnostisches Interviewverfahren das Elementarmathematische Basisinterview<sup>1</sup> verwendet.

Mit der vorliegenden empirischen Untersuchung soll dabei drei übergeordneten Fragestellungen nachgegangen werden:

1. Wie lassen sich die mit dem EMBI bei Kindern der ersten und zweiten Klasse erhobenen Kompetenzausprägungen einschätzen?
2. Wie lässt sich das Interviewverfahren als Instrument handlungsleitender Diagnostik durch das Ableiten von Förderzielen aus den Interviewergebnissen nutzen?
3. Welche Perspektiven zeigen sich durch die Durchführung und Auswertung von Schülerinterviews mit dem EMBI für die Bereiche Diagnostik und Fördern in der Lehrerbildung?

Die Arbeit besteht insgesamt aus drei Teilen:

Im ersten Teil werden zunächst die für die Arbeit relevanten, erziehungswissenschaftlichen Grundlagen erörtert. Die thematischen Schwerpunkte liegen hier auf bedeutsamen Inhalten für den mathematischen Anfangsunterricht sowie der Diagnostik und Förderung. Das interviewbasierte Diagnoseverfahren, das zur Erhebung und Auswertung der Daten verwendet wurde, wird ebenfalls umfassend erläutert.

---

<sup>1</sup> Das Elementarmathematische Basisinterview (PETER-KOOP, WOLLRING 2013) wird mit EMBI abgekürzt.

Als weiterer Aspekt wird die Lehrerbildung an der Universität Kassel im Bereich Diagnostik und Fördern analysiert, da die Planung, Durchführung und Analyse der Schülerinterviews als Grundlage der empirischen Studie in diesem Zusammenhang anzusiedeln sind. Weiterhin sollen die Ergebnisse der empirischen Studie wiederum in Perspektiven für die Lehrerbildung einfließen.

Der zweite Teil der Arbeit umfasst die Darstellung des Forschungsinteresses, der organisatorischen Rahmenbedingungen und der Methode, die zur Erhebung und Auswertung der Daten für die empirische Studie verwendet wurde.

Zur Datenerhebung von insgesamt 643 Schülerinterviews mit dem EMBI waren neben der Verfasserin und der Arbeitsgruppe von B. Wollring an der Universität Kassel zahlreiche Studierende beteiligt, welche die diagnostischen Interviews mit Grundschulkindern an Kooperationsschulen in der Stadt und dem Landkreis Kassel durchführten.

Insgesamt wird in der vorliegenden Arbeit dargestellt, welche Daten mithilfe der diagnostischen Interviews erhoben werden konnten und nach welchen Kriterien daraus eine Vorauswahl getroffen wird, anhand derer eine umfangreiche fallanalytische Auswertung ausgewählter Interviews erfolgt.

Mithilfe qualitativer Fallanalysen einzelner ausgewählter Schülerinterviews als Datengrundlage wird der Frage nachgegangen, welche Schwierigkeiten Kinder mit besonders niedrigen Kompetenzausprägungen aufweisen und welche Strategien sich bei Kindern mit besonders hohen Kompetenzausprägungen feststellen lassen. Zur Dokumentation und um einen direkten Vergleich zu ermöglichen, werden von der Verfasserin Kompetenzraster entwickelt.

Aus den Fallanalysen werden erste Ergebnisse und Befunde abgeleitet, welche die gewonnenen Erkenntnisse verdichten und später im dritten Teil der Arbeit zur Beantwortung der Forschungsfragen genutzt werden.

Im nächsten Abschnitt werden exemplarisch Möglichkeiten aufgezeigt, wie sich der Weg von der Diagnose zur Förderung vollziehen kann. Auf der

Grundlage der diagnostischen Ergebnisse werden dazu mithilfe der Kompetenzraster exemplarisch für einzelne Kinder individuelle Förderziele und Förderaufgaben entwickelt.

Im dritten Teil der Arbeit ist von besonderem Interesse, Antworten auf die Forschungsfragen zu geben. Dabei wird berücksichtigt, wie es Lehrkräften in den verschiedenen Phasen der Lehrerbildung gelingen kann, das Interviewverfahren als Instrument handlungsleitender Diagnostik durch das Ableiten von individuellen Förderzielen und das Entwickeln von Förderaufgaben für das jeweilige Kind aus den Interviewergebnissen zu nutzen.

Abschließend wird erörtert, welche Perspektiven sich aus der empirischen Studie und ihren Ergebnissen allgemein für die Lehrerbildung ableiten lassen.

Zur Arbeit gehört ein Anhang<sup>2</sup>, welcher alle für die empirische Studie wichtigen Dokumente enthält. Beim Lesen der Arbeit kann es hilfreich sein, darauf parallel zugreifen zu können. Aus diesem Grund und aufgrund seines Umfangs liegt der Anhang separat vor.

---

<sup>2</sup> Der Anhang ist online verfügbar unter:  
<http://www.upress.uni-kassel.de/katalog/abstract.php?978-3-7376-0176-4>

## *1. Erziehungswissenschaftliche Grundlagen der Diagnostik und Förderung im mathematischen Anfangsunterricht*

### **1. Heterogenität in der Grundschule**

Die Grundschule in Deutschland ist grundsätzlich als Schule für alle Kinder konzipiert. Während für den Besuch einer weiterführenden Schule zunächst eine Trennung nach Schulformen je nach Leistungsstand der Kinder erfolgt, ist dies in der Grundschule nicht der Fall. Kinder, die in etwa gleich alt oder gleich weit entwickelt sind, werden zu einer Lerngruppe, der Jahrgangsklasse, zusammengefasst.

Ausnahmen bilden Kinder mit sonderpädagogischem Förderbedarf, wenn die notwendige Förderung nicht oder nicht ausreichend an einer Grundschule erfolgen kann. Das ist beispielsweise dann der Fall, wenn die räumlichen und personellen Möglichkeiten, die erforderlichen Hilfsmittel oder die besonderen Lehr- und Lernmittel nicht zur Verfügung gestellt werden können (§ 54 Abs. 4 HSchG<sup>3</sup>). In einem solchen Fall erfolgt der Schulbesuch an einer Förderschule. Alle anderen Kinder werden in die Grundschule eingeschult. Der Unterricht dort *„[...] ist so zu gestalten, dass die gemeinsame Erziehung und das gemeinsame Lernen aller Schülerinnen und Schüler in einem möglichst hohen Maße verwirklicht wird und jede Schülerin und jeder Schüler unter Berücksichtigung der individuellen Ausgangslage in der körperlichen, sozialen und emotionalen sowie kognitiven Entwicklung angemessen gefördert wird. Es ist Aufgabe der Schule, drohendem Leistungsversagen und anderen Beeinträchtigungen des Lernens, der Sprache sowie der körperlichen, sozialen und emotionalen Entwicklung mit vorbeugenden Maßnahmen entgegenzuwirken“* (§ 3 Abs. 6 HSchG).

#### **1.1 Vielfalt innerhalb einer Schulklasse**

Jeder Unterricht ist geprägt von seiner Zeit und der damit verbundenen Bildungspolitik. Ein wichtiges, derzeit aktuelles Bildungsziel wird mit dem

---

<sup>3</sup> HSchG steht als Abkürzung für *Hessisches Schulgesetz*.

Stichwort *Inklusion* verfolgt. Inklusion als Programm bedeutet für die Schule, dass nach heutigem Verständnis versucht wird, den Schulbesuch einer Grundschule auch für Kinder möglich zu machen, bei denen Einschränkungen vorliegen.

*„Formen der inklusiven Beschulung für Schülerinnen und Schüler der allgemeinen Schule sind die umfassende Teilnahme am Unterricht der allgemeinen Schule und die teilweise Teilnahme mit zusätzlichen Förderangeboten an der allgemeinen Schule“ (§ 51 Abs. 2 HSchG).*

Auf diesem Hintergrund ist es für Lehrerinnen und Lehrer in der Grundschule eine zentrale Herausforderung, mit der Verschiedenartigkeit ihrer Schülerinnen und Schüler angemessen umzugehen. Der erste Schritt dazu ist, dass die Lehrpersonen eine Haltung entwickeln, die jedes Kind in seiner Individualität wertschätzt.

Weitere Gründe, die neben der derzeitigen Aktualität von Inklusion einen Einfluss auf die Rolle der Institution Schule nehmen, entstehen durch Veränderungen innerhalb der Gesellschaft. Für Kinder gibt es zunehmend veränderte Rahmenbedingungen, die sie in ihrem sozialen Umfeld betreffen:

*„Kinder wachsen heute in einer kulturell vielfältigen, sozial komplexen, hoch technisierten Welt auf, die individuelle Freiheit zum hohen Gut erhebt, räumliche und zeitliche Besonderheiten anerkennt und die Orientierung in starkem Maße zur individuellen Herausforderung werden lässt“ (HKM 2014, S. 17).*

Diese Veränderungen beziehen sich etwa auf die familiäre Lebenswirklichkeit, das elterliche Erziehungsverhalten, den Umgang mit Medien, das Spiel- und Freizeitverhalten sowie die Vielfalt der Kulturen (siehe dazu JÜRGENS 2009).

Durch diese gesellschaftlichen Veränderungen und angesichts der Globalisierung sind die Leistungsanforderungen an Bildung und Schule gestiegen (vgl. MESSNER 2003). Die Kinder einer Schulklasse kommen aus unterschiedlichen Kulturen und mit unterschiedlichen Vorkenntnissen und großen Leistungsdifferenzen in die Schule.

Die Grundschule als gemeinsame Schule für alle Kinder steht damit vor neuen Herausforderungen.

Folgende Dimensionen von Verschiedenheit innerhalb einer Schulklasse lassen sich beispielhaft benennen: Geschlecht, Alter, Nationalität und Muttersprache, Migrationshintergrund, Religion und/oder Wertekonzept, Soziale Herkunft, Verhaltensweisen, Behinderung, Beeinträchtigung oder Hochbegabung.<sup>4</sup>

In den 70er-Jahren führte die Erkenntnis individueller Differenzen zwischen Kindern zu Forderungen nach egalisierenden Homogenisierungsmaßnahmen kindlicher Entwicklungs- und Lernprozesse (NÜHRENBÖRGER 2006). Heutzutage wird die Nivellierung von Schülerunterschieden nicht mehr als zentrales Unterrichtsziel gesehen (BRUDER, REIBOLD 2012).

Die Feststellung, dass Schülerinnen und Schüler verschieden sind und dadurch auf unterschiedlichen Wegen lernen, fordert eine angemessene Veränderung des Unterrichts, an dem sie teilnehmen. Kennzeichnend für einen solchen Unterricht, der auf die Heterogenität der Schülerinnen und Schüler eingeht, ist somit eine stärkere Individualisierung des Lernens, indem den Kindern größere Freiräume zum individuellen Lernen ermöglicht werden. Dazu müssen Kinder als Individuen mit einer individuellen Lerngeschichte und Lerndisposition wahrgenommen werden (vgl. SCHERER 2002).

Eine *Pädagogik der Vielfalt* erkennt an, dass Schülerinnen und Schüler verschieden sind und Unterricht daher ebenfalls vielfältig sein muss. Angestrebt wird, dass Lehrerinnen und Lehrer diese heterogenen Lernmerkmale als Chance sehen und für ihren Unterricht nutzen.<sup>5</sup>

GULDIMANN (2012) nennt acht Merkmale für Heterogenität und den Umgang damit im Unterricht:

1. *„Jeder lernt auf seine Weise.*
2. *Die individuell unterschiedlichen Lernvoraussetzungen jeder Lernerin und jedes Lerners bilden den Ausgangspunkt für die Förderung des eigenständigen Lernens.*
3. *Ein Unterricht, der eigenständiges Lernen fördert, muss individuelle Lernwege unterstützen und weiterentwickeln.*

---

<sup>4</sup> Ausführlich werden „individuelle Unterschiede und soziokulturelle Vielfalt“ im Bildungs- und Erziehungsplan beschrieben (HKM 2014, S. 45 – 55).

<sup>5</sup> Siehe dazu auch PRENGEL (2004).

4. *Das Festhalten eigener Arbeits- und Lernerfahrungen ermöglicht das Erkennen, Diagnostizieren und Fördern der Vielfalt des Lernprozesses.*
5. *Lernpartnerschaften erleichtern das Lernen und fördern die Teamarbeit.*
6. *Lernende müssen die Förderung durch Lernreflexion (Feedback-Kultur) als wirksam erfahren, um sich als eigenständig Lernende zu verstehen.*
7. *Fehler sind momentan optimale Lösungsversuche.*
8. *Durch die Unterstützung des Lernprozesses übernimmt die Lehrkraft oft die Aufgabe der Lernberaterin“ (GULDIMANN 2012, S. 119 – 121).*

Die Anerkennung von Verschiedenheit, die sich in GULDIMANN'S Merkmalen widerspiegelt, kennzeichnet die Veränderung der Bildungspolitik in Bezug auf Kinder und Unterricht. An der Diskussion, wie unterschiedlich die Kinder einer Lerngruppe sein können, zeigt sich, dass dies seit den Anfängen des öffentlichen Schulsystems nicht immer so war (vgl. TILLMANN 2004).

## **1.2 Entwicklung von Unterricht in der Grundschule**

Die *Verschiedenheit der Köpfe* wurde von HERBART (1776 – 1841) als das zentrale Problem des Unterrichts gesehen. TRAPP (1745 – 1810) hat in diesem Zusammenhang den Vorschlag gemacht, den Unterricht an den *Mittelköpfen* zu orientieren (vgl. TILLMANN 2004). Damit hat die Ausrichtung des Schulunterrichts auf ein fiktives „mittleres Maß“ in Deutschland eine lange Tradition (vgl. TILLMANN 2004).

Seit Beginn des 20. Jahrhunderts haben vielfältige Reformprozesse dafür gesorgt, dass sich die Meinungen darüber, wie Unterricht sinnvoll zu gestalten sei, vielfältig verändert haben.

*„Die vierjährige Grundschule als Schule für alle Kinder erhielt ihre Rechtsgrundlage in der Verfassung der Weimarer Republik von 1919 [...]. Als Aufgabe der Grundschule wurde die gemeinsame Bildung aller Kinder festgelegt“ (HELLMICH, KIPER 2006, S. 15).*

Zu Beginn des 20. Jahrhunderts lassen sich die klassischen Reformpädagogiken ansiedeln (vgl. BECK, SCHOLZ 1995), die verschiedene Urheber haben, was sich auch im Namen niederschlägt. Beispielhaft genannt seien hier die Montessori-, Petersen- und Freinet-Pädagogik, die auch Überschneidungen aufweisen.

Dabei handelt es sich um einen epochalen Versuch, um historische Erfahrungen, die zu dieser Zeit gemacht wurden, aufzugreifen und auf die aktuellen Bedingungen schulischen Lernens zu übertragen (vgl. JANK, MEYER 1994). Dabei wird aufgrund eines veränderten Verständnisses von Schule und Unterricht versucht, im gesamten Unterricht die Selbständigkeit und Eigentätigkeit der Schülerinnen und Schüler zum Prinzip zu erheben.

Die Reformpädagogen plädieren für eine *Pädagogik vom Kinde her* und fordern eine stärkere Selbständigkeit der Schülerinnen und Schüler, als dies zuvor im Unterricht der Fall war. Gerade für den Anfangsunterricht betonen sie die Notwendigkeit, von den Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler auszugehen und diesen im Unterricht reichhaltige Entfaltungs- und Ausdrucksmöglichkeiten zu verschaffen.

Die Zeit des Nationalsozialismus' bringt keinerlei pädagogische Fortschritte, sondern unterwirft die Schülerinnen und Schüler einer ideologisch begründeten ungefragten Autorität der Lehrperson. Der Lernprozess wird in dieser Zeit im Gegensatz zur Reformpädagogik ausschließlich lehrerzentriert gesteuert, und die Lehrperson legt dabei die Ziele fest, gliedert den Ablauf, stellt die Aufgaben und sichert das Ergebnis, so dass alle Aufmerksamkeit auf sie gerichtet ist.

*„Das Verhalten des Schülers beschränkt sich weitgehend darauf, die vorgezeichneten Lernschritte nachzuvollziehen“* (HELL 1994, S. 14).

Der Unterricht geht in dieser Zeit nicht vom Kinde aus, sondern vom Lehrplan. Dieser bringt eine strikte Unterrichtsordnung und eine strenge Fremdkontrolle der Kinder mit sich (vgl. PREUSS-LAUSITZ 2004).

Dieser autoritäre Grundduktus hat sich auch in der Nachkriegszeit erhalten.

Es herrscht dabei die Auffassung, dass alle Kinder einer Klasse durch Frontalunterricht zur gleichen Zeit und auf gleichen Wegen die gleichen Inhalte lernen sollen.

Diesem Unterricht liegt die Annahme zugrunde, dass sich Lernen planvoll und effektiv in kollektiven Belehrungssituationen erzeugen lässt. Dies bedeutet, dass alle Schüler garantiert zu demselben Ergebnis kommen, wenn sie in derselben Zeit das Gleiche tun (vgl. HELL 1994).

Ab Mitte der 60er-Jahre setzt eine Reflexion und vehemente Kritik autoritärer Strukturen ein, gekoppelt mit dem Anspruch *radikaler Zurücknahme der Erwachsenenautorität gegenüber Kindern und Jugendlichen* und damit auch der Lehrerautorität gegenüber Schülern (GÖHLICH 1998).

Es folgt die *neue Reformpädagogik*, als deren Schlagwort der *offene Unterricht* zu bezeichnen ist. Das Gemeinsame der klassischen und der neuen Reformpädagogik ist, dass sie aus der Kritik an Lebensferne und Erlebnismangel, aus Frontalunterricht und Tätigkeitsarmut und insgesamt aus dem Formalismus der Institution Schule erwachsen sind. Sie entstanden somit beide in Zeiten gesellschaftlichen und wirtschaftlichen Umbruchs (vgl. GÖHLICH 1998).

Die neue Reformpädagogik ist dennoch eine eigenständige Bewegung, da sie zur klassischen durchaus Unterschiede aufweist: Der offene Unterricht entsteht zwischen 1965 und 1975 und wird damit durch die Jahreszahl 1968 und in diesem Zusammenhang durch neue Formen gesellschaftlicher Selbstkritik und Selbsterneuerung charakterisiert (vgl. GÖHLICH 1998).

Der Grundschulkongress 1969 signalisiert eine Wende. Daran anschließend legen der Strukturplan des Deutschen Bildungsrates und die KMK-Empfehlung zur Arbeit in der Grundschule 1970 mit ihrem Hinweis auf *Binnendifferenzierung* und *Freie Arbeit* das rechtliche Fundament für die allmähliche Öffnung von Schule (GÖHLICH 1998).

Seit Mitte der 80er-Jahre ist der *offene Unterricht* in Anfangsklassen der Grundschule zumindest als Idee, aber auch in einiger Praxis verbreitet (GÖHLICH 1998). Die Stärke der Bewegung hin zum offenen Unterricht rührt daher, dass sie nicht verordnet wurde, sondern sich als Basisbewegung an den Grundschulen entwickelt hat und im Einklang mit den bestehenden Richtlinien verwirklicht werden konnte (JANK, MEYER 1994).

Allerdings wird offener Unterricht schnell zu einem gern gebrauchten Schlagwort in der Sprache von Pädagogen, das verwendet wird, um Unmut gegenüber vorgefundenen Zuständen zu äußern (vgl. JÜRGENS 2009). Seit den 70er-Jahren wird in Deutschland viel über offenen Unterricht geschrieben, es scheint aber unklar zu sein, was sich tatsächlich hinter diesem idealistischen Begriff verbirgt (GÖHLICH 1998).

Die neuen Reformpädagogiken und damit auch der offene Unterricht haben viele Urheber. Diese Tatsache erschwert eine einheitliche Definition (GÖHLICH 1998). Offener Unterricht lässt sich als *„Sammelbegriff für unterschiedliche Reformansätze in vielfältigen Formen inhaltlicher, methodischer und organisatorischer Öffnung mit dem Ziel eines veränderten Umgangs mit dem Kind auf der Grundlage eines veränderten Lernbegriffs“* (WALLRABENSTEIN 1991, S. 54) verstehen.

Neben dieser Kennzeichnung gibt es aber noch viele andere. Insgesamt lässt sich feststellen, dass offener Unterricht auch darin offen ist, dass es keine einheitliche Vorschrift für seine Formen gibt. Im weitesten Sinne zielt er aber auf alle Elemente von Unterricht ab, die aus der Lehrerplanung herausgenommen und der Schülerinitiative überantwortet werden. Nach WALLRABENSTEIN (1991) bedeutet dies für offenen Unterricht, dass er möglichst wenig Belehrung durch die Lehrperson beinhalten sollte.

Offener Unterricht setzt demnach ein anderes Verständnis von Unterricht und Kind voraus (BECK, SCHOLZ 1995) und impliziert eine Vielfalt und die Aufforderung zu einer persönlichen Standortbestimmung (JÜRGENS 2009). Eine Schwierigkeit besteht etwa darin, dass Lehrerinnen und Lehrer dazu neigen, Offenheit mit Beliebigkeit zu verwechseln.

Heutzutage ist bekannt, dass offene Lernformen allein wenig wirksam sind und ergänzend klarer Strukturierung und kognitiv aktivierender Inhalte bedürfen (vgl. HATTIE 2013). HATTIE plädiert für Lehrpersonen in einer aktiven Rolle als Unterrichtsgestalter, wobei dieser Ansatz nicht gleichzusetzen ist mit dem häufig kritisierten lehrerzentrierten Frontalunterricht (vgl. HATTIE 2013).

### 1.3 Unterricht in der Grundschule heute

Seit der Jahrhundertwende lässt sich ein erneuter Reformprozess erkennen, der Lehr- und Lernprozesse entscheidend prägt. Um die Qualität von Unterricht zu verbessern, wird seit vielen Jahren über guten Unterricht diskutiert und damit erneut eine veränderte Unterrichtsgestaltung gefordert.

Die Schulpädagogik weist *„klarer denn je auf die Einzigartigkeit des Individuums hin und hinterfragt ihre Praxis mit Blick auf den Umgang mit Verschiedenheit. Dazu beigetragen haben u.a. [...] neue Forschungsergebnisse aus großen internationalen Leistungsvergleichsstudien wie PISA<sup>6</sup>, IGLU<sup>7</sup> oder TIMSS<sup>8</sup>“* (BUHOLZER, KUMMER WYSS 2012, S. 7; siehe dazu auch WOLLRING 2004a).

Durch die Veröffentlichung der Ergebnisse der PISA-Studie im Jahr 2001 wurde das unterdurchschnittliche Abschneiden deutscher Schülerinnen und Schüler in den Bereichen Lesen, Mathematik und Naturwissenschaften im Vergleich der OECD-Staaten bekannt:

---

<sup>6</sup> PISA ist eine international standardisierte Leistungsmessung, die mit 15-jährigen Schülerinnen und Schülern durchgeführt wird. Dabei werden die drei Bereiche der Lesekompetenz, der mathematischen Grundbildung und der naturwissenschaftlichen Grundbildung im zyklischen Wechsel erfasst (vgl. BAUMERT, KLIEME u.a. 2001).

<sup>7</sup> IGLU ist eine international vergleichende Schulleistungsuntersuchung, mit der seit 2001 alle fünf Jahre die Lesekompetenz von Schülerinnen und Schülern am Ende der Grundschulzeit erfasst wird (vgl. BMBF 2015a).

<sup>8</sup> Mit TIMSS werden die Leistungen der Schülerinnen und Schüler in Mathematik und Naturwissenschaften in Deutschland alle vier Jahre am Ende der Grundschulzeit getestet. 2011 wurde TIMSS in Deutschland zum zweiten Mal durchgeführt. Die Leistungen der Schülerinnen und Schüler lagen dabei im internationalen Vergleich im oberen Drittel (vgl. BMBF 2015b).

- Im Bereich des Lesens ist die Streuung der Schülerleistungen in Deutschland besonders ausgeprägt. Rund ein Viertel der deutschen Schülerinnen und Schüler erreichen im Bereich Lesen nicht die für eine erfolgreiche Berufsausübung erforderliche Kompetenzstufe II (BAUMERT, KLIEME u.a. 2001, S. 12 – 15).
- Diese sogenannte Risikogruppe setzt sich aus Kindern von Migrantenfamilien zusammen, in denen nicht Deutsch gesprochen wird, sowie aus deutschen Schülerinnen und Schülern aus bildungsfernen Milieus (BAUMERT, KLIEME u.a. 2001, S. 35; vgl. MESSNER 2002).
- Im Bereich der mathematischen Grundbildung ist die Spitzengruppe der 15-Jährigen in Deutschland, die selbständig mathematisch argumentieren und reflektieren kann, äußerst klein. Weniger als die Hälfte der Schülerinnen und Schüler kann Aufgaben, die zum curricularen Standard gehören, mit ausreichender Sicherheit lösen. Ein Viertel verfügt über eine mathematische Grundbildung, die nur bedingt für die erfolgreiche Bewältigung einer Berufsausbildung ausreicht (BAUMERT, KLIEME u.a. 2001, S. 21 – 22).
- Auch die Leistungen deutscher Schülerinnen und Schüler in den Naturwissenschaften liegen unterhalb des Durchschnitts der OECD-Staaten (BAUMERT, KLIEME u.a. 2001, S. 28).

Durch die Debatte um die in der deutschen Öffentlichkeit als unterdurchschnittlich eingeschätzten Leistungen deutscher Neuntklässler in den beiden großen schulvergleichenden Studien TIMSS und PISA, sind viele Überlegungen zu notwendigen Veränderungen der Unterrichtsgestaltung wieder aktuell geworden (vgl. MESSNER, REUSSER 2006; MESSNER 2009a).

*„Offensichtlich gelingt es in Deutschland nicht so wie in anderen Ländern, die schwachen Schülerinnen und Schüler zu fördern. Auf der anderen Seite gibt es aber auch keine Hinweise auf einen überdurchschnittlich großen Anteil von Schülerinnen und Schülern in Deutschland, die Leistungen auf einem Spitzenniveau erbringen“* (BAUMERT, KLIEME u.a. 2001, S. 29).

Bei der sich an die PISA-Studie anschließenden Ursachenforschung zur Entstehung der Ergebnisse wird festgestellt, dass mit PISA die Leistungen von Schülerinnen und Schülern im Unterricht als Ergebnis des gesamten Bildungsprozesses gemessen werden. Durch die stärkere Fokussierung auf die Lernergebnisse der Schülerinnen und Schüler statt auf die Lehrplanziele rückt die Diagnose, wie Lernergebnisse entstehen und beeinflusst werden können, stärker in das Zentrum der Aufmerksamkeit der Bildungspolitik.

In diesem Zusammenhang wird die zu geringe Diagnosekompetenz von Lehrerinnen und Lehrern als eine der Ursachen für das schwache Abschneiden vieler Lernender in der PISA-Studie angesehen, *„denn wenn Lernrückstände nicht erkannt werden, kann und muss auch nichts unternommen werden, sie abzubauen“* (KRETSCHMANN 2006, S. 29; siehe dazu auch Kap. 5.2).

Mit dem Ziel vor Augen, dass das deutsche Bildungswesen im internationalen Vergleich in Zukunft besser abschneiden soll, folgt die Schulpolitik im Anschluss an PISA dem Konzept der „Outcome-Orientierung“<sup>9</sup> und damit auch den Verfahren der internationalen Leistungsvergleiche.

Eine wichtige Änderung erfolgt im Jahr 2004 durch die verbindliche Einführung von *Bildungsstandards* durch die KMK (vgl. KMK 2005).

Die Bildungsstandards enthalten wesentliche Ziele der pädagogischen Arbeit. Sie sind auf die Schulfächer bezogen und spiegeln den wesentlichen Bildungsgehalt eines Faches wider (vgl. REISS 2004). Die angestrebten Lernergebnisse der Schülerinnen und Schüler werden dazu für die einzelnen Fächer in Form konkreter Beschreibungen des Könnensstandes und des Ausprägungsgrades zu einem bestimmten Zeitpunkt ausgedrückt (§ 4 Abs. 2 HSchG). Wichtig ist dabei, dass die Bildungsstandards bei den Kompetenzen der Lernenden und damit an den vorhandenen Grundlagen ansetzen müssen.

Für die Primarstufe im Fach Mathematik werden in den Bildungsstandards sowohl inhaltsbezogene als auch allgemeine mathematische Kompetenzen

---

<sup>9</sup> Mit dem Begriff „Outcome-Orientierung“ wird im schulischen Kontext das beobachtbare Können eines Kindes zu einem bestimmten Zeitpunkt bezeichnet, ohne dabei zu berücksichtigen, wann dieses Wissen erworben wurde (siehe dazu auch REISS 2004, S. 636). Es wird vermutet, dass das Kind über notwendige Kompetenzen verfügt, die es jederzeit erneut zeigen kann.

von Schülerinnen und Schüler zum Ende des vierten Schuljahres beschrieben (vgl. REISS, WINKELMANN 2008; vgl. KÖLLER u.a. 2012).

*„Bildungsstandards können in Form von ‚Mindeststandards‘ ein Leistungsniveau beschreiben, das im Wesentlichen von allen Schülerinnen und Schülern erreicht werden soll“* (REISS 2004, S. 636).

Mit Mindeststandards wird ein Minimum an Kompetenzen definiert, das die von der KMK festgelegten Kompetenzerwartungen unterschreitet. Dennoch handelt es sich hiermit um ein Niveau, auf dem Schülerinnen und Schüler mit entsprechender Unterstützung den Übergang in die Sekundarstufe I erfolgreich bewältigen können (vgl. KÖLLER u.a. 2012).

*„Ein durchschnittliches Leistungsniveau wird durch ‚Regelstandards‘ festgelegt“* (REISS 2004, S. 636).

Diese sollen im Durchschnitt von den Schülerinnen und Schülern bis zum Ende der 4. Jahrgangsstufe erreicht werden und stehen im Einklang mit den von der KMK formulierten Bildungsstandards (vgl. KÖLLER u.a. 2012).

*„Idealstandards nennen prinzipielle Möglichkeiten, welche Inhalte eines Fachs im Unterricht vermittelt werden können und basieren auf einem relativ hohen fachlichen Anspruch“* (REISS 2004, S. 636).

KÖLLER u.a. bezeichnen diese Standards als *Optimal-* bzw. *Maximalstandards*, die sich auf Leistungserwartungen beziehen, *„die unter sehr günstigen individuellen Lernvoraussetzungen und der Bereitstellung sehr guter Lerngelegenheiten innerhalb und außerhalb der Schule erreicht werden und bei Weitem die Erwartungen der KMK-Bildungsstandards übertreffen“* (KÖLLER u.a. 2012, S. 173 – 174).

Insgesamt rückt die Idee der *Kompetenzorientierung* durch die Bildungsstandards in den Mittelpunkt der Bildungspolitik und hat großen Einfluss auf das schulische Lehren und Lernen (vgl. EISENMANN, GRIMM 2012).

*„Während sich der Terminus Leistung (Performanz) auf das direkt beobachtbare Verhalten beim Bearbeiten einer definierbaren Klasse von Anforderungen [...] bezieht, handelt es sich beim Begriff der Kompetenz um ein sog. hypothetisches Konstrukt, nämlich um ein nicht direkt beobachtbares relativ stabiles Leistungspotenzial einer Person“ (HASSELHORN, MARX, SCHNEIDER 2005, S. 3).*

Damit bezeichnen Kompetenzen *„die bei Individuen verfügbaren oder durch sie erlernbaren kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten, um bestimmte Probleme zu lösen, sowie die damit verbundenen motivationalen, volitionalen und sozialen Bereitschaften und Fähigkeiten, um die Problemstellungen in variablen Situationen erfolgreich und verantwortungsvoll nutzen zu können“ (WEINERT 2001, S. 27).*

Ein kompetenzorientierter Unterricht stellt das Lernen mit Handlungsbezug in den Mittelpunkt und versucht, den Wissens- und Könnensstand der Schülerinnen und Schüler aufzuspüren, daran aktiv anzuknüpfen und Wissen mit anderem Wissen zu vernetzen.

*„Weniger bekannt ist, dass von PISA, ebenso wie von [...] TIMSS [...] wesentliche Impulse ausgegangen sind, um dem Unterricht in den untersuchten Bereichen eine neue Grundlage zu geben. [...] Im Zusammenhang mit TIMSS und PISA kann zu Recht von einer ‚neuen Aufgabenkultur‘ (siehe dazu Kap. 4.2.4) gesprochen werden“ (MESSNER 2004, S. 29).*

*„Die besondere Bedeutung der im Anschluss an TIMSS und PISA entwickelten Aufgaben neuen Typs liegt darin, dass sie für das ‚Selbstständige Lernen‘ und seine Handhabung als Unterrichtsmethode, gerade im Hinblick auf die genannten Schwierigkeiten, eine neue professionelle Basis schaffen“ (MESSNER 2004, S. 34).*

Durch die Kompetenzorientierung ist ein Paradigmenwechsel in der Haltung der Lehrkraft und in der Unterrichtsgestaltung das Ziel (vgl. HKM 2007), der mehr Individualisierung erfordert und Kinder beim Kompetenzerwerb angemessen unterstützt.

Dazu muss sich auch die Aufmerksamkeit im Hinblick auf den Erwerb von Wissen stärker auf die kognitive Aktivierung von Schülerinnen und Schülern

richten, indem das Lernen als aktiver, selbst konstruierter und selbst verantworteter Prozess wahrgenommen wird, bei dem die Person des Lerners im Mittelpunkt steht (vgl. REUSSER 2001).

*„Das aktuelle Verständnis von Lernen und Lehren ist durch eine konstruktivistische Grundposition<sup>10</sup> gekennzeichnet [...], bei der Eigenaktivität und -verantwortung sowie die Selbstorganisation im Vordergrund stehen“* (SCHERER, MOSER OPITZ 2010, S. 17).

Lernsituationen müssen dabei transparent sein hinsichtlich der Ziele, Methoden und Arbeitsformen und müssen berücksichtigen, dass Lernen als ein ganzheitlicher, emotionaler, beziehungsorientierter und selbstreflexiver Prozess aufzufassen ist.

Bereits AEBLI<sup>11</sup> (1983) betont, dass zu einem aktiven Lerner eine Lehrperson gehört, deren Aufgabe es ist, *„durch die Schaffung strukturierter, kognitiv anregender Lernwelten sowie durch Anleitung und personale Unterstützung der Lernenden Erfahrung und Lernen zu ermöglichen“* (MESSNER, REUSSER 2006).

HATTIE<sup>12</sup> dokumentiert, welche herausragende Bedeutung die Lehrperson nach dem derzeitigen Forschungsstand für den Lernerfolg der Schülerinnen und Schüler hat. Nach HATTIE sind Lehrende, die im Unterricht eine sehr aktive Rolle spielen, besonders erfolgreich in Bezug auf die Wirksamkeit des Unterrichts.

Der Lehrperson muss es gelingen, zu zeigen, dass sie den Lernprozess durch die Perspektiven aller Schülerinnen und Schüler wahrnimmt. Es geht statt um lehrerzentrierten um schülerorientierten Unterricht, bei dem die Lehrperson regelmäßig Feedback gibt und auch selbst annimmt (vgl. HATTIE 2013).

---

<sup>10</sup> Die kognitiv-konstruktivistische Tradition wurde bereits, aufbauend auf PIAGET und BRUNER, von AEBLI (siehe dazu AEBLI 1983; S. 389 – 393) verfolgt. Dabei wird angenommen, dass sich Lernen in einem individuellen Aufbauprozess als Wissenskonstruktion durch Informationserzeugung und durch Entdeckendes Lernen vollzieht (vgl. HASSELHORN, GOLD 2009; siehe dazu auch REUSSER 2001).

<sup>11</sup> AEBLI veröffentlichte 1983 das Standardwerk der *„Zwölf Grundformen des Lehrens“*, das seither mehrfach überarbeitet wurde und nach wie vor aktuell ist.

<sup>12</sup> Der neuseeländische Bildungsforscher HATTIE stellt 2009 in seiner Publikation *„Visible Learning“* (die 2013 in der deutschen Übersetzung *„Lernen sichtbar machen“* erschienen ist) zentrale Einflussgrößen für den Lernerfolg von Schülerinnen und Schülern dar. Die Resonanz darauf ist in Deutschland ungewöhnlich hoch (siehe dazu TERHART 2014).

HATTIE nennt beispielhaft folgende Kriterien für wirksamen Unterricht:<sup>13</sup>

- „Klare, für die Lerngruppe transparente Zielsetzungen,
- Wissen, wo jeder einzelne Schüler steht,
- aktive Einbeziehung der Schülerinnen und Schüler,
- klare didaktische Vorstellungen über die Lerninhalte und wie diese am besten vermittelt werden können,
- permanente Überprüfung, ob das Gelernte auch richtig verstanden wurde,
- verständliche Bilanzierung des Gelernten, Einbettung der Schlüsselbegriffe in größere Zusammenhänge,
- wiederkehrende Anwendung des Gelernten in unterschiedlichen Kontexten“ (STEFFENS 2013, S. 4).

Für eine solche hochwertige Unterrichtplanung und Lernprozessbegleitung sind kollektive Planungs- und Reflexionsprozesse von besonderer Bedeutung. Für eine Verwirklichung sollte intensive Lehrerkoooperation als selbstverständlich angesehen werden (vgl. STEFFENS 2013).

### 1.3.1 Individualisierung im Unterricht

Durch die Analyse der PISA-Ergebnisse wurde es zum erklärten bildungspolitischen Ziel, der Heterogenität in Schulklassen größere Aufmerksamkeit zu schenken und durch individuelle Förderung für mehr Chancengleichheit im deutschen Bildungssystem zu sorgen (vgl. § 3 Abs. 6 HSchG; BRUDER, REIBOLD 2012). Der didaktische Umgang mit heterogenen Lerngruppen erfordert dazu einen Unterricht, der das einzelne Kind stärker in den Mittelpunkt rückt, richtet sich gegen einen Unterricht für alle Kinder im Gleichschritt und betont die Individualisierung von Unterricht.

In der gegenwärtigen Diskussion um „guten Unterricht“ nennt HELMKE (2012) die *Passung* als ein wichtiges Merkmal. Damit fordert er, dass im Unterricht Inhalt, Schwierigkeit und Tempo an die heterogenen Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler anzupassen sind.

---

<sup>13</sup> Siehe dazu auch „Plädoyers für eine neue Lehr-Lern-Kultur“ (MESSNER 2009b, S. 15 – 30).

Lernen wird dabei als konstruktiver Prozess gesehen, bei dem das Wissen vom Lernenden selbst konstruiert werden muss. Dabei vollzieht sich Lernen individuell, da alle Lernprozesse durch die individuellen Vorerfahrungen und das Vorwissen der Lernenden bestimmt werden. Je aktiver der Lernende dabei ist, desto effektiver vollzieht sich das Lernen. Dazu muss jeder Einzelne bei der Zielsetzung, Planung, Durchführung, Reflexion und Bewertung eigener Lernprozesse mit einbezogen werden (vgl. ULM 2009).

Um dieser Forderung nach stärkerer Individualisierung gerecht werden zu können, müssen Lehrerinnen und Lehrer erkennen, dass „*wer davon ausgeht, dass Lernende eines Jahrgangs verschieden sind und unterschiedlicher Angebote bedürfen*“, [...] in der Lage sein muss, „*die unterschiedlichen Ausgangslagen zu diagnostizieren<sup>14</sup> und darauf mit Differenzierungsangeboten zu antworten*“ (KRETSCHMANN 2006, S. 35). Um die notwendige Differenzierung im Unterricht ermöglichen zu können, sollten sich Lehrerinnen und Lehrer darüber im Klaren sein, was unter Differenzierung zu verstehen ist.

### 1.3.2 Differenzierung

Der Begriff Differenzierung (lat. *differentia* = Verschiedenheit, Unterschied) tritt als schulpädagogischer Terminus in Verbindung mit der Heterogenität von Schülerinnen und Schülern in Schule und Unterricht in Erscheinung. Durch Differenzierung wird dort versucht, auf die Verschiedenheit von Schülerinnen und Schülern angemessen zu reagieren (vgl. BÖNSCH 2004, S. 33).

Dabei lässt sich feststellen, dass der Begriff Differenzierung vielfältige Aspekte beinhaltet. Organisatorisch wird zwischen *innerer* und *äußerer* Differenzierung unterschieden.

Unser Schulsystem wird nach Schulstufen und Schulformen unterteilt. Man spricht dabei vom *dreigliedrigen* Schulsystem, da die Schülerinnen und Schüler nach dem Besuch der Grundschule je nach Leistung Hauptschulen, Realschulen oder Gymnasien zugewiesen werden.

---

<sup>14</sup> Für die vorliegende Arbeit spielt der Begriff *Diagnose* eine besondere Rolle. Dieser Aspekt wird in Kapitel 3 ausführlich dargestellt.

Diese institutionelle Differenzierung ist eine Form äußerer Differenzierung (vgl. BÖNSCH 2004), die dazu dienen soll, möglichst homogene Lerngruppen zu bilden (vgl. EISENMANN, GRIMM 2012).

Diese Vorgehensweise wird häufig damit kritisiert, dass das Bilden homogener Lerngruppen der Individualisierung von Unterricht widerspricht. Weiterhin hat sich in der PISA-Studie gezeigt, dass das deutsche Schulwesen durch Selektion große Leistungsunterschiede erzeugt. Durch die Homogenisierungsmaßnahmen in den weiterführenden Schulen wird zusätzlich das gemeinsame und soziale Lernen von stärkeren und schwächeren Schülerinnen und Schülern verhindert, obwohl beide Gruppen nachweislich voneinander und vom gemeinsamen Unterricht profitieren können (siehe dazu Kap. 4.2.4).

Die vierjährige Grundschule stellt eine Schulstufe für die Kinder aller Schichten und Begabungen dar (BÖNSCH 2004). Obwohl die Kinder alle zur gleichen Zeit eingeschult werden, unterscheiden sie sich dennoch durch ihr Vorwissen, ihre Vorerfahrungen und ihre Vorkenntnisse.

Eine äußere Differenzierung erfolgt in der Grundschule ausschließlich durch das Bilden der Jahrgangsklassen. Es ist in der Grundschule aber unüblich, eine äußere Differenzierung nach Leistungen vorzunehmen. Das führt dazu, dass hier *„die gesamte Bandbreite möglicher Leistungsfähigkeiten und Lerngeschwindigkeiten in einer Gruppe repräsentiert sein kann“* (VON DER GROEBEN 1997, S. 7).

Für den Unterricht in der Grundschule wird daher gefordert, dass dieser durch innere Differenzierung<sup>15</sup> gestaltet wird.

---

<sup>15</sup> Innere Differenzierung wird synonym auch als *Binnendifferenzierung* bezeichnet.

Die innere Differenzierung erfolgt innerhalb der Schulklasse und bezeichnet das schulische Bemühen, den unterschiedlichen Eingangsbestimmungen der Schülerinnen und Schüler gerecht zu werden:

- *„Gemeint ist, jeden Lernenden bei seinem eigenen Wissensstand und seinem methodischen Vermögen abzuholen. [...] Neues wird immer nur auf der Basis schon vorhandener Kompetenzen erworben“* (MESSNER 2009a, S. 140).
- Durch eine Differenzierung innerhalb der Lerngruppe sollen möglichst alle Schülerinnen und Schüler bei gleichem Inhalt auf verschiedenen Wegen gleich und gut lernen (vgl. VON DER GROEBEN 1997).
- *„Binnendifferenzierung ist der Versuch, Unterrichtsgegenstände so anzulegen, dass deren erhoffte bildende Wirkung alle Schülerinnen und Schüler einer Lerngruppe erreicht, indem möglichst unterschiedliche und vielfältige Anlässe, Methoden und Formen individueller Aneignung bereitgestellt werden. Diese ergeben sich zum großen Teil erst während des Lernprozesses und aus seinem Verlauf, insbesondere aus den Reaktionen der Lernenden“* (VON DER GROEBEN 1997, S. 7).

Eine solche Form der Differenzierung im Unterricht kann darin bestehen, dass die Quantität (mehr oder weniger von denselben Aufgaben), die Qualität (Aufgaben, die im Anspruch variieren), die Ziele, die Inhalte, die Methoden und Medien oder die Sozialformen variieren (vgl. EISENMANN, GRIMM 2012; vgl. HELLMICH, KIPER 2006).

Ebenso kann die innere Differenzierung nach Lernvoraussetzungen erfolgen. Spricht man also von Individualisierung im Unterricht, bildet jede Schülerin bzw. jeder Schüler eine eigene Lerneinheit, und der Unterricht müsste eigentlich für jedes Kind individuell geplant und konzipiert werden (vgl. EISENMANN, GRIMM 2012).

Die Rolle der Lehrperson besteht dabei darin, den individuellen Lernprozess zu ermöglichen, zu begleiten und zu steuern (vgl. VON DER GROEBEN 1997).

*„Das Konzept der inneren Differenzierung leistet also einen Beitrag zur Heterogenitätsthematik, indem es auf die Vielfalt der Lernenden mit einem flexiblen, variantenreichen und differenzverträglichen Unterricht antwortet. Dies verlangt nach einer Methodik, welche die Forderung nach Differenzierung auf drei Ebenen einlöst: Auf der inhaltlichen und der organisatorischen Ebene sowie in der Differenzierung der Unterstützung“ (JOLLER-GRAF 2012, S. 123).*

Damit eine inhaltliche Differenzierung gelingt, müssen Methoden verwendet werden, die das Lernen an unterschiedlichen Lerngegenständen zur gleichen Zeit ermöglichen.

Ebenso müssen unterschiedliche Sozialformen und unterschiedliche Lern-tempi durch organisatorische Differenzierung zu gleicher Zeit umsetzbar sein. Die Lehrkraft unterstützt die Lernprozesse dabei nur an den Stellen, an denen es nötig ist, so dass die Kinder unterschiedlich viel Zuwendung bekommen (vgl. JOLLER-GRAF 2012).

Wichtig ist dabei auch, dass die Lehrpersonen den Schülerinnen und Schülern beständig Rückmeldungen darüber geben, wo die Lernenden stehen, wie sie vorankommen und wie die nächsten Lernschritte aussehen.

HATTIE sieht den Schwerpunkt der Individualisierung dabei auf der achtsamen evaluativen Ausrichtung auf die Lernfortschritte und auf die Verstehensprozesse eines jeden einzelnen Lernenden (vgl. HATTIE 2013).

Es bleibt aber zu berücksichtigen, dass es keinen Unterricht gibt, der jederzeit und direkt auf die Individualität aller Schülerinnen und Schüler ausgerichtet ist. Binnendifferenzierter Unterricht muss sich dabei auf für das Lernen relevante Dimensionen konzentrieren. Das Lernangebot sollte variantenreich sein und eine hohe Selbststeuerung für den Lernenden ermöglichen, so dass die Lehrkraft ebenfalls differenziert unterstützen kann (vgl. JOLLER-GRAF 2012).

Leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler benötigen zusätzlich strukturierende Lernhilfen in Form von adaptiertem Unterrichtsmaterial, klare Instruktionen für einen Lernzuwachs und stärkere Zuwendung von Seiten der Lehrperson. Für diese Kinder ist offener Unterricht nur unter bestimmten Bedingungen wirksam (vgl. GARLICHES u.a. 1976).

Dennoch sollte auch ihnen eine aktive Auseinandersetzung mit dem Lerngegenstand ermöglicht werden (vgl. SCHERER, MOSER OPITZ 2010).

Im Hessischen Schulgesetz wird dargestellt, dass das schuleigene Curriculum eine Orientierung für kompetenzorientiertes Unterrichten der einzelnen Lehrkräfte in bestimmten Fächern, Jahrgangsstufen und Lerngruppen geben soll. Dazu wird gefordert, dass als zentrale Aspekte pädagogischen Handelns Individualisierung und Differenzierung, Diagnose und Förderung, Beurteilung und Bewertung sowie die Konstruktion kompetenzorientierter Aufgaben zu berücksichtigen seien (vgl. § 4 Abs. 4 HSchG).

#### **1.4 Kinder mit besonderen Kompetenzausprägungen**

*„Ein produktiver Umgang mit Heterogenität im Klassenzimmer erkennt die Lernausgangslagen und -bedürfnisse beim lernenden Individuum und nutzt die gewonnenen Kenntnisse für eine adaptive Unterrichtsgestaltung und individuelle Lernförderung“ (BUHOLZER 2012, S. 97).*

Es ist fraglich, ob es tatsächlich einen Unterricht gibt, der jedem Kind individuell gerecht wird. Festzustellen ist aber, dass es in jedem Unterricht Kinder gibt, die Schwierigkeiten mit dem Lernstoff haben und besondere Unterstützung benötigen (siehe Kap. 1.4.1). Auf der anderen Seite gibt es Schülerinnen und Schüler, denen das Lernen durch besondere Lernbegabungen eher leicht fällt (siehe Kap. 1.4.2).

*„Ein guter Unterricht [...] ist wahrscheinlich für den weniger begabten Schüler noch wertvoller als für den Begabten, denn jener wird leichter als dieser durch schlechten Unterricht aus der Bahn geworfen“ (BRUNER 1970, S. 23).*

Sowohl Kinder mit Lernschwierigkeiten als auch Schülerinnen und Schüler mit besonderen Lernbegabungen benötigen vermehrte Aufmerksamkeit durch die Lehrperson als andere Kinder, um ausreichend gefördert bzw. gefordert zu werden.

### 1.4.1 Kinder mit Lernschwierigkeiten

*„Von Lernschwierigkeiten ist meist die Rede bei Wahrnehmung eines deutlichen Missverhältnisses zwischen Leistungen und Leistungserwartungen“ (WIELPÜTZ 2002, S. 42).*

Lernschwierigkeiten können *„durch ungenügende Übereinstimmung der Lernvoraussetzungen und des Lernumfeldes einerseits und den zu erfüllenden Anforderungen im Lernprozess andererseits“ (SCHULZ 2002, S. 84)* entstehen. Hierbei muss zunächst ausgeschlossen werden, dass diese Schwierigkeiten auch als Lehrschwäche durch mangelnde Kompetenz auf Seiten der Lehrkraft gedeutet werden können (vgl. WIELPÜTZ 2002) oder dass bei den Kindern eine Lernbehinderung vorliegt (siehe dazu SCHERER 2002, S. 100).

Kinder mit Lernschwierigkeiten können beispielsweise durch *„mangelndes Instruktionsverständnis, mangelnde aufgabenspezifische Vorkenntnisse, wenig strukturiertes bereichsspezifisches Wissen, strategische Defizite, Gedächtnisprobleme, mangelnde Lernmotivation, nicht ausreichende Lernzeit, mangelnde Unterrichtsqualität oder ein ungünstiges soziales Umfeld“ (WIELPÜTZ 2002, S. 43)* auffallen.

#### 1.4.1.1 Kinder mit Schwierigkeiten beim Rechnen

Es gibt in jeder Lerngruppe Kinder, die Schwierigkeiten beim Rechnen haben. Dabei sind diese Schwierigkeiten unterschiedlich stark ausgeprägt. Befunde aus Schulvergleichsstudien deuten darauf hin, *„dass in Deutschland etwa jedes fünfte Schulkind am Ende der Grundschulzeit besorgniserregende Schwächen in Mathematik hat“ (HASSELHORN, MARX, SCHNEIDER 2005, S. 3)*. Schwache Rechner weisen am Ende der vierten Klasse etwa das Wissen auf, das dem Niveau der zweiten Klasse entspricht (vgl. FRITZ, RICKEN 2005).

Im Folgenden wird zwischen *Kindern mit Schwierigkeiten beim Rechnen* und *Kindern mit besonderen Schwierigkeiten beim Rechnen* unterschieden.

Kinder mit Schwierigkeiten beim Rechnen haben häufig Probleme, welche durch ausreichende Unterstützung und Hilfestellung im Unterricht aus dem Weg geräumt werden können.

Hier liegt die Annahme zugrunde, dass es solchen Kindern durch zusätzliche Zeit und Support gelingen kann, im Fach Mathematik wieder erfolgreich zu sein (vgl. CLARKE 1999). Diese Kinder benötigen zum Rechnen arithmetische Hilfsmittel sowie eine angemessene Förderung im Unterricht.

Es gibt aber Kinder, die diese Phase nicht verlassen können, da sie nicht in der Lage sind, arithmetische Operationen im Kopf ohne Hilfsmittel auszuführen (LORENZ 2002b). Solche Schülerinnen und Schüler mit besonderen Schwierigkeiten beim Rechnen werden auch als rechenschwach bezeichnet.

#### **1.4.1.2 Rechenschwäche, Rechenstörung oder Dyskalkulie**

Es besteht das Problem, „*dass es bisher keine einheitliche [...] Definition solcher Begriffe wie Rechenschwäche, Rechenstörung, Dyskalkulie gibt. Vielfach werden diese Begriffe synonym verwendet. Jedoch sind durchaus Tendenzen erkennbar, dass verschiedene Disziplinen unterschiedliche Begriffe bevorzugt verwenden*“ (SCHIPPER 2005, S. 17)<sup>16</sup>:

- Die Begriffe *Rechenschwäche* und *Rechenstörung* werden häufig im Kontext von Schule und Mathematikdidaktik verwendet und auch die Zuständigkeit für dieses Problemfeld wird in der Schule gesehen (vgl. SCHIPPER 2005).
- Der Begriff *Dyskalkulie* wird häufig synonym für *Rechenstörung* verwendet. Von *Dyskalkulie* wird vor allem im Kontext kommerzieller Therapieangebote und in sonderpädagogisch und psychologisch orientierten Ausführungen gesprochen. Damit wird das Vorhandensein einer Krankheit suggeriert und die Zuständigkeit bei Medizinern, Psychologen und außerschulischen Lerntherapeuten angesiedelt (vgl. SCHIPPER 2005).

Im Folgenden werden die Begriffe *Rechenschwäche*, *Rechenstörung* und *Dyskalkulie* derart voneinander abgegrenzt, wie sie in der vorliegenden Arbeit verwendet werden:

---

<sup>16</sup> Siehe hierzu auch MOSER OPITZ (2013; S. 15 ff.).

Kindern, die eine zusätzliche, schulische Förderung benötigen, wird in der Regel eine Rechenschwäche zugewiesen (vgl. LORENZ, RADATZ 1993; SCHIPPER 2005). Mit Rechenschwäche wird damit *„das Auftreten sehr schwacher mathematischer Leistungen“* (KRAJEWSKI 2003, S. 15) bezeichnet. Dies trifft auf rund 20% aller Schülerinnen und Schüler eines Jahrgangs zu.<sup>17</sup>

*„Innerhalb der Gruppe der Kinder mit Rechenschwäche kann es Kinder mit einer Rechenstörung geben [...]“* (SCHIPPER 2005, S. 23).

Dabei handelt es sich um Schülerinnen und Schüler, die dauerhafte und schwerwiegende Probleme beim Erlernen des Rechnens haben.<sup>18</sup>

Nur 4 - 6% aller Schülerinnen und Schüler eines Jahrgangs sind davon betroffen. Häufig fehlen diesen Kindern notwendige Voraussetzungen für das Rechnen, so dass sie bisher kein Verständnis für Zahlen, Rechenoperationen und Rechenstrategien aufbauen konnten (vgl. SCHIPPER 2005).

Nach Definition der WHO gehören Rechenstörungen zu den Entwicklungsstörungen. Die WHO definiert sie wie folgt:

*„Diese Störung besteht in einer umschriebenen Beeinträchtigung von Rechenfertigkeiten, die nicht allein durch eine allgemeine Intelligenzminderung oder eine unangemessene Beschulung erklärbar ist. Das Defizit betrifft vor allem die Beherrschung grundlegender Rechenfertigkeiten wie Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division [...]“* (WHO 2005, S. 277).

In der aktuellen Forschung gehen die Meinungen allerdings auseinander, ob zusätzlich eine Abgrenzung zwischen dem Phänomen des schwachen Rechnens und der intellektuellen Begabung vorgenommen werden soll.

Bereits THURSTONE (1938) war der Meinung, dass sich Denkleistungen nicht nur durch einen Faktor darstellen ließen, sondern dass es mehrere Faktoren geben müsse. Die Intelligenz eines Menschen konnte seiner Meinung nach

<sup>17</sup> *„Für die Identifikation einer möglicherweise vorliegenden Rechenschwäche sind leicht handhabbare Screenings [...], aber auch ausführlichere Testverfahren und Diagnosestrategien [...] erarbeitet worden“* (HASSELHORN, MARX, SCHNEIDER 2005, S. 2).

<sup>18</sup> Von Seiten des hessischen Kultusministeriums wird darauf verzichtet, die Begriffe Rechenschwäche, Rechenstörung bzw. Dyskalkulie zu verwenden. Hier erfolgt folgende Definition: *„Schülerinnen und Schüler mit besonderen Schwierigkeiten sind diejenigen, die trotz Förderung andauernde Schwierigkeiten beim Erlernen und beim Gebrauch der Schriftsprache oder im Bereich des Rechnens haben“* (HKM 2007, S. 7; weitere Ausführungen dazu befinden sich in Kapitel 4.2.1 der vorliegenden Arbeit).

nicht mit einem Wert, sondern nur als Profil einzelner Primärfaktoren dargestellt werden (vgl. KIPMAN, KOHLBÖCK u.a. 2012).<sup>19</sup>

*„Es sind vornehmlich die Mediziner, welche die Diskrepanzdefinition verwenden und damit eine im Verhältnis zur Intelligenz ‚erwartungswidrig‘ schwache Schulleistung im Rechnen meinen“* (KRAJEWSKI 2003, S. 18).

Folgt man hier der Definition von SCHULZ, so stellt man fest, dass sie *„[...] keinen Zusammenhang der Rechenleistung zur Intelligenz herstellt und damit normal intelligente und unterdurchschnittlich intelligente rechenschwache Schüler als gleichermaßen förderungswürdig ansieht“* (KRAJEWSKI 2003, S. 18; vgl. SCHULZ 1995).

Von SCHIPPER wird empfohlen, den Begriff der Dyskalkulie nur dann zu verwenden, wenn eine Rechenstörung vorliegt und die Kinder eine öffentlich finanzierte außerschulische Therapie benötigen (vgl. SCHIPPER 2005).

*„In einer integrativen Lerntherapie bei Dyskalkulie liegt der Schwerpunkt auf der Entwicklung von kognitiven Fähigkeiten und Stützfunktionen an ausgewählten grundlegenden Inhalten des Mathematikunterrichts“* (SCHULZ 2002, S. 92).

Die Ursachen für Rechenstörungen allgemein sind weitestgehend unbekannt bzw. scheinen nicht hinreichend geklärt zu sein. Häufig werden biologische, neurologische oder ähnlich gelagerte Veranlagungsfaktoren als mögliche Ursachen genannt. Auch umweltbedingte, soziokulturelle, familiäre oder schulische Ursachen finden sich in der aktuellen Forschung (vgl. KRAJEWSKI 2003). Um genauere Ursachen für Rechenstörungen identifizieren zu können, sind weitere Forschungen notwendig.

Bisher konnte festgestellt werden, dass Kinder mit besonderen Schwierigkeiten beim Rechnen häufig eine Unfähigkeit bzw. Schwierigkeiten zu visualisieren aufweisen oder nicht in der Lage sind, Visualisierungen zu nutzen.

---

<sup>19</sup> Weitere Erläuterungen zur Kritik am Intelligenzkriterium befinden sich bei MOSER OPITZ (2013; S. 18).

*„Kinder mit arithmetischen Lernproblemen haben oft Schwierigkeiten, sich Objekte vorzustellen und insbesondere diese [mental] zu bewegen, zu drehen, sie zu verzerren, zu vergrößern oder zu verkleinern. Sie können sich auch nicht bildhaft vorstellen, wie eine Anordnung aussehen würde, wenn man Objekte hinzutut oder entfernt“* (LORENZ 2002b, S. 66).

Für solche Kinder ist es notwendig, dass der Lernprozess unterstützt wird, indem die Förderung bei den bereits vorhandenen Kompetenzen ansetzt (vgl. SCHULZ 2002). Diese Grundlagen spielen eine besondere Rolle, da man vermutet, *„dass der Beginn der Störung in der Entwicklungsphase liegt, in der vorschulisches mathematikrelevantes Wissen erworben wird* (siehe dazu Kap. 3.3.4.2). *Im Grundschulalter unterscheiden sich rechenschwache Kinder bereits erheblich in ihrem erworbenen Wissen und ihren Fertigkeiten von anderen Kindern“* (RICKEN, FRITZ 2005, S. 5).

Insgesamt bleibt dennoch zu hinterfragen, ob der gängig durch die Literatur zitierte Anteil von 4 - 6% Schülern mit Dyskalkulie tatsächlich auf biologische, neurologische oder ähnlich gelagerte Veranlagungsfaktoren zurückzuführen ist (vgl. LORENZ 2002b).

Unabhängig davon, ob man bei Kindern von Rechenschwäche, Rechenstörung oder Dyskalkulie spricht, lässt sich bei vielen Kindern mit Schwierigkeiten in Mathematik feststellen, dass bestimmte Auffälligkeiten gehäuft auftreten.

Als Symptome für Rechenstörungen gelten insgesamt (vgl. SCHIPPER 2005):

- das verfestigte zählende Rechnen,
- Probleme bei der Links-/Rechts-Unterscheidung,
- Intermodalitätsprobleme und
- einseitige Zahl- und Operationsvorstellungen (weitere Ausführungen dazu: siehe Kap. 2).

### 1.4.2 Kinder mit Lernbegabungen

In Abgrenzung zu Kindern mit Lernschwierigkeiten soll hier aufgrund der Schwerpunktsetzung der vorliegenden Arbeit in gleichem Maße auf Kinder mit Lernbegabungen eingegangen werden.

Viele Grundschullehrerinnen und -lehrer sehen ihre Hauptaufgabe darin, benachteiligte und lernschwache Kinder zu fördern. Sie sind häufig der Meinung, dass begabte Kinder keine besondere Zuwendung brauchen. Diese Ansicht führt dazu, dass solche Kinder im Unterricht unterfordert sind, und es gibt ausreichend Belege dafür, dass Unterforderung ebenso wie Überforderung katastrophale Folgen für die Persönlichkeitsentwicklung hat (BARDY, HRZAN 2002).

Neben der Förderung von Kindern mit Schwierigkeiten ist es aus diesem Grund mindestens genauso wichtig, anspruchsvolle und vielfältige Angebote für leistungsstarke Kinder bzw. für Kinder mit besonderen Begabungen anzubieten (vgl. BARDY, HRZAN 2002).

*„Allgemein lässt sich [...] Begabung als individuelles, relativ stabiles und überdauerndes Fähigkeits- und Handlungspotenzial, bestehend aus kognitiven, emotionalen, kreativen und motivationalen Bestandteilen, auffassen, die durch bestimmte Einflüsse weiter ausgeprägt werden können und so eine Person in die Lage versetzen, in einem mehr oder weniger eng umschriebenen Bereich besondere Leistungen zu erbringen“ (HELLER 1996, S. 12).*

#### 1.4.2.1 Kinder mit Hochbegabung

Begabte Kinder können einen sehr unterschiedlichen „*Entwicklungsvorsprung*“ gegenüber gleichaltrigen Kindern aufweisen (BARDY, HRZAN 2002, S. 9). Dieser kann sich in einzelnen Fachgebieten, einzelnen Unterrichtsfächern oder beispielsweise in der Kommunikations- oder Merkfähigkeit der Kinder zeigen.

Es ist ebenfalls möglich, dass sich überdurchschnittliche Fähigkeiten und intellektuelle Höchstleistungen in mehreren Gebieten gleichzeitig zeigen (sprachlich, naturwissenschaftlich, künstlerisch, sportlich etc.).

Wenn mehrere Faktoren zugrunde liegen, spricht man von *Hochbegabung* (vgl. KLIEMANN 2010). Im Bildungs- und Erziehungsplan findet man die Feststellung, dass *„hochbegabte Kinder [...] ein Potenzial zu außergewöhnlichen Leistungen“* haben (HKM 2014, S. 54).

Insgesamt gibt es verschiedene Modelle, die verwendet werden, um Hochbegabung zu definieren.<sup>20</sup>

*„Hoch begabte Kinder und Jugendliche können dadurch auffallen, dass sie neugierig und wissbegierig sind, sehr genau beobachten, überaus fantasievoll sind und ein gutes Gedächtnis haben. Viele von ihnen fragen intensiv nach, stellen schnell komplexe Zusammenhänge her und interessieren sich für Themen, die häufig nicht altersadäquat sind“* (HÖHMANN 2004, S. 28).

Insgesamt wird angenommen, dass bei Hochbegabung angeborene Begabungsfaktoren vorliegen, die *„bei günstigen nichtkognitiven Persönlichkeitsmerkmalen und beim Vorliegen günstiger sozialer Faktoren in Leistungen umgesetzt werden“* (KLIEMANN 2010, S. 74). Ebenso sind Motivation und Ausdauer notwendige Voraussetzungen für Hochbegabung.

Wenn die Lehrkräfte im Unterricht ihre Schülerinnen und Schüler beobachten, können folgende Merkmale und Haltungen Hinweise auf eine mögliche Hochbegabung geben (vgl. KLIEMANN 2010):

- Merkmale des Lernens und Denkens (Detailwissen, ungewöhnlicher Wortschatz, schnelle Auffassungsgabe),
- Arbeitshaltung und Interessen (Probleme als Herausforderung, hohe Leistungsziele, selbständiges Lösen von Aufgaben),
- Merkmale des sozialen Verhaltens (Individualisten, eigenwillige Argumentationen).

Um das tatsächliche Vorliegen einer Hochbegabung feststellen zu lassen, kann ein professionelles Gutachten durch den schulpsychologischen Dienst erstellt werden.

Für Lehrpersonen ist es wichtig, auf Kinder mit Hochbegabung im Unterricht angemessen zu reagieren und für eine adäquate Förderung zu sorgen.

---

<sup>20</sup> Ein Modell für Hochbegabung ist das Münchner Begabungsmodell nach HELLER, PERLETH und HANY (1994).

*„Hochbegabte Schülerinnen und Schüler sollen durch Beratung und ergänzende Bildungsangebote in ihrer Entwicklung gefördert werden“ (§ 3 Abs. 7 HSchG).*

Ist dies nicht der Fall, können Probleme in sozialer bzw. schulischer Hinsicht auftreten, sodass sich das hochbegabte Kind im Unterricht verweigert oder es nur geringe Leistungen zeigt (vgl. KLIEMANN 2010).

Besonders begabte Kinder können durchaus ernsthafte Probleme haben, sodass es *„aufgrund von Unkenntnis, von Missverständnissen oder von Vorurteilen vielfach Schwierigkeiten im Umgang mit diesen Kindern gibt“* (KÄPNICK 2002, S. 25).

*„Besondere Fähigkeiten und Talente hochbegabter Kinder sollten im Unterricht als Chance genutzt und als Bereicherung für die Lerngruppe betrachtet werden. Es kann durchaus lohnenswert sein, die Potenziale auszuschöpfen und sich auf die Andersartigkeit, z.B. der Denkwege, dieser Kinder einzulassen“* (KLIEMANN 2010, S. 78).

#### **1.4.2.2 Kinder mit mathematischer Begabung**

Auch bezogen auf das Fach Mathematik lassen sich in jeder Lerngruppe, neben Kindern mit Schwierigkeiten beim Rechnen, ebenso Kinder mit besonderen Begabungen im mathematischen Bereich identifizieren. Diese können unterschiedlich stark ausgeprägt sein.

*„Es gibt Unterschiede zwischen Kindern, welche wir als mathematische Fähigkeiten klassifizieren, aber woher sie rühren, bleibt noch unklar“* (LORENZ 2012, S. 11).

Kinder mit mathematischer Begabung fallen häufig dadurch auf, dass sie mathematische Anforderungen besonders schnell und leicht bewältigen.

*„In der Regel setzt ein hervorragendes mathematisches Leistungspotenzial eine sehr gute allgemeine Intelligenz voraus, sicher aber auch zusätzlich eher spezifische mathematische Fähigkeiten und Kenntnisse“* (BARDY, HRZAN 2002, S. 10).

Hinzu kommt, dass es leistungsstärkeren Schülerinnen und Schülern leichter gelingt, das zählende Rechnen zu überwinden und heuristische Strategien zu

verwenden (siehe dazu Kap. 2.3). Weiterhin hat KÄPNICK beobachtet, dass Kinder mit mathematischer Begabung bei schwierigen Aufgabenstellungen hartnäckig probieren, sich intuitiv vortasten bzw. systematisch vorgehen (vgl. KÄPNICK 1996).

Solche Kinder verfügen über flexible und konkrete Vorstellungen zu mathematischen Begriffen und Beziehungen und sind in der Lage, flexibel zwischen den Repräsentationsebenen hin und her zu wechseln (BARDY, HRZAN 2002; siehe dazu Kap. 4.2.2).

Als weitere Besonderheiten mathematisch begabter Kinder nennt KÄPNICK (2002):

- die *„Fähigkeit zum Speichern [...] mathematischer Sachverhalte im Kurzzeitgedächtnis unter Nutzung erkannter mathematischer Strukturen“* (KÄPNICK 2002, S. 34),
- die *„mathematische Phantasie basierend auf einer ausgeprägten Sensibilität für Zahlen, geometrische Figuren und operative Verknüpfungen und verbunden mit der Fähigkeit zum Strukturieren“* (KÄPNICK 2002, S. 35).

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass Grundschul Kinder sehr individuelle Begabungsausprägungen aufweisen können. Aus diesem Grund ist es empfehlenswert, zu Beginn eines Lernprozesses die Voraussetzungen für erfolgreiches Mathematiklernen bei allen Lernanfängern zu bestimmen. Dazu gehören die Entwicklung der Zählkompetenz, die Fähigkeiten des Vergleichens und Ordners, die Orientierungsfähigkeit, Aufbau von Grundvorstellungen, Zeichenbedeutung etc. (vgl. SCHULZ 2002).

Eine Reihe von Untersuchungen<sup>21</sup> zu mathematischen Kompetenzen vor oder zu Schulbeginn hat gezeigt, dass das Fähigkeitsniveau der Kinder von Lehrerinnen und Lehrern zum Teil unterschätzt, überschätzt oder falsch beurteilt wird (vgl. KÄPNICK 2002).

---

<sup>21</sup> Siehe dazu GASTEIGER (2007; S. 16 - 30) sowie KRAJEWSKI 2005.

Der Beginn von Rechenstörungen muss möglichst früh erkannt werden, um den Lernprozess der Kinder entsprechend unterstützen zu können. In der aktuellen Forschung wird versucht, nach mathematikrelevanten Vorkenntnissen bzw. Defiziten zu suchen, die möglichst schon im Vorschulalter auf eine Störung der Entwicklung hinweisen können (vgl. FRITZ, RICKEN 2005).

Je besser eine Lehrperson über die individuellen Lernstände ihrer Schülerinnen und Schüler informiert ist, desto eher wird es ihr möglich sein, im Unterricht angemessen darauf reagieren zu können. TIMPERLEY bezeichnet Lehrkräfte, die nach dem moralischen Imperativ handeln, den Lernerfolg und das Wohlergehen aller Schülerinnen und Schüler zu fördern, als *adaptive* Lehrkräfte. Diese Lehrkräfte behalten im Blick, ob ihre Schülerinnen und Schüler in diesem Moment auch das lernen, was sie lernen sollen (vgl. TIMPERLEY 2013).

Durch frühzeitige Diagnose und individuelle Förderung ist es möglich, dem Auftreten von Problemen im Mathematikunterricht vorzubeugen bzw. vorhandenen Schwierigkeiten adäquat zu begegnen.

In diesem Zusammenhang muss der Lehrperson bewusst sein, an welchen Stellen im Anfangsunterricht bereits mögliche Probleme beim Erwerb grundlegender Fähigkeiten im Fach Mathematik auftreten können.

Deshalb wird dieser Aspekt im Kapitel 2 differenziert dargestellt, bevor in den Kapiteln 3 und 4 auf die Begriffe *Diagnose* und *Förderung* und deren Bedeutung für die vorliegende Arbeit vertieft eingegangen wird.

## 2. Arithmetische Bildung im Anfangsunterricht

Bereits vor Schuleintritt erlernen Kinder in ihrem häuslichen Umfeld und in den von ihnen besuchten Bildungsinstitutionen wichtige Grundlagen für das mathematische Denken.

*„Dies geschieht, indem dem Kind möglichst früh und an allen Bildungsorten die Möglichkeit gegeben wird, Erfahrungen über mathematische Zusammenhänge zu sammeln und mathematische Phänomene in konkreten Situationen sowie mit allen Sinnen zu erleben“* (HKM 2014, S. 75).

Die Vorerfahrungen, die die Kinder insgesamt mit in die Schule bringen, können sehr unterschiedlich ausgeprägt sein.

*„Bedeutsame mathematische Grunderfahrungen sind dabei z.B. die differenzierte Wahrnehmung von Lagebeziehungen (Raumlage, also die örtliche Zuordnung von Gegenständen in einen Raum) und geometrischen Formen, die Zuordnung von Mengen und Zahlen und das Erfassen von Regelmäßigkeiten und Abläufen“* (HKM 2014, S. 75).

Der Anfangsunterricht der Grundschule knüpft an diese Vorkenntnisse an.

Da der arithmetische Bereich für die empirische Untersuchung der vorliegenden Arbeit eine besondere Rolle spielt, wird dieser bezogen auf den Anfangsunterricht im Folgenden ausführlich dargestellt.

Die arithmetische Bildung ist ein wichtiger Schritt, damit die Kinder das Rechnen erlernen. Dabei unterscheidet man inhaltlich innerhalb der Arithmetik im Anfangsunterricht vier Teilbereiche:

- Zahlen und Zählen,
- Stellenwertsystem,
- Addition und Subtraktion sowie
- Multiplikation und Division.

Häufig haben Kinder, die keine für das Mathematiklernen altersgemäß entwickelten Fähigkeiten haben, bereits im Anfangsunterricht Schwierigkeiten, wenn keine entsprechende Förderung erfolgt. Aus diesem Grund wird in den nächsten Abschnitten zusätzlich für jeden der vier Bereiche

aufgezeigt, welche möglichen Probleme beim Erwerb dieser grundlegenden Fähigkeiten auftreten können.

Da das Curriculum der Arithmetik in der Grundschule hierarchisch aufgebaut ist, können diese Probleme immer größer werden und es entstehen bei den betroffenen Kindern Wissenslücken, die leicht zu suboptimalen Rechenstrategien führen (vgl. LORENZ 2006).

## 2.1 Zahlen und Zählen

Im Anfangsunterricht der Grundschule lernen die Kinder im Fach Mathematik zunächst die Zahlen kennen. Sie sollen dabei Grundvorstellungen zu Zahlen entwickeln, indem sie zwischen einer Menge und dem entsprechenden Zahlwort übersetzen (Zahlauffassung) bzw. zu einem Zahlwort eine passende Menge herstellen (Zahldarstellung) (vgl. WARTHA, SCHULZ 2013).

*„Die beiden zentralen Grundvorstellungen zu natürlichen Zahlen sind die, dass Zahlen als Mengenangabe (Kardinalzahl) und als Position (Ordinalzahl) verstanden werden können. Wichtig ist hierbei, dass beide Grundvorstellungen einerseits eng zusammenhängen, andererseits aber auch klar voneinander unterschieden werden können“* (WARTHA, SCHULZ 2013, S. 35). Beide Vorstellungen spielen für das Zählen eine zentrale Rolle.<sup>22</sup>

### 2.1.1 Zählen lernen

Kinder beginnen bereits vor Schulbeginn damit, erste Zahlworte zu sprechen. Sie beobachten Erwachsene und andere Kinder innerhalb der Familie oder im Kindergarten beim Zählen und ahmen diese Tätigkeit nach (vgl. LORENZ 2012). Es gibt sehr unterschiedliche Erklärungsansätze darüber, wie der Entwicklungs- und Lernprozess im Bereich des Zählens weiter verläuft (FRITZ, RICKEN 2005) und an welchen Stellen, Probleme auftreten können (siehe dazu Kap. 2.1.2).

---

<sup>22</sup> Weitere Ausführungen zu Zahlen und Zählen, über geeignete Arbeits- und Anschauungsmittel zur Unterstützung des Zählprozesses sowie über Schwierigkeiten beim Erwerb der Zählkompetenz findet man bei LORENZ/RADATZ (1993; S. 116 – 126) und MOSER OPITZ (2013; S. 81 – 89).

Für die vorliegende Arbeit wurde als Basis das Modell der Zählentwicklung von FUSON (1988) zugrunde gelegt. Darin werden verschiedene Entwicklungsstufen unterschieden. Wenn die Kinder zunächst die Zahlworte wie ein Gedicht von eins beginnend aufsagen, ohne Pausen zwischen den Zahlwörtern zu machen und dabei nur einzelne Zahlwörter in der richtigen Reihenfolge benennen, befinden sie sich nach FUSON im *string level* (vgl. FUSON 1988; siehe dazu auch GELMAN, GALLISTEL 1978 und LORENZ 2012). Erreichen Kinder die nächste Entwicklungsstufe, so beginnen sie abzuzählen. Die Kinder weisen dazu im Zählprozess einem Objekt ein Zahlwort zu. FUSON bezeichnet die Stufe mit *unbreakable list* (siehe dazu auch LORENZ 2012, S. 23). Dabei unterscheiden GELMAN und GALLISTEL fünf Zählprinzipien, die als elementare Muster und Strategien beim korrekten Zählen die weitere Entwicklung des Zahlbegriffs beschreiben (vgl. GELMAN, GALLISTEL 1978):

- Das Prinzip der Eins-zu-Eins-Zuordnung (*one-to-one-principle*): Jedem der zu zählenden Gegenstände darf nur ein Zahlwort zugeordnet werden (siehe dazu auch LORENZ 2012, S. 25).
- Prinzip der stabilen Ordnung (*stable-order-principle*): Die Liste der Zahlworte hat eine feste Reihenfolge, d.h. die Abfolge der Zählzahlen muss stets die Gleiche sein (siehe dazu auch LORENZ 2012, S. 25).
- Kardinalzahlprinzip (*cardinal principle*): Die zuletzt benutzte Zahl im Abzählprozess gibt die Anzahl der Elemente (die Mächtigkeit) der abgezählten Menge an, da sonst keine Vergleiche der Anzahlen möglich wären (siehe dazu auch LORENZ 2012, S. 25).
- Abstraktionsprinzip (*abstraction principle*): Alle beliebigen Elemente – gleichgültig, welche Merkmale sie haben – können zu einer Menge (von „Zähldingen“) zusammengefasst und gezählt werden (siehe dazu auch LORENZ 2012, S. 26).
- Prinzip der beliebigen Reihenfolge (*order-irrelevance principle*): Die Reihenfolge, in der Elemente einer Menge gezählt werden und ihre Anordnung (Invarianz) sind für das Zählergebnis irrelevant. Die Zahlwörter sind nicht Eigenschaft der Zählobjekte (siehe dazu auch LORENZ 2012, S. 27 und STEINER 1973, S. 36 – 40).

Je besser die Kinder diese Prinzipien bereits internalisiert haben, umso sicherer können sie zählen. Dabei wird die Kenntnis der Zahlwortreihe nach und nach umfangreicher, es werden aber häufig noch Zahlwörter ausgelassen (vgl. FRITZ, RICKEN 2005).

*„Im weiteren Verlauf der Entwicklung wird das Zahlenwissen des Kindes verbunden mit dem protoquantitativen Schema des Vermehrens und Verminderns. Diese Integration setzt Kinder in die Lage, einfache Additionen und Subtraktionen auszuführen“* (FRITZ, RICKEN 2005, S. 14), indem sie die Strategie „alles zählen“ (siehe Kap. 2.3) verwenden.

In einem nächsten Schritt lösen sich die Kinder von der Startzahl Null und lernen, von anderen Zahlen aus beginnend, weiterzuzählen. Dazu müssen sie die Zahlwortreihe sicher beherrschen (vgl. FRITZ, RICKEN 2005).

Als nächste Stufe erreichen die Kinder nach FUSON das *breakable chain level* (siehe dazu auch LORENZ 2012, S. 23), indem sie verstehen, dass beide Summanden Teile der Summe sind. Weiterhin spielt für das Verständnis von Mengen der Kardinalzahlaspekt eine entscheidende Rolle. Die Kinder müssen dazu verstehen, *„dass eine Menge eine bestimmte Mächtigkeit hat, die aus einzelnen Elementen besteht, aus der sie zusammengesetzt ist und in die sie wieder zerlegt werden kann“* (FRITZ, RICKEN 2005, S. 16).

Haben die Kinder die Einsicht entwickelt, dass jedes Wort in der Zahlwortreihe zugleich für einen Zählschritt steht, erreichen sie nach FUSON das *numerable chain level* (siehe dazu auch LORENZ 2012, S. 23). Der Zahlbegriff ist nach FUSON vollständig entwickelt, *„wenn jedes Zahlwort als eigene Einheit aufgefasst wird, die einerseits ihren Platz in der Zahlwortreihe hat und andererseits die Menge aller vorausgegangenen Zahlworte umfasst. Mit jedem weiteren Zahlwort wird die Menge größer und zwar jeweils um eine Einheit“* (FRITZ, RICKEN 2005, S. 17).

FUSON nennt diese letzte Stufe *truly numerical counting* (vgl. FUSON 1988; siehe dazu auch LORENZ 2012, S. 23).

### 2.1.2 Schwierigkeiten beim Zählen

Es konnte nachgewiesen werden, dass lernschwache Schülerinnen und Schüler über geringere Zählkompetenzen verfügen als Kinder ohne Schwierigkeiten (SCHERER, MOSER OPITZ 2010). Diese Zählkompetenz benötigen sie aber, *„um die Anzahl der Objekte einer Menge zu bestimmen und den Anzahlbegriff (kardinales Zahlverständnis) zu erwerben [...] Sie ist aber auch Grundlage für die Einsicht in den Aufbau der Zahlreihe (ordinaler Zahlaspekt)“* (SCHERER, MOSER OPITZ 2010, S. 14).

Hinzu kommt die Schwierigkeit, dass die Zahlen in der Grundschule fast ausschließlich als Rechenzahlen bzw. Kardinalzahlen verwendet werden und sich daraus ein eingeschränkter Zahlbegriff entwickeln kann (vgl. HASEMANN 2006).

*„Darüber hinaus aber ist es auch erforderlich, das Denken der Kinder explizit auf die Beziehungen zwischen Zahlen und Strukturen und Muster zu lenken“* (HASEMANN 2006, S. 78).

Obwohl Kinder mit Schwierigkeiten oftmals über eine unzureichende Zählkompetenz verfügen, verwenden gerade sie besonders häufig bis über das Grundschulalter hinaus Abzählstrategien, um Rechenaufgaben zu lösen (vgl. SCHERER, MOSER OPITZ 2010). Rechenschwache Kinder sind häufig länger auf die Benutzung der Finger oder andere visuelle Anschauungshilfen angewiesen und die Entwicklung und Anwendung mentaler Strategien ist stark verzögert (vgl. LORENZ 2012). Diese Zählstrategien mit Fingern, durch leises verbales Zählen oder mit Hilfsmitteln, sind sehr fehleranfällig und die Kinder erkennen oft nicht, welcher Zusammenhang zwischen Aufgaben besteht (weitere Ausführungen dazu befinden sich im Kap. 2.3.2).

*„PIAGET sieht [...] das Verständnis des Zahlbegriffs in Abhängigkeit vom Verständnis der Klassifikation und Seriation (siehe dazu Kap. 3.3.4.2 und STEINER 1973, S. 36 – 40), d.h. es ist von diesen so genannten logischen Operationen abhängig. Entsprechend haben Zählübungen nach PIAGET keinen die Entwicklung unterstützenden Wert“* (LORENZ 2012, S. 101).

In Abgrenzung zu PIAGET ist man heutzutage überzeugt davon, dass es um die Zählkompetenzen zu fördern, sinnvoll ist, sowohl das verbale Zählen als auch

das Zählen von Objekten zur Anzahlbestimmung regelmäßig im Unterricht zu üben (vgl. SCHERER, MOSER OPITZ 2010; LORENZ 2012). LORENZ betont, dass *„ein gut strukturiertes Training von Zählkompetenzen nicht nur die Entwicklung dieser Fähigkeiten fördert, sondern auch die Grundlage für den Erwerb eines umfassenden Zahlbegriffs bildet“* (LORENZ 2012, S. 103).

## 2.2 Das Stellenwertsystem

Das Stellenwertsystem ist ein System, das ermöglicht, mit einer begrenzten Anzahl von Symbolen große Zahlen darzustellen. Weltweit bildet das Zehnersystem (Dezimalsystem) die Grundlage zur Zahldarstellung (siehe dazu auch GRIESEL 1971, S. 101 ff.). Im Dezimalsystem werden dazu die Ziffern 0 bis 9 verwendet und die Basis ist 10.

### 2.2.1 Kennzeichen des Stellenwertsystems

Zum Stellenwertsystem, gemeint ist hier stets das Dezimalsystem, werden im Folgenden die besonderen Kennzeichen genauer dargestellt. Das Stellenwertsystem ist insgesamt durch verschiedene mathematische Ideen gekennzeichnet:

- Als Kernidee liegt dem Stellenwertsystem der *Satz der Division mit Rest*<sup>23</sup> zugrunde. Das fortlaufende Bündeln besteht im Zusammenfassen von einzelnen Elementen in Zehnerbündel bis zu einem maximalen Rest von 9 Einzelnen. Anschließend werden die Zehnerbündel ebenso zu Hundertern zusammengefasst.

*„Ein Charakteristikum unserer Zahlschrift ist also das Bündeln nach Zehnerpotenzen, nämlich nach Einern, Zehnern, Hundertern, Tausendern usw., daher die Bezeichnung dezimales Stellenwertsystem“* (PADBERG 1999, S. 138).

---

<sup>23</sup> Der Satz der Division mit Rest besagt, dass es zu  $a, b \in \mathbb{N}$  stets genau ein Paar  $q, r \in \mathbb{N}_0$  gibt, so dass  $a = q \cdot b + r$  mit  $0 \leq r < b$  gilt (vgl. PADBERG 1999).

- Das Stellenwertsystem ermöglicht, mithilfe der Ziffern 0 bis 9 den Bündelungsprozess zu notieren. Jede Ziffer gibt dazu die Anzahl der verwendeten Bündel an und hat je nach Stelle einen unterschiedlichen Wert (Stellenwertschreibweise<sup>24</sup>). Der Unterschied zwischen Zahl und Ziffer ist in diesem Zusammenhang somit entscheidend. Die Zahl gibt den Gesamtwert an (z.B. 5, 38, 694), die Ziffern 0 bis 9 dienen dazu, Zahlen zu bilden.
- Die Ziffern enthalten daher zwei Informationen:

*„Die Ziffer selbst gibt uns die Anzahl der Bündel der betreffenden Mächtigkeit an (Zahlenwert der Ziffer)“* (PADBERG 1999, S. 138; siehe dazu auch WARTHA, SCHULZ 2013).

*„Die Stellung der Ziffer innerhalb des Zahlwortes gibt die Mächtigkeit des zugehörigen Bündels an (Stellenwert der Ziffer)“* (PADBERG 1999, S. 138).

Die Ziffern haben dadurch je nach Position eine unterschiedliche Wertigkeit (z.B. entspricht die Ziffer 2 in der Zehnerspalte dem Wert 2 Zehner = 20 Einer, die Ziffer 2 in der Hunderterspalte entspricht dem Wert 2 Hunderter = 20 Zehner = 200 Einer). Die Ziffer 0 dient als Platzhalter für eine leere Spalte und kennzeichnet eine nicht besetzte Stelle.

Damit Zahlen im dezimalen Stellenwertsystem von Kindern interpretiert werden können, müssen sie die Idee des fortlaufenden Bündelns sowie die Unterschiede zwischen Ziffer, Zahl und Stellenwert verstanden haben.

### 2.2.2 Bündelungsprinzip

Unter dem Bündelungsprinzip versteht man das Zusammenfassen von einzelnen Elementen zu einem Gesamtelement mit höherer Wertigkeit. In unserem Stellenwertsystem wird das Bündelungsprinzip genutzt, indem ein Zehner als Bündelung von zehn Einern und ebenso ein Hunderter als Bündelung von zehn Zehnern dient, usw.

---

<sup>24</sup> Siehe dazu PADBERG (1999; S. 138).

MÜLLER und WITTMANN (1984) weisen darauf hin, dass das Bündeln für die Einsicht ins dekadische System als grundlegendes und durchgängiges Prinzip herausgestellt werden muss (siehe dazu auch GRIESEL 1971, S. 91 – 94).

Dazu müssen Kinder in der Lage sein, eine Menge von Elementen handelnd oder ikonisch zu bündeln und später auf die symbolische Ebene zu übersetzen (siehe dazu Kap. 4.2.2).

Beispiel: Jeweils 10 Holzwürfel (z.B. DIENES-Material) werden nebeneinander gelegt und in eine Zehnerstange umgewechselt. Anschließend können verschiedene zweistellige Zahlen dargestellt werden (siehe Abb. 1) und symbolisch in eine Stellenwerttafel übertragen werden (4 Zehner, 6 Einer).



Abb. 1: Zahldarstellung der Zahl 46 (mit DIENES-Material)

*„Das ‚Entbündeln‘ stellt den umgekehrten Vorgang zum Bündeln dar [...]“ (MOSER OPITZ, SCHERER 2010, S. 132).*

Beispiel: Die Kinder müssen dazu eine symbolische Zahldarstellung lesen, d.h. das Schriftbild einer mehrstelligen Zahl im Stellenwertsystem korrekt deuten können. Mit Material bedeutet dies, dass sie z.B. einen Zehnerstab in zehn Einerwürfel oder eine Hunderterplatte in zehn Zehnerstäbe umtauschen (vgl. MOSER OPITZ, SCHERER 2010).

*„Dieser Vorgang ermöglicht es, Elemente von der nächst kleineren Einheit wegzunehmen [...]. Die Einsicht in Entbündelungsvorgänge stellt eine Voraussetzung dar für das Verständnis der Subtraktion mit Übergängen [...] und kann auch beim Rückwärtszählen bedeutsam sein [...]“ (MOSER OPITZ, SCHERER 2010, S. 132).*

### 2.2.3 Schwierigkeiten beim Stellenwertverständnis

Je größer die Zahl ist, umso notwendiger ist es, bei der Zahldarstellung auf das Bündelungsprinzip zurückzugreifen. Die Kinder müssen lernen, dass das

Abzählen von Einzelelementen nicht mehr effektiv ist, je größer die darzustellende Zahl ist. Über die Effizienz des Bündelns können sie an das Stellenwertsystem herangeführt werden.

Die Kinder müssen zum sicheren Aufbau des Stellenwertverständnisses in der Lage sein, den Zusammenhang zwischen dem Zahlwort (z.B. dreiundvierzig), dem Zahlzeichen (43) und der Menge (z.B. als bildhafte Darstellung von 43 Kreisen) herzustellen (vgl. WARTHA, SCHULZ 2013).

*„Eine weitere Voraussetzung ist die Einsicht in die Zerlegbarkeit von Zahlen“* (WARTHA, SCHULZ 2013, S. 49), damit die Kinder beispielsweise zweistellige Zahlen in Zehner und Einer unterteilen können.

Kindern, die das Stellenwertsystem nur unzureichend verstanden haben, gelingt der Wechsel zwischen Zahlwort, Zahlzeichen und einer Menge entweder nicht oder nur unzureichend.

Hinzu kommt die Schwierigkeit, dass in unserem deutschen Sprachgebrauch bei zweistelligen Zahlen zuerst die Einer und anschließend die Zehner benannt werden (*inverse Sprechweise*) und die Notation umgekehrt erfolgt (vgl. SCHIPPER 2009).

Beispiel: Die Zahl 27 wird „siebenundzwanzig“ gesprochen, man schreibt aber zuerst die Ziffer 2 und anschließend die Ziffer 7. Häufig passieren Kindern dadurch sogenannte „Zahlendreher“, d.h. sie vertauschen beim Schreiben bzw. Sprechen die beiden Ziffern.

Auch die Tatsache, dass die Zahlworte in der deutschen Sprache sehr unregelmäßig gebildet werden, stellt eine zusätzliche Hürde dar (vgl. WARTHA, SCHULZ 2013). Insgesamt lassen Zahlendreher bei Kindern vermuten, dass bei ihnen noch Unsicherheiten beim Stellenwertverständnis vorhanden sind.<sup>25</sup>

*„Wenn Kinder [...] das Bündelungsprinzip [...] nicht verstanden haben, fehlt ihnen die Einsicht in den Zahlaufbau und damit die Grundlage für Rechenoperationen“* (SCHERER, MOSER OPITZ 2010, S. 14).

---

<sup>25</sup> Ergänzenden Erläuterungen zur Bedeutung des Stellenwertsystems und mögliche Schwierigkeiten beim Umgang damit findet man bei MOSER OPITZ (2013; S. 89 – 94).

WARTHA und SCHULZ nennen zusammenfassend für die Entwicklung eines Stellenwertverständnisses folgende Voraussetzungen:

- „*Verständnis für die besondere Rolle der 10 im dezimalen Stellenwertsystem.*
- *Tragfähige Grundvorstellungen zu Zahlen: wechselseitige Übersetzungen zwischen Zahlzeichen, Zahlwörtern und Mengen.*
- *Einsicht in die Zerlegbarkeit von Zahlen.*
- *Verständnis für das Bündeln und Entbündeln.*
- *Einsicht in die Konventionen der stellenweisen Notation und des Lesens von Zahlen.*
- *Wissen um die unregelmäßige Bildung der deutschen Zahlworte“* (WARTHA, SCHULZ 2013, S. 61).

## **2.3 Addition und Subtraktion**

Für die Addition und Subtraktion ist es von besonderer Bedeutung, dass die Kinder über gut ausgeprägte Grundvorstellungen verfügen. Diese können insgesamt in *statische* (Zusammenfassen, Vergleichen) und in *dynamische* (Hinzufügen, Wegnehmen, Ergänzen) Vorstellungen eingeteilt werden (WARTHA, SCHULZ 2013).

### **2.3.1 Strategien bei Addition und Subtraktion**

Im Abschnitt zum Zählen (siehe Kap. 2.1.1) wurde dargestellt, dass Kinder einfache Additions- und Subtraktionsaufgaben in einem ersten Entwicklungsschritt über das Zählen lösen.

„*Jeder Mensch war irgendwann in seiner mathematischen Entwicklung zählender Rechner“* (LORENZ 2012, S. 48).

Es gibt kein Kind, das die Phase des zählenden Rechnens überspringen kann (vgl. LORENZ 2002a). Für Schulanfänger ist das zählende Rechnen zunächst eine sinnvolle Strategie, um mit dem Rechnen zu beginnen. Dazu zählen sie alle Objekte ab oder modellieren eine gegebene, abstrakte Aufgabe mit den Fingern.

*„Ein weiterer wichtiger Schritt ist vollzogen, wenn die Kinder vom ersten Summanden an weiterzählen“* (FRITZ, RICKEN 2005, S. 15).

Jetzt sind sie in der Lage, von einer Startzahl aus weiterzuzählen, die nicht mehr die Null ist. Eine noch effizientere Methode wenden die Kinder an, wenn sie ab dem größeren Summanden weiterzählen (vgl. WARTHA, SCHULZ 2013). Wenn die Kinder über eine gut ausgebildete Zählkompetenz verfügen und die triadische Struktur einer Aufgabe kennen (zusammengesetzt aus drei getrennten Quantitäten, wobei die Summanden gemeinsam die Summe bilden), können sie dieses Wissen zum Lösen von Aufgaben verwenden (vgl. FRITZ, RICKEN 2005). Wenn die Kinder Aufgaben in der Teil-Ganzes-Beziehung betrachten und analysieren, wird der Zusammenhang zwischen Addition und Subtraktion deutlich und das Nutzen von Rechenstrategien angebahnt.

Das „Alles-zählen“ und das „Weiterzählen“ sind erste Rechenstrategien. Wenn Kinder bei diesen Strategien verharren, können große Probleme entstehen (siehe Kap. 2.3.2). Sinnvoll ist es daher, bei den Kindern langfristig nichtzählende Strategien anzubahnen (vgl. WARTHA, SCHULZ 2013).<sup>26</sup>

*„Strategien können sowohl auf symbolischer Ebene als auch handelnd oder mit Bildern durchgeführt werden.“<sup>27</sup> Den Zusammenhang bzw. die Übersetzung zwischen diesen Darstellungsebenen ermöglichen Grundvorstellungen zu Strategien“* (WARTHA, SCHULZ 2013, S. 36).

---

<sup>26</sup> Ergänzende Hinweise zu Strategien bei Addition und Subtraktion befinden sich bei LORENZ (1993; S. 127 – 131). MOSER OPITZ (2013; S. 94 – 106) geht zusätzlich auf mögliche Schwierigkeiten von Kindern beim Addieren und Subtrahieren ein.

<sup>27</sup> AEBLI spricht in diesem Zusammenhang von fünf Grundformen des Lehrens, *„die sich gemäß dem Medium unterscheiden, in dem der Schüler seine Erfahrung bildet und der Lehrer ihm diese nahebringt“* (AEBLI 1983, S. 22). Weitere Ausführungen dazu befinden sich in Kap. 4.2.2.

Beispielhaft sollen als nichtzählende Strategien<sup>28</sup> für die Addition und Subtraktion folgende Strategien benannt werden:

- Anwenden der Tauschaufgabe,
- Zerlegen und Zusammensetzen von Zahlen nutzen,
- Verdoppeln und Halbieren nutzen,
- Gleichsinniges Verändern der Zahlen bei der Subtraktion,
- Gegensinniges Verändern der Summanden bei der Addition,
- Schrittweises Rechnen über 10,
- Umkehraufgabe nutzen,
- Nachbaraufgabe anwenden.

Wichtig ist, dass bei der Behandlung von Strategien im Unterricht stets darauf geachtet werden muss, die symbolische Darstellung mit der handelnden und bildhaften zu verknüpfen (WARTHA, SCHULZ 2013).

### 2.3.2 Zählende Rechner

Kinder, denen der Wechsel zwischen den verschiedenen Darstellungen nicht gelingt, neigen dazu, ausschließlich das Zählen als Rechenstrategie zu verwenden. Aus diesem Grund werden sie „zählende Rechner“ genannt.

Das verfestigte zählende Rechnen<sup>29</sup> beim Lösen von Rechenaufgaben gilt als ein zentrales Merkmal für Rechenschwäche (vgl. SCHERER, MOSER OPITZ 2010; siehe dazu auch Kap. 1.4.1.2).

Bei rechenschwachen Kindern lässt sich zusätzlich noch während der gesamten Grundschulzeit beobachten, dass sie ihren Zählvorgang jedes Mal neu, also immer wieder bei der Eins, beginnen (vgl. LORENZ 2012).

Kindern, die rein zählend rechnen, fehlt häufig die Einsicht, warum es sinnvoll ist, auch andere Strategien zu verwenden. Mit ihrer Zählstrategie sind sie zunächst erfolgreich und sie erleben diese Strategie als ökonomisch und hilfreich (vgl. MÜLLER, WITTMANN 1995). Weitere Voraussetzungen, wie die Einsicht in die Vorteile einer nichtzählenden Strategie, das Verständnis für das

---

<sup>28</sup> Beispiele für grundlegende und abgeleitete Rechenstrategien zu Addition und Subtraktion befinden sich in Kap. 3.3.4.2.

<sup>29</sup> Weitere Ausführungen zum zählenden Rechnen findet man bei GAIDOSCHIK (2009; S. 166 – 180).

Stellenwertsystem und die besondere Rolle der Zahl 10 sowie die Einsicht in Zahlbeziehungen und Zahlzerlegungen, die das Ablösen vom zählenden Rechnen ermöglichen könnten, fehlen diesen Kindern häufig (vgl. WARTHA, SCHULZ 2013).

*„Das Festhalten am Bewährten, also an der Strategie des Zählens, kann dazu führen, dass Kinder Rechnen mit Zählen gleichsetzen“* (WARTHA, SCHULZ 2013, S. 45).

MÜLLER und WITTMANN benennen als wesentliche Nachteile des zählenden Rechnens:

- *„Zählmethoden werden [...] umständlich und unökonomisch;*
- *die möglicherweise unklare Rolle des Anfangs- und Endglied;*
- *die stereotype Anwendung der Zähltechnik überlagert den möglichen Rückgriff auf bereits auswendig verfügbare Zahlensätze; und es besteht auch wenig Bedürfnis, sich Zahlensätze zu merken, so daß dieses Repertoire sich nur sehr langsam vergrößert;*
- *bei der Summenbildung kann durch die Zählmethode die fundamentale Idee des Zehnersystems umgangen werden [...];*
- *Zusammenhänge zwischen Zahlensätzen (Nachbaraufgaben, Analogieaufgaben) werden nicht im Sinne ‚geschickten‘ Rechnens ausgenutzt, sondern jede Aufgabe wird für sich neu berechnet;*
- *zählendes Rechnen unterstützt nicht den Aufbau eines numerischen Netzwerkes, in dem alle Einzelaufgaben in ein bedeutungshaltiges Beziehungsgeflecht eingebettet sind [...];*
- *zählendes Addieren/Subtrahieren behindert das Verständnis für die Multiplikation/Division;*
- *die Zählprozedur beansprucht die Aufmerksamkeit so stark, daß der Zusammenhang zwischen Aufgabe und Ergebnis leicht aus dem Blick gerät“* (MÜLLER, WITTMANN 1995, S. 91).

Insgesamt supprimiert das zählende Rechnen das Vernetzen von Strategieelementen.

Spätestens bei der Zahlbereichserweiterung auf den Zahlenraum bis 100 sind die Kinder nicht mehr erfolgreich, da die Strategie des zählenden Rechnens mit größeren Zahlen stark fehleranfällig und unökonomisch ist.

*„Eine weitere Folge des verfestigten zählenden Rechnens kann die unzureichende Entwicklung des Stellenwertverständnisses sein“* (WARTHA, SCHULZ 2013, S. 47).

Wenn die Kinder über eine sicherere und flexible Zählkompetenz verfügen (siehe dazu Kap. 2.1.1), gelingt es ihnen am leichtesten, sich vom zählenden Rechnen zu lösen.

WARTHA und SCHULZ nennen zusammenfassend zur Ablösung vom zählenden Rechnen<sup>30</sup> folgende Voraussetzungen:

- *„Verständnis für die besondere Rolle der 10 im dezimalen Stellenwertsystem.“*
- *Auswendigwissen des kleinen 1+1 (Alle Aufgaben im Zahlenraum bis 10). Das entspricht dem Auswendigwissen aller Zahlerlegungen bis einschließlich 10.*
- *Einsicht in Zahlbeziehungen (für alle nichtzählenden Strategien).*
- *Auswendigwissen aller Verdopplungsaufgaben im ZR bis 20 (für die Strategie Verdoppeln nutzen)“* (WARTHA, SCHULZ 2013, S. 60).

Es sollte angestrebt werden, dass das zählende Rechnen bis zum Ende der ersten Klasse durch andere Strategien ersetzt wird (vgl. LORENZ 2002a).

## 2.4 Multiplikation und Division

Die Bereiche Multiplikation und Division stehen im 2. Schuljahr nach der Erweiterung des Zahlenraumes bis 100 als zentrale Inhalte im Lehrplan. Dabei ist ein sicheres Verständnis dieser Operationen mit entsprechender Automatisierung für spätere Inhalte und Lernprozesse erforderlich (vgl. SCHERER, MOSER OPITZ 2010).

---

<sup>30</sup> Umfangreiche Ausführungen zur Ablösung vom zählenden Rechnen befinden sich bei HÄSEL-WEIDE, NÜHRENBÖRGER, MOSER OPITZ und WITTICH (2014).

### 2.4.1 Erarbeitung der Multiplikation

Eine zentrale Grundvorstellung für die Einführung der Multiplikation ist es, die Multiplikation als wiederholte Addition gleicher Summanden zu sehen (vgl. WITTMANN, MÜLLER 1997; vgl. ROTTMANN 2011). Zur Darstellung der Multiplikation als fortlaufende Addition werden in aktuellen Schulbüchern zeitlich-sukzessive oder räumlich-simultane Modelle genutzt (siehe dazu auch GRIESEL 1971, S. 186 ff.).

Der zeitlich-sukzessive Aspekt bezieht sich auf eine Situation, in der sich ein bestimmter Vorgang mehrmals wiederholt.

Beispiel: Herr Kipp kommt viermal. Er bringt jedes Mal 3 Kartons.  
(Siehe zeitlich-sukzessive Darstellung der Multiplikation:  
PADBERG 1996, S. 112).

Beim räumlich-simultanen Modell werden *„Mengen mit gleicher Elementanzahl räumlich so angeordnet [...], dass sie auf einen Blick überschaut und bestimmt werden können“* (ROTTMANN 2011, S. 7).

Es wird keine Handlung mehr durchgeführt, die Vereinigungsmenge liegt von Anfang an vollständig vor (vgl. PADBERG 1996).

Beispiel: Auf Mias Tisch stehen drei Schalen mit jeweils zehn Kastanien.

Bei solchen Aufgaben bietet es sich an, als Darstellung Punktfelder zu verwenden. Die Verwendung von Punktfeldern ermöglicht generell einen ganzheitlichen Einstieg, indem die Kinder Aufgaben nennen und notieren, die sie in der Felderstruktur sehen (vgl. WITTMANN, MÜLLER 1996; 1997).

Umgekehrt können Aufgaben mit Punkten veranschaulicht werden. Dabei lassen sich Gesetzmäßigkeiten entdecken und darstellen und die zentrale Beziehung zwischen Addition und Multiplikation kann erarbeitet werden (vgl. SCHERER, MOSER OPITZ 2010).

Folgende Eigenschaften der Multiplikation sind für Schülerinnen und Schüler im Sinne von Rechenvorteilen bei der Erarbeitung der Grundaufgaben bzw. des Einmaleins und beim halbschriftlichen Rechnen im größeren Zahlenraum anwendbar (vgl. RADATZ, SCHIPPER 1983; vgl. WITTMANN, MÜLLER 1997):

- Kommutativität (Tauschaufgaben),
- Nachbaraufgaben,
- Assoziativität und Distributivität (Zerlegungsaufgaben),
- Verdoppeln und Halbieren.

Nach der Erarbeitung der Multiplikation werden systematisch Beziehungen zwischen den Aufgaben, z.B. anhand von operativen Päckchen, erarbeitet. Ziel ist es, die Aufgaben dauerhaft miteinander zu vernetzen.

WITTMANN und MÜLLER (1997) empfehlen daher von Beginn an einen ganzheitlichen Zugang zum Einmaleins, indem bei der Darstellung und Berechnung von Malaufgaben konsequent auf Zusammenhänge hingearbeitet wird.<sup>31</sup>

Ein langfristiges Ziel stellt die Automatisierung aller Einmaleinsaufgaben dar, wenn bei den Kindern die Einsicht in die Grundvorstellungen des multiplikativen Rechnens ausreichend vorhanden ist und das Erkannte schließlich gedächtnismäßig gefestigt werden soll (WINTER 1987).

*„Generell sollte jedes Üben im Mathematikunterricht auch sinnerweiternd und einsichtvermehrend sein, nicht zuletzt im Hinblick darauf, daß die Übungsphasen für die leistungsschwächeren oder langsameren Schüler eine remediale Funktion haben“* (WINTER 1987, S. 60).

---

<sup>31</sup> Ausführlich wird diese Vorgehensweise im Handbuch produktiver Rechenübungen dargestellt (WITTMANN, MÜLLER 1997, S. 110 ff.; siehe dazu auch PADBERG (1996; S. 125 ff.).

### 2.4.2 Erarbeitung der Division

„Mathematisch wird die Division als Umkehrung der Multiplikation definiert“ (RADATZ, SCHIPPER 1983, S. 80; siehe dazu auch PADBERG 1996, S. 141).

Wenn die Division eingeführt werden soll, ist es daher unabdingbar, dass die Schülerinnen und Schüler über ein sicheres Zahlen- und Operationswissen zur Addition und Subtraktion und ein grundlegendes Verständnis der Multiplikation verfügen (vgl. RUWISCH 2014).

Dies gelingt bereits, wenn das Einmaleins noch nicht vollständig beherrscht wird. Dazu wird die Division als Umkehroperation zur Multiplikation erarbeitet, indem eine vorgegebene Zahl in eine gleichmäßig unterteilte Punktreihe oder ein Punktfeld zurückübersetzt wird (vgl. WITTMANN, MÜLLER 1996).

„Wenn Schüler diesen Zusammenhang einmal verstanden haben, können sie mit dem kleinen Einmaleins viele Divisionsaufgaben lösen“ (WITTMANN, MÜLLER 1996, S. 55).

Weiterhin müssen sich die Kinder mit verschiedenen Aspekten der Division auseinandersetzen. Hilfreich sind dazu die in der traditionellen Rechendidaktik entwickelten Grundvorstellungen des *Verteilens* und *Aufteilens* (oder *Messens* bei Größen) (vgl. RADATZ, SCHIPPER 1983):

- Unter *Verteilen* wird dabei das „Zerlegen einer Menge in eine vorgeschriebene Anzahl gleichmächtiger Teilmengen“ verstanden (RADATZ, SCHIPPER 1983, S. 80).
- Beispiel: Vier Kinder spielen mit Spielkarten. Ein Kind verteilt 16 Karten und jeder bekommt gleich viele. Wie viele Karten bekommt jeder? (vgl. PADBERG 1996; Schulbuchaufgabe mit Abbildung dazu: siehe PADBERG 1996, S. 136).

- Unter *Aufteilen oder Messen* wird das „Zerlegen einer Menge in gleichmächtige Teilmengen vorgeschriebener Größe“ verstanden (RADATZ, SCHIPPER 1983, S. 80).<sup>32</sup>
- Beispiel: Es liegen 12 Äpfel auf einem Tisch. Diese werden in Portionen zu je 2 Äpfeln pro Teller aufgeteilt. Wie viele Teller können gefüllt werden? (vgl. PADBERG 1996; Schulbuchaufgabe mit Abbildung dazu: siehe PADBERG 1996, S. 134).

Anschließend wird die Division ebenso wie bereits die Multiplikation operativ durchgearbeitet und der Schwerpunkt systematisch auf das Herausarbeiten von Beziehungen zwischen den einzelnen Aufgaben gelegt.

Die Kinder müssen dabei lernen, folgende Strategien zur Lösung von Divisionsaufgaben zu nutzen (RADATZ, SCHIPPER 1983, S. 81):

- Umkehraufgaben,
- Hilfs- oder Nachbaraufgaben,
- Zerlegungen beim schrittweisen Rechnen (Distributivität).

Ziel ist es, dass die Kinder anhand von Stützpunktaufgaben, die sie auswendig können, in der Lage sind, mithilfe der genannten Rechenstrategien andere Aufgaben herzuleiten. WITTMANN und MÜLLER (1996) empfehlen zur Umsetzung die Verwendung operativer Serien zur Division (WITTMANN, MÜLLER 1996, S. 52 ff.).

### **2.4.3 Schwierigkeiten beim Erlernen von Multiplikation und Division**

Damit Kinder operative Rechenstrategien nutzen, indem sie sich Aufgaben über andere Aufgaben herleiten, müssen die Kinder gewisse Stützpunktaufgaben auswendig wissen, sicher addieren und subtrahieren können und

---

<sup>32</sup> Weitere Beispiele für Divisionsaufgaben zum „Aufteilen und Verteilen“ in Abgrenzung zueinander findet man bei GRIESEL (1971; S. 212 – 218) oder RUWISCH (2014; S. 7).

Beziehungen zwischen Multiplikation und Division ausnutzen (vgl. WITTMANN, MÜLLER 1996; 1997).<sup>33</sup>

Vielen lernschwachen Schülerinnen und Schülern fällt es schwer, das Einmaleins vollständig zu automatisieren. Viele Aufgaben werden von ihnen immer wieder berechnet und auch das Ableiten von schwierigeren Aufgaben von einfacheren gelingt oft nicht, d.h. lernschwache Kinder nutzen meistens keinerlei Stützpunktvorstellungen zu den Kernaufgaben oder Rechengesetzen (vgl. SCHERER, MOSER OPITZ 2010). Fehlen ihnen diese Voraussetzungen, so bleibt ihnen nichts übrig, als die Aufgaben zählend zu lösen.

Weiterhin haben viele Kinder Schwierigkeiten mit Multiplikationen mit Null (rund die Hälfte aller Einmaleinsfehler), mit Multiplikationen mit acht, mit „hohen Kombinationen“ (durch gehäufte Zehnerüberschreitungen) oder es entstehen Fehler bei der Anwendung von Rechenstrategien (PADBERG 1996, S. 129 – 130).

Besonders der Themenbereich der Division bereitet vielen Kindern dadurch Schwierigkeiten, dass zählende Lösungen hier nicht sinnvoll einsetzbar sind (vgl. SCHERER, MOSER OPITZ 2010).

---

<sup>33</sup> Weitere Ausführungen zur Bedeutung und zum Aufbau von Multiplikation und Division sowie zu Schwierigkeiten beim Multiplizieren und Dividieren befinden sich bei MOSER OPITZ (2013; S. 106 – 114).

### 3. Diagnostik zur Beschreibung besonderer Kompetenzausprägungen

Die Begriffe *Diagnose* und *Förderung* werden in aktueller Forschung und Literatur zu Schule und Unterricht als besonders bedeutsam betont. In diesem Zusammenhang wird vor allem die diagnostische Kompetenz von Lehrerinnen und Lehrern mit dem Ziel in den Fokus genommen, dass diese verbessert werden muss (vgl. WINTER 2006).

*„Fast sieht es inzwischen so aus, als habe eine Wende hin zu einer Pädagogik stattgefunden, welche die Förderung zu einem der höchstrangigen Ziele erhebt und auch bereit ist, sie in fundierten Diagnosen zu verankern“* (WINTER 2006, S. 22).

Im alltäglichen Unterrichtsgeschehen der Grundschule findet Diagnostik überwiegend durch Beobachten, Entscheiden und Handeln von Lehrerinnen und Lehrern statt (vgl. SCHAUB, ZENKE 2007). Weiterhin können die Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern mithilfe verschiedener diagnostischer Mittel erhoben werden. Dies geschieht auf der einen Seite, um den Lernstand zu ermitteln und die Leistungen der Kinder im Anschluss beurteilen und bewerten zu können. Diese Vorgehensweise wird häufig auch zur Selektion genutzt.

Auf der anderen Seite ist es nach einer durchgeführten Diagnose von besonderer Bedeutung, die neu gewonnenen Erkenntnisse über ein Kind nachhaltig für den Unterricht oder eine Förderung zu nutzen. Dabei ist zu berücksichtigen, dass nicht alle diagnostischen Verfahren gleichermaßen dazu konzipiert sind, dass im Anschluss an die Diagnose Lernentwicklungsprozesse beschrieben, effizienterer Unterricht geplant und durchgeführt werden kann, sowie Förderpläne geschrieben und Fördermaßnahmen durchgeführt werden können. Weiterhin müssen auch die Lehrkräfte Strategien kennen, wie der Weg von der Diagnose zur Förderung sinnvoll gelingen kann. Erforderlich ist hierbei zusätzlich eine umfangreiche Kenntnis darüber, wie sich Lernprozesse bei Kindern vollziehen bzw. welche Handlungsschritte eine sinnvolle Unterstützung für Kinder darstellen (weitere Ausführungen dazu befinden sich in Kap. 9).

Da der Begriff *Diagnostik* in verschiedenen Bereichen verwendet wird, dabei aber unterschiedliche Bedeutungen hat, erfolgt zunächst eine Begriffsklärung, um darzustellen, wie der Begriff in der vorliegenden Arbeit verwendet wird.

### 3.1 Zur Begriffsklärung

In der Medizin, der Psychologie, der Sonderpädagogik, der Pädagogik und der Fachdidaktik spricht man von *Diagnostik*. Gemeint ist damit die Entwicklung und Anwendung geeigneter Methoden zur sachgemäßen Durchführung einer *Diagnose* (SCHAUB, ZENKE 2007, S. 170). Dabei lässt sich der Begriff *Diagnose* im Deutschen mit „*unterschiedliche Beurteilung oder Erkenntnis*“ beziehungsweise als Verb „*durch und durch erkennen, beurteilen*“ (STRASSER 1992, S. 11) und „*unterscheiden*“ (SCHAUB, ZENKE 2007, S. 169) definieren.

#### 3.1.1 Definitionen und Kennzeichnungen

Am bekanntesten ist der Begriff *Diagnose* aus der Medizin. *Diagnose* wird hier als „*Erkennung und Benennung einer [...] Krankheit und ihrer Ursachen*“ (REINHOLD u.a. 1999, S. 118) verstanden. In der psychologischen Diagnostik beinhaltet der Begriff „*nicht nur krankhaftes, abweichendes Verhalten, sondern das gesamte Verhalten von einzelnen Personen oder von Gruppen von Personen*“ (REINHOLD u.a. 1999, S. 118).

Davon unterscheidet sich die pädagogische Diagnostik (siehe Kap. 3.1.2), da hier eine *Diagnose* im Zusammenhang mit Aufgaben der Erziehung und des Unterrichts gestellt wird (vgl. REINHOLD u.a. 1999).

#### 3.1.2 Pädagogische Diagnostik

In der pädagogischen Diagnostik wird eine *Diagnose* normalerweise unter „*bestimmten pädagogischen Fragestellungen (z.B. bei Lernschwierigkeiten, in Spracherwerbsprozessen oder bei der Leistungsbeurteilung) [...] vorgenommen*“ (SCHAUB, ZENKE 2007, S. 169). Hier geht es darum, analytische Aussagen über eine Person zu treffen, *die aus Beobachtung oder Feststellung resultieren und sich auf Ursachen für das Zustandsbild [...] sowie*

auf einen zukünftig prognostizierten Zustand beziehen“ (SCHAUB, ZENKE 2007, S. 169).

Nach INGENKAMP umfasst „pädagogische Diagnostik [...] alle diagnostischen Tätigkeiten, durch die bei Individuen (und den in einer Gruppe Lernenden) Voraussetzungen und Bedingungen planmäßiger Lehr- und Lernprozesse ermittelt, Lernprozesse analysiert und Lernergebnisse festgestellt werden, um individuelles Lernen zu optimieren“ (INGENKAMP 1991, S. 760). Auf der Grundlage einer solchen Diagnose werden pädagogische Entscheidungen möglich. Damit drückt INGENKAMP den engen Zusammenhang zwischen Diagnostik und Förderung aus, ohne ihn präzise zu benennen.

Auch WEINERT macht deutlich, dass Diagnostik sinnvoll ist, um darauf didaktisches Handeln zu basieren:

„Dabei handelt es sich um ein Bündel von Fähigkeiten, um den Kenntnisstand, die Lernfortschritte und die Leistungsprobleme der einzelnen Schüler sowie die Schwierigkeiten verschiedener Lernaufgaben im Unterricht fortlaufend beurteilen zu können, sodass das didaktische Handeln auf diagnostische Einsichten aufgebaut werden kann“ (WEINERT 2000, S. 14).

Hier beschreibt WEINERT die auf der Diagnose aufgebaute produktive Handlung als konkreten Zusammenhang zwischen Diagnostik und Förderung. Im Folgenden soll hierbei zwischen *verortender Diagnostik* (siehe Kap. 3.1.2.1), *Förderdiagnostik* (siehe Kap. 3.1.2.2) und *handlungsleitender Diagnostik* (siehe Kap. 3.1.2.3) unterschieden werden.

### **3.1.2.1 Verortende Diagnostik und Testgütekriterien**

Man spricht von *verortender Diagnostik*, wenn mit standardisierten Schulleistungstests die schulischen Kompetenzen von Kindern erfasst und mit der Norm verglichen werden (vgl. KRAJEWSKI u.a. 2004). Exemplarische Beispiele für solche, standardisierten Testverfahren (DEMAT und VERA-3) befinden sich in Kapitel 3.2.

Standardisierten Verfahren liegen als Testgütekriterien *Objektivität*, *Reliabilität* und *Validität* zugrunde, die eingehalten werden müssen und im Folgenden genauer erläutert werden sollen:

Für die *Objektivität* ist entscheidend, dass die Testergebnisse unabhängig von Einflüssen jenseits der getesteten Person zustande kommen und testleiterunabhängig sind (*Durchführungsobjektivität*).

*Auswertungsobjektivität* liegt vor, wenn verschiedene Personen die Auswertung vornehmen können und dennoch gewährleistet ist, dass das Ergebnis gleich bleibt. Wenn schließlich dieses Ergebnis gleich interpretiert wird, spricht man von *Interpretationsobjektivität* (vgl. ZIEGLER, BÜHNER 2012).

Um allen drei Aspekten der Objektivität gerecht werden zu können, werden in der Regel in den Anweisungen die Durchführungs-, Auswertungs- und Interpretationsbedingungen in standardisierter Form vorgegeben (vgl. BEAUDUCEL, LEUE 2014).

*„Unter der Reliabilität versteht man die Messgenauigkeit eines Verfahrens. Das bedeutet, es wird quantifiziert, wie genau das Verfahren misst, unabhängig davon, was es tatsächlich misst“* (ZIEGLER, BÜHNER 2012, S. 85). Bei der Reliabilität geht es daher um die formale Exaktheit der Messung bzw. das Ausmaß, in dem Testwerte frei von Messfehlern sind, da unterschiedliche Faktoren die Testsituation und die Testergebnisse beeinflussen können (vgl. HÄCKER u.a. 1998).

Wird ein diagnostisches Verfahren mehrfach angewendet, so ist die *„Reliabilität der Grad, mit dem numerische Ergebnisse (z.B. Rohwerte) für eine Gruppe von Personen [...] konsistent und wiederholbar sind“* (BEAUDUCEL, LEUE 2014, S. 69).

Das wichtigste Gütekriterium ist die *Validität*, die Gültigkeit. Hierbei handelt es sich um das Ausmaß, in dem der Test tatsächlich dasjenige Merkmal misst, welches er zu messen vorgibt (vgl. ZIEGLER, BÜHNER 2012).

„Dabei wird beurteilt, wie angemessen, wie bedeutsam und wie nützlich die spezifischen Schlussfolgerungen sind, die aus Testwerten gezogen werden können“ (HÄCKER u.a. 1998, S. 10).

„Aufgaben, die zur Überprüfung eines bestimmten Merkmals eingesetzt werden, müssen auch tatsächlich geeignet sein, dieses zu erfassen“ (SCHERER, MOSER OPITZ 2010, S. 34).

Für standardisierte Verfahren werden bezüglich der Validität oft allgemeine Lernziele aus Lehrplänen genutzt (curriculare Validität), wodurch die Aufgaben nur ungefähr auf das Fähigkeitsniveau eines einzelnen Kindes abgestimmt werden können (vgl. SCHERER, MOSER OPITZ 2010).

Wenn ein Testverfahren zusätzlich der *Normierung* unterliegt, so ist es möglich, die Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler mit einer Vergleichsstichprobe zu vergleichen (normorientierte Testung) (vgl. ZIEGLER, BÜHNER 2012). Durch die Anwendung des Tests wird das Ergebnis vergleichbar, so dass die Güte der Anwendung überprüft werden kann. Dazu werden in standardisierten Tests oft Prozenträge und Normtabellen angegeben (vgl. SCHERER, MOSER OPITZ 2010), und es lässt sich im Sinne der verortenden Diagnostik eine Aussage darüber treffen, an welcher Stelle das Kind im Vergleich zu anderen Kindern steht. Damit ist ein „*herausragendes Qualitätsmerkmal eines Verfahrens*“ (ZIEGLER, BÜHNER 2012, S. 88) gegeben. Allerdings ist solch ein Auswertungsmodus für Förderzwecke nur bedingt geeignet, da das Diagnoseergebnis keinerlei Auskunft über Strategien des Kindes gibt, über die es bereits verfügt bzw. die es fehlerhaft oder gar nicht anwendet (vgl. KRETSCHMANN 2006, S. 45).

Anders ist dies bei Verfahren, die sich als *förderdiagnostisch* (siehe Kap. 3.1.2.2) oder *handlungsleitend* (siehe Kap. 3.1.2.3) bezeichnen lassen. Hier ist das vorrangige Ziel der Diagnoseverfahren, dass sich aus der Diagnose erste Schritte für eine sich anschließende Förderung ableiten lassen. Dieser Unterschied zu standardisierten Testverfahren wird im Folgenden detailliert erläutert.

### 3.1.2.2 Förderdiagnostik

Während die schulbezogene Diagnostik mit standardisierten Schulleistungstests in Form von verortender Diagnostik häufig als *Selektionsdiagnostik* genutzt wird, indem „auf der Grundlage der klassischen Testtheorie Tests zur Schulreife-, Begabungs-, Intelligenz- und Leistungsmessung entwickelt wurden“ (SCHAUB, ZENKE 2007, S. 170), hat sich dieses Bild in letzter Zeit gewandelt.

Es gehört inzwischen zur Aufgabe der Schule (siehe dazu HKM 2011), unter Berücksichtigung der Stufen kindlicher Entwicklung, besondere Schwierigkeiten beim Lesen, Rechtschreiben und Rechnen zu erkennen und den sprachlichen, kognitiven, emotional-sozialen sowie motorischen Entwicklungsstand, die Lernmotivation sowie das individuelle Lernverhalten und Lerntempo der Kinder zu beobachten.

*„Der Unterricht muss sich dabei an den unterschiedlichen Lernvoraussetzungen wie zum Beispiel den Sprach-, Sprech- und Artikulationsfähigkeiten, auch bezogen auf einen eventuellen Migrationshintergrund, orientieren. Die vorhandenen Fähigkeiten und Fertigkeiten sind systematisch weiter zu entwickeln“* (HKM 2011, § 38 Abs. 1).

Diagnostik wird nicht mehr ausschließlich für Kinder mit Lernschwierigkeiten genutzt, sondern häufig für alle Kinder einer Lerngruppe im Sinne einer „Förderdiagnostik“ eingesetzt. Damit ist *„Diagnostik ein Mittel zur Optimierung pädagogischer Angebote“* (MOSER OPITZ 2006, S. 13).

Das Kind steht mit seinen Kompetenzen im Mittelpunkt und es ist die *„zentrale Aufgabe der Schule [...], sich an den [...] Fähigkeiten und Fertigkeiten der Kinder zu orientieren und ihre individuelle Entwicklung begleitend zu unterstützen. Ausgangspunkt für erfolgreiche Fördermaßnahmen ist eine differenzierte Lernstandsbeschreibung zum frühestmöglichen Zeitpunkt [...]"* (KAUFMANN, LORENZ 2006, S. 5).

Bei der Förderdiagnostik<sup>34</sup> geht es darum, stärker die Lernprozesse anstelle der Lernergebnisse von Kindern wahrzunehmen und diese für weitere Förderschritte im Unterricht zu nutzen. Damit strebt die Förderdiagnostik *„die Interaktion von Lehrenden und Lernenden an, findet ihre Zweckbestimmung in der Förderung, ist an intra-individuellen Unterschieden interessiert“* und *„nimmt Personen als Subjekte und nicht als Objekte wahr“* (MOSER OPITZ 2006, S. 11).

Bezogen auf das Fach Mathematik geht es somit *„nicht nur um das Beobachten von ‚Auffälligkeiten‘ [...], sondern um das Verstehen von Denkprozessen und sich entwickelnden Fehlvorstellungen oder Verengungen mathematischer Begriffe“* (LORENZ 2002a, S. 26). Dabei ist besonders darauf zu achten, ob die Kinder an insuffizienten Rechenstrategien, wie etwa dem Zählen, festhalten (vgl. LORENZ 2002a; siehe dazu Kap. 2.3.2).

Wichtig ist, dass auch beim förderdiagnostischen Handeln ohne die Verwendung standardisierter Testverfahren Gütekriterien eingehalten werden, damit bei unterrichtsbegleitender Diagnostik keine Beliebigkeit entsteht (vgl. MOSER OPITZ 2006). Nach MOSER OPITZ gibt es verschiedene Möglichkeiten, den Gütekriterien weiterhin gerecht zu werden. Sie führt auf, dass diagnostisches Arbeiten dann objektiv ist, wenn *„die Beschreibung der Beobachtungen so dokumentiert ist, dass verschiedene Personen diese nachvollziehen können, eine zweite Person die Gültigkeit der Beobachtung(en) überprüft [...]“* oder beispielsweise *„die Interpretation der Beobachtungen und Beschreibungen offengelegt und begründet wird“* (MOSER OPITZ 2006, S. 22). Auch die Reliabilität kann nach MOSER OPITZ angestrebt werden, wenn *„dieselbe Aufgabe in verschiedenen Situationen oder zu verschiedenen Zeitpunkten gestellt wird, mehrere ähnliche Aufgaben vorgelegt werden“* oder *„die Wirksamkeit von Fördermaßnahmen überprüft wird [...]“* (MOSER OPITZ 2006, S. 22). Um zu versuchen, auch die Validität zu erreichen, schlägt MOSER OPITZ vor, dass z.B. *„die Herleitung der Beobachtungskategorien und*

---

<sup>34</sup> Der Begriff *Förderdiagnostik* wird von BUHOLZER (2012) auch als *förderorientierte Diagnostik* bezeichnet. Er sieht förderorientierte Lerndiagnosen dabei im Dienst der Lernbegleitung, da sie ermöglichen, *„[...] die Persönlichkeit, die Lernvoraussetzungen und das Lernen von Schülerinnen und Schülern besser zu verstehen“* (BUHOLZER 2012, S. 100).

*Beobachtungsaufgaben fachlich begründet wird, Förderziele anhand von fachlichen, fachdidaktischen, pädagogischen und lern- bzw. entwicklungspsychologischen Kriterien begründet werden können“ oder beispielsweise „unter Kolleginnen und Kollegen diskutiert wird, ob die ausgewählten Aufgaben auch wirklich den Bereich erfassen, der interessiert [...]“ (MOSER OPITZ 2006, S. 22).*

### **3.1.2.3 Handlungsleitende Diagnostik**

Unter *handlungsleitender Diagnostik* versteht WOLLRING für die Mathematikdidaktik der Grundschule eine Diagnostik, aus der sich für Lehrerinnen und Lehrer erste Schritte direkter Handlungsunterstützung für den eigenen Unterricht ableiten lassen. Diese Form der Diagnostik sollte seiner Meinung nach fester Bestandteil der Aus-, Fort- und Weiterbildung von Lehrkräften sein (vgl. WOLLRING 2004b, 2006).

Im Sinne WEINERTS meint der Begriff der Handlungsleitung, dass ein diagnostisches Verfahren das notwendige Wissen bereitstellen soll, auf dessen Grundlage didaktisches Handeln aufgebaut werden kann. Ein solches Verfahren muss der Lehrperson ermöglichen, für jedes Kind, das die Diagnose durchlaufen hat, zutreffende Aussagen über das Erreichen oder Verfehlen kompetenzdiagnostischer Ziele und Strategien treffen zu können. Angelehnt ist die Handlungsleitung dabei an die australische Bezeichnung *„linking assessment and teaching“* (CLARKE 1999), womit die Verbindung zwischen der Einschätzung eines Lernstandes und dem Unterrichten besonders betont wird.

Diagnostik in Form von lehrergeführten Schülerinterviews beschreibt WOLLRING als eine Möglichkeit der handlungsleitenden Diagnostik. Ziel ist es hier, dass die Lehrerinnen und Lehrer die Interviews eigenständig durchführen, an der Datenerhebung unmittelbar beteiligt sind und optimale Unterstützung für ihren eigenen Unterricht gewinnen, da sie genaue Informationen über die Leistungen der Kinder gewinnen (vgl. WOLLRING 2006).

Gleichzeitig wird der Wechsel von einer eher defizitorientierten zu einer kompetenzorientierten Sicht auf das lernende Kind unterstützt.

Lehrerinnen und Lehrer sollen mithilfe der handlungsleitenden Diagnostik durch die Durchführung von Schülerinterviews in ihrem mathematikdidaktischen Handeln unterstützt werden. Die Auswahl geeigneter Unterrichtsmaterialien und Förderinhalte für einzelne Kinder stellt nach der Diagnose einen wichtigen nächsten Schritt für die Lehrpersonen dar (vgl. BRÄUNING 2006). Dazu muss die Förderung auf einer produktiven Interpretation diagnostischer Einsichten aufgebaut werden. Anhand von Beispielen wird in Kapitel 9 beispielhaft aufgezeigt, wie in diesem Sinne der Weg von der Diagnose zur Förderung aus Sicht der Verfasserin gelingen kann.

### **3.2 Instrumente zur Diagnose für das Fach Mathematik**

Für das Fach Mathematik in der Grundschule gab es in Deutschland lange Zeit keine *„Testverfahren [...], die eine objektive und zuverlässige Diagnose grundlegender schulischer Leistungen ermöglichen“* (KRAJEWSKI u.a. 2002, S. 5). Das Augenmerk im Bereich der Diagnostik für die Grundschule lag mehr auf den Lese- und Rechtschreibleistungen von Schülerinnen und Schülern und wandelte sich erst aufgrund der „erschreckenden“ PISA- und IGLU-Ergebnisse (vgl. HASSELHORN u.a. 2005; siehe dazu Kap. 1.3), die im Jahr 2001 veröffentlicht wurden.

Obwohl die PISA-Studie nicht für die Grundschule konzipiert war, wurden mit ihr dennoch auch Basisqualifikationen erfasst, die schon in der Grundschule aufgebaut werden müssen. Aus diesem Grund und weil deutschen Lehrpersonen zusätzlich eine unzureichende Diagnosekompetenz bescheinigt wurde, waren die PISA-Ergebnisse ebenfalls für die Grundschule von Bedeutung. Seither wurde der Diagnose und Förderung mathematischer Kompetenzen von Grundschulkindern und der Entwicklung und Erprobung geeigneter Diagnoseinstrumente für das Fach Mathematik zunehmend Aufmerksamkeit geschenkt.

Bei den entstandenen Diagnoseverfahren zur Erhebung mathematischer Fähigkeiten und Fertigkeiten bei Grundschulkindern wird in Bezug auf die

Durchführung zwischen zwei Arten von Verfahren unterschieden. Genormte, schriftbasierte Diagnoseverfahren lassen sich zum überwiegenden Teil als Gruppentest einsetzen, während andere Verfahren aufgrund ihrer Konzeption ausschließlich zur Individualdiagnose verwendet werden können. Dieser Unterschied wird im Folgenden genauer erläutert.

### 3.2.1 Gruppentests

Handelt es sich bei einem Testverfahren um einen genormten Test, so kann das Ergebnis in Bezug zu einer adäquaten Vergleichsgruppe gesetzt werden. Das Testergebnis des Kindes wird dazu auf einer Werteskala eingeordnet, die bei der Testentwicklung durch Testen einer repräsentativen Stichprobe entstanden ist (GASTEIGER 2007).

Genormte Tests bieten häufig die Möglichkeit, als Gruppentest eingesetzt zu werden. Dadurch können die mathematischen Fähigkeiten und Fertigkeiten einer gesamten Gruppe von Schülerinnen und Schülern, beispielsweise einer gesamten Schulklasse bzw. einer Lerngruppe, zeitgleich erhoben werden, etwa indem die Kinder unter genauer Anweisung einer Lehrperson ein Testheft ausfüllen.<sup>35</sup> Solche schriftbasierten Verfahren (die auch als *paper-pencil-test* bezeichnet werden) sind zwar valide, das gesamte Potential der Performanz eines Kindes lässt sich jedoch ohne Einbezug anderer Artikulationsformen (z.B. durch das Handeln oder Sprechen) nicht unbedingt erkennen (vgl. WOLLRING 2006).

Die anschließende Diagnose erfolgt ausschließlich anhand der von den Kindern in das Testheft eingetragenen Ergebnisse und ist dadurch ergebnisorientiert. Durch Fehleranalysen dieser Ergebnisse können bei Gruppentests falsche Strategien der Kinder vermutet werden, zugrunde liegende falsche Vorstellungen und Überlegungen der Kinder bleiben aber oft unentdeckt (KAUFMANN, LORENZ 2006). Aus einem solchen ergebnisorientierten Testverfahren fällt es schwer, nächste Schritte für eine sich anschließende Fördermaßnahme abzuleiten.

---

<sup>35</sup> Siehe dazu auch HASSELHORN, MARX und SCHNEIDER 2005, S. 2.

Ein Vorteil eines Gruppentests ist aber, dass sich durch ein solches Verfahren zeitökonomisch ein guter Überblick über die mathematischen Fähigkeiten und Fertigkeiten einer gesamten Gruppe gewinnen lässt.

Als Beispiel für ein solches Testverfahren soll hier der *Heidelberger Rechentest (HRT 1-4)*<sup>36</sup> (HAFFNER u.a. 2005) genannt, aber nicht ausführlich dargestellt werden. Im nächsten Abschnitt werden stattdessen der *Deutsche Mathematiktest (DEMAT)* sowie die *Vergleichsarbeiten (VERA-3)* exemplarisch vorgestellt.

### 3.2.1.1 Der Deutsche Mathematiktest (DEMAT)

Beim *Deutschen Mathematiktest (DEMAT)* handelt es sich um ein hochstandardisiertes Verfahren, das als Gruppentest mit einer gesamten Lerngruppe durchgeführt werden kann. Dadurch leistet dieses Testverfahren auf ökonomische Art objektive, reliable und valide Diagnosen und ist normiert (siehe Kap. 3.1.2.1). Dem Aufbau des Tests liegen die Lehrpläne aller 16 deutschen Bundesländer zugrunde, „um so *alltagspraktische Relevanz für Grundschulen in der gesamten Bundesrepublik aufweisen zu können*“ (HASSELHORN u.a. 2005, S. 155). Das Verfahren legt einen eindeutigen Schwerpunkt auf den Inhaltsbereich *Zahlen & Operationen* und ist vor den Bildungsstandards (KMK 2005) entstanden. Dadurch ist das Verfahren zwar curriculumvalide (siehe Kap. 3.1.2.1), allerdings bezogen auf den seinerzeitigen Lehrplanstatus.

Als Gruppentest kann der DEMAT auf der einen Seite „*im Bereich der Forschung zur ökonomischen Testung großer Stichproben*“ (KRAJEWSKI u.a. 2002, S. 7) und auf der anderen Seite „*als Instrument, mit dessen Hilfe sich zu einem frühen Zeitpunkt in der Grundschule leistungsschwächere Schüler im Klassenverband identifizieren lassen*“ (KRAJEWSKI u.a. 2002, S. 8), eingesetzt werden.

Die Auswertung korrekt gelöster Aufgaben im Testheft des Kindes über Schablonen ist zeitökonomisch und liefert ein Ergebnisprofil, aus dem sich auf

---

<sup>36</sup> Weitere Ausführungen zum HRT 1-4 findet man bei LORENZ (2012; S. 71) sowie bei HASSELHORN u.a. (2005; S. 125 ff.).

der einen Seite Aussagen darüber treffen lassen, wie gut ein Kind den Lehrplanstoff im Bereich Mathematik beherrscht. Auf der anderen Seite lässt sich ermitteln, wie gut das Kind im Vergleich zu den durchschnittlichen Mathematikleistungen einer Pilotgruppe mit Kindern aus Deutschland abschneidet.

Ein Ziel des Testverfahrens ist damit die ergebnisorientierte Erfassung von Leistungsmerkmalen von Schülerinnen und Schülern beziehungsweise Klassen und Schulen, indem die Daten der Schülerinnen und Schüler Normtabellen zugeordnet werden.

Das Testverfahren ist für jede Jahrgangsstufe verfügbar, da es für jede Klassenstufe ein separates Testheft gibt: DEMAT 1+: Deutscher Mathematiktest für erste Klassen (KRAJEWSKI, KÜSPERT, SCHNEIDER 2002), DEMAT 2+: Deutscher Mathematiktest für zweite Klassen (KRAJEWSKI, LIEHM, SCHNEIDER 2004), DEMAT 3+: Deutscher Mathematiktest für dritte Klassen (ROICK, GÖLITZ, HASSELHORN 2004) sowie DEMAT 4: Deutscher Mathematiktest für vierte Klassen (GÖLITZ, ROICK, HASSELHORN 2006).

Die Angabe der jeweiligen Klassenstufe (z.B. DEMAT 1+) bezieht sich auf den möglichen Durchführungszeitraum. Der DEMAT 1+ lässt sich im letzten Monat der ersten Klasse oder in den ersten drei Monaten der zweiten Klasse durchführen. Analog verhält es sich beim DEMAT 2+ und DEMAT 3+. Ausschließlich beim DEMAT 4 ist der Durchführungszeitraum auf den letzten Monat der vierten Klasse beschränkt.

Die Durchführungsdauer für den DEMAT beträgt ca. 45 Minuten, da für alle Aufgaben ein Zeitlimit vorgegeben ist (Speedtest). Damit lässt sich der Test mit einer gesamten Klasse in einer Schulstunde durchführen.

Die Kinder äußern sich ausschließlich schriftlich und können durch das Zeitlimit unter Druck geraten, da es keine Abbruchbedingungen gibt und jedes Kind jede Aufgabe bearbeiten soll. Eine Über- bzw. Unterforderung kann die Ergebnisse der Kinder negativ beeinflussen. Durch die ergebnisorientierte Gestaltung des Testverfahrens sind individuelle Rechenwege kaum darstellbar.

Im Einzelfall lässt sich der DEMAT ebenso als Einzeltest durchführen und zur Diagnose von Rechenschwierigkeiten nutzen. Bei der Durchführung werden individuelle Leistungsauffälligkeiten der Schülerinnen und Schüler teilweise ersichtlich, es werden aber keine Angaben zu Fördervorschlägen gemacht. Es handelt sich damit um ein Verfahren der verortenden und nicht der handlungsleitenden Diagnostik (siehe Kapitel 3.1.2).

### **3.2.1.2 Vergleichsarbeiten (VERA-3)**

Die *Vergleichsarbeiten (VERA)* dienen deutschlandweit zur Evaluation der Schulen in unterschiedlichen Jahrgangsstufen. Die Lernstandserhebungen auf Bundesebene werden vom *Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen* (siehe dazu IQB 2014) zentral koordiniert und seit dem Schuljahr 2007/2008 alljährlich eingesetzt (vgl. WOLLRING, PETER-KOOP u.a. 2011). In allen Grundschulen wird VERA in den Fächern Deutsch und Mathematik im dritten Schuljahr durchgeführt und aus diesem Grund mit VERA-3 abgekürzt. Als Grundlage der Vergleichsarbeiten dienen die nationalen Bildungsstandards der jeweiligen Fächer, in denen erwartete Leistungen der Schülerinnen und Schüler zum Schulübergang formuliert sind (vgl. IQB 2014).

Bei VERA handelt es sich um ein Testverfahren für Schülerinnen und Schüler sowie zur Evaluation von Unterricht. Das Verfahren hat den Anspruch, vor allem der Unterrichtsentwicklung zu dienen. Dazu erhalten die Lehrkräfte im Anschluss an die Vergleichsarbeiten Informationen über die Stärken und Schwächen ihrer Schülerinnen und Schüler in Bezug auf die Bildungsstandards. Ziel ist es, dass der Unterricht im Anschluss beibehalten, angepasst oder in bestimmten Domänen ausgebaut wird (vgl. IQB 2014). Ob die Vergleichsarbeiten tatsächlich diese Wirkung zeigen, bleibt noch zu untersuchen.

Die Testaufgaben für VERA-3 werden für jeden Testdurchgang länderübergreifend unter der Federführung des IQB neu entwickelt, vorab mit einer Pilotgruppe von mehreren hundert Schülerinnen und Schülern auf Eignung und Schwierigkeit überprüft und anschließend in Testheften

zusammengestellt. Die Länder organisieren die Vorbereitung, den Ablauf, die Auswertung und die Ergebnismeldung (vgl. IQB 2014).

Den Aufgaben im Fach Mathematik liegt ein Kompetenzstufenmodell nach REISS (2004) zugrunde. Dazu wurde eine empirische Untersuchung durchgeführt und die Ergebnisse pilotiert (siehe dazu REISS u.a. 2007). Auf dieser Grundlage wurden fünf aufeinander aufbauende Kompetenzstufen festgelegt, die die zu erbringenden Leistungen von Kindern bis zum Ende des vierten Schuljahres beschreiben:

- *„Numerisches und begriffliches Grundlagenwissen (Routineprozeduren) ohne Anwendungsbezug (Niveau 1);*
- *Grundfertigkeiten im Umgang mit dem Zehnersystem, der ebenen Geometrie und Größen (Niveau 2);*
- *sicheres Rechnen in curricularem Umfang und einfaches Modellieren (Niveau 3);*
- *Beherrschung der Grundrechenarten unter Nutzung der Dezimalstruktur und begriffliche Modellierung (Niveau 4);*
- *Problemlösen in mathematischen Kontexten (Niveau 5)“ (REISS u.a. 2007, S. 114).*

Für das Fach Mathematik ist bei VERA-3 eine 30- bis 60-minütige Bearbeitungszeit vorgesehen, für die vorab jeweils zwei Inhaltsbereiche aus den Bildungsstandards ausgewählt werden (vgl. IQB 2014). VERA wird als Gruppentest mit der gesamten Schulklasse zur gleichen Zeit durchgeführt. Da die Schülerinnen und Schüler sämtliche Aufgaben schriftlich mithilfe eines Testheftes lösen, handelt es sich um ein schriftbasiertes, ergebnisorientiertes und somit verortendes und normiertes Testverfahren.

Eine solche Diagnosemethode soll der Schulentwicklung dienen, *„wobei dann nicht die Leistungen der Individuen Gegenstand des diagnostischen Interesses sind, sondern die Effizienz der Systeme, ihre Stärken und ihr Optimierungsbedarf“* (KRETSCHMANN 2006, S. 29).

Ein Bestandteil der Rückmeldungen aus den Vergleichsarbeiten ist die Möglichkeit, die Leistungen der eigenen Schulklasse mit den Leistungen der

ganzen Schule und dem gesamten Bundesland zu vergleichen (vgl. BERKEMEYER, VON HOLT 2010).

### 3.2.2 Verfahren zur Individualdiagnose

Im Gegensatz zu Gruppentests gibt es Verfahren zur Individualdiagnose von Kindern, deren Besonderheit darin liegt, dass die Aufmerksamkeit ausschließlich auf ein einzelnes Kind fokussiert wird.

Eine Möglichkeit, eventuelle Schwierigkeiten von Schülerinnen und Schülern zu ermitteln, stellt das „*Beobachten des Schülers während der Aufgabenlösung*“ (BRÄUNING 2006, S. 23) im Unterricht oder in einer Einzelsituation, beispielsweise während einer Fördermaßnahme, dar. Hier wird die Diagnose als gezieltes Beobachten mit der Möglichkeit des Nachfragens verstanden (KAUFMANN, LORENZ 2006). Durch eine solche intensive Auseinandersetzung mit einem einzelnen Kind können Rechenstrategien aber auch Fehlvorstellungen des Kindes aufgedeckt werden. Das gilt ebenso für die Methode der Individualdiagnose in Form einer „*Fehleranalyse schriftlicher Arbeiten*“ (BRÄUNING 2006, S. 24) von Schülerinnen und Schülern, indem die Lehrperson versucht, anhand der fehlerhaften Lösungen und individuellen Rechenwege Fehlermuster und Fehlerstrategien zu erkennen, um die Missverständnisse im Anschluss daran gemeinsam mit dem Kind zu klären. Hilfreich ist bei dieser Methode, wenn das Kind seinen Rechenweg im Sinne des „*lauten Denkens*“ erklärt, um sich dadurch das eigene Tun stärker bewusst zu machen (vgl. WYGOTSKI 1972; siehe dazu auch Kap. 3.2.2.2).

Auch für die Individualdiagnose wurden gezielt Testverfahren entwickelt, die in der Individualbefassung mit einem Kind eingesetzt werden können. Als Beispiele dafür sollen hier der *Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung (OTZ)*<sup>37</sup> (VAN LUIT u.a. 2001) sowie die *Neuropsychologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern (ZAREKI)*<sup>38</sup> (VON ASTER, WEINHOLD ZULAUF 2006) genannt, aber nicht ausführlich dargestellt werden.

---

<sup>37</sup> Weitere Ausführungen zum OTZ findet man bei LORENZ (2012; S. 67) und bei GASTEIGER (2007; S. 10).

<sup>38</sup> Weitere Ausführungen zum ZAREKI und ZAREKI-R findet man bei LORENZ (2012; S. 72).

Sowohl beim OTZ als auch beim ZAREKI handelt es sich zwar um Verfahren zur Individualdiagnose, das jeweilige Ziel liegt hier aber ebenso durch die Normierung in der Verortung der Ergebnisse und nicht in der Handlungsleitung.

Anders ist dies bei der „Förder/Diagnosebox Mathe“ (siehe Kap. 3.2.2.1) und dem *Elementarmathematischen Basisinterview* (siehe Kap. 3.2.2.2), welche aus diesem Grund als Beispiele für Verfahren zur Individualdiagnose mit handlungsleitendem Charakter im Folgenden exemplarisch vorgestellt werden.

### **3.2.2.1 Die „Förder/Diagnosebox Mathe“**

Die „Förder/Diagnosebox Mathe“ (KAUFMANN, LORENZ 2006) dient der gezielten Beobachtung eines Kindes im Unterricht, um auf dieser Grundlage individuelle Förderpläne zu entwickeln. Es handelt sich damit nicht nur um ein Verfahren zur Individualdiagnose, sondern zusätzlich um ein Instrument handlungsleitender Diagnostik (siehe Kap. 3.1.2).

Die Box besteht aus einem Begleitheft und Beobachtungs- und Förderideen für den kognitiven Bereich, Begriffe, das Zahlverständnis, das Rechnen und Rechenstrategien, Größen, das Operationsverständnis sowie das Problemlösen, um den Kindern zu ermöglichen, die geforderten Bildungsstandards zu erreichen (KAUFMANN, LORENZ 2006). Die Beobachtungsbögen sind getrennt nach den Jahrgangsstufen 1-2 und 3-4, pro Kind wird ein Bogen pro Schuljahr verwendet. Die Beobachtungen durch die Lehrperson werden auf dem Beobachtungsbogen mit „kaum ausgeprägt“ (+) über (++) und (+++) bis „stark ausgeprägt“ (++++), gekennzeichnet, je nach Einschätzung der beim Kind beobachteten Kompetenz. Die Wahrnehmung einer Lehrperson kann hier sehr subjektiv sein, sodass es sich bei dieser Form der Diagnose nicht um ein standardisiertes, objektives Verfahren handelt. Hinzukommt, dass die notwendige Interpretation des Beobachtungsbogens durch die Lehrperson ohne zusätzliche Anleitung vorgesehen ist. Dies setzt das Vorhandensein einer entsprechenden Kompetenz bei der Lehrkraft voraus.

Die im Begleitheft ergänzend zum Beobachtungsbogen enthaltenen Diagnoseaufgaben sind exemplarisch zu den einzelnen Bereichen aufgeführt. Hier gibt es keine Hinweise darauf, welche Kompetenz dem Kind nach der Übung zugewiesen wird und wie die anschließende Förderung konkret aussehen kann. Es wird zum Teil die Verwendung von Material empfohlen (beispielsweise Zahlenkarten), wobei das Material kein Bestandteil der Förder/Diagnosebox ist.

Die Box enthält aber vielfältige Karteikarten, die auf die Kriterien der Beobachtungsbögen zugeschnitten und für die Beobachtung und Förderung der Kinder hilfreich sind (vgl. KAUFMANN, LORENZ 2006). Es wird bei beobachteten Schwierigkeiten eine frühestmögliche Förderung mit den Förder-Karteikarten empfohlen, die exemplarisch Möglichkeiten der Förderung aufzeigen. Eigene bzw. ähnliche Aufgaben sind noch zu konstruieren. Eine Arbeit mit der Box kann in Einzelarbeit innerhalb des Klassenunterrichts, in einer Individualbefassung mit dem Kind, während der Stillarbeit oder im Förderunterricht erfolgen. Wichtig ist es, die Kinder bei der Arbeit mit den Karteikarten zu begleiten, regelmäßig Nachfragen zu stellen und die aufgestellten Förderziele dadurch zu modifizieren.

### **3.2.2.2 Interviewverfahren**

Interviewverfahren sind im Allgemeinen eher aus der Medizin und der Psychologie als Methode zur Datenerhebung beziehungsweise als Ergänzung testdiagnostischer Befunde bekannt. Als Verfahren zur Erhebung mathematischer Fähigkeiten und Fertigkeiten von Kindern waren Interviewverfahren im deutschsprachigen Raum bisher eher unüblich.

Das *Elementarmathematische Basisinterview* (EMBI) wurde als mathematisches Interviewverfahren in den Jahren 2003 - 2007 in Deutschland entwickelt (siehe Kap. 3.3). Hierbei werden einem Kind nach einem vorgegebenen Ablauf gezielte Fragen gestellt, um Informationen zum Stand der mathematischen Leistungs- und Kompetenzentwicklung des Kindes zu erhalten (PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013). Das Versprachlichen eigener Denk- und Rechenwege durch die Kinder stellt im Vergleich zu anderen

Formen der Individualdiagnose beim Interviewverfahren eine hervorzuhebende Besonderheit dar.

Bereits WYGOTSKI (1972) hat konträr zu PIAGET gezeigt, dass Denken und Sprechen als Einheit zu sehen sind (vgl. MESSNER 1995).

*„Wenn sich das Denken in Sprechen verwandelt, strukturiert es sich um und verändert sich.“* (WYGOTSKI 1972, S. 303).

Wenn durch die Verwendung eines Interviewverfahrens als diagnostisches Instrument Wert darauf gelegt wird, dass die Sprache zum Handeln hinzukommt, lernt das Kind, *„sich bewusst zu machen, was es tut, und damit willkürlich mit seinen eigenen Fähigkeiten zu operieren“* (WYGOTSKI 1972, S. 231).

*„Bevor ein Rechenweg expliziert werden kann, ist die Reflexion der eigenen Vorgehensweise durch den Lernenden notwendig, denn die Darstellung erfordert die Bewusstmachung der eigenen Gedanken [...]. Die Bewusstmachung des eigenen Denkens kann zur Klärung der Gedanken beitragen und somit den Lernprozess voranbringen“* (RATHGEB-SCHNIERER 2006, S. 91).

Das EMBI stellt ein Verfahren zur Individualdiagnose dar, mit welchem Handlungsleitung angestrebt wird, wenn es der Lehrperson gelingt, aus den Interviewergebnissen Handlungsimpulse für den Unterricht oder eine Förderung abzuleiten (siehe dazu Kap. 9).

Insgesamt dient das EMBI im Gegensatz zur Förder/Diagnosebox nicht zur Beobachtung im Unterricht, sondern zur gezielten Beobachtung eines einzelnen Kindes im Rahmen einer Individualbefassung.

Einige Unterschiede zu anderen bekannten Verfahren der mathematischen Lernstandsbestimmung finden sich beim EMBI durch die folgenden, zentralen und konzeptionell innovativen Elemente:

- *„Die nach verschiedenen mathematischen Inhalten differenzierte Erhebung mathematischer Fähigkeiten,*
- *die Erfassung von mathematischen Vorläuferfähigkeiten in Form eines speziell für Kindergarten- und Vorschulkinder entwickelten Interviewteils,*

- *eine durchgehend materialgestützte Interviewführung,*
- *die Beschreibung der sich entwickelnden mathematischen Fähigkeiten von Kindern in Form von Ausprägungsgraden,*
- *die klar definierten Abbruchkriterien bei den Aufgaben, um eine Demotivierung oder Überforderung zu vermeiden“ (PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013, S. 6).*

Dadurch ist das EMBI ein Verfahren zur Individualdiagnose, das durch seine Besonderheiten in der Erfassung der mathematischen Fähigkeiten und Fertigkeiten der Kinder und seinen handlungsleitenden Charakter weit über den Nutzen anderer bereits dargestellter Verfahren hinausgeht. Aus diesem Grund wird das EMBI als Diagnoseinstrument für die vorliegende Arbeit ausgewählt und dazu in Kapitel 3.3.4 ausführlich dargestellt.

### **3.2.3 Bezug der Diagnoseverfahren zu den deutschen Bildungsstandards der KMK**

Die Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich wurden von der Kultusministerkonferenz in ihrem Beschluss vom 15. Oktober 2004 festgelegt (KMK 2005). Ziel der Bildungsstandards ist es, eine kompetenzorientierte Konzeption des Mathematikunterrichts an deutschen Grundschulen zu gewährleisten (siehe dazu Kap. 1.3).

Dazu beschreiben die Bildungsstandards auf nationaler Ebene, welche mathematischen Kompetenzen die Schülerinnen und Schüler am Ende der vierten Jahrgangsstufe erreichen sollen (vgl. WALTHER u.a. 2008).

In den Bildungsstandards werden fünf Inhaltsbereiche unterschieden: *Zahlen und Operationen, Raum und Form, Muster und Strukturen, Größen und Messen* sowie *Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit* (KMK 2005, S. 9 ff).

Anknüpfend an die Bildungsstandards sollen diese Inhaltsbereiche als Grundlage für eine angemessene Lernstandserhebung im Fach Mathematik dienen (vgl. WOLLRING, PETER-KOOP u.a. 2011). Aus diesem Grund werden drei der in Kapitel 3.2 ausführlich dargestellten Diagnoseverfahren daraufhin untersucht und tabellarisch dargestellt, welche inhaltsbezogenen

mathematischen Bereiche aus den Bildungsstandards mit dem jeweiligen Verfahren erhoben werden.

Die folgende Tabelle gibt hierzu einen Überblick für den Deutschen Mathematiktest (DEMAT), die Förder/Diagnosebox (FÖ/DI-Box) sowie das Elementarmathematische Basisinterview (EMBI):

### Zahlen und Operationen

Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	DEMAT	FÖ/DI-Box	EMBI
Zahldarstellungen und Zahlbeziehungen verstehen	X	X	X
Rechenoperationen verstehen und beherrschen	X	X	X
In Kontexten rechnen	X	X	X

Tabelle 1: Zuordnung zum Inhaltsbereich Zahlen & Operationen

### Raum und Form

Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	DEMAT	FÖ/DI-Box	EMBI
Sich im Raum orientieren	X	-	X
Geometrische Figuren erkennen, benennen und darstellen	X	-	X
Einfache geometrische Abbildungen erkennen, benennen und darstellen	X	-	X
Flächen- und Rauminhalte vergleichen und messen	X	-	X

Tabelle 2: Zuordnung zum Inhaltsbereich Raum & Form

### Muster und Strukturen

Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	DEMAT	FÖ/DI-Box	EMBI
Gesetzmäßigkeiten erkennen, beschreiben und darstellen	-	X	X
Funktionale Beziehungen erkennen, benennen und darstellen	-	X	-

Tabelle 3: Zuordnung zum Inhaltsbereich Muster & Strukturen

### Größen und Messen

Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	DEMAT	FÖ/DI-Box	EMBI
Größenvorstellungen besitzen	X	X	X
Mit Größen in Sachsituationen umgehen	X	X	X

Tabelle 4: Zuordnung zum Inhaltsbereich Größen & Messen

### Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit

Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	DEMAT	FÖ/DI-Box	EMBI
Daten erfassen und darstellen	-	-	-
Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen in Zufallsexperimenten vergleichen	-	-	-
Anzahl der abgedeckten Teilbereiche insgesamt	9	7	10

Tabelle 5: Zuordnung zum Inhaltsbereich Daten, Häufigkeit & Wahrscheinlichkeit

Anhand der tabellarischen Übersicht lässt sich erkennen, dass mit den drei Diagnoseverfahren unterschiedlich viele inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen erhoben werden. Einen Schwerpunkt legen alle drei Verfahren auf den Inhaltsbereich *Zahlen und Operationen*. Der DEMAT enthält zusätzlich Aufgaben aus den Bereichen *Raum und Form* sowie *Größen und Messen*, während die Förder/Diagnose-Box die Bereiche *Muster und Strukturen* sowie *Größen und Messen* mit abdeckt. Beim EMBI werden *Raum und Form*, *Muster und Strukturen* sowie *Größen und Messen* zusätzlich zum Bereich *Zahlen und Operationen* berücksichtigt.

Keines der drei Diagnoseverfahren enthält Aufgaben aus dem Inhaltsbereich *Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit*, was sich damit begründen lässt, dass die ausgewählten Verfahren überwiegend für die niedrigeren Klassenstufen (z.B. EMBI) beziehungsweise vor der Entstehung der Bildungsstandards (z.B. DEMAT) konzipiert wurden. Des Weiteren macht es der große Umfang der Bildungsstandards schwierig, alle Inhalte aus den Bildungsstandards mit einem Diagnoseinstrument in einem vertretbaren Zeitrahmen zu erheben (WOLLRING, PETER-KOOP u.a. 2011).

### 3.3 Interviewbasierte Diagnostik mit EMBI

Im vorherigen Kapitel wurde das Elementarmathematische Basisinterview (EMBI) als Verfahren zur Individualdiagnose in Abgrenzung zu anderen diagnostischen Verfahren überblicksartig vorgestellt. Dabei wurde das Interviewverfahren mit dem Ziel der Handlungsleitung beschrieben.

Dieses Charakteristikum wird für die vorliegende Arbeit genutzt, indem das EMBI als Instrument zur Datenerhebung und -auswertung für die empirische

Untersuchung ausgewählt und auf Grundlage von Fallanalysen der Weg vom Diagnostizieren zum Fördern aufgezeigt werden soll.

Aus diesem Grund werden die Entstehung des Verfahrens, die für die Arbeit relevanten Inhalte sowie die Besonderheiten des diagnostischen Instruments zunächst vertiefend dargestellt.

### **3.3.1 Entstehung des hier betrachteten diagnostischen Interviewverfahrens**

Das EMBI wurde an der Universität Kassel in Kooperation mit der Universität Oldenburg im Zeitraum von 2003 – 2007 als Diagnoseinstrument für Kinder im Alter von 5 bis 8 Jahren für das Fach Mathematik konzipiert (siehe Kap. 3.3.3). Es basiert auf dem im Bundesstaat Victoria in Australien entwickelten und dort seit Ende der 1990er-Jahre erfolgreich in Grundschulen eingesetzten *Early Numeracy Research Project* (siehe Kap. 3.3.2). Dieses Interviewverfahren ermöglicht auf der Grundlage der australischen *National Numeracy Strategy* eine umfangreiche Diagnose im Fach Mathematik (vgl. PETER-KOOP, WOLLRING, u.a. 2013, S.4). Dabei umfasst das australische Interview Schwerpunkte in den mathematikdidaktischen Bereichen der Arithmetik und einiger Anwendungen sowie Ausschnitte aus der Geometrie. Im Sinne der australischen *National Numeracy Strategy* werden im Interviewverfahren bereits Strategien besonders betont. Dadurch vermittelt das australische Diagnoseverfahren früh ein sehr modernes Mathematikbild. Durch diese Passung zu den Bildungsstandards in Deutschland, ist das australische Interview nach wie vor aktuell.

### **3.3.2 Early Numeracy Research Project**

Das *Early Numeracy Research Project* (ENRP)<sup>39</sup> ist die Bezeichnung für ein australisches Forschungsprojekt im Bereich Mathematik für die Grundschule, welches von 1999 bis 2001 im australischen Bundesstaat Victoria durchgeführt wurde. Für das Projekt kooperierten die Australian Catholic University (ACU), Monash University, Victorian Department of Employment, Education and Training (DEET), Catholic Education Office (CEO, Melbourne)

---

<sup>39</sup> Das Early Numeracy Research Project wird im Folgenden ENRP abgekürzt.

und Association of Independent Schools Victoria und bildeten ein gemeinsames Forschungsteam (vgl. ENRP 2002, S. 10).

Am ENRP nahmen insgesamt 35 Versuchsschulen sowie weitere 35 Vergleichsschulen teil. Zur Teilnahme am Projekt wurden Klassen von der Vorschule (in Australien *Prep* als Abkürzung für *Preparatory Grade*) bis einschließlich Klasse 2 ausgewählt.

An den Versuchsschulen arbeiteten insgesamt 354 Lehrpersonen im Projekt mit, davon 115 über den kompletten dreijährigen Zeitraum, 85 zwei Jahre lang und 154 ein Jahr lang (vgl. ENRP 2002, S. 11). Die Lehrerinnen und Lehrer der 35 teilnehmenden Schulen führten zweimal im Jahr ein aufgabengestütztes und materialbasiertes Interview mit den Kindern aus ihren Klassen zur Erfassung der mathematischen Kompetenzen durch (vgl. ENRP 2002; GRÜSSING 2006, S. 124).

### **3.3.2.1 Projektidee und Zielsetzung**

Die Grundidee für das Projekt basierte auf zwei wichtigen Standpunkten, die vom Forschungsteam festgelegt wurden:

- *“All children can succeed in mathematics given sufficient time and support [...]”* (Early Numeracy Interview Booklet 2001, S. 3).
- *“Every child commencing school from 1998 will achieve a minimum acceptable literacy and numeracy standard within four years”* (ENRP 2002, S. 10).

Der Begriff *numeracy* wurde dabei vom Forschungsteam als *„effective use of mathematics to meet the general demands of life at school and at home, in paid work, and for participation in community and civic life“* verstanden (ENRP 2002, S. 10).

Drei wesentliche Aspekte bildeten dabei die Basis des Projekts:

- *“To assist schools to implement the key design elements as part of the school’s mathematics program;*
- *to challenge teachers to explore their beliefs and understandings about how children develop their understanding of mathematics, and how this can be supported through the teaching program; [...]*
- *to evaluate the effect of the key design elements and the professional development program on student numeracy outcomes”* (ENRP 2002, S. 11).

### **3.3.2.2 Ausprägungsgrade als Basis**

Zur inhaltlichen Strukturierung des Projekts entwickelte das Forschungsteam auf die Auswahl mathematischer Domains bezogene, sogenannte *growth points* (diese werden in der deutschen Übersetzung als „*Ausprägungsgrade*“ bezeichnet). Im Folgenden wird genauer dargestellt, was darunter zu verstehen ist und wie diese Ausprägungsgrade entstanden sind (vgl. ENRP 2002, S. 12).

Die Ausprägungsgrade stellen Entwicklungsstufen (*levels*) dar, die Kinder im Alter zwischen fünf und acht Jahren beim Mathematiklernen durchlaufen. Zur Entwicklung der Ausprägungsgrade befasste sich das Forschungsteam mit vorhandenen Forschungsergebnissen über Entwicklungsstufen.

Ein Ziel war es, diese Forschungsergebnisse in Form von Ausprägungsgraden zu formulieren, um sie für Lehrerinnen und Lehrer verständlich zu machen. Dadurch sollten die verschiedenen mathematischen Bereiche so strukturiert werden, dass mathematische Entwicklungsstufen einzelner Kinder oder Gruppen eindeutig beschrieben werden, Lernfortschritte gekennzeichnet sowie solche Kinder identifiziert werden können, die individuelle Hilfe und Unterstützung beim Mathematiklernen benötigen.

Die Ausprägungsgrade dienten dadurch auch als Basis zur Planung und Durchführung von Unterricht.

Auf der Grundlage dieser Überlegungen entwickelte das Projektteam jeweils vier bis sechs hierarchisch aufeinander aufbauende Ausprägungsgrade für die folgenden mathematischen Inhaltsbereiche:

Number:	Section P:	Prep
	Section A:	Counting
	Section B:	Place Value
	Section C:	Strategies for Addition and Subtraction
	Section D:	Strategies for Multiplication and Division
Measurement:	Section E:	Time
	Section F:	Length Measurement
	Section G:	Mass Measurement
Space:	Section H:	Properties of Shape
	Section I:	Visualisation

Aufgrund der Schwerpunktsetzung der vorliegenden Arbeit auf den arithmetischen Teil werden im Folgenden die Ausprägungsgrade ausschließlich für den Bereich „Number“ (A-D) entfaltet. Für den Teil Prep liegen keine Ausprägungsgrade vor.

### Section A: Growth Points for the domain of Counting (ENRP 2002, S. 124)

- |  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>0. Not apparent.<br/><i>Not yet able to state the sequence of number names to 20.</i></li> <li>1. Rote counting.<br/><i>Rote counts the number sequence to at least 20, but is not yet able to reliably count a collection of that size.</i></li> <li>2. Counting collections.<br/><i>Confidently counts a collection of around 20 objects.</i></li> <li>3. Counting by 1s (forward/backward, including variable starting points; before/after).<br/><i>Counts forwards and backwards from various starting points between 1 and 100; knows numbers before and after a given number.</i></li> <li>4. Counting from 0 by 2s, 5s, and 10s.<br/><i>Can count from 0 by 2s, 5s, and 10s to a given target.</i></li> <li>5. Counting from x (where <math>x &gt; 0</math>) by 2s, 5s, and 10s.<br/><i>Given a non-zero starting point, can count by 2s, 5s, and 10s to a given target.</i></li> <li>6. Extending and applying counting skills.<br/><i>Can count from a non-zero starting point by any single digit number, and can apply counting skills in practical tasks.</i></li> </ul> |
|--|

Tabelle 6: Ausprägungsgrade zum Zählen aus ENRP

### Section B: Growth Points for the domain of Place Value (ENRP 2002, S. 129)

<ol style="list-style-type: none"> <li>0. Not apparent. <i>Not yet able to read, write, interpret and order single digit numbers.</i></li> <li>1. Reading, writing, interpreting, and ordering single digit numbers. <i>Can read, write, interpret and order single digit numbers.</i></li> <li>2. Reading, writing, interpreting, and ordering two-digit numbers. <i>Can read, write, interpret and order two-digit numbers.</i></li> <li>3. Reading, writing, interpreting, and ordering three-digit numbers. <i>Can read, write, interpret and order three-digit numbers.</i></li> <li>4. Reading, writing, interpreting, and ordering numbers beyond 1000. <i>Can read, write, interpret and order numbers beyond 1000.</i></li> <li>5. Extending and applying place value knowledge. <i>Can extend and apply knowledge of place value in solving problems.</i></li> </ol>
--

Tabelle 7: Ausprägungsgrade zu Stellenwerten aus ENRP

Vor allem in den Teilen C und D lässt sich die Strategiebetonung des Interviews besonders deutlich erkennen:

### Section C: Growth Points for the domain of Addition and Subtraction Strategies (ENRP 2002, S. 134)

<ol style="list-style-type: none"> <li>0. Not apparent. <i>Not yet able to combine and count two collections of objects.</i></li> <li>1. Count all (two collections). <i>Counts all to find the total of two collections.</i></li> <li>2. Count on. <i>Counts on from one number to find the total of two collections.</i></li> <li>3. Count back/count down to/count up from. <i>Given a subtraction situation, chooses appropriately from strategies including count back, count down to and count up from.</i></li> <li>4. Basic strategies (double, commutativity, adding 10, tens facts, other known facts). <i>Given an addition or subtraction problem, strategies such as doubles, commutativity, adding 10, tens facts, and other known facts are evident.</i></li> <li>5. Derived strategies (near doubles, adding 9, build to next ten, fact families, intuitive strategies). <i>Given an addition or subtraction problem, strategies such as near doubles, adding 9, build to next ten, fact families and intuitive strategies are evident.</i></li> <li>6. Extending and applying addition and subtraction using basic, derived and intuitive strategies. <i>Given a range of tasks (including multi-digit numbers), can solve them mentally, using the appropriate strategies and a clear understanding of key concepts.</i></li> </ol>
---

Tabelle 8: Ausprägungsgrade zu Addition und Subtraktion aus ENRP

**Section D: Growth Points for the domain of Multiplication and Division Strategies** (ENRP 2002, S. 138)

<ol style="list-style-type: none"><li>0. Not apparent. <i>Not yet able to create and count the total of several small groups.</i></li><li>1. Counting group items as ones. <i>To find the total in a multiple group situation, refers to individual items only.</i></li><li>2. Modelling multiplication and division (all objects perceived). <i>Models all objects to solve multiplicative and sharing situations.</i></li><li>3. Abstracting multiplication and division. <i>Solves multiplication and division problems where objects are not all modelled or perceived.</i></li><li>4. Basic, derived and intuitive strategies for multiplication. <i>Can solve a range of multiplication problems using strategies such as commutativity, skip counting and building up from known facts.</i></li><li>5. Basic, derived and intuitive strategies for division. <i>Can solve a range of division problems using strategies such as fact families and building up from known facts.</i></li><li>6. Extending and applying multiplication and division. <i>Can solve a range of multiplication and division problems (including multi-digit numbers) in practical contexts.</i></li></ol>
---

Tabelle 9: Ausprägungsgrade zu Multiplikation und Division aus ENRP

Nach der Entwicklung der Ausprägungsgrade dienten diese als Grundlage zur Itementwicklung für ein Diagnoseinstrument in Form eines Interviewverfahrens.

Dieses sollte dazu beitragen, die mathematischen Fähigkeiten von Kindern mit den Ausprägungsgraden zu beschreiben. Die Ausprägungsgrade sollten weiterhin ermöglichen, die Lernfortschritte der Kinder von einem Interview zum nächsten durch einen Aufstieg innerhalb der Ausprägungsgrade sichtbar zu machen (vgl. ENRP 2002, S. 13 ff.).

Der Hauptschwerpunkt des Projekts lag dabei in der Entwicklung eines aufgabenbasierten Interviewverfahrens für eine 1:1-Situation zwischen einer Interviewperson und einem Kind mit festgelegten Aufgabenstellungen.

Das vom Projektteam entwickelte Interview enthielt für die Bereiche *Number*, *Measurement* und *Space* insgesamt 60 Aufgaben und wurde durch Abbruchkriterien (siehe dazu Kap. 3.3.4.3) in Abschnitte unterteilt. Diese sahen vor, dass ein Kind bei einer erfolgreichen Bearbeitung einer Aufgabe mit der nächsten Aufgabe in der gleichen Domain so lange weiterarbeitete, bis es nicht mehr erfolgreich war. Weiterhin wurde bei auftretenden Schwierigkeiten zur nächsten Domain gesprungen oder eine Zusatzaufgabe bearbeitet, um genauer bestimmen zu können, welche Schwierigkeit vorliegt.

Durch ein bestimmtes Kodierungsschema wurde nach einem Interview, das mit einem Protokollbogen dokumentiert wurde, der erreichte Ausprägungsgrad des Kindes festgelegt. Dadurch war eine Aussage über bereits vorhandene Kompetenzen des Kindes zu jeder der 9 Domains möglich.

### 3.3.2.3 Forschungsmethoden

Insgesamt wurden im ENRP hauptsächlich zwei verschiedene Forschungslinien verfolgt. Die erste war die Durchführung zahlreicher Interviews mit Kindern. Dazu nahmen alle Lehrerinnen und Lehrer der Versuchsschulen zunächst an einem Tagesseminar teil, bei dem sie in der Interviewdurchführung geschult wurden. Danach wurden alle Schülerinnen und Schüler der Versuchsschulen aus der Vorklasse bis zur zweiten Klasse und ca. 40 Schülerinnen und Schüler in jeder Vergleichsschule zweimal im Jahr (einmal im Frühjahr und einmal im Herbst) mit dem Interviewverfahren befragt (vgl. ENRP 2002, S. 16).

Während des Projekts besuchte das Forschungsteam die Versuchsschulen regelmäßig zur Beratung der Lehrerinnen und Lehrer, welche die Interviews durchführten. Außerdem fanden regelmäßige Treffen zwischen den Lehrerinnen und Lehrern der 35 Versuchsschulen zusammen mit dem Forschungsteam statt. An den Vergleichsschulen erfolgte die Interviewdurchführung durch ein trainiertes Interviewteam.

Als zweite Forschungslinie wurde parallel dazu mit einem begleitenden Lehrerbildungsprogramm zur Weiterentwicklung der Lehrpersonen gearbeitet. Daran nahmen zusätzlich alle Koordinatorinnen und Koordinatoren des Projekts teil.

Das Begleitprogramm umfasste folgende inhaltliche Arbeitsbereiche:

- *“Knowledge of how children learn mathematics,*
- *Collecting and analysing information on individual and group understanding of mathematics,*
- *Pedagogical content knowledge (the ‘intersection’ of mathematical content and general pedagogy),*
- *Implementing the key design elements,*
- *Personal knowledge of mathematics”* (ENRP 2002, S.18).

Das Interview wurde in diesem Zusammenhang insgesamt dafür genutzt, die *National Numeracy Strategy* stärker zu implementieren, da die australischen Lehrkräfte über keine fachdidaktische Ausbildung verfügen.

In diesem Zusammenhang wurden durch Interviews mit den Lehrpersonen, den Koordinatorinnen und Koordinatoren sowie Personen aus dem Leitungsteam zusätzliche Daten über die Lehrpersonen erhoben. Der Fokus wurde dabei darauf gerichtet, ob sich im Laufe des Projekts veränderte Einstellungen zum Fach Mathematik bei den Lehrerinnen und Lehrern erkennen ließen.

Dazu wurden zusätzlich Fallstudien zur Unterrichtsbeobachtung durchgeführt, indem einzelne Lehrerinnen und Lehrer durch Mitglieder der Forschungsgruppe im Unterricht gezielt beobachtet wurden. Zur Sicherung der Ergebnisse trug die Sammlung und Auswertung vielfältiger Arbeitsergebnisse (z.B. Planungsdokumente, Protokollbögen) bei.

#### **3.3.2.4 Ergebnisse der Untersuchung**

Die Durchführung zahlreicher Schülerinterviews als Längsschnittstudie in der Eingangsklasse (*Preparatory Grade*) (1999), in der Klasse 1 (2000) und in der Klasse 2 (2001) lieferte detaillierte, vergleichbare Informationen der mathematischen Kenntnisse von Schülerinnen und Schülern. Es zeigte sich insbesondere, dass die Interviews eine für die Kinder und Lehrpersonen motivierende Untersuchungsmethode darstellten (ENRP 2002, S. 256).

Durch den Vorschulteil des Interviews konnte festgestellt werden, welche Kenntnisse ein Kind bereits mit zur Schule bringen kann, ohne bisher am Mathematikunterricht teilgenommen zu haben. Die Folgeinterviews mit denselben Kindern nach einem Schulbesuch von einem halben Jahr, einem Jahr und nach zwei Jahren lieferten Ergebnisse darüber, wie sich die mathematischen Kenntnisse im Verlauf der ersten beiden Schuljahre weiterentwickeln können (Beispiel zum Zählen: siehe Abb. 2, S. 96).

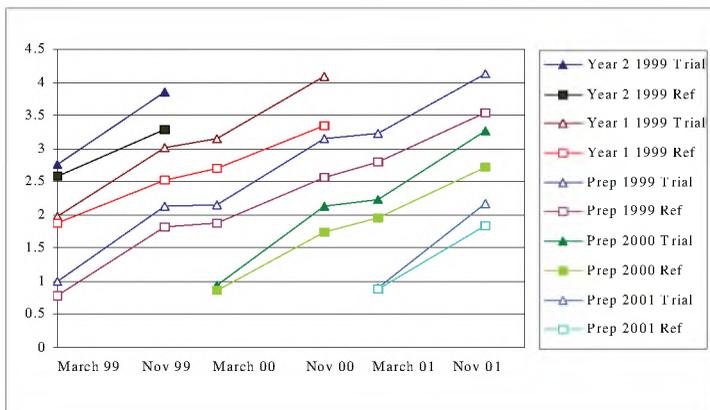


Abb. 2: Growth in Counting, 1999 – 2001 (ENRP 2002, S. 20)

Der Messzeitpunkt lag dabei jeweils im März bzw. November des jeweiligen Schuljahres. Die Ergebnisse werden im Folgenden für die vier Teilbereiche tabellarisch dargestellt. Wegen der Schwerpunktsetzung der vorliegenden Arbeit wird die Auswahl auf die Ergebnisse der Klassenstufen 1 und 2 beschränkt. Die Stichprobe umfasste dabei jeweils 868 Kinder pro Klassenstufe, insgesamt 1736 Kinder. Die Growth Points, die von den Kindern der Klassenstufen minimal bzw. maximal erreicht wurden, sind in den Tabellen eingerahmt. Die Schwerpunkte, die von den meisten Kindern erreicht wurden, sind grau hinterlegt (siehe Tab. 10 – 13, S. 82 – 83).

#### Ergebnisse zu Domain A: Zählen (ENRP 2002, S. 124)

Growth Points	0	1	2	3	4	5	6
Kinder Grade 1 (Nov. 2000)	0%	1%	27%	13%	<b>39%</b>	20%	1%
Kinder Grade 2 (Nov. 2001)	0%	0%	6%	6%	36%	<b>41%</b>	12%

Tabelle 10: Prozentuale Verteilung auf Ausprägungsgrade beim Zählen im ENRP

#### Ergebnisse zu Domain B: Stellenwerte (ENRP 2002, S. 129)

Growth Points	0	1	2	3	4	5
Kinder Grade 1 (Nov. 2000)	1%	27%	<b>41%</b>	16%	15%	0%
Kinder Grade 2 (Nov. 2001)	0%	4%	22%	18%	<b>55%</b>	1%

Tabelle 11: Prozentuale Verteilung auf Ausprägungsgrade bei den Stellenwerten im ENRP

### Ergebnisse zu Domain C: Strategien bei Addition und Subtraktion (ENRP 2002, S. 134)

Growth Points	0	1	2	3	4	5	6
Kinder Grade 1 (Nov. 2000)	1%	18%	41%	16%	17%	6%	0%
Kinder Grade 2 (Nov. 2001)	0%	3%	22%	14%	29%	31%	2%

Tabelle 12: Prozentuale Verteilung auf Ausprägungsgrade bei Addition und Subtraktion im ENRP

### Ergebnisse zu Domain D: Strategien bei Multiplikation und Division (ENRP 2002, S. 138)

Growth Points	0	1	2	3	4	5	6
Kinder Grade 1 (Nov. 2000)	5%	4%	77%	12%	2%	0%	0%
Kinder Grade 2 (Nov. 2001)	1%	1%	51%	27%	13%	6%	2%

Tabelle 13: Prozentuale Verteilung auf Ausprägungsgrade bei Multiplikation und Division im ENRP

Insgesamt ließen sich durch die Schülerinterviews mit Blick auf die Schülerleistungen und Entwicklungen über einen längeren Zeitraum (zwei Interviews mit jedem Kind pro Jahr) vielfältige Lernentwicklungsprozesse beobachten. Dabei konnten *“movements through growth points”* identifiziert werden (vgl. ENRP 2002, S. 16).

Zusätzlich zu einem Anstieg in den Ausprägungsgraden ließen sich bei den Schülerinnen und Schülern weitere positive Veränderungen erkennen, beispielsweise die Steigerung der Bereitschaft, Strategien zu verbalisieren (vgl. ENRP 2002, S. 20).

Auffällig war, dass es einzelne Ausprägungsgrade gab, für deren Erwerb die Kinder mehr Zeit brauchten als für andere (vgl. ENRP 2002, S. 125 – 139). Diese sogenannten Barrieren wurden im Bereich Zählen bei Ausprägungsgrad 3 (siehe Kap. 6.4.1) und im Bereich Stellenwerte bei Ausprägungsgrad 2 (siehe Kap. 6.4.2) identifiziert.

Im Bereich der Strategien bei Addition und Subtraktion wurde im Gegensatz dazu keine eindeutige Barriere festgestellt. Die Ausprägungsgrade 1, 2 und 3 wurden hier als gleichwertig angesehen (siehe Kap. 6.4.3).

Im Bereich der Strategien bei Multiplikation und Division wurde eine Barriere bei Ausprägungsgrad 3 identifiziert (siehe Kap. 6.4.4).

Die Eigenständigkeit der verschiedenen mathematischen Bereiche konnte nachgewiesen werden, so dass kein „Gesamt-Ausprägungsgrad“ aller Bereiche zusammen definiert und ermittelt wurde.

Insgesamt konnte festgestellt werden, dass die Ausprägungsgrade geeignet sind, um einen Lernstand zu ermitteln, das Lernen von Kindern zu beschreiben und um Lernschwierigkeiten von Kindern mit Unterstützungsbedarf aufzudecken.<sup>40</sup>

Die Einbettung in Ausprägungsgrade stellte für die Lehrpersonen eine geeignete Struktur dar, um zu verstehen, wie sich mathematische Fähigkeiten und Konzepte bei Kindern entwickeln.

Die intensive Zusammenarbeit zwischen dem Forschungsteam und der am Projekt beteiligten Lehrpersonen diente nachweislich der Förderung gezielter Qualitätsentwicklung des Mathematikunterrichts an den teilnehmenden Schulen (vgl. ENRP 2002, S. 15 ff.).

Zu Beginn des ENRP erwarteten die Lehrpersonen noch, dass ihnen vom Forschungsteam gesagt wird, was genau zu tun ist. Vom Forschungsteam musste deutlich gemacht werden, dass die Lehrpersonen als Co-Forscher gesehen wurden. Dieses Konzept erwies sich am Ende des Projekts als sehr erfolgreich. Im Laufe des Projekts konnte dokumentiert werden, wie eine erfolgreiche Unterrichtspraxis von Lehrpersonen, professioneller Lernteams und Schulen aussehen kann (vgl. ENRP 2002, S. 16).

Dabei wurde auch analysiert, welche Unterstützung die Schulen benötigen, um das Interviewverfahren sinnvoll nutzen zu können. Es konnte festgestellt werden, dass die Ausprägungsgrade eine wichtige und ergiebige Grundlage für die Planung von Unterricht und für das Unterrichten selbst darstellten, wenn die Lehrpersonen bei der Umsetzung durch das Forscherteam unterstützt wurden (vgl. ENRP 2002, S. 28). Weiterhin erhielten die Lehrpersonen durch die stärkere Professionalisierung sinnvolle Hilfen, um Kinder mit Lernschwierigkeiten fördern zu können (vgl. ENRP 2002, S. 31).

Die Formulierungen, die im Interview verwendet wurden, um Informationen über Strategien zu bekommen, wie Kinder denken und rechnen, dienten den

---

<sup>40</sup> Eine Förderung dieser Schülerinnen und Schüler fand in Kleingruppen von 1-4 Kindern für 30 Minuten pro Tag in einem Zeitraum von 10 bis 20 Wochen mit dem speziellen Förderprogramm *Extending Mathematical Understanding (EMU) program* statt (siehe dazu ENRP 2002, S. 31).

Lehrpersonen als Modelle für Fragetechniken bei Unterrichtsaktivitäten im Klassenraum (vgl. ENRP 2002, S. 27).

Dadurch ließen sich Veränderungen im Mathematikunterricht der beteiligten Lehrpersonen erkennen. Sie stellten offenere Aufgaben, forschende Fragen und gaben den Kindern herausfordernde Aufgabenstellungen, um dabei ihre Denkwege erforschen zu können. Insgesamt führten sie mehr praktische Aktivitäten durch, trauten ihren Schülerinnen und Schülern mehr zu und legten einen Schwerpunkt auf Phasen der Reflexion (vgl. ENRP 2002, S. 28 ff.). Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die am Projekt beteiligten Lehrpersonen ihre eigenen Kenntnisse und Einstellungen zum Fach Mathematik und durch professionelle Unterstützung auch beim Unterrichten des Faches durch das ENRP deutlich erweitern konnten.

Nach Abschluss des Projekts schlug die Forschergruppe daher aufgrund der Ergebnisse vor, allen Mathematiklehrerinnen und -lehrern an australischen Grundschulen von *Prep* bis Klasse 2 zu ermöglichen, das Early Numeracy Interview nach einem einführenden Tagestraining mit jedem Kind zweimal im Jahr durchzuführen. Dazu wurde das Early Numeracy Interview Booklet im August 2001 in Australien veröffentlicht (Early Numeracy Interview Booklet 2001).

Das Interviewverfahren ist heute in Australien nach wie vor aktuell. Das zur Durchführung notwendige Material steht allen Lehrerinnen und Lehrern inzwischen sogar online zur Verfügung.<sup>41</sup>

Die in den letzten Jahren angestrebte flächendeckende Einführung des Interviewverfahrens im gesamten Land wurde allerdings bisher noch nicht erreicht.

### **3.3.3 Hessisches Basisinterview zur Mathematikdiagnostik**

An der Universität Kassel und der Universität Oldenburg wurde das australische Interviewverfahren (ENRP) im Jahr 2002 zunächst ins Deutsche

---

<sup>41</sup> Das Early Numeracy Interview Booklet ist online verfügbar unter: <https://www.eduweb.vic.gov.au/edulibrary/public/teachlearn/student/mathcontinuum/onlineinterviewbooklet.pdf>.

übersetzt. Diese erste deutschsprachige Version wurde *Hessisches Basisinterview zur Mathematikdiagnostik* genannt und mit HBMD abgekürzt.

Die Namensgebung erfolgte im Zusammenhang mit einer Unterstützung des Hessischen Kultusministeriums durch Organisationsmaßnahmen und Fachmittel.

Zur deutschsprachigen Version des Interviewverfahrens wurde nach der Übersetzung ein Materialpaket zur Interviewdurchführung erstellt und zusammen mit dem Interviewleitfaden in einer vierjährigen Erprobungsphase von 2003 – 2007 in über 50 Kindergärten und Grundschulen in Hessen und Niedersachsen getestet (vgl. PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013). An der Erprobung des HBMD in Hessen waren neben der Arbeitsgruppe von B. Wollring an der Universität Kassel mit zahlreichen Studierenden auch sechs Kooperationsschulen aus dem Landkreis Kassel beteiligt. In diesem Zusammenhang lernte die Verfasserin das Interviewverfahren in der Rolle der kooperierenden Lehrerin kennen und nahm seit dem Schuljahr 2003/2004 an den Treffen der Kooperationsschulen mit der Universität Kassel teil. Ein Bestandteil dieser Kooperation war es, die Interviewdurchführung zu erlernen, eigenständig regelmäßig Schülerinterviews an der Schule und in der eigenen Klasse durchzuführen sowie Studierende zu betreuen, die an der Erprobung des Interviews in den Schulen beteiligt waren.

### **3.3.3.1 Ergebnisse der Erprobung des HBMD**

Nach Abschluss der Erprobungsphase im Jahr 2007 wurde die Bezeichnung *Hessisches Basisinterview zur Mathematikdiagnostik* (HBMD) wieder verworfen, da sie den Anschein erweckte, das Interviewverfahren sei nur regional einsetzbar.

Als neue Bezeichnung entstand die allgemeingültige Formulierung *Elementarmathematisches Basisinterview* (EMBI), die seither für alle Interviewteile einheitlich verwendet wird.

Durch die Erprobung des Interviewverfahrens in Deutschland wurde weiterhin festgestellt, dass sich nicht alle inhaltlichen Bereiche des australischen

Interviews gleichermaßen auf das deutsche Bildungssystem übertragen lassen.

Aus diesem Grund wurde das Interviewverfahren durch die Arbeitsgruppe im Folgenden in Teile unterteilt:

- EMBI - Teil I: Zahlen und Operationen
- EMBI - Teil II: Größen und Messen, Raum und Form

### **3.3.3.2 Zum Bereich *Zahlen und Operationen* (EMBI-Teil I)**

Im Inhaltsbereich *Zahlen und Operationen* war eine Passung aus dem australischen Interviewverfahren zu den deutschen Bildungsvorgaben leicht herzustellen, da hier aus entwicklungspsychologischer Sicht ein internationaler Konsens über den Aufbau und die Inhalte des Unterrichts in den einzelnen Schuljahren herrscht.

Die Kompetenzen der Kinder im Inhaltsbereich Zahlen & Operationen werden im EMBI „*durch ein Kompetenzmodell charakterisiert, das auch in den deutschen von der KMK herausgegebenen Bildungsstandards Mathematik für den Primarbereich gilt*“ (WOLLRING 2014, S. 1). Hier ist die in den Bildungsstandards implementierte Strategieorientierung aufgenommen (vgl. KMK 2005, S. 6 – 11; vgl. WOLLRING 2004a).

Das Interviewverfahren umfasste hier folgende inhaltliche Teilbereiche:

- Prä-Teil (Teil P: als Exkurs für Eingangsstufenkinder),
- Zählen (Teil A),
- Stellenwertsystem (Teil B),
- Strategien bei Addition und Subtraktion (Teil C),
- Strategien bei Multiplikation und Division (Teil D).

Dieser aus dem australischen Interviewverfahren adaptierte Bereich zu *Zahlen und Operationen* konnte als erster Interviewteil unter der neuen Bezeichnung *Elementarmathematisches Basisinterview* nach einer kurzen Überarbeitungsphase in Bezug auf sprachliche Formulierungen, die Gestaltung und Auswahl der endgültigen Interviewmaterialien, fertig gestellt und im Jahr 2007 im Mildenerberger Verlag als Handbuch (PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013) mit Materialpaket (PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2007) veröffentlicht werden.

Umbenannt wurde in diesem Zuge der *Teil P* (aus dem australischen *Prep*, siehe dazu Kap. 3.3.2.2) in *Teil V*. Ursprünglich stand die Abkürzung „V“ dabei für *Vorläuferfähigkeiten*, inzwischen wird dieser Teil ebenso als *Vorschulteil für Kindergarten- und Vorschulkinder* bezeichnet.

Das entstandene Interviewmaterial ermöglicht einer interviewenden Person die Interviewdurchführung in allen für den Bereich *Zahlen und Operationen* wichtigen Teilbereichen (siehe dazu Kap. 2):

- Teil V: Vorschulteil
- Teil A: Zählen
- Teil B: Stellenwertsystem
- Teil C: Strategien bei Addition und Subtraktion
- Teil D: Strategien bei Multiplikation und Division

### 3.3.3.3 Zu den Bereichen *Größen und Messen, Raum und Form* (EMBI-Teil II)

Im Gegensatz zum Bereich *Zahlen und Operationen* wurde während der Erprobungsphase zum EMBI festgestellt, dass die Interviewaufgaben aus dem australischen Interviewverfahren in den Bereichen *Größen und Messen* (Zeit (Teil E), Länge (Teil F) sowie Masse bzw. Gewichte (Teil G)) und *Raum und Form* (Eigenschaften ebener Figuren (Teil H) sowie Visualisieren und Orientieren (Teil I)) nicht ohne Weiteres übernommen werden können. Hier war eine umfangreiche Überarbeitung und Anpassung an die deutschen Bildungsstandards notwendig.

Die Überarbeitung und Erprobung erfolgte durch die Arbeitsgruppe der Universität Oldenburg und der Universität Kassel im Zeitraum von 2007 bis 2011 in engem Kontakt zur australischen Arbeitsgruppe. Während dieser Zeit war die Verfasserin der vorliegenden Arbeit im Fachbereich Mathematikdidaktik Grundschule als Mitarbeiterin bei B. Wollring tätig und umfassend an dieser Überarbeitung und Erprobung beteiligt.

Nach einer intensiven Überarbeitungsphase, beziehungsweise der Entwicklung neuer Interviewaufgaben mit stärkerer Verzahnung zu den

deutschen Bildungsstandards sowie der Gestaltung und Auswahl der endgültigen Interviewmaterialien, konnte der zweite Teil zum Elementarmathematischen Basisinterview zu *Größen und Messen, Raum und Form* (abgekürzt EMBI-GMRF) fertig gestellt und im Mildenerger Verlag (WOLLRING, PETER-KOOP u.a. 2011) veröffentlicht werden.

Das dadurch entstandene Interviewmaterial ermöglicht die Interviewdurchführung für die Bereiche **Größen und Messen** (Zeit (Teil E) und Länge (Teil F)) und für **Raum und Form** (Sich im Raum orientieren (Teil G), Geometrische Figuren erkennen, benennen und darstellen (Teil H), Einfache geometrische Abbildungen erkennen, benennen und darstellen (Teil J) und Flächen- und Rauminhalte vergleichen und messen (Teil K)) sowie für **Geometrische Muster und Strukturen** (Gesetzmäßigkeiten erkennen, benennen und darstellen (Teil L)).

Werden beide Interviewteile *Zahlen und Operationen* (EMBI-Teil I) und *Größen und Messen, Raum und Form* (EMBI-Teil II) zusammen eingesetzt, so werden alle in den Bildungsstandards benannten mathematischen Inhaltsbereiche<sup>42</sup> abgedeckt (WOLLRING, PETER-KOOP u.a. 2011).

„In Kombination beider Teile lässt sich die individuelle mathematische Kompetenzentwicklung von jungen Kindern umfassend und differenziert erheben, beschreiben und dokumentieren“ (PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013, S. 6).

### 3.3.4 Das ElementarMathematische BasisInterview (EMBI-Teil I)

Für die vorliegende Arbeit wird das Elementarmathematische Basisinterview ausschließlich im Bereich *Zahlen und Operationen* (siehe dazu Kap. 3.3.3.2) als Diagnoseinstrument verwendet. Mithilfe dieses Verfahrens sollen Schülerinterviews von Studierenden durchgeführt, dokumentiert und ausgewertet werden (siehe dazu Kap. 6). Diese Schülerinterviews bilden die Datengrundlage der geplanten Untersuchung. Vorgesehene Werkzeuge der

---

<sup>42</sup> Der Inhaltsbereich Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten wurde vorläufig aufgrund der Altersgruppe der Kinder (5-8 Jahre) ausgespart (WOLLRING, PETER-KOOP u.a. 2011, S. 5).

beteiligten Studierenden sind das Materialpaket sowie das Handbuch mit Interviewleitfaden, Protokoll- und Auswertungsbogen.

Die Studierenden erhalten als Vorbereitung eine gezielte, standardisierte Schulung (siehe dazu Kap. 5.3.3). Die konzeptionellen Grundlagen des Elementarmathematischen Basisinterviews werden im Folgenden vertiefend dargestellt.

### **3.3.4.1 Konzeptionelle Grundlagen**

Bei der Interviewdurchführung arbeitet ein Interviewer bzw. eine Interviewerin mit einem einzelnen Kind mit vorgegebenen Aufgabenformaten, die in einem Interviewleitfaden vorliegen.

Der Interviewleitfaden<sup>43</sup> gibt an:

- welche Aufgaben der Reihe nach durchgeführt werden,
- welches Material dazu verwendet wird,
- welche Fragen dem Kind gestellt werden sollen.

Die Antworten des Kindes bzw. die angewendeten Rechenstrategien zur Lösung der Aufgaben sowie die zugehörigen Handlungen am Material werden auf einem Protokollbogen festgehalten.

*„Zur Beurteilung des individuellen Entwicklungsstandes ist es jedoch bedeutsam, nicht nur zu erfassen, ob das Kind die Lösung finden kann, sondern auch die angewandte Strategie zu ermitteln“* (PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013, S. 7).

Die Nennung eines Ergebnisses beim Rechnen ist aus diagnostischer Sicht keine hinreichende Information. Für die Lehrperson ist es wichtig zu wissen, wie das Kind vorgegangen ist, um zu prüfen, ob es sich beispielsweise um einen zählenden Rechner (siehe Kap. 2.3.2) handelt (PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013). Das Interview folgt dieser Intention durch die materialgestützte Interviewführung, sodass das Kind die Aufgaben überwiegend mit den Artikulationsformen des Handelns und Sprechens lösen kann. Damit können handlungsgestützte Artikulationsformen die verbalen Äußerungen ergänzen oder sogar ersetzen (PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013).

---

<sup>43</sup> siehe dazu PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013, Interviewleitfaden: S. 23 – 48.

Nach BRUNER unterscheidet man drei verschiedene Repräsentationsebenen (siehe dazu Kap. 4.2.2): die Handlung (enaktive Ebene), die Wahrnehmung oder bildhafte Vorstellung (ikonische Ebene) und die Sprache (symbolische Ebene) (vgl. BRUNER 1970; vgl. MESSNER 1978). Auf der enaktiven Ebene befinden sich die Kinder, wenn sie etwas praktisch tun.

*„Beim praktischen Handeln sind die Elemente im Unterschied zu vielen geistigen Operationen konkret gegeben, d.h. sie werden [...] in der äußeren Wirklichkeit erzeugt“* (MESSNER 1978, S. 35).

Dass sich Erkenntnisse über mathematische Fähigkeiten der Kinder im Interview aus der „Handlungssprache“ gewinnen lassen, stellt eine Besonderheit des Diagnoseverfahrens dar.

Zusätzlich sind in der letzten Spalte des Interviewleitfadens Abbruchkriterien (siehe Kap. 3.3.4.3) angegeben. Diese sollen verhindern, dass für das interviewte Kind eine Überforderung entsteht. Aus diesem Grund kann die Dauer eines Interviews zwischen 20 und 45 Min. variieren (vgl. PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013).

Die begleitende Dokumentation des Interviews erfolgt mit Hilfe eines Protokollbogens.<sup>44</sup> Diese Auswertung des Protokollbogens liefert wie schon im australischen Interviewverfahren eine Übersicht zu den mathematischen Kompetenzen des Kindes in Form von Ausprägungsgraden (siehe Kap. 3.3.4.4) und dient zur Lernstandsbestimmung. Insgesamt werden im Interview sowohl Stärken als auch besonderer Unterstützungsbedarf offen gelegt (vgl. PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013).

### **3.3.4.2 Inhalte des EMBI - Zahlen & Operationen**

Das Material zum EMBI im Bereich *Zahlen und Operationen* umfasst die fünf Unterbereiche: Vorschulteil (V), Zählen (A), Stellenwertsystem (B), Strategien bei Addition und Subtraktion (C) und Strategien bei Multiplikation und Division (D).

Mit dem **Vorschulteil (Teil V)** vom EMBI werden die sogenannten „Vorläuferfähigkeiten“ von Kindern erfasst. Damit ist das mathematische

---

<sup>44</sup> siehe dazu PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013, Protokollbogen: S. 52 – 55.

Wissen gemeint, das die Kinder bereits vor Schuleintritt in ihrem häuslichen Umfeld erworben haben. Es ist bekannt, dass es sich hierbei um einen langjährigen Entwicklungsprozess handelt, der große Teile des Vorschulalters umfasst (LORENZ 2002a, S. 24).

LORENZ stellt dar, dass bei Schuleintritt damit gerechnet werden muss, dass:

- fast alle Kinder schon bis 10 zählen können (96 - 99%),
- die Hälfte der Kinder bis 20 und ein Teil der Kinder sogar bis 100 zählen kann (15%),
- 10% der Kinder alle Ziffern schreiben und lesen können,
- 60% der Kinder zweistellige Zahlen lesen, schreiben und entsprechende Mengen bestimmen können,
- beträchtliche geometrische Kenntnisse vorhanden sind,
- 90% der Kinder im Zahlenraum bis 20 einfache Additions- und Subtraktionsaufgaben in einem Sachkontext lösen können,
- 75 - 85% der Kinder Multiplikations- und Divisionsaufgaben in Sachkontexten lösen können (LORENZ 2002a).

Einige Kinder entwickeln diese Vorläuferfähigkeiten noch nicht vor Schuleintritt. Beim EMBI ermöglicht der Vorschulteil, Kinder mit unzureichend ausgebildeten Vorläuferfähigkeiten bereits vor der Einschulung zu identifizieren und entsprechend zu fördern (PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013).

Aus diesem Grund enthält der Vorschulteil zum EMBI Aufgaben (siehe dazu PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013, S. 23 – 26) zum Sortieren nach Eigenschaften und Zählen von Mengen, zum Vergleichen von Mengen und zur Mengenkonzanz<sup>45</sup> (Aufgabe V 1a – V 1e).

In V 2 werden Aufgaben zur räumlichen Anordnung, zu Mustern und zur Ordinalzahl gestellt (V 2a – V 2f). Im letzten Teil geht es um das simultane Erfassen von Mengen (ohne abzuzählen), das Zuordnen von Zahlen zu Mengen, das Sortieren von Zahlenkarten, die Zahlzerlegung, das Benennen

---

<sup>45</sup> Mengenkonzanz „bezeichnet ein Anzahlverständnis, nämlich die Fähigkeit, die Mächtigkeit einer Menge, also die Anzahl ihrer Elemente als invariant von Art und Lage der Elemente zu erkennen“ (PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013, S. 60; siehe dazu auch REUSSER 2006, S. 151 und STEINER 1973, S. 36 – 40).

von Nachfolger und Vorgänger, die Eins-zu-eins-Zuordnung<sup>46</sup> sowie um die Seriation<sup>47</sup> (V 3a – V 3j). Die Fähigkeit der Klassifikation und der Seriation ist nach PIAGET (siehe dazu PIAGET, INHELDER 2004, S. 103-109) ein wichtiger Entwicklungsschritt in der Phase, in der sich beim Kind der Übergang zum konkret-operatorischen Denken vollzieht (vgl. REUSSER 2006). Nach PIAGET ist *„die Repräsentation einer linearen Ordnung und Seriation (Reihenbildung) notwendig für die Invarianz [...]“* (LORENZ 2012, S. 28).

Der Bereich **Zählen (Teil A)** dient dazu, herauszufinden, in welchem Zahlenraum die Kinder bereits sicher zählen können (siehe dazu PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013, S. 27 – 29). Gemeint ist dabei das sprechende Bilden der Zahlwortreihe, welches im Allgemeinen mit „Zählen“ bezeichnet wird. Ergänzend kommt im EMBI das „Abzählen“ hinzu, bei dem diese Zahlworte zu zählenden Gegenständen zugeordnet werden (siehe dazu Kap. 2.1.1).

Dazu wird zu Beginn des Interviews zunächst eine Aufgabe zum Abzählen von Bären im Zahlenraum bis 20 (A 1) gestellt. Gelingt es dem Kind noch nicht, sicher bis zur Zahl 20 zu zählen, so wird an dieser Stelle der Vorschulteil eingeschoben.

Ist das Kind bereits in der Lage, sicher bis zur Zahl 20 zu zählen, werden Aufgaben zum Vorwärts- und Rückwärtszählen im Zahlenraum bis 20 und anschließend darüber hinaus im Zahlenraum bis 100 von verschiedenen Startzahlen aus gestellt (A 2). In der Aufgabe A 3 geht es um das Bestimmen von Vorgänger und Nachfolger von Zahlen. Das schrittweise Zählen in 10er-, 5er- und 2er-Schritten von 0 aus, in 10er- und 5er-Schritten von  $x > 0$  sowie in 3er- und 7er-Schritten von  $x > 0$  erfolgt in Aufgabe A 4 – A 6.

Der Bereich des Zählens wird mit einer Aufgabe zum Geldzählen abgeschlossen. Hier wird den Kindern ein Briefumschlag mit Münzen im Wert von 2,85 € gegeben. Darin sind 1 €, 50 Cent-, 20 Cent-, 10 Cent- sowie 5 Cent-

---

<sup>46</sup> Die Eins-zu-eins-Zuordnung ist eine wichtige Fähigkeit beim Abzählen, indem jedem zu zählenden Gegenstand nur ein Zahlwort zugeordnet wird (vgl. GELMAN, GALLISTEL 1978; siehe dazu auch Kap. 2.1.1).

<sup>47</sup> *„Seriation bezeichnet das Anordnen von Objekten nach bestimmten Kriterien, etwa von lang nach kurz, vom größten zum kleinsten Element etc.“* (PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013, S. 60; siehe dazu auch LORENZ 2012, S. 30 – 31 und STEINER 1973, S. 24 – 35).

Münzen in unterschiedlichen Anzahlen enthalten. Das Kind wird gebeten, das Geld zu zählen und anschließend den Betrag zu ermitteln, den man braucht, um 5 € zu erhalten (A 7).

Im Bereich **Stellenwertsystem (Teil B)** werden Aufgaben gestellt (siehe dazu PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013, S. 30 – 36), um herauszufinden, inwieweit sich die Kinder bereits mit dem Stellenwertsystem (Zehnersystem) auskennen (siehe dazu Kap. 2.2). Dazu werden die Kinder gebeten, Zahlenkarten vorzulesen (B 8). Begonnen wird mit einstelligen Zahlen, dann kommen zweistellige und gegebenenfalls drei- und vierstellige Zahlen. Hat ein Kind bereits Schwierigkeiten mit zweistelligen Zahlen, wird es gebeten, alle einstelligen Zahlen vorzulesen und die Zahl 7 mit einer Menge darzustellen.

In der Aufgabe B 9 gibt das Kind mehrstellige Zahlen in den Taschenrechner ein und ordnet bei der Aufgabe B 10 ein- bis vierstellige Zahlen nach der Größe. Anschließend soll die Zahl 36 mit Holzstäben dargestellt werden. Dazu sind jeweils 10 Holzstäbe gebündelt und das Kind bekommt eine ausreichende Anzahl von Bündeln sowie einzelne Holzstäbe zur Verfügung gestellt (B 11). Bei den Aufgaben B 12 und B 13 geht es um die Orientierung an der Hunderter- bzw. Tausendertafel.

Kinder, die sich bereits im Stellenwertsystem auskennen, werden aufgefordert, die Zahl zu ermitteln, die um 10 größer ist als 2791 (B 14) bzw. um 100 kleiner als 3027 (B 15).

Anhand einer Tabelle mit deutschen Einwohnerzahlen wird herausgefunden, ob die Kinder fünf- bis siebenstellige Zahlen lesen und der Größe nach ordnen können (B 16). Das Interpretieren eines Zahlenstrahls in verschiedenen Zahlenräumen stellt die letzte Aufgabe aus dem Bereich des Stellenwertsystems dar (B 17).

Während in den Bereichen A und B der Schwerpunkt eher auf den Kompetenzen im Bereich der Fertigkeiten liegt, wird mit den sich anschließenden Bereichen C und D die Strategieorientierung des Interviewverfahrens besonders betont.

Im Bereich der **Strategien bei Addition und Subtraktion (Teil C)** gibt es im EMBI Aufgaben (siehe dazu PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013, S. 37 – 41) zum Weiterzählen und Rückwärtszählen (C 18 - C 20) sowie zu *grundlegenden* (C 21) und argumentativ *abgeleiteten* (C 22) *Rechenstrategien*.

Unter grundlegenden Rechenstrategien sind elementare Lösungsstrategien zu verstehen, die deutlich über Strategien des Abzählens hinausgehen:

- „*Verdoppeln und Halbieren, etwa bei  $4 + 4$  oder  $8 - 4$ ,*
- *Tauschaufgabe bilden, etwa  $3 + 8 = 8 + 3$ ,*
- *Zehnerzerlegung, d.h. Kenntnis der Zahlenpaare, die 10 ergeben ohne zu zählen, etwa  $8 + 2$ ,  $4 + 6$  ...,*
- *10 addieren,*
- *Kenntnis von Grundaufgaben des Einspluseins“ (PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013, S. 61).*

Mit *abgeleiteten* Rechenstrategien sind Strategien gemeint, die auf grundlegenden Strategien aufbauen und diese weiterführen:

- *„Fastverdoppeln, etwa  $6 + 7$  wird gerechnet als ‚das Doppelte von 6 ist 12, und dann noch plus 1‘,*
- *Ergänzung zum nächsten Zehner, etwa  $4 + 8 = 4 + 6 + 2$ ,*
- *Umkehraufgabe bilden,  $7 - 2$  wird gerechnet als  $2 + 5 = 7$ ,*
- *Bei „+ 9“ wird „+ 10 - 1“ gerechnet,*
- *Analogien bilden, etwa  $14 + 5 = 19$ , weil  $4 + 5 = 9$  bekannt ist und noch ein Zehner hinzukommt“ (PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013, S. 61).*

Kindern, die bereits über grundlegende und abgeleitete Rechenstrategien verfügen, werden auch Aufgaben zu Strategien für mehrstellige Zahlen (C 23) sowie zum Überschlagen und Berechnen von Aufgaben mit drei- bis vierstelligen Zahlen gestellt (C 24 – C 26).

Im Bereich der **Strategien bei Multiplikation und Division (Teil D)** werden den Kindern Aufgaben (siehe dazu PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013, S. 42 – 48) zum Vervielfachen und Verteilen mit Material gestellt (D 27 – 28) bzw. abstraktere Aufgaben, bei denen die Objekte nur teilweise vorhanden oder sichtbar sind (D 29 – D31).

Weitere Aufgaben zur Multiplikation und Division (D 32 – D 33) ermöglichen, festzustellen, ob das Kind bereits über *grundlegende*, *abgeleitete* oder *intuitive Strategien* zum Lösen von Multiplikations- und Divisionsaufgaben verfügt.

Grundlegende Strategien beziehen sich dabei auf das Bilden der Tauschaufgabe und die Kenntnis von Grundaufgaben des Einmaleins (PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013, S. 61).

Abgeleitete Rechenstrategien sind bezogen auf die Multiplikation und Division solche, die auf grundlegenden Strategien aufbauen und diese weiterführen:

- *„Fortgesetzte Addition, etwa  $3 \cdot 4 = 4 + 4 + 4$ , oder Subtraktion, etwa  $12 : 4 = 12 - 4 - 4 - 4$ , wobei erkannt wird, dass 3-mal die 4 abgezogen wird,*
- *Aufgaben auf Grundaufgaben des Einmaleins zurückführen, z.B.  $5 \cdot 6 = 30$ , weil „ $5 \cdot 5 = 25$  und dann noch 5 dazu“ (PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013, S. 61).*

*„Intuitive Rechenstrategien sind Strategien, die ein Kind auf der Basis seines Wissens über Zahlen und Zahlbeziehungen wählt, ohne diese formal im Unterricht gelernt zu haben und ohne diese in jedem Fall erklären zu können, etwa  $3 \cdot 8 = 6 \cdot 4 = 24$ , weil im Sinne des gegensinnigen Veränderns der linke Faktor mit 2 multipliziert, der rechte Faktor dagegen durch 2 dividiert wird“ (PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013, S. 61).*

Die Aufgaben D 34 – D 37 dienen dazu, herauszufinden, ob das Kind Multiplikations- und Divisionsaufgaben (auch mit mehrstelligen Zahlen) in Sachkontexten lösen kann.

### 3.3.4.3 Abbruchkriterien

Nach WOLLRING (2014) lässt sich die Struktur des Interviewverfahrens als „Sägezahn-Design“ bezeichnen. Damit ist gemeint, dass in den vier aufeinanderfolgenden Bereichen (A-D) der Schwierigkeitsgrad in jedem Bereich zunächst niedrig startet und dann ansteigt (siehe Abb. 3).

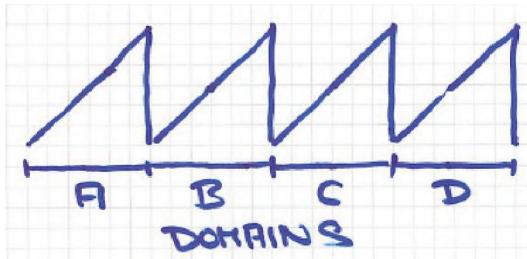


Abb. 3: Sägezahn-Design (WOLLRING 2014, S.2)

Auch andere Testverfahren, etwa VERA (siehe Kap. 3.2.1.2), folgen diesem Design. Generell ist es für Kinder mit niedrigen Kompetenzen frustrierend, in einem Test viele Aufgaben zu bearbeiten, bei denen sie erfolglos sind (vgl. WOLLRING 2014).

Aus diesem Grund haben die australischen Designer im Interviewverfahren eine Besonderheit eingebaut, die sogenannten Abbruchkriterien. Diese haben den Zweck, zu vermeiden, dass sich ein Kind über- bzw. unterfordert fühlt.

Die Abbruchkriterien sorgen dafür, dass die Interviewerin oder der Interviewer zu bestimmten Stellen springen und Aufgaben auslassen kann, wenn ein Kind bei einer Teilaufgabe nicht mehr weiter weiß bzw. eine falsche Antwort gibt. Dadurch verläuft jedes Interview sehr individuell und das Kind bekommt in jedem Teilbereich jeweils so viele Aufgaben gestellt, bis es die Grenzen seiner aktuellen mathematischen Entwicklung erreicht hat. WOLLRING (2014) bezeichnet diese Besonderheit als „*abgeschnittenes Sägezahn-Design*“. Es handelt sich damit um ein adaptives Interview, das durch die Abbruchkriterien an den jeweiligen Lernstand des Kindes angepasst wird.

Hinter dieser Konzeption steht *„die Absicht, ein für das Kind erträgliches und für die interviewende Lehrkraft handlungsergiebiges und handlungsleitendes Instrument bereit zu stellen, das nicht primär der Beurteilung, sondern primär der Förderung des interviewten Kindes dient“* (WOLLRING 2014, S. 3). Eine Möglichkeit, wie der Weg vom Interview bis hin zur Förderung realisiert werden kann und welche Entscheidungen die Lehrkraft dazu treffen muss, wird von der Verfasserin in Kapitel 9 aufgezeigt.

#### **3.3.4.4 Ausprägungsgrade**

Die Auswertung eines Schülerinterviews anhand des Protokollbogens mithilfe der Auswertungsrichtlinien liefert, zusätzlich zur eigenen Beobachtung durch den Interviewer oder die Interviewerin, die sogenannten Ausprägungsgrade. Dabei entsprechen die Ausprägungsgrade aus dem Elementarmathematischen Basisinterview den durch die australische Arbeitsgruppe in Bezug auf die Entwicklung mathematischen Denkens erstellten *growth points* (siehe Kap. 3.3.2.2).

*„Grundlage war eine umfassende Auswertung internationaler Literatur, die sich auf die Identifizierung von Stadien oder Phasen elementarmathematischer Lernprozesse in Bezug auf verschiedene Inhaltsbereiche sowie die Entwicklung von Konzepten zur Beschreibung mathematischen Lernens bezieht“* (PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013, S. 8).

Die deutsche Übersetzung der *growth points* in *Ausprägungsgrade* spiegelt nach WOLLRING (2014) nicht ganz deutlich wider, dass damit „Meilensteine“ einer Entwicklung gemeint sind.

Für jedes Kind werden in den Ausprägungsgraden die mathematischen Kompetenzen (wie bereits beim ENRP) bezogen auf die Bereiche A, B, C und D getrennt und differenziert beschrieben. Dadurch lässt sich der aktuelle Leistungsstand in den einzelnen Teilbereichen ermitteln.

Es liegen dazu (siehe Abb. 4, S. 114) Ausprägungsgrade von 0 bis maximal 6 für folgende Bereiche vor:

- Bereich A (Zählen),
- Bereich C (Strategien bei Addition und Subtraktion) und
- Bereich D (Strategien bei Multiplikation und Division).

Ausprägungsgrade von 0 bis maximal 5 (siehe Abb. 4, S. 114) liegen für folgenden Bereich vor:

- Bereich B (Stellenwerte).

Die Ausprägungsgrade sind als Entwicklungsmodell zu interpretieren. Das bedeutet, dass sie die mathematischen Fähigkeiten von Kindern in Form von Entwicklungsstufen beschreiben. Je höher der Ausprägungsgrad ist, umso weiter sind die Kompetenzen des Kindes in diesem Bereich entwickelt. Die Ausprägungsgrade lassen sich damit im Sinne eines Kompetenzstufenmodells verstehen.<sup>48</sup>

Zu berücksichtigen ist hierbei, dass wenn „[...] ein Ausprägungsgrad mit „0“ bezeichnet“ wird, dies nicht bedeutet, „dass das Kind nichts weiß oder kein Verständnis entwickelt hat, sondern [das] indiziert lediglich, dass Ausprägungsgrad 1 noch nicht nachzuweisen ist“ (PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013, S. 8). Weiterhin müssen höhere Ausprägungsgrade nicht automatisch alle Inhalte niedrigerer Ausprägungsgrade enthalten. Sie beinhalten aber stets komplexere Kompetenzen, indem sie zunehmend komplexes Denken und Verstehen einbeziehen und in dieser Form zu interpretieren sind (vgl. PETER-KOOP, WOLLRING 2013 sowie WOLLRING 2014).

---

<sup>48</sup> Lehrerinnen und Lehrer benötigen ausreichende Kenntnisse zu Kompetenzmodellen, um Kinder gezielt fördern zu können. Ausführlich wird diese Notwendigkeit von REISS und WINKELMANN dargestellt. Sie beschreiben ein Kompetenzmodell, dessen Kompetenzstufen bei der Beschreibung von mathematischen Basiskompetenzen beginnen und bis zur Identifizierung eines elaborierten und souveränen Umgangs mit Mathematik in der Primarstufe gehen (REISS, WINKELMANN 2008).

## 7.5 KV: EMBI Zahlen und Operationen – Einzelauswertung: Ausprägungsgrade

Name:		Alter:		Datum:								
Klasse:	Schule:											
Notizen:												
<b>EMBI: Schülerprofil</b>												
Name:	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L

### Zahlen und Operationen

#### Teilbereich A. Zählen

- 0. Nicht ersichtlich, ob das Kind in der Lage ist, die Zahlwörter bis 20 zu benennen.
- 1. **Mechanisches Zählen.** Das Kind zählt mechanisch bis mindestens 20, ist aber noch nicht in der Lage, eine Menge (von Gegenständen) dieser Größe zuverlässig abzuzählen.
- 2. **Zählen von Mengen.** Das Kind zählt sicher Mengen mit ca. 20 Elementen (Gegenständen).
- 3. **Vorwärts- und Rückwärtszählen in Einerschritten.** Das Kind kann im Zahlenraum bis 100 in Einerschritten von verschiedenen Startzahlen aus zählen und Vorgänger und Nachfolger einer gegebenen Zahl benennen.
- 4. **Zählen von 0 aus in 2er-, 5er- und 10er-Schritten.** Von 0 aus gelingt das Zählen in 2er-, 5er- und 10er-Schritten bis zu einer gegebenen Zielzahl.
- 5. **Zählen von Startzahlen mit  $x > 0$  aus in 2er-, 5er- und 10er-Schritten.** Von einer Startzahl ( $x > 0$ ) gelingt das Zählen in 2er-, 5er- und 10er-Schritten bis zu einer gegebenen Zielzahl.
- 6. **Erweitern und Anwenden von Zählfähigkeiten.** Von einer Startzahl ( $x > 0$ ) gelingt das Zählen in beliebigen einstelligen Schritten und diese Zählfähigkeiten können in praktischen Aufgaben angewandt werden.

#### Teilbereich B. Stellenwerte

- 0. Nicht ersichtlich, ob das Kind in der Lage ist, einstellige Zahlen zu lesen, zu interpretieren und zu sortieren.
- 1. **Lesen, Interpretieren und Sortieren von einstelligen Zahlen.** Das Kind kann einstellige Zahlen lesen, interpretieren und sortieren.
- 2. **Lesen, Interpretieren und Sortieren von zweistelligen Zahlen.** Das Kind kann zweistellige Zahlen lesen, interpretieren und sortieren.
- 3. **Lesen, Interpretieren und Sortieren von dreistelligen Zahlen.** Das Kind kann dreistellige Zahlen lesen, interpretieren und sortieren.
- 4. **Lesen, Interpretieren und Sortieren von Zahlen über 1000.** Das Kind kann Zahlen über 1000 lesen, interpretieren und sortieren.
- 5. **Erweitern und Anwenden des Wissens über Stellenwerte.** Das Kind kann beim Lösen von Aufgaben das Wissen über Stellenwerte anwenden und erweitern.

#### Teilbereich C. Strategien bei Addition und Subtraktion

- 0. Nicht ersichtlich, ob das Kind in der Lage ist, zwei Mengen zusammenzufügen und auszuzählen.
- 1. **Alles zählen (zwei Mengen).** Um das Ergebnis der Vereinigung von zwei Mengen zu ermitteln, werden alle Elemente gezählt.
- 2. **Weiterzählen.** Um die Gesamtzahl der Elemente in zwei Mengen zu ermitteln, wird von einer der beiden Zahlen weitergezählt.
- 3. **Rückwärtszählen / Vorwärtszählen.** Das Kind wählt bei einer gegebenen Subtraktionsaufgabe eine angemessene Strategie des Zählens (rückwärts oder vorwärts).
- 4. **Grundlegende Strategien.** Das Kind wählt bei einer gegebenen Additions- oder Subtraktionsaufgabe grundlegende Strategien wie Verdoppeln, Tauschaufgabe bilden (Kommutativität), Zehnerzerlegung oder andere Vorgehensweisen.
- 5. **Abgeleitete Strategien.** Das Kind wählt bei einer gegebenen Additions- oder Subtraktionsaufgabe abgeleitete Strategien wie Fast-Verdoppeln, plus 10 minus 1 („Vor- und Zurücksprung“), bis zum nächsten Zehner ergänzen, Rückgriff auf Umkehraufgaben oder verwandte Aufgaben (Aufgabenfamilie) oder intuitive Strategien.
- 6. **Erweitern und Anwenden grundlegender, abgeleiteter und intuitiver Strategien bei Addition und Subtraktion.** Es gelingt die Lösung gegebener Aufgaben (auch mit mehrstelligen Zahlen) im Kopf unter Anwendung geeigneter Strategien und mit einem klaren Verständnis der Grundaufgaben der Addition.

#### Teilbereich D. Strategien bei Multiplikation und Division

- 0. Nicht ersichtlich, ob das Kind in der Lage ist, die Gesamtanzahl verschiedener kleiner gleich großer Mengen zu erfassen und auszuzählen.
- 1. **Zählen von Elementen einer Menge als Einer.** Das Kind findet die Gesamtanzahl in einer multiplikativen Struktur nur durch Zählen der einzelnen Elemente.
- 2. **Materialgestützte Lösung von Multiplikations- und Divisionsaufgaben.** Die Lösung von Aufgaben zum Vervielfachen und Verteilen gelingt, wenn alle Objekte zur Verfügung stehen.
- 3. **Abstrakte Lösung von Multiplikations- und Divisionsaufgaben.** Das Kind löst Multiplikations- und Divisionsaufgaben, bei denen nicht alle Objekte vorhanden bzw. dargestellt sind.
- 4. **Grundlegende, abgeleitete und intuitive Strategien für Multiplikation.** Das Kind kann Multiplikationsaufgaben unter Anwendung von Strategien wie Tauschaufgabe bilden (Kommutativität), in Schritten zählen oder Aufbauen auf Grundaufgaben des Einmaleins lösen.
- 5. **Grundlegende, abgeleitete und intuitive Strategien für Division.** Das Kind kann Divisionsaufgaben unter Anwendung von Strategien wie Umkehraufgabe bilden (Aufgabenfamilie), sortierte Subtraktion oder Aufbauen auf Grundaufgaben des Einmaleins lösen.
- 6. **Erweitern und Anwenden von Strategien zur Multiplikation und Division.** Das Kind kann Multiplikations- und Divisionsaufgaben (auch mit mehrstelligen Zahlen) in angewandten Kontexten lösen.

Im Gegensatz zu fast allen anderen uns bekannten Verfahren zur Lernstandsbestimmung ist hier „ein Ausprägungsgrad zur mathematischen Leistung insgesamt [...] nicht vorgesehen“ (PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013, S. 8), erhoben werden „domainspezifische Performanzen“ (WOLLRING 2014, S. 1).

Die domainspezifischen Ausprägungsgrade intendieren eine „domain-spezifische Sensibilisierung“ der (interviewenden) Lehrkraft mit dem Ziel, eine treffsichere Förderung zu konzipieren (vgl. WOLLRING 2014). Die nächst höheren Ausprägungsgrade können dazu jeweils für die Lehrkraft hilfreich sein, um aus diesen nächste Entwicklungsschritte und damit Impulse für die Förderung abzuleiten. Gelingt dies der Lehrkraft, so wird das Interview tatsächlich handlungsleitend eingesetzt.

Durch die weitgehend hierarchische Ordnung der Ausprägungsgrade „[...] entsteht ein individuelles Fähigkeitsprofil [...], das nun leicht mit entsprechenden Befunden früherer und/oder späterer Interviews<sup>49</sup> verglichen werden kann“ (PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013, S. 15).

Welche Möglichkeiten es gibt, dieses Fähigkeitsprofil als Grundlage zum Fördern zu nutzen, wird im nächsten Kapitel nach einer Definition des Begriffs *Individuelle Förderung* dargestellt.

---

<sup>49</sup> Hinweise zum Einsatz des Interviewverfahrens zur Durchführung eines Zweitinterviews nach einem Zeitraum von etwa 12 Monaten finden sich bei PETER-KOOP, WOLLRING 2013, S.21.

## 4. Individuelle Förderung

Der Begriff *individuelle Förderung* bezeichnet im schulischen Kontext die intensive Unterstützung der Entwicklung jedes einzelnen Kindes durch die Lehrperson. Das Ziel ist dabei, möglichst allen Kindern einen Lernerfolg zu ermöglichen. Dazu müssen von Seiten der Lehrperson Schwierigkeiten erkannt werden, um für die Situation eine Erfolg versprechende Intervention zu entwickeln (vgl. KIPER, MISCHKE 2004).

*„Förderung bedeutet die Bereitstellung und die Durchführung besonderer Angebote, wenn die pädagogischen Standardangebote nicht ausreichend für die gedeihliche Entwicklung von Lernenden sind“* (KRETSCHMANN 2006, S. 31).

### 4.1 Gesetzliche Grundlagen

In der *Verordnung zur Gestaltung des Schulverhältnisses*<sup>50</sup> (HKM 2011) wird dargestellt, dass Schülerinnen und Schüler nach dem Hessischen Schulgesetz grundsätzlich einen Anspruch auf individuelle Förderung durch die Schule haben (§ 3 Abs. 6 HSchG<sup>51</sup>). Besondere Regelungen gibt es für Kinder bei vorliegenden Schwierigkeiten im Lesen, Rechtschreiben oder Rechnen, auf die im Folgenden ausführlich eingegangen wird.

#### 4.1.1 Kinder mit Schwierigkeiten im Lesen, Rechtschreiben oder Rechnen<sup>52</sup>

Im sechsten Teil der Verordnung zur Gestaltung des Schulverhältnisses wird geregelt, dass Kinder mit besonderen Schwierigkeiten im Lesen, Rechtschreiben oder Rechnen (siehe Kap. 1.4.1.1) einen Anspruch auf individuelle Förderung mit dem Ziel haben, die Schwierigkeiten so weit wie möglich zu überwinden. Im Sinne der Förderdiagnostik (siehe Kap. 3.1.2.2) ist es eine Aufgabe der Schule, herauszufinden, ob diese besonderen

---

<sup>50</sup> Diese Verordnung wird im Folgenden mit VO abgekürzt.

<sup>51</sup> HSchG: Abkürzung für das *Hessische Schulgesetz* in der Fassung vom 14. Juni 2005, zuletzt geändert durch Gesetz vom 21. November 2011.

<sup>52</sup> In der Verordnung ist „Rechnen“ im Sinne von „Mathematik lernen“ zu verstehen.

Schwierigkeiten vorliegen, indem möglichst frühzeitig die Lernausgangslage erhoben wird (§§ 37 – 44 VO).

Insgesamt ist aber festgelegt, dass diese besonderen Schwierigkeiten *„kein hinreichender Grund für die Feststellung eines Anspruches auf sonderpädagogische Förderung (siehe Kap. 1) oder die Verweigerung des Übergangs in eine weiterführende Schule“* (§ 37 Abs. 5 VO) sein können.

Wenn bei Kindern besondere Schwierigkeiten vorliegen, sind die Eltern darüber und über geplante Fördermaßnahmen zu informieren (§ 38 VO).

#### 4.1.2 Fördermaßnahmen

Kinder mit besonderen Schwierigkeiten erleben im Unterricht häufig eine Überforderung. Um aber eine Fördermaßnahme wirksam zu machen, sind für diese Kinder Erfolgserlebnisse besonders wichtig. Anhand eigener Erfolge können vorhandene Stärken verstärkt werden und es wird möglich, die Selbstwirksamkeit der Kinder zu erhöhen.

Dieses Ziel findet sich in § 39 (VO) wieder. Hier ist festgelegt, dass Fördermaßnahmen dazu dienen sollen:

- *„die Stärken von Schülerinnen und Schülern herauszufinden, sie ihnen bewusst zu machen, sie zu ermutigen und Erfolgserlebnisse zu vermitteln,*
- *Lernhemmungen und Blockaden abzubauen und Lust auf Lesen, Rechtschreiben und Rechnen zu wecken und zu erhalten,*
- *Arbeitstechniken und Lernstrategien zu vermitteln, die vorhandenen Schwächen auszugleichen oder zu mildern sowie bestehende Lernlücken zu schließen“* (§ 39 Abs. 1 VO).

Dabei können Fördermaßnahmen in Form von innerer oder äußerer Differenzierung durchgeführt werden (siehe dazu Kap. 1.3.2).

Je größer die Schwierigkeiten beim zu fördernden Kind sind, umso aufwändiger und lang andauernder gestaltet sich die Fördermaßnahme. Aus diesem Grund sollte eine Förderung so früh wie möglich erfolgen.

HATTIE empfiehlt sogar *early interventions* und *preschool programs*, also frühkindliche bzw. vorschulische Maßnahmen. Diese dienen aus seiner Sicht

zur Förderung allgemeiner kognitiver, sozialer und motorischer Fähigkeiten oder der kompensatorischen Förderung bereits vor Schuleintritt (vgl. HATTIE 2013). Eine notwendige Voraussetzung für den Erfolg einer solchen frühen Förderung ist allerdings die Basierung der Maßnahme auf einem soliden, diagnostischen Befund.

Auch beim EMBI liegt mit dem Vorschulteil ein Baustein vor, mit dem sich Risikokinder in Bezug auf den Mathematikunterricht der Grundschule bereits im Alter von 5 Jahren diagnostizieren lassen (siehe Kap. 3.3.4.2).

#### **4.1.3 Förderpläne, Leistungsbewertung und Nachteilsausgleich**

Im Folgenden soll aufgrund der Schwerpunktsetzung der vorliegenden Arbeit genauer auf Besonderheiten für Kinder mit Schwierigkeiten beim „Rechnen“ eingegangen werden. Vorschrift ist es, bei Kindern mit *großen* Schwierigkeiten beim „Rechnen“, diese in individuellen Förderplänen zu konkretisieren.

Ein Förderplan wird von der Mathematiklehrkraft auf der Grundlage förderdiagnostischer Befunde erstellt, wenn beispielsweise noch nicht gefestigte oder nicht vorhandene basale, pränumerische und mathematische Fähigkeiten diagnostiziert wurden (vgl. ABRAHAM 2007).

*„Der Entwicklungsstand und die Lernausgangslage, individuelle Stärken und Schwächen, Förderchancen und Förderbedarf, Förderaufgaben, Fördermaßnahmen und Förderziele“ (§ 6 VO) werden im Förderplan festgehalten.*

*„Bei der Bestimmung der Förderziele ist insbesondere auf ihre Erreichbarkeit und auf mögliche Erfolgserlebnisse beim betroffenen Kind zu achten“ (ABRAHAM 2007, S. 22).*

Anschließend wird der individuelle Förderplan allen am Unterricht beteiligten Lehrkräften, den Eltern und dem betroffenen Kind vorgelegt und die Förderziele besprochen (§ 40 VO).

Weiterhin werden *„die individuelle Lernentwicklung der Schülerin oder des Schülers, die erreichten Lernfortschritte sowie die Maßnahmen [...] dokumentiert und mindestens einmal im Schulhalbjahr in einer Klassenkonferenz erörtert“ (§ 41 Abs. 3 VO).*

Auch Kinder mit besonderen Schwierigkeiten beim „Rechnen“ unterliegen den Maßstäben der Leistungsbewertung. Es sind aber Hilfen in Form eines Nachteilsausgleichs vorzusehen, indem durch Beschluss der Klassenkonferenz beispielsweise mehr Arbeitszeit bei Klassenarbeiten zugestanden wird, zusätzliche Hilfsmittel bereitgestellt werden oder zeitweise auf Grundlage des individuellen Förderplans auf eine Bewertung der Rechenleistung verzichtet wird (§ 42 VO). Generell gilt die Regelung, dass sämtliche Maßnahmen für Kinder mit Schwierigkeiten beim Rechnen bis zum Ende der Grundschule abgeschlossen sein sollen. Für Kinder an weiterführenden Schulen gibt es bisher keine vergleichbaren Unterstützungsmöglichkeiten.

## **4.2 Förderung mathematischer Kompetenzen**

Bisher wurde dargestellt, welche gesetzlichen Regelungen es für Kinder mit Schwierigkeiten beim „Rechnen“ in Hessen gibt und wie diese zu fördern sind. Generell ist es ein wichtiges Ziel der Schule, sich im Bereich der Förderung nicht ausschließlich mit diesen Kindern zu beschäftigen, denn es *„können nicht nur die schwachen sondern u.U. auch mathematisch besonders begabte Kinder im Mathematikunterricht der Grundschule für die Lehrerin bzw. den Lehrer zum Problem werden. Diesen Kindern und ihren besonderen Fähigkeiten gerecht zu werden und sie zu fördern, ist nach Ansicht vieler Pädagogen und Didaktiker besondere Aufgabe der Grundschule“* (PETER-KOOP 2002, S. 1).

Für die vorliegende Arbeit wird Förderung als *diagnostisch orientierte Investition für möglichst viele Kinder einer Lerngruppe* verstanden. Im Sinne der Individualisierung von Unterricht können aufgrund eines diagnostischen Befundes Förderziele (siehe Kap. 4.2.1 und Beispiele in Kap. 9) für Kinder unabhängig davon entwickelt werden, ob es sich um Kinder mit besonderen Schwierigkeiten, mit normalen Leistungen oder mit besonderen Begabungen beim Mathematiklernen handelt.

### **4.2.1 Fördern nach einer Diagnose mit dem EMBI**

Das in Kapitel 3 dargestellte Interviewverfahren EMBI ermöglicht, besonders bei Kindern mit auffälligen Mathematikleistungen, Genaueres über besondere

Fähigkeiten oder Schwierigkeiten zu erfahren. Ein Ziel sollte daher sein, Lehrerinnen und Lehrer in die Lage zu versetzen, das Interviewverfahren anzuwenden und die Ergebnisse in Bezug auf die verwendeten oder noch nicht vorhandenen Strategien und Lösungswege zu verstehen, um die betreffenden Kinder individuell optimal fördern und fordern zu können (vgl. PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013).

Nach der Durchführung eines Schülerinterviews mit dem EMBI erhält man die Ergebnisse u.a. in Form von Ausprägungsgraden (siehe dazu Kap. 3.3.4.4). Diese Befunde liefern Aussagen über Kompetenzen, die bei den Schülerinnen und Schülern zum Messzeitpunkt vorhanden sind. Liegen diese Ausprägungsgrade vor, ist es Aufgabe der Lehrperson, diese angemessen zu interpretieren, um über die Notwendigkeit bzw. den inhaltlichen Aufbau einer Fördermaßnahme zu entscheiden.

Dazu ist es notwendig, dass die Lehrperson anhand der in den Ausprägungsgraden für das Kind formulierten Ergebnisse Überlegungen anstellt, ob diese als durchschnittlich, als unterdurchschnittlich oder als überdurchschnittlich zu bewerten sind.

Vor allem bei unterdurchschnittlichen Ergebnissen ist es sinnvoll, die Bearbeitung der Interviewaufgaben genau zu analysieren, um mögliche Ursachen der Abweichung entdecken zu können. Anhand dieser Analyse können anschließend Hinweise für eine mögliche Förderung innerhalb oder außerhalb des Unterrichts entwickelt werden. Diese ersten Ansätze für die Planung einer Fördermaßnahme, werden im Folgenden als *Förderziele* bezeichnet.

Die Intention der Ausprägungsgrade ist dabei laut ENRP:

*“The growth points provided not only a way to discuss what the children already know but the direction to move“* (ENRP 2002, S. 252).

Daraus folgt, dass sich Förderziele nach Festlegung der aktuellen Ausprägungsgrade für ein Kind anhand des jeweils nächst höheren Ausprägungsgrades in jedem Bereich (Teile A-D) ablesen lassen sollen.

Der nächst höhere Ausprägungsgrad soll damit aufzeigen, welcher Entwicklungsschritt als nächstes anzustreben ist, so dass aus den Ausprägungsgraden „[...] unmittelbare Impulse für die Auswahl von Lerninhalten und entsprechenden Aufgabenformaten für den Unterricht in der Klasse, für gezielte Förderstunden mit einer Kleingruppe sowie auch für die Einzelförderung“ (PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013, S. 9) gewonnen werden können. Dadurch wird das EMBI zum Instrument *handlungsleitender Diagnostik* (siehe Kap. 3.1.2.3).

Allerdings wird im EMBI nicht konkretisiert, wie der Weg von der Diagnose über die Ausprägungsgrade zur Planung einer Fördermaßnahme weiter verläuft. Im Handbuch befinden sich keine Vorschläge zur Förderung, auch Materialien<sup>53</sup> sowie methodische Hinweise zur Durchführung einer Fördermaßnahme sind im EMBI nicht enthalten. Aus diesem Grund wird in der vorliegenden Arbeit versucht, das Entwickeln von Förderzielen und exemplarischen Förderaufgaben auf der Grundlage der Befunde aus dem EMBI anhand von Fallbeispielen exemplarisch aufzuzeigen (siehe Kap. 9).

Dabei werden sowohl verschiedene Artikulationsformen und Repräsentationsebenen (siehe Kap. 4.2.2) sowie Überlegungen zu geeignetem Material für die Durchführung einer Fördermaßnahme (siehe Kap. 4.2.3) eine Rolle spielen. Ziel ist es, den Einsatz vom EMBI im Sinne einer handlungsleitenden Diagnostik zu verdeutlichen.

#### **4.2.2 Artikulationsformen und Repräsentationsebenen**

Sowohl im Unterricht als auch bei der Planung einer Fördermaßnahme ist es von großer Bedeutung, verschiedene Artikulationsformen (handeln, sprechen und schreiben) zu berücksichtigen. Wie bereits in Kapitel 3.3.4.1 angedeutet, vollzieht sich die Intelligenzentwicklung nach BRUNER (1970) auf verschiedenen Repräsentationsebenen, die als aufeinander folgend anzusehen sind.

---

<sup>53</sup> Es ist prinzipiell möglich, das im EMBI zur Diagnose enthaltene Material (z.B. Bärchen, Geld, Holzstäbe) ebenfalls zur Förderung einzusetzen. Dazu kann es notwendig sein, das Material dem zu fördernden Kind in größerem Umfang zur Verfügung zu stellen. Vorschläge zur möglichen Umsetzung befinden sich in Kapitel 9.

Er unterscheidet zwischen der enaktiven, der ikonischen und der symbolischen Ebene. Auf der enaktiven<sup>54</sup> Ebene steht der Erkenntnisgewinn durch Handlungen im Mittelpunkt, auf der ikonischen<sup>55</sup> Ebene erfolgt der Erkenntnisgewinn durch angeschaute oder vorgestellte Bilder und auf der symbolischen<sup>56</sup> Ebene geht es um die Abstraktion durch die Verwendung von formalisierter Sprache bzw. im mathematischen Bereich von mathematischen Symbolen.

Die Kinder müssen lernen, zwischen den drei Repräsentationsebenen und den Artikulationsformen (handeln, sprechen und schreiben) hin und her zu wechseln, so dass „immer wieder Übersetzungsprozesse auf verschiedenen Ebenen stattfinden [...]“ (SCHERER, MOSER OPITZ 2010, S. 87; vgl. AEBLI 1983).<sup>57</sup>

Für die Förderung bedeutet dies, dass die Kinder fehlende Strategien zunächst handelnd mit Material erlernen müssen und nach und nach der Abstraktionsgrad innerhalb der Förderung erhöht wird. Das Ziel ist hierbei, dass die Kinder über das Handeln und über das Versprachlichen der Handlung lernen, *innere Vorstellungsbilder* zu entwickeln. Sie müssen dabei dazu befähigt werden, die Handlung auch gedanklich zu repräsentieren. Dabei handelt es sich um eine andere Form der Kognition als beim Handeln, die bereits von PIAGET als *Verinnerlichung* bezeichnet wurde (MESSNER 1995, S. 30; REUSSER 2006, S. 152).

Dies soll an einem Beispiel aus dem Bereich des Stellenwertsystems (siehe dazu Kap. 2.2) verdeutlicht werden:

Bevor dem zu fördernden Kind eine Aufgabe zum Stellenwertsystem auf einem Arbeitsblatt vorgelegt wird, sollte das Kind mit konkretem Material zum gleichen Inhalt gearbeitet haben.

---

<sup>54</sup> Siehe dazu auch LORENZ, RADATZ (1993; S. 31).

<sup>55</sup> Siehe dazu auch LORENZ, RADATZ (1993; S. 31).

<sup>56</sup> Siehe dazu auch LORENZ, RADATZ (1993; S. 32).

<sup>57</sup> AEBLI unterscheidet in seinem drei-dimensionalen System der Grundformen sogar „fünf Varianten der medialen Vermittlung [...] zwischen Schüler und Lehrer und Schüler und Sache [...]: dem Erzählen und Referieren, dem Vorzeigen und Nachmachen, der gemeinsamen Objekt- und Bildbetrachtung, dem Lesen und dem Schreiben“ (AEBLI 1983, S.25; vgl. MESSNER 1995).

Dies bedeutet, dass das Kind beispielsweise Zehnerstangen aus Steckwürfeln herstellt und mit den Zehnerstangen und einzelnen Steckwürfeln zweistellige Zahlen legt (enaktive Ebene). Stellt man fest, dass das Kind diese Übung sicher umsetzen kann, wechselt man zur bildhaften Ebene, indem das Kind bildhaft dargestellte Zehnerstangen und Einzelne interpretiert und die passende zweistellige Zahl benennt. Zu diesem Bereich gehört ebenfalls, dass das Kind selber zweistellige Zahlen in dieser Form bildhaft darstellt (ikonische Ebene). Erst wenn auch in diesem Bereich erkennbar ist, dass das Kind die Bedeutung der Stellenwerte verstanden hat, kann der Lernprozess nach und nach abstrakter werden, indem das Kind die Handlung nur noch in der Vorstellung vollzieht und beschreibt. Darüber gelangt es schließlich von der Darstellung der zweistelligen Zahl auf die mathematisch-symbolische Ebene.

Um bei der Durchführung einer Fördermaßnahme mit rechenschwachen Kindern den Übergang von den konkreten Handlungen hin zu gedanklichen Operationen und Vorstellungen noch stärker zu unterstützen, empfehlen WARTHA und SCHULZ (2013) die Verwendung eines *Vierphasenmodells* zum Aufbau von Grundvorstellungen.

Die Phasen des Vierphasenmodells (WARTHA, SCHULZ 2013, S. 63) sind dabei folgendermaßen strukturiert:

- Phase 1: *„Das Kind handelt am geeigneten Material.“*  
Dabei werden Handlungen und mathematische Symbole versprachlicht.
- Phase 2: *„Das Kind beschreibt die Materialhandlung mit Sicht auf das Material.“* In dieser Phase handelt nicht mehr das Kind, sondern eine andere Person.
- Phase 3: *„Das Kind beschreibt die Materialhandlung ohne Sicht auf das Material.“* Dabei muss sich das Kind die Handlung vorstellen. Diese wird konkret, aber für das Kind nicht sichtbar, durchgeführt.
- Phase 4: *„Das Kind beschreibt die Materialhandlung ‚nur‘ in der Vorstellung.“* Hierbei wird die Handlung beschrieben, aber nicht mehr vorgenommen.

Insgesamt sieht die Verfasserin es als generelle Schwierigkeit in der Grundschule an, dass für das Fach Mathematik eine spezielle Fachsprache gefordert wird, die für Kinder häufig sehr abstrakt ist.

Dadurch, dass bereits mit Kindern ab dem 1. Schuljahr sehr frühzeitig ein Wechsel auf die rein symbolische Ebene erfolgt, besteht vor allem bei Kindern mit Schwierigkeiten die Gefahr, dass sie den Weg vom Handeln zur Abstraktion nicht nachvollziehen. Dieses Problem muss daher in jeder Form von Förderung berücksichtigt werden.

#### **4.2.3 Arbeits- und Veranschaulichungsmittel für die Förderung**

Für diesen Abschnitt ist es wichtig, zunächst die Begrifflichkeiten zu klären. *Arbeitsmittel* werden häufig auch als Arbeitsmaterial, Anschauungsmaterial oder Anschauungsmittel bezeichnet.

Generell wird zwischen *Veranschaulichungsmitteln* und *Anschauungsmitteln* unterschieden:

- Dabei werden Veranschaulichungsmittel hauptsächlich von der Lehrperson eingesetzt, um bestimmte Ideen und Konzepte zu illustrieren.
- Anschauungsmittel werden als Werkzeuge für die Hand der Kinder verstanden. Diese sollen den Kindern Handlungen bzw. geistige Aktivitäten ermöglichen (vgl. SCHERER, MOSER OPITZ 2010).

*„Als Arbeitsmittel werden Materialien (z.B. Wendeplättchen, Muggelsteine, Mehrsystemblöcke, Rechenrahmen) bezeichnet, an denen Handlungen vollzogen werden und die als Hilfsmittel zum Rechnen eingesetzt werden können. Diese Materialien sind jedoch immer auch als Veranschaulichungen einsetzbar“* (SCHERER, MOSER OPITZ 2010, S. 76).

Inzwischen ist es im Mathematikunterricht der Primarstufe selbstverständlich, dass mit verschiedenartigen Arbeits- und Veranschaulichungsmitteln gearbeitet wird. Selbst Schulbüchern liegen Materialien für die Hand der Kinder bei, die im Unterricht genutzt werden können.

„Dabei soll die Konkretheit der Darstellung den Schülern helfen, mathematische Sachverhalte wirklich zu verstehen, anstatt einzelne Wissenspartikel lediglich mechanisch abzuspeichern“ (HÖHTKER, SELTER 1995, S. 122).

„Oft wird [...] davon ausgegangen, dass das Handeln mit Materialien automatisch zu Einsicht und Verständnis und damit zu Lernerfolg führe“ (SCHERER, MOSER OPITZ 2010, S. 75).

In Untersuchungen konnte allerdings nachgewiesen werden, dass Anschauungsmittel nicht selbsterklärend sind, sondern die Kinder im Umgang mit ihnen erst vertraut gemacht werden müssen (vgl. MÜLLER, WITTMANN 1995). Arbeits- und Veranschaulichungsmittel stellen damit einen zusätzlichen Lernstoff dar und können eine potentielle Ursache von Lernschwierigkeiten sein (HÖHTKER, SELTER 1995). Empfohlen wird daher, „eine sorgfältige Auswahl weniger Anschauungsmaterialien zu treffen“ (MÜLLER, WITTMANN 1995, S. 23)<sup>58</sup> und mögliche Schwierigkeiten, die Kinder mit dem jeweiligen Material haben könnten, im Blick zu behalten (siehe dazu LORENZ 2012, S. 177 – 184).

Arbeitsmaterialien haben entweder die Funktion einer *Lösungshilfe*, indem sie dem Lernenden das Lösen einer Aufgabe ermöglichen oder sie haben die Funktion einer *Lernhilfe* und ermöglichen den Aufbau von Grundvorstellungen. Dazu muss das gewählte Material konkrete und mentale Handlungen ermöglichen.

Eine weitere, wichtige Funktion von Material ist die der *Kommunikationshilfe*, wenn das Material die Darstellung bzw. Argumentation bei Lösungswegen erleichtert (vgl. WARTHA, SCHULZ 2013).

---

<sup>58</sup> Nach MÜLLER und WITTMANN (1995) ist es sinnvoll, bei der Auswahl von Anschauungsmaterialien für den Unterricht fünf Kriterien zu berücksichtigen (siehe MÜLLER, WITTMANN 1995, S. 23 – 24). Auch SCHIPPER (1996) hat einen Kriterienkatalog für Lehrkräfte erstellt, der es erleichtern soll, geeignete Arbeitsmittel für den Anfangsunterricht auszuwählen (siehe SCHIPPER 1996, S. 39). Da für die vorliegende Arbeit die Schwerpunktsetzung auf dem Bereich der Diagnose und Förderung liegt, wird dieser Aspekt hier nicht weiter ausgeführt.

Für jede Form von Förderung sind Überlegungen zu geeignetem Material von besonderer Bedeutung. Das Material muss dazu zur jeweiligen Artikulationsform passen und eine Handlung sowohl konkret als auch mental ermöglichen.

„Bei den Arbeitsmitteln können zudem verschiedene Strukturierungsgrade unterschieden werden“ (SCHERER, MOSER OPITZ 2010, S. 76).

Es wird zwischen *unstrukturiertem, strukturierbarem Material* und *strukturierter Material* unterschieden. Diese Unterteilung wird im Folgenden bezogen auf das Stellenwertsystem exemplarisch erläutert.<sup>59</sup>

*Unstrukturiertes Material*<sup>60</sup> (z.B. Wendepfännchen, Muggelsteine, Perlen, Knöpfe, Kastanien etc.) wird vor allem im Anfangsunterricht im ersten Schuljahr verwendet. Es ist gut geeignet, um Zählprozesse zu initiieren (siehe Kap. 2.1.1). Für die Erarbeitung des Stellenwertsystems ist es weniger geeignet, da sich keine beständigen Zehnerbündelungen herstellen lassen. Für jede Zahldarstellung muss hier wieder von vorne begonnen werden, indem die Einzelteile nebeneinander gelegt werden, bis zehn Elemente erreicht sind.

*Strukturierbares Material*<sup>61</sup> (z.B. Steckwürfel, Holzstäbe etc.) zur Erarbeitung des Stellenwertsystems ist dadurch gekennzeichnet, dass sich schnell und effizient Zehnerbündelungen herstellen lassen, die beständig und dadurch für weitere Aufgaben leicht nutzbar sind. Zusätzlich zeigt es viel Flexibilität, da beliebig viele Zehnerbündelungen nebeneinander gelegt werden können. Mit Zehnern und Einern können zweistellige Zahlen gut dargestellt werden. Dadurch ist das Material für die Arbeit zum Stellenwertsystem im 100er-Raum besonders geeignet.

Bei einem größeren Zahlenraum kann z.B. auf Dienes-Material zurückgegriffen werden, bei dem die Hunderter durch quadratische Holzplatten und die Tausender durch Holzwürfel dargestellt werden.

---

<sup>59</sup> Bei der Darstellung konkreter Förderideen zur Erarbeitung des Stellenwertsystems wird darauf Bezug genommen (siehe dazu Kap. 9).

<sup>60</sup> Weitere Hinweise zu „*unstrukturiertem Material*“ findet man bei SCHERER und MOSER OPITZ (2010; S. 77).

<sup>61</sup> Hinweise zu „*strukturierbarem Material*“ findet man bei SCHERER und MOSER OPITZ (2010; S. 78) unter der Bezeichnung „*strukturiertes Material mit flexiblen Einheiten*“.

*Strukturiertes Material*<sup>62</sup> (z.B. Cuisenaire-Stäbe, Zahldarstellung mit Strichen und Punkten) ist dadurch gekennzeichnet, dass bereits eine Struktur vorgegeben ist, die sich nicht mehr verändern lässt. Die Flexibilität der Aufgabenstellung ist stark eingeschränkt und das Material sollte erst eingesetzt werden, wenn das Bündelungsprinzip bereits mit strukturierbarem Material erarbeitet wurde. Mit strukturiertem Material kann die Übertragung auf die ikonische und symbolische Ebene angebahnt werden.

Als ein weiteres, mögliches Anschauungsmittel soll hier für den Bereich der Rechenoperationen der *leere Zahlenstrahl* genauer vorgestellt werden.<sup>63</sup>

Das ist eine Zahlenlinie, auf der zwar die Reihenfolge von Zahlen korrekt dargestellt wird, nicht aber die Abstände. Der leere Zahlenstrahl trägt damit keine Intervallskala. Generell können an jedem Zahlenstrahl (vollständig, teilweise beschriftet oder leer und unabhängig vom Zahlenraum) Zahlen platziert und abgelesen werden (SCHERER, MOSER OPITZ 2010; vgl. LORENZ 2009).

Der leere Zahlenstrahl lässt sich durch Abstraktion von Handlungen an der Hunderterkette beschreiben.

*„Zunächst hält der leere Zahlenstrahl noch Skalierungen als Orientierungspunkte bereit, während die Schüler später auf einem selbst zu zeichnenden Strich Zahlen bzw. Rechenoperationen (mithilfe von Bögen) darstellen“* (HÖHTKER, SELTER 1995, S. 125 – 126).

Damit ermöglicht der leere Zahlenstrahl Kindern, ihre Rechenwege bildlich festzuhalten, so dass andere Kinder oder Lehrpersonen diese nachvollziehen können.<sup>64</sup> Aus diesem Grund lässt sich der leere Zahlenstrahl sinnvoll zur Förderung einsetzen.

---

<sup>62</sup> Weitere Hinweise zu „*strukturiertem Material mit festen Einheiten*“ findet man bei SCHERER und MOSER OPITZ (2010; S. 77).

<sup>63</sup> Bei der Entwicklung konkreter Förderaufgaben wird darauf Bezug genommen (siehe dazu Kap. 9).

<sup>64</sup> Mögliche Aktivitäten am leeren Zahlenstrahl befinden sich bei HÖHTKER und SELTER (1995; S. 130 – 133).

*„Kinder, die den Aufbau des Zahlenstrahls nicht verstanden haben, haben Schwierigkeiten im Umgang mit Messgeräten bzw. mit Skalen und scheitern in der Folge oft beim Erwerb von Größen und Maßen“ (SCHERER, MOSER OPITZ 2010, S. 14).*

Insgesamt lässt sich feststellen, dass die Wahl des für die Förderung geeigneten Materials sehr stark vom jeweiligen Förderziel bzw. der Strategie abhängt, die in der Förderung erarbeitet werden soll.<sup>65</sup>

Weiterhin kann *„der Aufbau von Grundvorstellungen [...] durch sorgfältig ausgewähltes Material [...] nur dann unterstützt werden, wenn der Lernende das Material angemessen und zielführend nutzen kann“* (WARTHA, SCHULZ 2013, S. 82) und das auch tatsächlich tut.

Schlussendlich ist *„der Einsatz von Arbeitsmitteln [...] nur dann sinnvoll, wenn gleichzeitig auch auf die Ablösung vom Material hin gearbeitet wird. Aus dem Lösen von Aufgaben mit Hilfe des Arbeitsmittels soll also ein Lösen von Aufgaben im Kopf werden“* (SCHERER, MOSER OPITZ 2010, S. 85).

#### **4.2.4 Methodische Formen der Förderung**

Für jede Art von Förderung ist es sinnvoll, zusätzlich zu den Materialentscheidungen über methodische Formen der Förderung nachzudenken. Möglich ist auf der einen Seite, ein Kind einzeln sowohl innerhalb als auch außerhalb des Unterrichts zu fördern. Wenn sich eine Förderung im regulären Unterricht aus organisatorischer oder inhaltlicher Sicht als schwierig erweist, so kann es sinnvoll sein, das entsprechende Kind zeitweise einzeln zu fördern. Für diese Einzelfallhilfe sind häufig zusätzliche Ressourcen erforderlich (z.B. Zeit, Lehrperson).

Auf der anderen Seite steht die Förderung im Klassenverband, die durch verschiedene Formen von Differenzierung beispielsweise auf der inhaltlichen und organisatorischen Ebene (siehe dazu Kap. 1.3.2) gelingen kann.

---

<sup>65</sup> Konkrete Beispiele zur Auswahl von Material zur nichtzählenden Darstellung und zum nichtzählenden schrittweisen Rechnen über den Zehner findet man bei WARTHA und SCHULZ (2013; S. 79-81).

Eine Differenzierung der Unterstützung durch die Lehrperson schafft Zuwendungsraum für Kinder, die diesen stärker benötigen als andere.

Gegebenenfalls ermöglicht die Förderung im Klassenverband auch *kooperatives Lernen*.

*„Kooperatives Lernen bezeichnet eine Interaktionsform, bei der zwei bis vier Personen gemeinsam und in wechselseitigem Austausch Kenntnisse und Fertigkeiten erwerben und auf ein gemeinsames Ziel hinarbeiten“* (TRAUB 2012, S. 139).

*„Kooperationen im Fachunterricht können vielfältig sein. Sie reichen von Formen des Arbeitens in gegenseitiger Wahrnehmung über Formen kumulativer Kooperation bis hin zu arbeitsteiligen Formen“* (WOLLRING 2006, S. 65).

Das Miteinander- und Voneinanderlernen schließt mit ein, dass den Kindern verstärkt Verantwortung für das eigene Lernen übergeben wird (vgl. RÖHR 1995). Dabei lässt sich nach HATTIE wissenschaftlich belegen, dass kooperative Lernformen geeignet sind, sowohl das Interesse an Unterrichtsinhalten als auch sachbezogene Argumentationen zu fördern (vgl. TERHART 2014; HATTIE 2013). *„Kooperatives [...] Lernen [ist dabei] effektiver als individuelle Methoden“* (HATTIE 2013, S. 251) und kann sich positiv auswirken *„auf die Motivation, selbst zu lernen, auf die Motivation, andere zum Lernen zu motivieren sowie auf die Motivation, anderen beim Lernen zu helfen“* (MANDL, FRIEDRICH 2006, S. 8).

Die Ziele des kooperativen Lernens sind dabei, dass die Kinder *„sich gemeinsam mit einer interessanten, problemhaltigen Aufgabenstellung auseinandersetzen“*, *„[...] Argumente einsetzen, sich gegenseitig Vorschläge unterbreiten oder Fragen stellen“* sowie *„die Ideen der Mitschüler kritisch betrachten und gegebenenfalls weiterentwickeln“* (RÖHR 1995, S. 192 – 193).

Die Rolle der Lehrperson besteht bei kooperativen Lernphasen überwiegend darin, die Aktivität der Schülerinnen und Schüler zu organisieren und zu begleiten. Besonders erfolgreich sind kooperative Lernformen, wenn sie durch klare Strukturen vorbereitet sind (vgl. TERHART 2014).<sup>66</sup>

*„Aufgabenstellungen für kooperatives Lernen, sogenannte ‚gute‘ Aufgaben [...], sind komplex, anspruchsvoll und bieten immer mehrere Lösungsmöglichkeiten und –wege, somit erlauben sie jedem Kind, sein Niveau selber zu finden und sich zu erproben [...]“* (REHLE 2011, S. 51).

WALTHER definiert gute Aufgaben dazu als *„Aufgaben, welche bei Schülern in Verbindung mit grundlegenden mathematischen Begriffen und Verfahren die Entwicklung prozessbezogener Kompetenzen unterstützen“* (WALTHER 2004, S. 10).<sup>67</sup>

Eine kooperative Strategie, die beispielsweise zur Förderung im Fach Mathematik genutzt wird, besteht darin, dass starke Kinder Schwächere fördern, indem sie beim Rechnen *„laut denken“*.

*„Lautes Denken ist eine Form der Selbstregulierung“* (HATTIE 2013, S. 228).

Dabei ist es generell wichtig, dass leistungsstärkere Kinder anderen Kindern nicht helfen, sondern sich ihre eigenen Denkwege bewusst machen und andere Kinder durch verbale Erläuterungen daran teilhaben lassen.

Leistungsstarke Kinder dürfen aber nicht nur zur Unterstützung für schwächere Kinder eingesetzt werden. Sie haben ebenso einen Anspruch auf eine angemessene Form der Förderung ihrer besonderen Begabung (siehe dazu Kap. 1.4.2).

---

<sup>66</sup> MESSNER konkretisiert eine solche Struktur mithilfe seiner Arbeitskarte zur „ko-konstruktiven Gruppenarbeit“ (siehe dazu MESSNER 2012, S. 135).

<sup>67</sup> Weitere Hinweise zur Weiterentwicklung der Aufgabenkultur findet man im SINUS-Programm (siehe dazu Modul 1, WALTHER 2004) sowie bei MESSNER (2004; S. 34 ff.).

#### 4.2.5 Berücksichtigung verschiedener Lernstrategien

Wichtige Bildungsziele der Schule sind im Sinne der Bildungsstandards für die Primarstufe die Vermittlung von Lernstrategien und die Unterstützung bei der Strategieranwendung. Dies gilt ebenfalls für den Bereich der Förderung.

Dazu können Lehrpersonen bei Arbeitsaufträgen konkrete Hinweise auf die Verwendung von Lernstrategien und Begründungen für den Strategieeinsatz geben (vgl. HERTEL, DEN ELZEN-RUMP 2010).

Allgemein lässt sich eine Lernstrategie als Handwerkszeug definieren, auf das Schülerinnen und Schüler zurückgreifen, um sich damit Wissen zu erschließen und Wissen zu speichern. Unterschieden werden dabei kognitive Lernstrategien, metakognitive Strategien und Strategien des Ressourcenmanagements (vgl. HERTEL, DEN ELZEN-RUMP 2010).

*Kognitive Lernstrategien* beziehen sich auf das Erschließen und Einordnen von Inhalten.

*„Sie lassen sich weiter unterteilen in Elaborationsstrategien,<sup>68</sup> die der Verarbeitung von Informationen dienen, Wiederholungsstrategien,<sup>69</sup> die sich auf das Speichern von Informationen beziehen und Organisationsstrategien,<sup>70</sup> die dazu beitragen, Informationen zu veranschaulichen und zu gruppieren“* (HERTEL, DEN ELZEN-RUMP 2010, S. 81).

Unter *metakognitiven Strategien* versteht man Strategien, die sich mit den eigenen Lernfortschritten und Lerndefiziten befassen. Diese dienen dazu, sich über das eigene Leistungsvermögen klar zu werden.

*„Solche Lernstrategien können sich auf die Vorbereitung und Planung von Lernprozessen, auf die Überwachung von Lernprozessen und auf die Reflexion und Bewertung von Lernprozessen beziehen“* (HERTEL, DEN ELZEN-RUMP 2010, S. 82).

---

<sup>68</sup> Eine umfangreiche Darstellung von Elaborationsstrategien findet man bei MANDL und FRIEDRICH (2006; S. 27 ff.).

<sup>69</sup> Siehe dazu MANDL, FRIEDRICH (2006; S.101 ff.).

<sup>70</sup> Siehe dazu MANDL, FRIEDRICH (2006; S.117 ff.).

*Strategien des Ressourcenmanagements*<sup>71</sup> beziehen sich auf die Emotionen, die Motivation und die Anstrengungsbereitschaft der Kinder und knüpfen damit an die Rahmenbedingungen für das Lernen an (vgl. HERTEL, DEN ELZEN-RUMP 2010).

Für jede Form von Förderung ist es wichtig, auf einzelne Aspekte der verschiedenen Lernstrategien einzugehen. Zu Beginn der Förderung müssen den Kindern dazu die angestrebten Zielsetzungen transparent gemacht werden, um dadurch auch die Motivation zu fördern. Sinnvoll ist es auch, die Kinder aktiv in die Planung miteinzubeziehen (vgl. HELMKE 2012).

Während des Lernens sollen die Kinder lernen, sich nicht ablenken zu lassen, an der Arbeit zu bleiben und kognitive Lernstrategien zu nutzen. Die Vermittlung kognitiver Lernstrategien kann dabei über die direkte Vermittlung und Vorstellung solcher Strategien oder durch Hinweise in den Arbeitsaufträgen, bestimmte Strategien anzuwenden oder durch das Vormachen von Lernstrategien erfolgen (vgl. HERTEL, DEN ELZEN-RUMP 2010).

Um den Lernprozess abzuschließen, ist es wichtig, den Kindern die Möglichkeit zu geben, über das Lernen nachzudenken. An dieser Stelle kommen metakognitive Lernstrategien besonders zum Tragen.

*„Ein wichtiger Schritt beim Nachdenken über das Lernen und beim Einordnen der erzielten Leistungen ist der Umgang mit Fehlern. [...] Ein systematisches Durchsehen der Fehler kann dabei helfen, den nächsten Lernprozess erfolgreich zu gestalten [...]“* (HERTEL, DEN ELZEN-RUMP 2010, S. 88).

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass es Aufgabe eines guten Unterrichts ist, günstige Bedingungen für alle Kinder einer Lerngruppe zu schaffen, dazu beizutragen, dass auch Kinder mit Lernschwierigkeiten, grundlegende Ziele erreichen und darüber hinaus Kinder mit besonderen Begabungen in ihren Fähigkeiten und Interessen wahrzunehmen und entsprechend zu fordern (vgl. WIELPÜTZ 2002).

---

<sup>71</sup> Siehe dazu MANDL, FRIEDRICH (2006; S.151 ff.).

Sind Lehrerinnen und Lehrer der Meinung, dass man sich um Begabte nicht kümmern müsse, besteht die Gefahr, dass Lehrerinnen und Lehrer mit diesen Kindern unangemessen umgehen und das Anderssein soziale Probleme verursachen kann (vgl. KÄPNICK 2002).

Insgesamt ist es wünschenswert, dass Lehrerinnen und Lehrer in der Lage sind, Schwierigkeiten bzw. besondere mathematische Begabungen bei Kindern zu erkennen.

In Evaluationen von Schulen, die nach dem Hessischen Lehrerbildungsgesetz verpflichtend in regelmäßigen Abständen durchgeführt werden (§ 5 Abs. 1 HLbG), wird deutlich, dass viele Lehrkräfte stattdessen das Fördern innerhalb einer Lerngruppe mit Individualisieren gleichsetzen und damit „*die dosierte Zuteilung von Aufgaben gemäß Leistungsstand*“ meinen (OELKERS 2010, S.15). Das Fördern leistungsstärkerer Kinder erfolgt dann dadurch, dass sie mehr Aufgaben in der gleichen Zeit lösen, obwohl sich durch das Bearbeiten von mehr Aufgaben kein höherer Lerneffekt verbinden muss (OELKERS 2010).

Zur Unterstützung individueller Entwicklungen ist eine möglichst frühe, differenzierte Erstellung einer Lernstandsanalyse wichtig. Diese ist der Ausgangspunkt für eine erfolgreiche Fördermaßnahme. Dabei ist es entscheidend, nicht Symptome zu beobachten, sondern Denkprozesse zu verstehen, um Fehlvorstellungen und dem Verhaften an ineffektiven Lösungsstrategien vorzubeugen (vgl. KAUFMANN, LORENZ 2006).

Aus diesem Grund müssen Lehrkräfte über umfangreiche Kenntnisse in den Bereichen Diagnostik und Fördern verfügen. Dazu ist zu hinterfragen, welchen Stellenwert diese Bereiche bisher in der Lehrerbildung einnehmen. Dieser Frage wird im nächsten Kapitel nachgegangen.

## 5. Diagnostik und Fördern in der Lehrerbildung

Um Kinder adäquat fördern zu können, müssen Lehrkräfte über hinreichende Kompetenzen in den Bereichen Diagnostik und Fördern verfügen. Eine gute Maßnahme zur Förderung lässt sich beispielsweise nicht ohne weiteres einfach aus einer methodisch-didaktischen Ausbildung ableiten (vgl. OELKERS 2010). Damit Lehrkräften dies gelingt, ist es wichtig, den Schwerpunkt der handlungsleitenden Diagnostik als festen Bestandteil in alle Phasen der Lehrerbildung (siehe Kap. 5.1) mit aufzunehmen. Dadurch wird es möglich, die Diagnose- und Förderkompetenz der Lehrkräfte zu erweitern (siehe Kap. 5.2) und damit Diagnostik und Fördern nach und nach stärker in den Schulalltag zu integrieren, als dies bisher der Fall ist. Als Beispiel wird in diesem Abschnitt (siehe Kap. 5.3) aufgezeigt, wie die handlungsleitende Diagnostik in die Lehrerausbildung an der Universität Kassel implementiert wurde.

### 5.1 Zur Lehrerbildung

Die Lehrerbildung in Deutschland ist in mehrere Phasen unterteilt. Als erste Phase umfasst die Lehrerausbildung dabei das Lehramtsstudium an einer Universität oder einer pädagogischen Hochschule sowie als zweite Phase das Referendariat, den Vorbereitungsdienst, der an einem Studienseminar sowie einer Ausbildungsschule absolviert wird (§ 3 Abs. 1 HLBG<sup>72</sup>).

*„In allen Lehramtsstudiengängen kommt der ersten Phase die Aufgabe der wissenschaftlichen Grundlegung in [...] den Fächern und in Erziehungswissenschaften“* und der zweiten Phase *„die Aufgabe der Erarbeitung und Einübung von unmittelbar beruflicher Handlungskompetenz und erster Routinisierung zu“* (TERHART 2000, S. 23). Das Studium wird mit dem Ersten und das Referendariat mit dem Zweiten Staatsexamen abgeschlossen.

---

<sup>72</sup> HLBG steht als Abkürzung für *Hessisches Lehrbildungsgesetz* in der Fassung vom 28. September 2011 gültig ab 23.06.2011 bis 31.12.2020.

Zur Weiterentwicklung im Beruf gibt es die Lehrerfortbildung (§ 3 Abs. 2 HLbG), die auch als dritte Phase der Lehrerbildung bezeichnet wird (vgl. TERHART 2000) sowie Möglichkeiten der Weiterbildung<sup>73</sup> (§ 85 Abs. 1 HLbGDV<sup>74</sup>).

*„Ausgehend von der in der Ausbildung erworbenen Lehrbefähigung sind die Lehrkräfte verpflichtet, die beruflichen Grundqualifikationen während der Berufsausübung zu erhalten und ständig weiterzuentwickeln“* (§ 2 Abs. 2 HLbG und § 66 HLbG). Für diesen Bereich gibt es unterschiedliche Träger und Fortbildungsinstitute. Allerdings ist der Stellenwert dieser Phase noch ausbaufähig (vgl. TERHART 2000).

## 5.2 Diagnose- und Förderkompetenz der Lehrkräfte

TERHART beschreibt noch im Jahr 2000, dass es sich beim Diagnostizieren, Beurteilen und Evaluieren um eine methodische Kompetenz handelt, die in der Lehrerbildung bisher keine nennenswerte Rolle gespielt hat (vgl. TERHART 2000).

Vor der Veröffentlichung der PISA-Ergebnisse 2001 galt der Bereich „Diagnostik und Fördern“ eher als sonderpädagogisches Fachgebiet. Da aber die geringe Diagnosekompetenz der Lehrpersonen als eine Ursache für das schlechte Abschneiden vieler Schülerinnen und Schüler bei PISA angesehen wurde (siehe Kap. 1.3), hat sich seither zumindest teilweise ein Wandel vollzogen.

Immer mehr wird die Forderung laut, dass auch Lehrpersonen, die im Regelunterricht eingesetzt werden, eine fundierte diagnostische Ausbildung erhalten (vgl. MOSER OPITZ 2006).

---

<sup>73</sup> Das Amt für Lehrerbildung kann Weiterbildungskurse nach § 3 Abs. 3 des Hessischen Lehrerbildungsgesetzes zur Vorbereitung auf eine Erweiterungsprüfung, zur Vorbereitung auf eine Zusatzprüfung, zum Erwerb einer Lehrbefähigung für bestimmte Fächer, Fachrichtungen, Schulformen und Schulstufen oder zur Qualifizierung für besondere Berufsgruppen ohne Befähigung für ein Lehramt anbieten (§ 85 Abs. 1 HLbGDV).

<sup>74</sup> HLbGDV steht als Abkürzung für *Verordnung zur Durchführung des Hessischen Lehrerbildungsgesetzes* in der Fassung vom 28. September 2011.

„Mit dieser Maßnahme wird die Erwartung verbunden, dass diagnostisch gut ausgebildete Lehrpersonen kompetenter fördern und unterrichten können [...]“ (MOSER OPITZ 2006, S. 10) und „eine verbesserte Diagnosekompetenz der Lehrkräfte zu einer Besserung bei den Lernleistungen der Schülerinnen und Schüler“ führt (KRETSCHMANN 2006, S. 29).

Allerdings ist es auch möglich, dass „Lehrkräfte zwar über hohe diagnostische Kompetenzen im Sinne einer zutreffenden Einschätzung der Schülerleistungen verfügen, jedoch gewährleistet dies nicht zwingend eine effektive Förderung einzelner Schüler“ (KARST u.a. 2014, S. 247).

Dennoch herrscht inzwischen Konsens darüber, dass die Diagnose- und Förderkompetenz der Lehrkräfte eine wichtige Grundlage darstellt, um im Unterricht angemessen reagieren zu können.

HATTIE nennt als einen zentralen Befund zu den Lehr- und Lernstrategien das evaluationsorientierte Handeln der Lehrperson. Er meint damit, dass die Lehrperson in der Lage sein muss, alle Informationen über Lernmöglichkeiten, Lernstand, Lernprozesse und Lernerträge der Schülerinnen und Schüler diagnostisch für ein förderndes Lehrerverhalten zu nutzen (vgl. HATTIE 2013). Dazu muss bereits das Studium starke Anteile der Bereiche Diagnostik und Fördern enthalten, so dass die Studierenden den Praxisbezug erkennen und brauchbare Kompetenzen für die Ausübung des Berufes entstehen (vgl. OELKERS 2010; weitere Ausführungen dazu erfolgen in Kap. 5.3). Diese Erkenntnis hat sich in den letzten Jahren in unterschiedlicher Form auf die verschiedenen Phasen der Lehrerbildung ausgewirkt. Im Folgenden wird aufgrund der Schwerpunktsetzung der vorliegenden Arbeit exemplarisch vorgestellt, wie sich die Lehrerausbildung an der Universität Kassel im Fach Mathematik für die Grundschule in diesem Zuge verändert hat.

### **5.3 Diagnostik und Fördern mathematischer Kompetenzen in der Lehrerausbildung am Beispiel der Universität Kassel**

Ein Bestandteil der Lehrerausbildung sollte es sein, dass Lehrerinnen und Lehrer über hinreichende Modelle zu Ursachen und Verläufen von Entwicklungsprozessen und alterstypischen Störungen und Gefährdungen

verfügen. Ebenso benötigen sie ausreichende Diagnose- und Förderkompetenz, um diagnostizieren zu können und zu entscheiden, welche Fördermaßnahmen nach einer Diagnose folgen müssen und um in der Lage zu sein, diese auch durchzuführen (vgl. KRETSCHMANN 2006).

In diesem Kapitel wird beschrieben, wie sich der durch die Ergebnisse der PISA-Studie veränderte Stellenwert von Diagnostik und Fördern auf die Lehrerbildung ausgewirkt hat. Dies erfolgt am Beispiel des Studiengangs Lehramt Grundschule für das Fach Mathematik an der Universität Kassel, da in diesem Rahmen die Datengrundlage der vorliegenden Untersuchung entstanden ist.

### **5.3.1 Veränderungen der Struktur und Inhalte des Studiengangs**

Vor der Modularisierung des Studiengangs Lehramt Grundschule, die zum Wintersemester 2007/2008 erfolgte, konnten Studierende dieses Lehramts zwischen den Fächern Mathematik und Deutsch wählen. Bereits 1999 forderte WOLLRING „*ein mathematikdidaktisches Basisstudium für alle Grundschullehrerinnen*“ (WOLLRING 1999, S. 271), um den Anteil der fachfremd unterrichtenden Mathematiklehrkräfte langfristig zu verringern.

Die Fächer Deutsch und Mathematik wurden im Zuge der Modularisierung aller Lehramtsstudiengänge als verpflichtende Studienfächer für das Lehramt Grundschule zum Wintersemester 2007/2008 in Hessen eingeführt (§ 10 Abs. 1 HLbG).

Vom Land Hessen wurden strategische Ziele für die Lehrerbildung entwickelt. In der Verordnung zur Durchführung des Hessischen Lehrerbildungsgesetzes wird als eine zentrale Kompetenz in der Fachdidaktik benannt, dass Lehrkräfte in der Lage sein sollen, „*fachspezifische Lernschwierigkeiten analysieren und exemplarisch erläutern sowie Förderungsmöglichkeiten einschätzen*“ zu können (§ 15 Abs. 3 Nr. 7 HLbGDV). Als weitere zentrale Kompetenz bezogen auf die Grundwissenschaft wird „*Heterogenität mit diagnostischen Mitteln erfassen und reflektieren*“ (§ 15 Abs. 4 Nr. 9 HLbGDV) angesehen.

Die strategischen Ziele finden sich auch in der neu entstandenen Modulprüfungsordnung (ModulPO 2006) der Universität Kassel wieder.

Dort *„werden Pflichtmodule und Wahlpflichtmodule festgelegt. In den Pflichtmodulen werden die grundlegenden Kompetenzen erworben. Die Wahlpflichtmodule dienen der Schwerpunktbildung und der Spezialisierung von Kompetenzen“* (§ 9 Abs. 3 HL bG sowie § 5 Abs. 1 ModulPO 2006). In der Prüfungsordnung wird betont, dass Studierende im fachdidaktischen Studium wesentliche Einsichten in fachdidaktische diagnostische Verfahren erhalten sollen (§ 14 Abs. 3 ModulPO 2006).

Dazu wird als Pflichtmodul eine neu konzipierte Veranstaltung zu *„Diagnostik und Fördern“* in den Lehrplan implementiert. Diese besteht aus einer Vorlesung mit Übung.

Bei der Beschreibung der Inhalte und Ziele dieses Moduls werden u.a. folgende wichtige zu erwerbende Kompetenzen benannt:

- *„Kennen psychologischer, pädagogischer und fachdidaktischer Konzepte zur Diagnostik umfassend für den Bereich der Primarstufe,*
- *Kennen grundlegender Verfahren zur fachdidaktischen Diagnostik: curriculumvalide Tests und auf Interviews basierende Erhebungsverfahren,*
- *Durchführen empirischer Erkundungen zum Bestimmen des Lernstandes einer Gruppe,*
- *Kennen mindestens eines Instrumentes zur Lernstandsbestimmung auf der Basis eines Interviews bis hin zur Fähigkeit dieses durchzuführen, das Ergebnis auszuwerten, andere darin zu unterstützen und andere darin anzuleiten,*
- *Kennen von Verfahren zum Erkennen von Lernständen, Lernpotentialen, Lernhindernissen und Lernfortschritten,*
- *Kennen von Verfahren zum Beurteilen mathematischer Leistungen in der Primarstufe,*
- *Konzipieren von Fördermaßnahmen auf der Basis fachdidaktischer diagnostischer Befunde für einzelne Schüler und Kleingruppen“* (ModulPO 2006, Anlage 2, MAL1-4).

Mit „*Diagnostik und Fördern*“ wird die neue inhaltliche Schwerpunktsetzung für alle angehenden Mathematiklehrerinnen und -lehrer im Studienplan für das Lehramt Grundschule verankert. Es herrscht an der Universität Kassel im Fachbereich Mathematik seither Konsens über die Notwendigkeit, Strukturen fachdidaktischer Diagnostik zum Gegenstand der Ausbildung zu machen.

Der Grund dafür ist die Einsicht, dass Diagnostik eine wichtige Voraussetzung zum Design von Unterrichtsumgebungen und damit für Unterrichtsentscheidungen ist und es für Studierende unumgänglich ist, an der Universität eine fundierte diagnostische Ausbildung zu erhalten. Nur wenn Studierende lernen und erfahren, wie Kinder sich in mathematischen Arbeitsumgebungen allein oder gemeinsam auseinandersetzen, erhalten sie einen diagnostischen Überblick über das Potential von Schülerinnen und Schülern und können daraus später handlungsleitende Konsequenzen für ihren eigenen Unterricht ableiten (vgl. WOLLRING 1999). Eine *„wesentliche Voraussetzung ist die Bereitschaft und Fähigkeit der Lehrkraft, möglichst umfassend Daten und Informationen zu sammeln und zu interpretieren, um auf dieser Grundlage einen optimalen Förderplan zu entwickeln“* (HKM 2007, S. 19).

Dies erfordert von Studierenden *„eine konstruktivistische Perspektive: Sie sollten fähig sein, die mathematische Substanz im Tun und im Argumentieren der Kinder zu erkennen und geeignet zu fördern und zu entfalten“* (WOLLRING 1999, S. 271).

Gegenstand der Veranstaltung „Diagnostik und Fördern“ ist aus diesem Grund auf der einen Seite die Auseinandersetzung mit mathematischen Eigenproduktionen von Kindern sowie auf der anderen Seite das Kennenlernen diverser Verfahren zum Testen und zum Ermitteln von Lernständen.

### **5.3.2 Erprobung diagnostischer Interviews als Element von Praxisstudien**

Ein wesentlicher Bestandteil der Veranstaltung ist die Auseinandersetzung mit diagnostischen Interviews mit Kindern mit dem Elementarmathematischen Basisinterview, da diese Interviews nach WOLLRING (1999) eine

hervorragende Möglichkeit für Studierende darstellen, um ihren diagnostischen Blick zu schärfen.

In der Vorlesung lernen die Studierenden die Konzeption des Interviewverfahrens und exemplarische Beispiele aus Interviewsituationen anhand von Videodokumenten kennen. Diese erste Befassung mit dem EMBI ist gut und sinnvoll, dennoch ist es wünschenswert, dass die Studierenden eigene Interviews mit Grundschulkindern durchführen.

WITTMANN fordert bereits 1985 *„klinische Interviews als Ausbildungskomponente“*, in denen sich Studierende *„in einer geschützten Atmosphäre ohne Instruktionsabsicht mit einem oder zwei Kindern beobachtend befassen, die sich mit einem mathematischen Problem auseinandersetzen“* (WOLLRING 1999, S. 273). Nach WOLLRING (1999) sind das Durchführen eigener klinischer Interviews und das Analysieren von Interviews in allen Studienabschnitten sinnvoll.

Aus diesem Grund wurde die Durchführung eigener diagnostischer Interviews parallel zur Veranstaltung *„Diagnostik und Fördern“* an der Universität Kassel zunächst als Schwerpunkt für die fachdidaktischen Schulpraktischen Studien angeboten, die im 4. bis 6. Semester durchgeführt werden.

*„Schulpraktische Studien als Bestandteil der Lehrerausbildung dienen den Zielen der Verknüpfung von Studieninhalten und schulischer Praxis, der Erfahrung und Reflexion des Berufsfeldes, dem Erproben des eigenen Unterrichtshandelns in exemplarischen Lehrarrangements sowie der Analyse von Lernprozessen und Unterrichtsverläufen als forschendem Lernen“* (§ 15 Abs. 3 HLbG).

Für die fachdidaktischen schulpraktischen Studien werden im Modulhandbuch der Universität Kassel als zu erwerbende Kompetenzen genannt:

- *„Erkunden von Lernständen zur Mathematik unter verschiedenen Voraussetzungen,*
- *Durchführen individueller Diagnoseverfahren, Fördermaßnahmen und Materialbewertungen auf der Basis von gezielten Erprobungen“* (ModulPO 2006, Anlage 2, MAL 1-5).

Es wird dazu im Modulhandbuch betont, dass die fachdidaktischen schulpraktischen Studien auch die Analyse von Unterrichtssituationen, fachbezogene Fragestellungen in der Schule, oder fachdidaktische diagnostische Fragestellungen betreffen können. Es besteht dazu insbesondere die Möglichkeit, fachdidaktische schulpraktische Studien auch für Entwicklungen von Unterrichtseinheiten oder Diagnoseinstrumenten zu nutzen (ModulPO 2006, Anlage 2, MAL 1-5).

Die Kombination aus der Vorlesung „Diagnostik und Fördern“ mit paralleler Durchführung eigener diagnostischer Interviews mit dem EMBI in den Schulpraktischen Studien wurde das erste Mal im WS 2007/2008 angeleitet durch die Verfasserin mit einer Gruppe von acht Studierenden erprobt.

Im Folgenden werden exemplarisch Aussagen fünf Studierender dargestellt, die an der Erprobung teilgenommenen haben. Diese beziehen sich inhaltlich auf das Erlernen und die Durchführung des Interviewverfahrens bzw. zeigen auf, wie sich die Studierenden in der Rolle der Interviewerin wahrgenommen haben und welchen Nutzen das Interviewverfahren aus ihrer Sicht für die Lehrerausbildung hat. Auf dieser Grundlage wurde für die sich anschließenden Semester ein Konzept für Interviewschulungen entwickelt.

### **5.3.2.1 Zum Erlernen der Interviewdurchführung**

Zu Beginn der Schulpraktischen Studien im WS 2007/2008 äußern<sup>75</sup> sich die Studierenden zur geplanten Durchführung von Schülerinterviews zurückhaltend und mit folgenden Bedenken:

*„Als wir am Anfang der Schulpraktischen Studien zum ersten Mal mit EMBI und dem umfangreichen Material in Berührung kamen und bei dieser Gelegenheit die Möglichkeit hatten, Interviews zu simulieren, dachte ich nicht, dass ich in der Lage sein würde, dieses Interview mit Kindern sicher und störungsfrei zu führen. Die Komplexität des Interviewleitfadens mit der*

---

<sup>75</sup> Alle hier genannten Äußerungen liegen als Bericht über die Schulpraktischen Studien von den Studierenden in schriftlicher Form vor. Aus Gründen des Datenschutzes wurden die Namen der Studierenden anonymisiert. Die SPS-Berichte können im Mathematikdidaktischen Labor Grundschule der Universität Kassel eingesehen werden.

genauen Beschreibung der Handlungen, Äußerungen und Angabe der Abbruchbedingungen setzt eine intensive Auseinandersetzung mit diesem Diagnoseinstrument und seiner Handhabung voraus“ (Studentin 1).

„[...] Die Durchführung des Elementarmathematischen Basisinterviews verlangt dem Interviewer das gleichzeitige Ausführen vieler verschiedener Handlungen ab: Die Leitfragen vorlesen und dabei auf die Reaktion und natürlich die Antwort des Kindes achten – zusätzlich müssen die Abbruchkriterien beachtet werden. Außerdem muss ständig neues Material ein- und ausgepackt werden und das alles muss protokolliert werden“ (Studentin 2).

„Diese erste Unsicherheit lag sicher unter anderem darin begründet, dass ich bisher keinerlei Erfahrung mit mathematischen Diagnoseinstrumenten dieser Art hatte und ich diesbezüglich demnach völliges Neuland betrat“ (Studentin 3).

### **5.3.2.2 Durchführen der ersten Schülerinterviews in Partnerarbeit**

Diese Unsicherheit legt sich auch nach intensiver Einarbeitung in das Material noch nicht sofort. Eine große Hilfe ist es für die Studierenden, ihre ersten Interviews in Partnerarbeit mit einem Kind durchzuführen. Dennoch äußern sie weitere Bedenken:

„Während der ersten Interviews teilte ich mir die Aufgaben mit meiner Partnerin, um mich zunächst auf das Kind und den zeitlichen Ablauf des Interviews konzentrieren zu können. Meine Partnerin übernahm das Ausfüllen des Protokollbogens, was eine große Erleichterung bedeutete. Die Gesprächsführung und der gleichzeitige Blick in den Interviewleitfaden nahmen mich während der ersten beiden Interviews vollends in Anspruch. Eine große Hilfe war es deshalb, wenn der Protokollant zusätzlich das benötigte Material bereithielt“ (Studentin 1).

„Ich, deren Part es war, das Material anzureichen, sowie gewissenhaft das Protokoll zu führen, hatte Angst, beiden Aufgaben nicht zufriedenstellend nachzukommen [...], denn die Situation während der Interviews ist eine sehr komplexe und bedarf einiger Übung“ (Studentin 4).

*„So strukturiert ich mich auch vorbereitet hatte, übermannten mich im Vorfeld meines ersten ‚richtigen‘ Interviews doch wieder Bedenken, nicht ausreichend kompetent zu sein. Während des Interviews waren diese Bedenken jedoch verfliegen und ich fühlte mich wohl in meiner neuen Rolle“ (Studentin 3).*

### **5.3.2.3 Veränderungen in der Rolle als Interviewer**

Nach und nach lässt sich beobachten, dass die Studierenden von Interview zu Interview immer besser in ihre neue Rolle hineinwachsen:

*„Nach den ersten beiden Interviews konnte ich bereits an mir selbst beobachten, dass ich mich sicherer fühlte und traue mir zum jetzigen Zeitpunkt zu, das Interview zu führen und gleichzeitig den Protokollbogen auszufüllen“ (Studentin 1).*

*„Meine anfänglichen Bedenken und Ängste haben sich inzwischen in Motivation, Interesse, gepaart mit großem Spaß an der Sache, gewandelt und ich freue mich über die Chance, zu diesem Thema eine Examensarbeit verfassen zu können“ (Studentin 3).*

### **5.3.2.4 Nutzen des Interviewverfahrens in der Lehrerausbildung aus Sicht Studierender**

Am Ende des Praktikums zeichnet sich in den Äußerungen der Studierenden ein deutlicher Lernzuwachs ab, der durch die Interviewdurchführung entstanden ist.

Die Studierenden stellen dar, dass sie die Struktur des Interviewverfahrens verstanden und ihren Blick für die Mathematik geschärft haben:

*„Ich erinnere mich daran, dass ich es zunächst als äußerst befremdlich empfand, die Fragen und Aufgaben dem genauen Wortlaut nach aus dem Leitfaden abzulesen und stellte mir eine reale Interviewsituation vor, im Rahmen derer ein solches Vorgehen womöglich zu einer unnatürlichen, wenig lockeren und unentspannten Atmosphäre führen würde. Diese Befürchtung bestätigte sich in der kommenden Zeit jedoch in keiner Weise, vielmehr lernte ich eine solch starke Standardisierung zu schätzen, denn Standardisierung*

impliziert stets eine gewisse Sicherheit und Verlässlichkeit für den Interviewer“ (Studentin 3).

„Darüber hinaus konnte ich gleichzeitig mein Wissen über Rechengesetze und Rechenstrategien auffrischen und an konkreten Beispielen kennen lernen“ (Studentin 1).

Die Studierenden äußern sich gezielt darüber, dass sie gelernt haben, Kinder in ihrem Tun zu beobachten und in der Lage sind, diese Beobachtungen einzuschätzen:<sup>76</sup>

„Insgesamt kann ich sagen, dass die Durchführung der Interviews eine schöne und lehrreiche Erfahrung war, denn man hatte Zeit, sich intensiv mit den Kindern zu beschäftigen, sie besser kennen zu lernen und ihre Kompetenzen besser einschätzen zu können, was in der kurzen Hospitationszeit in der Klasse in diesem Umfang nicht möglich war“ (Studentin 1).

„Sie (die Schülerin) war oft sehr unkonzentriert und vor allem bei ihr konnte festgestellt werden, wie unvorhersehbar Kinder doch auf die geforderten mathematischen Sachverhalte reagieren können – als sie in Einerschritten zählen sollte, ist sie aufgestanden und hat laut beim Gehen gezählt. Im ersten Moment war ich leicht überfordert mit der Situation, bis ich verstanden habe, warum sie dies tut“ (Studentin 4).

Die Studierenden äußern sich darüber, welchen Stellenwert das Elementarmathematische Basisinterview ihrer Meinung nach in der Lehrerausbildung einnehmen sollte:

„Die Interviewdurchführung ist als Allein-Verantwortliche deutlich anstrengender und bedarf höchster Konzentration. Die selbstständige Interviewdurchführung innerhalb eines so geschützten Rahmens ist eine

---

<sup>76</sup> Ähnliches wurde bereits von einer am ENRP teilnehmenden Lehrkraft folgendermaßen beschrieben:

“I feel much more informed about how they're learning, what they need to learn next and what's reasonable to expect to try and get children, most children achieving by the end of the year” (Horne u.a. 2002, S. 7).

wertvolle Erfahrung und sollte standardmäßig in die Ausbildung mit dem EMBI eingeführt werden“ (Studentin 5).

„Für mich wäre es denkbar, dass Studenten die Durchführung und Auswertung des EMBI auch in Zukunft durchführen könnten, denn das wäre nicht nur für die Schule eine Erleichterung, sondern würde auch eine Bereicherung für die Studenten darstellen“ (Studentin 2).

### 5.3.3 Implementierung diagnostischer Interviews in die Lehrerausbildung

Nach den sehr positiven Erfahrungen, die im WS 2007/2008 mit der Kombination aus der Vorlesung „Diagnostik und Fördern“ und eigener Interviewdurchführung in den Schulpraktischen Studien gewonnen werden konnten, wurde ab dem SS 2008 durch die Verfasserin dieser Arbeit zusammen mit Herrn B. Wollring ein optionales Studienelement zur Diagnostik mit dem EMBI entwickelt.

Das Ziel war es, allen interessierten Studierenden die Möglichkeit der Interviewerprobung mit Kindern auch unabhängig von den Schulpraktischen Studien zu bieten.

Uni Kassel, FB 10: Mathematik für das Lehramt an Grundschulen (MAL1), Studienplan, Studierendensicht, detailliert			
	Obligatorische Studienteile		Optionale Studienteile
1.Semester Winter	MAL1-1 Mathematik, 6 SWS, 9c <b>Arithmetik</b> 2 SWS V + 1 SWS Ü, 4.5c Empfohlene Voraussetzung zur Didaktik der Arithmetik		
2.Semester Sommer	MAL1-1 Mathematik, 6 SWS, 9c <b>Geometrie</b> 2 SWS V + 1 SWS Ü, 4.5c Empfohlene Voraussetzung zur Didaktik der Geometrie	MAL1-2 Mathematikdidaktik 1, 6 SWS, 8c <b>Didaktik der Arithmetik</b> 2 SWS V + 1 SWS Ü, 4c Voraussetzung zur Mathematikdidaktik 2 und zu Fachdidaktischen Schulpraktischen Studien	
3.Semester Winter	MAL1-3 Math. Anwendungen, 6 SWS, 9c <b>Mathematische Anwendungen</b> 2 SWS V + 1 SWS Ü, 5c Empfohlene Voraussetzung zur Didaktik der Mathematischen Anwendungen Empfohlene Voraussetzung zur Mathematikdidaktik 2	MAL1-2 Mathematikdidaktik 1, 6 SWS, 8c <b>Didaktik der Geometrie</b> 2 SWS V + 1 SWS Ü, 4c Voraussetzung zur Mathematikdidaktik 2 und zu Fachdidaktischen Schulpraktischen Studien	Informelle zerti/fizierte Ausbildung <b>Diagnostik EMBI, 2 - 4 SWS</b> Freiwillig erworbene unterstützende Voraussetzung zur Mathematikdidaktik 2 und zu Fachdidaktischen Schulpraktischen Studien
4.Semester Sommer		MAL1-3 Math. Anwendungen, 6 SWS, 9c <b>Didaktik der Mathematischen Anwendungen</b> 2 SWS V + 1 SWS Ü, 4c Empfohlene Voraussetzung zur Mathematikdidaktik 2	
5.Semester Winter	MAL1-4 Mathematikdidaktik 2, 7 SWS, 10c <b>Fach-Seminar</b> 2 SWS S, 3c	MAL1-4 Mathematikdidaktik 2, 7 SWS, 10c <b>Diagnostik und Fördern im Mathematikunterricht</b> 2 SWS V + 1 SWS Ü, 4c	MAL1-5, 4 SWS, 6c, optional <b>fachdidaktische schulpraktische Studien, 4 SWS, 6c</b> <b>Veranstaltung in der Schule und darauf bezogenes Seminar</b> möglich im 4., oder 5., oder 6. Semester
6.Semester Sommer		MAL1-4 Mathematikdidaktik 2, 7 SWS, 10c <b>Fachdidaktisches Seminar</b> 2 SWS S, 3c möglich im 5. oder 6. Semester	
7.Semester Winter	Prüfungsemester		Wissenschaftliche Hausarbeit, 15c

Abb. 5: Studienplan (WOLLRING 2009, 2011)

In dem von WOLLRING (2009) für die Universität Kassel erstellten und vom Fachbereich 10 beschlossenen Studienplan (siehe Abb. 5, S. 145) für Mathematik für das Lehramt Grundschule befindet sich daher als neues Element neben „Diagnostik und Fördern im Mathematikunterricht“ (siehe Kasten, 2. Spalte) ein weiterer Sektor „Diagnostik EMBI“ (siehe Pfeil, 3. Spalte).

Hierbei handelt es sich um eine informelle, zertifizierte Ausbildungsveranstaltung zum EMBI, die von Studierenden ab dem 3. Semester freiwillig besucht werden kann.

Diese Freiwilligkeit diente im Sommersemester 2008 zunächst der Erarbeitung einer Konzeption für die Interviewschulung sowie ihrer Erprobung. An der Erprobung nahmen 16 Studierende teil, die nach der Interviewschulung eigenständig Schülerinterviews an ausgewählten Schulen in der Stadt und im Landkreis Kassel durchführten und auswerteten.

Aufgrund des großen Interesses und der regen Nachfrage auf Seiten der Studierenden nach einem solchen Praxiselement in der Lehrerausbildung wurde diese Methode in den folgenden Semestern und bis heute beibehalten.

### **5.3.3.1 Intention und Ziel der Interviewschulungen**

Die Schulungen zum EMBI werden inzwischen in Form von Lernabschnitten (Units) regelmäßig mehrfach pro Semester für Studierende des Studiengangs Lehramt Grundschule im Fach Mathematik angeboten.

Das Ziel der Schulungen besteht darin, die Studierenden zu befähigen, das Interviewverfahren eigenständig mit Grundschulkindern durchzuführen, das Interview auszuwerten und die Ergebnisse einschätzen zu können.

Es handelt sich weiterhin um eine freiwillige Ergänzungsveranstaltung zum Bereich „Diagnostik & Fördern“, die nach erfolgreichem Abschluss mit einem Zertifikat honoriert wird, in dem die erworbenen Kompetenzen differenziert ausgewiesen sind (siehe Abb. 6, S. 147).

### 5.3.3.2 Ablauf und Inhalte der Interviewschulungen

Die Interviewschulungen zum Elementarmathematischen Basisinterview werden für die beiden Teile „EMBI: Zahlen & Operationen“ (EMBI-ZO) sowie „EMBI: Größen & Messen, Raum & Form“ (EMBI-GMRF) im Umfang von je vier Units angeboten, die aufeinander aufbauen.

Die Studierenden besuchen zunächst mindestens die ersten drei Units zu EMBI-ZO (Unit IV optional für ausgewählte Studierende), führen anschließend Schülerinterviews zu diesem Teil durch und werten sie aus.

In einem zweiten Teil können sie an den Units zu EMBI-GMRF<sup>77</sup> teilnehmen und ebenfalls Schülerinterviews durchführen und auswerten.

Die folgende Übersicht stellt die Inhalte der Ausbildung und den angestrebten Kompetenzzuwachs tabellarisch dar:

Unit	Der Teilnehmer / die Teilnehmerin:	
<b>Unit I</b>	- lernte den organisatorischen Rahmen zur Durchführung von Schülerinterviews kennen.	✓
	- erhielt einen Überblick über Konzeption und Aufbau der Schülerinterviews.	✓
	- sammelte erste Erfahrungen in der Deutung von Interviewauswertungen.	✓
<b>Unit II</b>	- wurde mit dem Materialpaket in der Interviewdurchführung geschult.	✓
	- eignete sich die Auswertung von Interviews und die Übertragung in Ausprägungsgrade an.	✓
	- lernte anhand der Ausprägungsgrade individuelle Förderziele zu entwickeln.	✓
<b>Unit III</b>	- erlernte professionelles Interviewerverhalten.	✓
	- wurde in der vollständigen Protokollführung geschult.	✓
	- führte eigenverantwortlich mindestens 4 Interviews mit Schülern durch, wertete diese aus und entwickelte daraus Förderziele.	✓
<b>Unit IV</b>	- führte eigenverantwortlich mehr als 4 Interviews mit Schülern durch, wertete diese aus und entwickelte daraus Förderziele.	✓
	- führte mit einzelnen Schülern Zweitinterviews durch und dokumentierte Lernentwicklungsprozesse.	✓
	- wurde als Multiplikator/in zur Interviewschulung ausgebildet.	✓

Abb. 6: Ausschnitt aus EMBI-Zertifikat (WOLLRING, HABERZETTL 2008)

<sup>77</sup> Das Elementarmathematische Basisinterview für die Bereiche „Größen & Messen, Raum & Form“ (EMBI-GMRF) wurde in den Jahren 2008 - 2011 vollständig überarbeitet. Es liegt inzwischen ebenso als Materialpaket mit Handbuch vor, eine Aufbauschulung wurde für diese Bereiche konzipiert und wird seit dem Wintersemester 2010/2011 regelmäßig für Studierende angeboten, die ihr Zertifikat für EMBI-ZO bereits erworben haben. Aus Gründen der Schwerpunktsetzung der vorliegenden Arbeit wird dieser Teil hier ausgeklammert.

Eine Schulung zu EMBI-ZO umfasst mindestens drei verschiedene, inhaltlich aufeinander aufbauende Units mit einer Dauer von je zwei Zeitstunden:

In **Unit I** lernen die Studierenden die theoretischen Grundlagen zum EMBI kennen. Dazu gehören die Entstehungsgeschichte des Interviewverfahrens aus dem australischen *Early Numeracy Research Project* (ENRP), der Aufbau der Domains und der Interviewaufgaben, organisatorische Hinweise zur Durchführung eines Interviews, die Abbruchkriterien sowie die Bedeutung der Ausprägungsgrade. Der Ablauf eines Interviews und das Entwickeln von Förderimpulsen werden mit beispielhaften Videoausschnitten verdeutlicht. Durch die Nutzung von Videodokumenten wird das Deutungsrepertoire der Studierenden erhöht, da sich durch diese virtuellen Dokumente mathematisches Handeln von Kindern im Interview sichtbar machen lässt. Solche vorhandenen Kompetenzen lassen sich aus dem Protokollbogen nicht ablesen, da es sich hierbei um ein bereits verdichtetes Dokument handelt.

In einer anschließenden Phase des Rollenspiels erarbeiten die Studierenden in Partnerarbeit mithilfe des Interviewleitfadens und des Materialpakets die selbständige Durchführung der Schülerinterviews. Dabei verkörpert eine Person den Interviewer bzw. die Interviewerin, die andere Person versetzt sich in die Rolle eines Kindes.

**Unit II** vertieft die Arbeit mit dem Materialpaket und den Interviewaufgaben, bevor die Studierenden anhand eines vollständigen Videodokumentes in der Protokollführung geschult werden. Anhand des Interviewprotokolls erlernen die Studierenden die Interviewauswertung, das Übertragen der Ergebnisse in Ausprägungsgrade sowie im Sinne der handlungsleitenden Diagnostik das Entwickeln von Förderzielen zu den einzelnen Domains.

In **Unit III** erlernen die Studierenden ergänzend zu den bisherigen inhaltlichen Bereichen den Vorschulteil zum Elementarmathematischen Basisinterview, so dass sie nach Abschluss von Unit III in der Lage sind, auch diesen Bereich ebenso mit Kindern durchzuführen.

Ergänzend werden wichtige Aspekte zum professionellen Interviewerverhalten erarbeitet. Die Studierenden lernen, dass sie den Kindern während des Interviews nicht helfen dürfen, um die Diagnostik nicht zu verfälschen. Außerdem dürfen sie keine Bewertung abgeben, so dass dem Kind nicht bewusst wird, wann es eine Aufgabe richtig oder falsch löst. Da der Interviewleitfaden halbstandardisiert ist, ist es möglich, den Sprechtext abzuwandeln und gleiche Inhalte mit eigenen Worten zu erklären. Das ebenfalls leisten zu können, ist ein wichtiger Aspekt des professionellen Interviewerverhaltens.

Am Ende von Unit III werden alle organisatorischen Fragen zur Interviewdurchführung geklärt. Dazu erhalten die Studierenden zusätzlich ein Merkblatt mit allen wichtigen Informationen zur Organisation der Interviewdurchführung an den Kooperationsschulen.

Nach Beendigung von Unit III haben die Studierenden den Auftrag, an einer Kooperationsschule der Universität Kassel mindestens vier Schülerinterviews mit Grundschulkindern, Kindergartenkindern oder Kindern aus einer Vorklasse bzw. einer Eingangsstufe durchzuführen.

Eine Kooperationsschule für die Durchführung des Elementarmathematischen Basisinterviews zeichnet sich dadurch aus, dass mindestens eine Lehrperson vor Ort das Interviewverfahren in einer Lehrerfortbildung kennengelernt hat und das Materialpaket sowie das Handbuch zum EMBI in der Schule vorhanden sind. Seit dem Sommersemester 2008 ist es der Verfasserin dieser Arbeit gelungen, durch gezielte Lehrerfortbildungen im Raum Kassel, die Anzahl der Kooperationsschulen von zunächst sechs auf derzeit 26 zu erhöhen (siehe Kap. 6.3.1).

Den Zeitraum für die Durchführung der Interviews an der Kooperationsschule legen die Studierenden dabei eigenständig in Absprache mit der von ihnen ausgewählten Schule fest. Es wird ihnen empfohlen, die Interviews vor Ort in Partnerarbeit durchzuführen. Nach der Durchführung werden die Interviews ausgewertet, in Ausprägungsgrade übertragen und mit handlungsleitenden Förderzielen ergänzt. Sämtliche Unterlagen werden anschließend innerhalb

von vier Wochen sowohl der Schule als auch der Universität zur Verfügung gestellt und dienen als Grundlage für die Ausstellung des Zertifikats.

Die Konzeption und Durchführung von Interviewschulungen zum EMBI an der Universität Kassel mit sich anschließender Durchführung, Analyse und Auswertung von Schülerinterviews durch Studierende bildet die Grundlage für die empirische Untersuchung, die im Folgenden dargestellt wird.

## *II. Empirische Studie: Implementierung, Durchführung und fall-analytische Auswertung der Schülerinterviews*

### **6. Forschungsinteresse, Rahmung und Methode**

Schülerinnen und Schüler der Grundschule weisen sehr unterschiedliche Kompetenzen im Bereich der Mathematik auf. Diese werden mit dem EMBI als diagnostisches Interviewverfahren in Form von Ausprägungsgraden dokumentiert. Anhand der Ausprägungsgrade lassen sich verschiedene Kompetenzausprägungen bei Kindern identifizieren.

Die Protokollbögen und Interviewauswertungen ermöglichen zusätzlich, vorhandene Schwierigkeiten bzw. besondere Stärken genauer aufzudecken. Konkrete Förderhinweise sind im EMBI bisher nicht enthalten. Es wird vorausgesetzt, dass Lehrerinnen und Lehrer diese aus ihren eigenen Beobachtungen während des Interviews bzw. aus den Interviewdaten (Protokollbogen und Ausprägungsgrade) ableiten können.

Das Forschungsinteresse der vorliegenden Untersuchung besteht darin, durch die Analyse von diagnostischen Interviews Schwierigkeiten bzw. Stärken bei Kindern aus dem 1. und 2. Schuljahr im Fach Mathematik differenziert zu dokumentieren und daraus mögliche Konsequenzen für eine Förderung abzuleiten.

Die Schülerinterviews wurden dazu von Studierenden der Universität Kassel mit dem EMBI durchgeführt. In diesem Zusammenhang wird zusätzlich untersucht, welcher Kompetenzerwerb sich bei den Studierenden durch die Durchführung und Auswertung der Schülerinterviews feststellen lässt.

#### **6.1 Forschungsfragen der empirischen Untersuchung**

Mit der vorliegenden empirischen Untersuchung soll drei übergeordneten Fragestellungen nachgegangen werden:

1. Wie lassen sich die mit dem Elementarmathematischen Basisinterview (EMBI) bei Kindern der ersten und zweiten Klasse erhobenen Kompetenzausprägungen einschätzen?
  - 1a. Welche Schwierigkeiten lassen sich bei Kindern mit besonders niedrigen Ausprägungsgraden in den einzelnen Bereichen des Interviews identifizieren?
  - 1b. Welche Strategien lassen sich bei Kindern mit besonders hohen Ausprägungsgraden in den einzelnen Bereichen des Interviews feststellen?
2. Wie lässt sich das Interviewverfahren als Instrument handlungsleitender Diagnostik durch das Ableiten von Förderzielen aus den Interviewergebnissen nutzen?
3. Welche Perspektiven zeigen sich durch die Durchführung und Auswertung von Schülerinterviews mit dem EMBI für die Bereiche Diagnostik und Fördern in der Lehrerbildung?

## **6.2 Zur Datenerhebung**

Zur Datenerhebung für die empirische Studie wurde nach einer Erprobungsphase im Sommersemester 2008 ein einheitliches Konzept für Interviewschulungen zum EMBI (siehe Kap. 5.3.3), sowie für die Durchführung der Schülerinterviews an Kooperationsschulen entwickelt. Die Datenerhebung für die empirische Studie erfolgte danach über drei Schuljahre hinweg mit Beginn des Schuljahres 2008/2009 bis zum Ende des Schuljahres 2010/2011.

Dazu nahmen 161 Studierende der Universität Kassel an Interviewschulungen zum EMBI teil, die von der Verfasserin dieser Arbeit geleitet wurden. Im Anschluss an die Schulungen führten alle Studierenden je vier Schülerinterviews an einer Kooperationsschule der Universität Kassel durch, die sie sich aus der Liste der Kooperationsschulen (siehe Kap. 6.2.1)

auswählen. Die Dokumentation erfolgte mithilfe des EMBI-Protokollbogens, der in schriftlicher Form von den Studierenden ausgewertet wurde.<sup>78</sup>

Dadurch liegen der Verfasserin insgesamt 643 Schülerinterviews vor. Dieses Material bildet die Datengrundlage der empirischen Studie.

### **6.2.1 Kooperationsschulen zur Datenerhebung**

Für die Durchführung der Schülerinterviews wurden 26 Schulen und ein Kindergarten von der Universität Kassel zur Kooperation ausgewählt. Eine Bedingung für eine Kooperation war dabei, dass mindestens eine Lehrkraft der Schule an einer Lehrerfortbildung zum EMBI durch die Verfasserin dieser Arbeit teilgenommen hat und das Interviewverfahren dadurch kennt und anwenden kann. Weiterhin soll das für das Interview notwendige Materialpaket vor Ort vorhanden sein.

Insgesamt setzen sich die Kooperationsschulen aus 13 Grundschulen der Stadt Kassel (52 % aller Grundschulen der Stadt Kassel) und 13 Grundschulen aus dem Landkreis Kassel (25 % aller Grundschulen aus dem Landkreis Kassel) zusammen. Durch diese Verteilung sind in dieser Gesamtgruppe sowohl Schulen mit sehr heterogener Schülerschaft, niedrigem bzw. hohem Sozialstatus, mit vielen bzw. wenigen Schülerinnen und Schülern, mit Schülerinnen und Schülern mit bzw. ohne Migrationshintergrund sowie Gütesiegelschulen für Hochbegabung vertreten.

Einen ersten Überblick über die Anzahl und Verteilung der im Forschungszeitraum geführten Interviews lässt sich dem folgendem Diagramm entnehmen (siehe Abb. 7, S. 154):

---

<sup>78</sup> Beispiele dazu befinden sich im online vorliegenden Anhang.

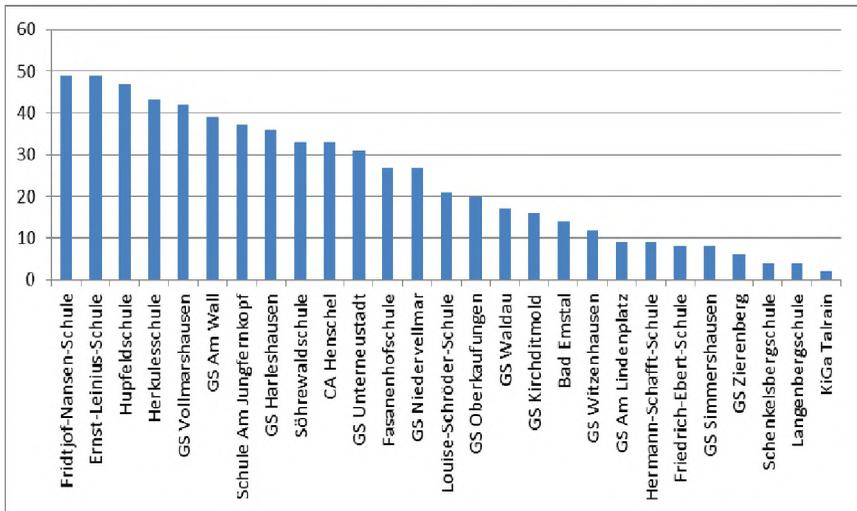


Abb. 7: Anzahl und Verteilung der Interviews auf Kooperationsschulen

Manche Schulen wurden besonders häufig von Studierenden ausgewählt, sodass im Forschungszeitraum bis zu 49 Interviews an einer Schule geführt wurden. Angefangen von der Fridtjof-Nansen-Schule (in direkter Nähe zur Universität) bis hin zur Fasanenhofschule handelt es sich bei den am häufigsten ausgewählten Schulen (mit Ausnahme der Grundschule Vollmarshausen und der Söhrewaldschule) um Schulen, die im Stadtgebiet Kassels liegen und dadurch für Studierende gut erreichbar sind. An den anderen Kooperationsschulen, vor allem aus dem Landkreis Kassel, wurden deutlich weniger Interviews geführt.

### 6.2.2 Verteilung der Interviews auf die Schuljahre

Die tabellarische Übersicht über den Forschungszeitraum stellt dar, wie viele Interviews in welchem Schuljahr an den jeweiligen Kooperationsschulen geführt wurden:

Schule	Schuljahr 08/09	Schuljahr 09/10	Schuljahr 10/11	Gesamt
Fridtjof-Nansen-Schule	24	13	12	<b>49</b>
Ernst-Leinius-Schule	9	20	20	<b>49</b>
Hupfeldschule	0	24	23	<b>47</b>
Herkuleschule	17	16	10	<b>43</b>
GS Vollmarshausen	12	16	14	<b>42</b>
GS Am Wall	0	12	27	<b>39</b>
Schule Am Jungfernkopf	4	25	8	<b>37</b>
GS Harleshausen	12	16	8	<b>36</b>
Söhrewaldschule	8	8	17	<b>33</b>
CA Henschel	23	0	10	<b>33</b>
GS Unterneustadt	0	12	19	<b>31</b>
Fasanenhofschule	10	10	7	<b>27</b>
GS Niedervellmar	8	11	8	<b>27</b>
Louise-Schröder-Schule	12	4	5	<b>21</b>
GS Oberkaufungen	4	8	8	<b>20</b>
GS Waldau	5	8	4	<b>17</b>
GS Kirchditmold	12	0	4	<b>16</b>
Bad Emstal	0	14	0	<b>14</b>
GS Witzenhausen	12	0	0	<b>12</b>
GS Am Lindenplatz	9	0	0	<b>9</b>
Hermann-Schafft-Schule	0	9	0	<b>9</b>
Friedrich-Ebert-Schule	0	0	8	<b>8</b>
GS Simmershausen	0	0	8	<b>8</b>
GS Zierenberg	6	0	0	<b>6</b>
Schenkelsbergschule	0	4	0	<b>4</b>
Langenbergschule	0	0	4	<b>4</b>
KiGa Talrain	0	0	2	<b>2</b>
<b>Interviews gesamt</b>	<b>187</b>	<b>230</b>	<b>226</b>	<b>643</b>

Tabelle 14: Verteilung der Interviews auf Schuljahre und Kooperationsschulen

Die Verteilung der 643 Schülerinterviews auf den Forschungszeitraum ist unterschiedlich:

- 187 Interviews im Schuljahr 2008/2009  
(Gesamtanzahl der Schülerinnen und Schüler der Grundschulen in der Stadt Kassel: 6478; im Landkreis Kassel: 8744)<sup>79</sup>
- 230 Interviews im Schuljahr 2009/2010  
(Gesamtanzahl der Schülerinnen und Schüler der Grundschulen in der Stadt Kassel: 6351; im Landkreis Kassel: 8519)
- 226 Interviews im Schuljahr 2010/2011  
(Gesamtanzahl der Schülerinnen und Schüler der Grundschulen in der Stadt Kassel: 6286; im Landkreis Kassel: 8000)

<sup>79</sup> Die Angaben der Schülerzahlen pro Schuljahr lassen sich dem Statistischen Bericht des Hessischen Statistischen Landesamtes entnehmen, der jährlich veröffentlicht wird: [www.statistik-hessen.de/publikationen/download/421/index.html](http://www.statistik-hessen.de/publikationen/download/421/index.html).

### 6.3.3 Verteilung der Interviews auf Schulstufen

Das Interviewverfahren ist grundsätzlich für alle Kinder von 5 bis 8 Jahren konzipiert. Kinder mit Schwierigkeiten beim Rechnen können auch darüber hinaus im 3. bzw. 4. Schuljahr mit dem EMBI interviewt werden. Die teilnehmenden Schülerinnen und Schüler für die Interviews wurden nach diesen Gesichtspunkten ausgesucht, und die Interviews verteilen sich folgendermaßen auf die verschiedenen Klassenstufen:

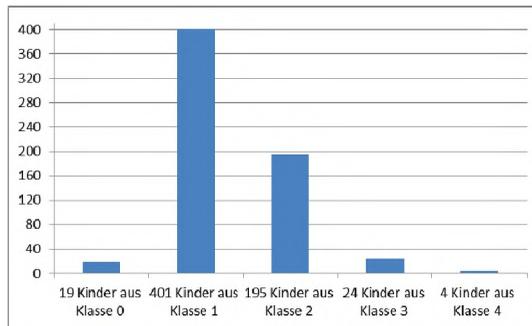


Abb. 8: Anzahl und Verteilung der Interviews auf Klassenstufen

Ein deutlicher Schwerpunkt der durchgeführten Interviews liegt aufgrund der empfohlenen Altersstufe im EMBI im 1. und 2. Schuljahr. Da die Jahrgangsstufen 1 und 2 generell als pädagogische Einheit gelten (§ 17 Abs. 3 Hessisches Schulgesetz) werden diese im Folgenden zusammengefasst und bilden den Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit. Für die weitere Analyse werden die insgesamt 596 Interviews, die mit Kindern im 1. und 2. Schuljahr geführt wurden, vertiefend betrachtet. Dabei setzen sich die 401 Kinder aus dem 1. Schuljahr aus 204 Mädchen und 197 Jungen zusammen. Unter den 195 Kindern aus dem 2. Schuljahr sind 108 Mädchen sowie 87 Jungen. Für sämtliche Kinder dieser beiden Gruppen wurden die Ausprägungsgrade erfasst. Das Datenmaterial dazu befindet sich im Anhang<sup>80</sup> (siehe A1, S. 2 – 13).

<sup>80</sup> Der Anhang zur vorliegenden Arbeit ist online verfügbar. Verweise darauf sind durch den Zusatz „siehe A“ gekennzeichnet.

Im Forschungszeitraum wurden sämtliche Interviewunterlagen der Studierenden an der Universität Kassel im Fachbereich Mathematikdidaktik Grundschule gesammelt. Alle durchgeführten Schülerinterviews wurden mit dem EMBI-Protokollbogen umfangreich dokumentiert und anschließend mithilfe der Auswertungsrichtlinien in Ausprägungsgrade übertragen.<sup>81</sup> Der Verfasserin liegen dadurch zu jedem Schülerinterview ein Protokollbogen, ein Schülerprofil sowie eine ausführliche Interviewauswertung in schriftlicher Form vor. Diese Dokumente wurden von den teilnehmenden Studierenden erstellt.

### **6.3 Auswahl von Kindern zur Fallanalyse**

In einem ersten Schritt werden die Interviewergebnisse der 596 Schülerinterviews in Form von Ausprägungsgraden zum Zählen (APG Z), zu den Stellenwerten (APG SW), zu Strategien bei Addition und Subtraktion (APG +/-) und Strategien bei Multiplikation und Division (APG x/;) im Anhang erfasst (siehe A1, S. 2 – 13).

Dabei werden Kinder aus der 1. Klasse (siehe A1.1, S. 2 – 9) von Kindern aus der 2. Klasse (siehe A1.3, S. 10 – 13) unterschieden. Den jeweiligen Tabellen lassen sich die Namen der Kinder, die jeweils erreichten Ausprägungsgrade in den vier Bereichen, das Datum der Interviewdurchführung, das Geschlecht des Kindes sowie die Nummer der jeweiligen Studierenden entnehmen, die das Interview durchgeführt haben. Aus Gründen des Datenschutzes sind die Namen der Kinder anonymisiert und die Zuordnung zur entsprechenden Kooperationsschule wird nicht genannt. Auch die Namen der Studierenden sind ausschließlich der Verfasserin bekannt.

Um die Daten stärker zu verdichten, erfolgt in einem zweiten Schritt sowohl für die Kinder aus der 1. Klasse (siehe A1.2, S. 9) als auch für die Kinder aus der 2. Klasse (siehe A1.4, S. 13) eine Zusammenfassung der erreichten Ausprägungsgrade. Hieraus lässt sich entnehmen, wie viele Kinder jeweils in den einzelnen Bereichen welchen Ausprägungsgrad erreicht haben.

---

<sup>81</sup> Beispiele dazu befinden sich im Anhang.

Diese Zusammenfassung ermöglicht es, eine tabellarische Übersicht über die prozentuale Verteilung aller untersuchten Kinder aus dem ersten und zweiten Schuljahr auf die verschiedenen Ausprägungsgrade zu erstellen. Dabei werden die vier unterschiedlichen Bereiche aus dem EMBI im Folgenden jeweils in einzelnen Tabellen erfasst (siehe Kap. 6.3.1 – 6.3.4).

Diese Tabellen sind notwendig, um die Ergebnisse der Untersuchung mit den Ergebnissen aus dem australischen ENRP (siehe Kap. 3.3.2.4: Tabellen 10 – 13) vergleichen zu können. Dieser Vergleich erfolgt in Kapitel 8.1 mithilfe von Säulendiagrammen. Weiterhin schaffen die Tabellen die Voraussetzung, die erreichten Ausprägungsgrade von Kindern aus zukünftigen Interviews besser einschätzen zu können (zur Forschungsfrage 1; siehe dazu Kap. 9.1).

Bereits im ENRP wurde festgestellt, dass es Ausprägungsgrade gibt, an denen die Kinder länger verweilen. Die jeweils nächst höheren Ausprägungsgrade werden dort *Barrieren* genannt (siehe Kap. 3.3.2.4).

Die Verfasserin bezeichnet die Ausprägungsgrade vor den sogenannten Barrieren als *Schwerpunkte*, diese sind in den Tabellen (siehe Kap. 6.3.1 – 6.3.4) jeweils grau hinterlegt.

Anhand der Tabellen mit der prozentualen Verteilung wird zusätzlich beschrieben, welche Besonderheiten zu erkennen sind (siehe Kap. 6.3.1 – 6.3.4).

Ein weiteres Ziel ist es, diese Daten zur Vorauswahl von zehn Kindern (fünf mit niedrigen und fünf mit hohen Ausprägungsgraden) aus dem 1. Schuljahr und ebenso von zehn Kindern aus dem 2. Schuljahr zu nutzen (siehe Kap. 6.3.5).

Zur Auswertung dieser 20 Schülerinterviews wird im Folgenden eine qualitative Fallanalyse gewählt (siehe dazu Kap. 6.4), da damit im Gegensatz zu einer quantitativen Vorgehensweise ermöglicht wird, die Denkprozesse der Schülerinnen und Schüler nachzuvollziehen.

Zunächst werden in einer Vorauswahl (Schüler-Sampling) spezifische Kinder für die qualitative Fallanalyse ausgewählt (vgl. HÜLST 2010). Dabei liegt der Fokus auf der einen Seite auf Kindern mit besonders niedrigen

Ausprägungsgraden (zur Forschungsfrage 1a) und auf der anderen Seite auf Kindern mit besonders hohen Ausprägungsgraden (zur Forschungsfrage 1b). Auffälligkeiten in Bezug auf besonders niedrige bzw. hohe Ausprägungsgrade werden dazu in der tabellarischen Übersicht jeweils eingerahmt.

### 6.3.1 Zum Bereich A: Zählen

APG	0	1	2	3	4	5	6	gesamt
Kinder Kl. 1	2,7%	5,5%	<b>73,6%</b>	6,2%	6,5%	4,5%	1,0%	100%
Kinder Kl. 2	0%	1,0%	<b>48,2%</b>	13,8%	18,5%	11,3%	<b>7,2%</b>	100%
Gesamt	11	24	389	52	62	39	19	596

Tabelle 15: Prozentuale Verteilung auf Ausprägungsgrade beim Zählen im EMBI

Im Bereich A „Zählen“ lässt sich sowohl bei Kindern im 1. als auch im 2. Schuljahr ein deutlicher Schwerpunkt bei Ausprägungsgrad 2 erkennen. Insgesamt 389 Kinder der interviewten Kinder erreichen diesen Ausprägungsgrad.

Bereits im ENRP wurde festgestellt, dass der Ausprägungsgrad 3 beim Zählen (siehe Tabelle 15) eine Barriere darstellt:

*“It seems that counting forwards and backwards by ones is a barrier [...] for low-attaining children in Grade 1. This is a key issue for advising teachers on an appropriate focus for their teaching at these levels”* (ENRP 2002, S. 125).

Weiterhin fällt auf, dass von den Kindern der 1. Klasse im EMBI 2,7% den niedrigsten Ausprägungsgrad (0) und 1,0% den höchsten Ausprägungsgrad (6) erreichen. Bei den Kindern der 2. Klasse ist im Gegensatz dazu der Ausprägungsgrad 0 nicht vertreten. Der niedrigste Ausprägungsgrad, der hier von 1,0% der Kinder erreicht wird, ist Ausprägungsgrad 1. Den höchsten Ausprägungsgrad (6) erreichen im 2. Schuljahr deutlich mehr Kinder, hier sind es 7,2%.

### 6.3.2 Zum Bereich B: Stellenwerte

APG	0	1	2	3	4	5	gesamt
Kinder Kl. 1	5,7%	<b>67,8%</b>	18,7%	4,3%	<b>3,5%</b>	0%	100%
Kinder Kl. 2	0%	<b>23,1%</b>	<b>46,7%</b>	24,6%	5,1%	<b>0,5%</b>	100%
Gesamt	24	316	166	65	24	1	596

Tabelle 16: Prozentuale Verteilung auf Ausprägungsgrade bei den Stellenwerten im EMBI

Im Bereich B „Stellenwerte“ lässt sich ein Schwerpunkt bei Kindern im 1. Schuljahr bei Ausprägungsgrad 1 und bei Kindern im 2. Schuljahr bei Ausprägungsgrad 2 feststellen.

Bei den Stellenwerten wird im ENRP ebenfalls Ausprägungsgrad 2 als Barriere bezeichnet. Hier allerdings mit der Einschränkung, dass es den meisten Kindern gegen Ende des 1. Schuljahres gelingt, diese Barriere zu überwinden:

*“Two digit numbers act a something of a barrier, but by the end of Grade 1, most students are reading, writing interpreting and ordering 2 digit numbers“* (ENRP 2002, S. 130).

Deutlich mehr Kinder als im Bereich Zählen haben beim EMBI in der 1. Klasse noch Ausprägungsgrad 0 (5,7%), und als höchster Ausprägungsgrad wird hier von 3,5% der Kinder der Ausprägungsgrad 4 erreicht. Kein Kind im 1. Schuljahr erreicht den höchsten Ausprägungsgrad (5).

Bei den Kindern der 2. Klasse ist wie schon im Bereich Zählen der Ausprägungsgrad 0 nicht vertreten. Als niedrigster Ausprägungsgrad wird dafür Ausprägungsgrad 1 von 23,1% der Kinder erreicht und nur 0,5% aller Kinder gelangen zum höchsten Ausprägungsgrad (5). Bezogen auf die absolute Anzahl ist dies nur eines der 596 Kinder.

### 6.3.3 Zum Bereich C: Strategien bei Addition und Subtraktion

APG	0	1	2	3	4	5	6	gesamt
Kinder Kl. 1	15,0%	14,9%	36,7%	16,1%	8,6%	8,7%	0%	100%
Kinder Kl. 2	1,0%	3,1%	18,5%	19,0%	26,6%	30,8%	1,0%	100%
gesamt	62	66	183	101	87	95	2	596

Tabelle 17: Prozentuale Verteilung auf Ausprägungsgrade bei Addition und Subtraktion im EMBI

Im Bereich C „Strategien bei Addition und Subtraktion“ lässt erkennen, dass sich der Schwerpunkt, den die Kinder im 1. oder 2. Schuljahr erreichen, deutlich unterscheidet. Bei den Kindern aus der 1. Klasse zeigt sich wie schon beim Zählen eine Häufung bei Ausprägungsgrad 2. Im Gegensatz dazu erreichen im 2. Schuljahr 30,8% der Kinder bereits Ausprägungsgrad 5. Insgesamt lässt sich hier eine breite Streuung der Kinder auf die Ausprägungsgrade 2, 3, 4 und 5 erkennen.

Im Bereich Addition und Subtraktion wurde im ENRP ebenfalls festgestellt, dass es im Gegensatz zum Zählen und zu den Stellenwerten nicht nur eine eindeutige Barriere gibt, sondern die Ausprägungsgrade 1, 2 und 3 gleichwertig erscheinen:

*“The first three transitions (0 to 1, 1 to 2, 2 to 3) all seem substantial. This is an important issue because it means that teacher awareness of such barriers or potential difficulties is an important prerequisite to facilitating student progress”* (ENRP 2002, S. 135).

Ebenfalls fällt bei den mit dem EMBI erhobenen Daten auf, wie viele Kinder aus dem 1. Schuljahr sich noch bei Ausprägungsgrad 0 befinden (15%). Weiterhin gibt es hier auch Kinder aus dem 2. Schuljahr (1%), die diesen niedrigsten Ausprägungsgrad erreichen.

Als höchsten Ausprägungsgrad erreichen 8,7% der Kinder aus dem 1. Schuljahr Ausprägungsgrad 5. Bei den Kindern aus dem 2. Schuljahr erreicht 1% den Ausprägungsgrad 6. Das sind absolut gesehen 2 Kinder der gesamten Stichprobe.

#### 6.3.4 Zum Bereich D: Strategien bei Multiplikation und Division

APG	0	1	2	3	4	5	6	gesamt
Kinder Kl. 1	17,0%	26,4%	49,1%	6,0%	1,5%	0%	0%	100%
Kinder Kl. 2	3,6%	10,7%	55,4%	18,0%	9,2%	2,6%	0,5%	100%
gesamt	75	127	305	59	24	5	1	596

Tabelle 18: Prozentuale Verteilung auf Ausprägungsgrade bei Multiplikation und Division im EMBI

Im Bereich D „Strategien bei Multiplikation und Division“ lässt sich wie schon beim Zählen ein gemeinsamer Schwerpunkt der Kinder im 1. und 2. Schuljahr bei Ausprägungsgrad 2 erkennen.

Außerdem wurde im ENRP im Bereich Multiplikation und Division ebenfalls festgestellt, dass sich hier eine deutliche Barriere zwischen materialgestützten (APG 2) und abstrakten Aufgabenlösungen (APG 3) identifizieren lässt:

*“As can be seen, moving to Abstracting provides a significant challenge, with many children remaining on the previous growth point for long periods”* (ENRP 2002, S. 139).

Ebenso wie bereits bei Addition und Subtraktion wird auch bei der Multiplikation und Division als niedrigster Ausprägungsgrad der Ausprägungsgrad 0 erreicht. Hier überwiegt die Anzahl der Erstklässler ebenfalls. Als höchsten Ausprägungsgrad erreichen 1,5% der Kinder aus dem 1. Schuljahr nur Ausprägungsgrad 4, während ein Schüler aus dem 2. Schuljahr bereits den höchsten Ausprägungsgrad (6) erreicht.

Da der Bereich der Multiplikation und Division erst im 2. Schuljahr Gegenstand des Mathematikunterrichts der Grundschule ist, sind diese großen Unterschiede in Bezug auf die Ergebnisse aus dem 1. und 2. Schuljahr nicht überraschend.

Insgesamt lässt sich erkennen, dass die ermittelten Ausprägungsgrade der Kinder sehr unterschiedlich sind. Die mittleren Ausprägungsgrade werden von besonders vielen Kindern erreicht und es gibt sowohl im ersten als auch im zweiten Schuljahr in allen Bereichen jeweils Kinder mit besonders niedrigen bzw. hohen Ausprägungsgraden. Generell zeigt sich in den Daten des 2. Schuljahres eine Verschiebung in den Ausprägungsgraden nach rechts, was bedeutet, dass Kinder im 2. Schuljahr häufig höhere Ausprägungsgrade erreichen als Kinder im 1. Schuljahr. Die Ursache dafür lässt sich damit begründen, dass die Kinder der höheren Klassenstufe bereits über einen längeren Zeitraum am Mathematikunterricht teilnehmen. Weiterhin lässt sich erkennen, dass sich die erzielten Ausprägungsgrade in den einzelnen mathematischen Bereichen (A-D) sehr unterschiedlich verteilen.

Für die qualitative Fallanalyse liegt der Fokus ausschließlich auf Schülerinnen und Schülern, die besonders niedrige bzw. besonders hohe Ausprägungsgrade aufweisen und sich damit am unteren bzw. oberen Leistungsrand befinden (siehe Forschungsfrage 1a und 1b). Dazu werden die Auswahlkriterien im nächsten Kapitel noch stärker fokussiert.

### **6.3.5 Erstellung von Schülerprofilen**

Für die qualitative Fallanalyse ist es von großer Bedeutung, individuelle Fälle auszuwählen, die für ein induktives Vorgehen (siehe Kap. 6.4.1) ergiebig sind

und einen Vergleich ermöglichen. Für die Auswahl der 20 Kinder wird dazu berücksichtigt, dass folgende Merkmale jeweils in der Gesamtgruppe repräsentiert sind:

Jungen / Mädchen			
aus Klasse 1		aus Klasse 2	
5 Kinder mit niedrigem APG	5 Kinder mit hohem APG	5 Kinder mit niedrigem APG	5 Kinder mit hohem APG
20 Kinder			

Auch der Zeitpunkt, wann das Interview durchgeführt wurde, spielt eine Rolle, um die Ergebnisse später vergleichen zu können. Deshalb wird entschieden, den Schwerpunkt nach Möglichkeit auf Kinder zu legen, bei denen das Interview zu Beginn des zweiten Schulhalbjahres (in den Monaten Januar bis Mai) stattgefunden hat.

Zur Auswahl geeigneter Fälle werden die Kinder mit niedrigen bzw. hohen Ausprägungsgraden im Folgenden genauer betrachtet.

Dabei stellt man fest, dass es auf der einen Seite Kinder gibt, die in einzelnen Bereichen (A-D) Auffälligkeiten zeigen, aber in anderen Bereichen nicht. Auf der anderen Seite gibt es Kinder, die in mehreren oder allen Bereichen Schwierigkeiten haben bzw. Stärken aufweisen. Um diese Kinder identifizieren zu können, werden im Folgenden Schülerprofile erstellt.

#### **6.3.5.1 Kinder mit niedrigen Ausprägungsgraden aus Klasse 1**

Bei der Sichtung der Daten (siehe Kap. 6.3) konnte festgestellt werden, dass es in jedem Bereich (A-D) Kinder im 1. Schuljahr gibt, die Ausprägungsgrad 0 erreichen. Eine genauere Betrachtung zeigt, dass es weiterhin innerhalb dieser Gruppe Kinder gibt, die in mehreren Bereichen gleichzeitig bei Ausprägungsgrad 0 verweilen. Es ist davon auszugehen, dass es sich hierbei um Kinder handelt, die besondere Schwierigkeiten beim Rechnen haben. Aus diesem Grund wird entschieden, für die qualitative Fallanalyse anhand der tabellarischen Übersicht (siehe A1.1, S. 2 – 9) solche Kinder auszuwählen, die in mindestens zwei Bereichen den Ausprägungsgrad 0 erreichen.

Für diese Kinder werden die folgenden Schülerprofile erstellt:

Name des Kindes	APG Z	APG SW	APG +/-	APG x/:	Datum	m/w
Sandra	0	1	0	1	09.03.2010	w
Marie	1	0	0	0	21.05.2010	w
Karin	1	0	0	0	25.01.2010	w
Lara	0	0	1	0	25.02.2010	w
Emilia	0	0	1	0	11.11.2010	w

Tabelle 19: Kinder mit niedrigen Ausprägungsgraden aus Klasse 1 (NA1)

Bei den fünf, nach den vorgegebenen Kriterien ausgewählten Kindern, handelt es sich ausschließlich um Mädchen. Anhand der Schülerprofile lässt sich erkennen, dass die Verteilung des Ausprägungsgrades 0 verschieden ist. Sandra hat im ersten und dritten Bereich den niedrigsten Ausprägungsgrad. Im Gegensatz dazu liefern Marie und Karin ein identisches Schülerprofil, dem sich entnehmen lässt, dass sie beim Zählen die wenigsten Schwierigkeiten haben. Auch Lara und Emilia zeigen ein identisches Schülerprofil. Diese beiden Mädchen haben bei der Addition und Subtraktion die geringsten Schwierigkeiten. Eine Besonderheit liegt allerdings bei Emilia in Bezug auf den Messzeitpunkt vor, da das Interview bereits im November geführt wurde.

### 6.3.5.2 Kinder mit niedrigen Ausprägungsgraden aus Klasse 2

Auch für Kinder aus dem 2. Schuljahr werden anhand der tabellarischen Übersicht (siehe A1.3, S. 10 – 13) Schülerprofile erstellt. Hier lassen sich Kinder mit Schwierigkeiten identifizieren, die beim Zählen und im Bereich der Stellenwerte minimal Ausprägungsgrad 1 und bei Addition und Subtraktion sowie bei Multiplikation und Division Ausprägungsgrad 0 erreichen. Eine genauere Betrachtung zeigt, dass es weiterhin in dieser Gruppe Kinder gibt, die gleichzeitig in mehreren Bereichen diese niedrigen Ausprägungsgrade liefern. Es ist davon auszugehen, dass es sich hierbei um Kinder handelt, die besondere Schwierigkeiten beim Rechnen haben. Aus diesem Grund wird entschieden, daraus für die qualitative Fallanalyse Kinder auszuwählen, die in mindestens einem Bereich diese niedrigsten Ausprägungsgrade aufweisen.

Für diese Kinder werden die folgenden Schülerprofile erstellt:

Name des Kindes	APG Z	APG SW	APG +/-	APG x/:	Datum	m/w
Manuel	2	1	3	1	23.08.2010	m
Paula	2	1	2	0	02.03.2009	w
Fabian	2	1	3	0	09.11.2010	m
Antonia	3	1	2	0	20.01.2009	w
Abbas	2	1	1	2	11.11.2010	m

Tabelle 20: Kinder mit niedrigen Ausprägungsgraden aus Klasse 2 (NA2)

Anhand der Tabelle mit den Schülerprofilen lässt sich erkennen, dass die Gruppe der fünf, nach den vorgegebenen Kriterien ausgewählten Kinder, aus zwei Mädchen und drei Jungen besteht. Auffällig ist, dass alle Kinder Schwierigkeiten im Bereich der Stellenwerte haben, während es beim weiteren, zweiten Bereich unterschiedlich sein kann. Eine vergleichbare Gruppe bilden Paula, Fabian und Antonia. Eine Besonderheit liegt hier insgesamt in Bezug auf den Messzeitpunkt vor. Ausschließlich die Interviews von Antonia und Paula wurden im ausgewählten Zeitraum Januar bis Mai durchgeführt. Alle anderen Interviewergebnisse sind im ersten Quartal des Schuljahres entstanden.

### 6.3.5.3 Kinder mit hohen Ausprägungsgraden aus Klasse 1

Ein ähnliches Vorgehen, wie bei Kindern mit niedrigen Ausprägungsgraden, erfolgt für Kinder mit hohen Ausprägungsgraden. Dazu werden anhand der tabellarischen Übersicht (siehe A1.1, S. 2 – 9) Kinder mit hohen Ausprägungsgraden wie folgt ausgewählt: Es gibt Kinder in der 1. Klasse, die im Bereich des Zählens Ausprägungsgrad 6, im Bereich der Stellenwerte Ausprägungsgrad 4, im Bereich der Addition und Subtraktion Ausprägungsgrad 5 oder im Bereich der Multiplikation und Division Ausprägungsgrad 4 erreichen. Aus dieser Gruppe werden Kinder ermittelt, die in mindestens zwei Bereichen diese höchsten Ausprägungsgrade erreichen.

Es ergeben sich die folgenden Schülerprofile für Kinder mit besonders hohen Ausprägungsgraden:

Name des Kindes	APG Z	APG SW	APG +/-	APG x/:	Datum	m/w
Eric	6	4	5	4	23.02.2011	m
Andreas	6	4	5	4	23.09.2008	m
Samuel	5	4	5	4	20.05.2011	m
Sven	5	4	5	2	23.02.2011	m
Hakam	4	4	5	3	22.02.2010	m

Tabelle 21: Kinder mit hohen Ausprägungsgraden aus Klasse 1 (HA1)

Insgesamt werden auch in dieser Gruppe nach den vorgegebenen Kriterien fünf Kinder ausgewählt. Auffällig ist, dass es sich ausschließlich um Jungen handelt und alle fünf Kinder bei den Stellenwerten den Ausprägungsgrad 4 und bei den Strategien bei Addition und Subtraktion den Ausprägungsgrad 5 erreichen. Eric und Andreas haben in allen Bereichen den höchsten Ausprägungsgrad und weisen ein identisches Schülerprofil auf. Allerdings wurde das Interview mit Andreas bereits zu Schuljahresbeginn geführt. Samuel hat in drei Bereichen den höchsten Ausprägungsgrad, während dies bei Sven und Hakam in zwei Bereichen der Fall ist.

#### **6.3.5.4 Kinder mit hohen Ausprägungsgraden aus Klasse 2**

Anhand der tabellarischen Übersicht (siehe A1.3, S. 10 – 13) werden Kinder mit hohen Ausprägungsgraden wie folgt ausgewählt: In allen vier Bereichen gibt es im 2. Schuljahr jeweils Kinder, die bereits den höchsten Ausprägungsgrad erreichen. Für die Fallanalyse werden aus dieser Gruppe weiterhin Kinder ermittelt, die in mindestens einem Bereich diese Leistung zeigen.

Dadurch ergeben sich die folgenden Schülerprofile:

Name des Kindes	APG Z	APG SW	APG +/-	APG x/:	Datum	m/w
Ali	6	5	5	6	13.04.2010	m
Said	6	4	6	5	25.02.2010	m
Marco	6	4	6	4	09.06.2010	m
Silvia	6	3	5	3	20.05.2010	w
Peter	6	4	5	3	02.09.2010	m

Tabelle 22: Kinder mit hohen Ausprägungsgraden aus Klasse 2 (HA2)

Insgesamt gehören zu den fünf Kindern dieser Gruppe vier Jungen und ein Mädchen. Auffallend ist, dass alle fünf Kinder besondere Stärken im Bereich des Zählens zeigen. Anhand der einzelnen Schülerprofile lässt sich erkennen, dass kein Kind in allen Bereichen den höchsten Ausprägungsgrad erreicht, Ali gelingt dies aber in drei von vier Bereichen. Said und Marco haben beim Zählen und bei der Addition und Subtraktion den höchsten Ausprägungsgrad. Silvia und Peter haben ausschließlich beim Zählen den höchsten Ausprägungsgrad. Bei Peter liegt zusätzlich die Besonderheit vor, dass das Interview bereits zu Beginn des zweiten Schuljahres durchgeführt wurde.

#### 6.4 Zur Auswertung der Daten

Anhand einer ersten Analyse der Datengrundlage der vorliegenden Untersuchung (siehe Kap. 6.3) wurden minimal und maximal auftretende Ausprägungsgrade sowie Schwerpunkte und Barrieren im EMBI bestimmt. Im nächsten Schritt erfolgte der „Prozess des Verfeinerns und Spezifizierens der Fragestellung“ (STRAUSS, CORBIN 1996, S. 24), indem nach den vorgestellten Kriterien und einer ausführlichen Erläuterung dazu (siehe Kap. 6.3.5) für eine qualitative Fallanalyse insgesamt 20 Kinder ausgewählt wurden. Dabei handelt es sich um 10 Kinder mit niedrigen Ausprägungsgraden (fünf Kinder aus Klasse 1 und fünf Kinder aus Klasse 2) sowie 10 Kinder mit hohen Ausprägungsgraden (fünf Kinder aus Klasse 1 und fünf Kinder aus Klasse 2). Das Schüler-Sampling (Fallauswahl) erhebt nicht den Anspruch auf Repräsentativität (siehe dazu Kap. 6.2 sowie MILES; HUBERMANN 1994), sondern stellt die bewusste

Auswahl charakteristischer Fälle dar (vgl. HÜLST 2010, 2013). Hierzu wurden Fälle mit maximalem Kontrast gewählt (vgl. LUDWIG 2005).

#### 6.4.1 Zur Fallanalyse

Alle durchgeführten Schülerinterviews der gesamten Stichprobe wurden mithilfe des EMBI-Protokollbogens dokumentiert. Einzelne Interviews wurden videodokumentiert. Diese Videodokumente können hilfreich sein, um zusätzlich zum notierten Ergebnis oder Rechenweg anhand der verbalen Äußerungen bzw. der Handlungen weitere Informationen über mögliche Strategien des Kindes beim Rechnen zu bekommen. Zur besseren Verfügbarkeit wird zu einem Videodokument zusätzlich ein Transkript erstellt (siehe A6.1.4, S. 104 - 117). Protokollbogen und Transkript sind geeignete Dokumente für einen Vergleich (vgl. ALLEMANN-GHIONDA 2004) und werden in den folgenden Kapiteln (Kap. 7 bis 9) in dieser Form zur Analyse genutzt.

Dazu werden zur Analyse folgende vier Untergruppen unterschieden:

- Kinder mit niedrigen Ausprägungsgraden aus Klasse 1 (NA1)
- Kinder mit niedrigen Ausprägungsgraden aus Klasse 2 (NA2)
- Kinder mit hohen Ausprägungsgraden aus Klasse 1 (HA1)
- Kinder mit hohen Ausprägungsgraden aus Klasse 2 (HA2)

Indem der Fokus weiterhin auf Kinder mit niedrigen bzw. hohen Ausprägungsgraden beim EMBI gelegt wird und mithilfe der Analyse ausgewählter Schülerinterviews wird das zielgerichtete Entwickeln von Förderansätzen angestrebt. Dabei handelt es sich um ein qualitatives Verfahren mit dem Ziel, systematisch Daten zu erheben und auszuwerten, um exemplarisch Phänomene zu beschreiben (vgl. MAYRING 2010).

Das Ziel ist damit nicht die statistische Repräsentativität (vgl. ALLEMANN-GHIONDA 2004). Angestrebt wird eine *Generalisierbarkeit der Ergebnisse*, indem versucht wird, „*die Typik des untersuchten Gegenstandes zu bestimmen und dadurch die Übertragbarkeit auf andere, ähnliche Gegenstände zu gewährleisten*“ (MERKENS 2009, S. 291).

Zu diesem Bereich liegen bisher keine weiteren Forschungen vor. Im Folgenden analysiert die Verfasserin die ausgewählten Daten daher in Form von Fallstudien (siehe Kap. 7), da sich diese überall dort anbieten, *„wo Theoriearbeit in den Anfängen steckt, Erklärungszusammenhänge nicht zufriedenstellend oder unbekannt sind und entwickelt werden sollen“* (LUDWIG 2005, S. 52).

Dabei ist es das Ziel der Fallstudien, die Schülerinterviews nach Merkmalen zu analysieren, Kategorien und Subkategorien zu ermitteln und Zusammenhänge zwischen den verschiedenen Fällen zu entdecken (vgl. LUDWIG 2005), um Antworten auf die Forschungsfragen geben zu können. Die wissenschaftliche Fallanalyse setzt Einzelfälle zudem mit vorhandenen, allgemeinen Wissensbeständen in Beziehung, um wissenschaftlich-theoretische Erkenntnis voranzutreiben (vgl. FATKE 2013).

Die ausgewählten Fälle können in Bezug auf Schwierigkeiten bzw. Stärken beim Rechnen als typisch angesehen werden. Die Beschränkung auf einzelne Fälle ist notwendig, um eine detaillierte Analyse möglich zu machen.

Innerhalb jeder Gruppe werden in den Fallanalysen zunächst die Interviewergebnisse (anhand der Protokollbögen und Ausprägungsgrade) der jeweils fünf ausgewählten Fälle (siehe Kap. 6.3.5) ausgewertet. Der Zugang zur Datenanalyse erfolgt induktiv.

*„Eine induktive Kategoriendefinition [...] leitet die Kategorien direkt aus dem Material in einem Verallgemeinerungsprozess ab, ohne sich auf vorab formulierte Theorienkonzepte zu beziehen“* (MAYRING 2010, S. 83).

Bei der Dateninterpretation orientiert sich die Verfasserin an der *Grounded Theory Methodologie* (vgl. HÜLST 2010).

Die *Grounded Theory Methodologie* beinhaltet *„sowohl Richtlinien zur sinnvollen Organisation von Forschungsprozessen [...] als auch ein Auswertungsverfahren [...], das über die einfache Klassifikation von Informationen über die untersuchten Phänomene weit hinausgeht“* (HÜLST 2010, S. 1) und ist immer dann angebracht, *„wenn Themenfelder untersucht werden sollen, über die noch wenig empirisch gesicherte theoretische Aussagen [...] vorliegen“* (HÜLST 2010, S. 2).

In der *Grounded Theory Methodologie* werden das *offene Kodieren*, das *axiale Kodieren* sowie das *selektive Kodieren* unterschieden, wobei das *Kodieren* dabei die Analyse von Daten bezeichnet (vgl. HÜLST 2010):

- Unter offenem Kodieren versteht man den Analyseteil, *„der sich besonders auf das Benennen und Kategorisieren der Phänomene mittels einer eingehenden Untersuchung der Daten bezieht“* (STRAUSS, CORBIN 1996, S. 44). Dabei sollen die im Material enthaltenen Informationen möglichst vollständig erfasst werden. Häufig identifizierte Konzepte werden dabei *Kategorien* genannt (vgl. HÜLST 2010).
- Axiales Kodieren beschreibt, *„wie man über das Klassifizieren hinaus die Interpretation und Erklärung vorantreibt“* (STRAUSS, CORBIN 1996, S. 76) und damit den *„Prozess des In-Beziehung-Setzens der Subkategorien zu einer Kategorie“* (STRAUSS, CORBIN 1996, S. 92). Damit werden die Daten, die durch das offene Kodieren aufgebrochen wurden, neu zusammengefügt (vgl. STRAUSS, CORBIN 1996; vgl. LUDWIG 2005). In diesem Schritt werden insbesondere die logischen und inhaltlichen Beziehungen zwischen den Kategorien untersucht (vgl. HÜLST 2010).
- Auf einem höheren Abstraktionsniveau wird im selektiven Kodieren das axiale Kodieren fortgesetzt. Dabei ist es häufig sinnvoll, erneut Daten zu erheben, zu den Kategorien zurückzugehen und sie mit fehlenden Details aufzufüllen (vgl. STRAUSS, CORBIN 1996).

Für diese Vorgehensweise werden in einem ersten Schritt des Analysevorgangs (offenes Kodieren) die Interviewergebnisse der Kinder einzeln betrachtet. Dabei wird analysiert, welche Schwierigkeiten bzw. Kompetenzen bei den Kindern auftreten. Diese werden identifiziert und eine Kategorisierung angebahnt.

In einem zweiten Schritt wird durch das axiale Kodieren nach und nach versucht, Gesetzmäßigkeiten zu ermitteln, die sich wiederholen und somit Schlüsse auf eine Allgemeingültigkeit zulassen.

Dabei werden zur Theoriegenerierung Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen den verschiedenen Fällen beschrieben. Für die vorliegende Arbeit bedeutet dies, dass die Kategorien verfeinert und noch stärker differenziert werden, um schließlich die bei jedem Kind bereits vorhandenen bzw. noch nicht vorhandenen Kompetenzen benennen und tabellarisch erfassen zu können.

Diese tabellarischen Übersichten dienen zur Erstellung von Kompetenzrastern, die es ermöglichen sollen, für jede Gruppe Informationen der einzelnen Falldarstellungen einander gegenüberzustellen (vgl. ALLEMANN-GHIONDA 2004, S. 156). Dabei wird auch die Häufigkeit des Auftretens der einzelnen Kategorien erfasst und ihre Relevanz in Bezug auf die Beantwortung der Forschungsfragen reflektiert. Es wird ergänzend analysiert, inwieweit Studierende die Ausprägungsgrade der Kinder korrekt ermitteln und ob sie bei den Kindern vorhandene Schwierigkeiten bzw. Kompetenzen in den Interviewauswertungen beschreiben.

In einem letzten Schritt werden in den vier Untergruppen die *Kinder mit niedrigen Ausprägungsgraden* (NA1 und NA2) sowie die *Kinder mit hohen Ausprägungsgraden* (HA1 und HA2) jeweils kontrastierend miteinander verglichen.

#### **6.4.2 Zum Transkribieren**

Für das Kapitel 9 der vorliegenden Arbeit wird ein Videodokument eines Kindes mit durchschnittlichen Ausprägungsgraden ausgewählt, um auf Grundlage der Fallanalysen aus Kapitel 7 und der Zusammenfassung der Ergebnisse aus Kapitel 8 den Weg „*Von der Diagnose zur Förderung*“ anschaulich darzustellen. Um auf die Inhalte des Videodokumentes schnell zugreifen zu können, wurde ein Transkript angefertigt (siehe Anhang: A6.4.1, S. 104 - 117).

Dabei ist zu bedenken, dass „*Videoaufzeichnungen von Interviews [...] durch keine andere Dokumentationsform vollständig ersetzt werden [...]*“ (SELTER, SPIEGEL 1997, S. 149) können.

Dafür bietet ein Transkript den Vorteil, dass es dauerhaft verfügbar ist und der Leserin bzw. dem Leser ermöglicht, die Erläuterungen des Kindes sowie sein redebegleitendes, nichtsprachliches Verhalten authentisch nachzuvollziehen (vgl. KOWAL, O'CONNELL 2000). Das Transkript wird hier zur Analyse und Interpretation des Interviews genutzt. Dazu ist das auf dem Video aufgezeichnete Geschehen in der Genauigkeit schriftlich dokumentiert, die für die beabsichtigte Weiterverwendung ausreicht (vgl. SELTER, SPIEGEL 1997).

*„Die Auswahl der zu transkribierenden Verhaltensmerkmale [...] ist immer von der Zielsetzung und Fragestellung eines spezifischen Forschungsprojekts bestimmt“* (KOWAL, O'CONNELL 2000, S. 439).

Das Transkript für die vorliegende Arbeit wurde nach dem Gesprächsanalytischen Transkriptionssystem (GAT) erstellt und folgt damit den Prinzipien ausbau- und verfeinerbar sowie leicht lesbar zu sein (SELTING u.a. 1998). Mit dem Transkript sollen jene Phänomene erfassbar und darstellbar gemacht werden, die sich entweder aufgrund bisheriger Forschung bereits als relevant für die Interpretation und Analyse erwiesen haben, oder die als relevant nachgewiesen werden sollen (vgl. SELTING u.a. 1998).

Das Grundproblem beim Transkribieren liegt darin, Entscheidungen darüber zu treffen, welche Artikulationsdimensionen und in welcher Ausführlichkeit diese transkribiert werden. In der vorliegenden Arbeit wird als Schwerpunkt der gesprochene Text transkribiert.

Pausen werden mit runden Klammern und Punkten notiert, dabei gibt die Anzahl der Punkte an, ob es sich um eine kurze (.), mittlere (..) oder längere Pause handelt (...). Auch Fülllaute (z.B. „äh“, „ähm“, „hm“) werden mit aufgenommen, da sie meistens den Vorgang des Überlegens signalisieren.

Als Transkriptionsformat wird die Zeilenschreibweise verwendet. Die zeitliche Abfolge von Gesprächsbeiträgen lässt sich daran erkennen, dass die entsprechenden Redebeiträge chronologisch untereinander aufgeführt sind. Gleichzeitige, unterbrechende Äußerungen werden durch Einrückung und mit eckiger Klammer gekennzeichnet. Dieses ausgewählte Layout dient der Übersichtlichkeit.

Die Handlungen der am Interview teilnehmenden Personen werden zusätzlich beschrieben und in kursiver Schrift kenntlich gemacht. Dabei ist zu berücksichtigen, dass das Transkribieren von Handlungen zum Teil bereits Deutungen beinhaltet.

## 7. Qualitative Analyse der Schülerinterviews

In Kapitel 6 wurde dargestellt, wie die 20 Schülerinnen und Schüler für die Fallanalyse ausgewählt wurden. In den nachfolgenden Abschnitten werden die Schülerinterviews genauer analysiert. Zu jedem Interview liegen drei bedeutsame Dokumente (Protokollbogen, Schülerprofil und Interviewauswertung) vor, die von Studierenden erstellt wurden und in der Analyse zu verschiedenen Zeitpunkten verwendet werden.

Hierbei wird generell zwischen Kindern mit niedrigen Ausprägungsgraden und Kindern mit hohen Ausprägungsgraden jeweils aus Klasse 1 und Klasse 2 unterschieden. Bei Kindern mit niedrigen Ausprägungsgraden wird versucht, Schwierigkeiten und fehlerhafte Rechenstrategien zu identifizieren sowie Denkprozesse der Kinder nachzuvollziehen. Dabei werden die fünf Interviewergebnisse der Kinder einer Gruppe jeweils zueinander in Beziehung gesetzt. Anschließend werden die Ergebnisse der beiden Klassenstufen miteinander verglichen.

Bei Kindern mit hohen Ausprägungsgraden wird versucht, besondere Stärken aufzudecken und die Ergebnisse der fünf Kinder einer Gruppe miteinander zu vergleichen. Im Anschluss daran werden ebenfalls die Ergebnisse der beiden Klassenstufen gegenübergestellt.

Für diesen ersten Teil der Analyse (Kap. 7.1 – 7.6) bezieht sich die Verfasserin ausschließlich auf den **Protokollbogen** als Dokument, welcher für jedes Interview durch die jeweiligen Studierenden ausgefüllt wurde. Diese Dokumente befinden sich im Anhang (siehe A2. – A5., S. 14 – 99). Der Protokollbogen ist standardisiert und erfüllt die Kriterien der Objektivität (siehe Kap. 3.1.2.1), sodass er sich als Dokument zur Analyse der vorhandenen Schwierigkeiten bzw. Stärken der Kinder besonders gut eignet. Die Verfasserin erstellt aus dem Protokollbogen für jedes Kind ein **Schülerprofil (A)**. Vorausgesetzt wird dabei, dass die Vorbereitung der Studierenden durch die Interviewschulungen ausreichend gründlich war. Unter dieser Voraussetzung nimmt die Verfasserin an, dass das Interview von den Studierenden korrekt

durchgeführt und sämtliche Antworten der Kinder wie vorgeschrieben auf dem Protokollbogen notiert wurden.

In einem zweiten Teil der Analyse wird jeweils im letzten Abschnitt jeder Gruppe (siehe Kap. 7.1.7, Kap. 7.2.7, Kap. 7.3.7 und Kap. 7.4.7) analysiert, wie die Studierenden mit den jeweiligen Ergebnissen aus dem Protokollbogen umgehen.

Dabei wird auf der einen Seite anhand des jeweiligen durch die Studierenden erstellten **Schülerprofils (B)** (siehe A2. – A5., S. 14 – 99) geprüft, welche Ausprägungsgrade die Studierenden den Kindern zuweisen und ob diese im Sinne der Auswertungsobjektivität (siehe Kapitel 3.1.2.1) mit denen der Verfasserin übereinstimmen.

Auf der anderen Seite wird anhand der **Interviewauswertung** (siehe A2. – A5., S. 14 – 99) im Sinne der Interpretationsobjektivität (siehe Kap. 3.1.2.1) analysiert, wie die Ergebnisse anschließend von den Studierenden interpretiert werden.

## 7.1 Kinder mit niedrigen Ausprägungsgraden aus Klasse 1

Kinder mit niedrigen Ausprägungsgraden aus Klasse 1 erreichten minimal die in der Tabelle grau markierten Ausprägungsgrade:

Ausprägungsgrad	0	1	2	3	4	5	6
A: Zählen							
B: Stellenwertsystem							
C: Strategien bei Addition / Subtraktion							
D: Strategien bei Multiplikation / Division							

Tabelle 23: Minimale Ausprägungsgrade bei Kindern aus Klasse 1

In allen Bereichen gibt es somit Kinder, die sich noch bei Ausprägungsgrad 0 befinden. Das ist der niedrigste Ausprägungsgrad, der beim EMBI vergeben werden kann.

### 7.1.1 Sandra

Mithilfe des Protokollbogens von Sandra (siehe A2.1.1, S. 15 – 16) wird folgendes Schülerprofil (A) erstellt: Sandra erreicht in den ersten zwei Bereichen beim EMBI nur Ausprägungsgrad 0 (Zählen und Strategien bei Addition und Subtraktion). Im Bereich Stellenwerte befindet sie sich bei Ausprägungsgrad 1. Erstaunlich sind ihre Leistungen im Bereich der Multiplikation und Division, da sie hier bereits Ausprägungsgrad 1 erreicht.

Übersichtlich zeigt Sandras Schülerprofil (A) die von ihr erreichten Ausprägungsgrade:

Ausprägungsgrad	0	1	2	3	4	5	6
A: Zählen	X						
B: Stellenwertsystem		X					
C: Strategien bei Addition / Subtraktion	X						
D: Strategien bei Multiplikation / Division		X					

Tabelle 24: Schülerprofil (A) von Sandra

#### 7.1.1.1 Sandras Vorläuferfähigkeiten

Aufgrund der geringen Zählkompetenz von Sandra wurde mit ihr der Vorschulteil durchgeführt. Hier zeigt sich, dass die Vorläuferfähigkeiten (siehe Kap. 3.3.4.2) bei Sandra überwiegend vorhanden sind. Schwierigkeiten treten hier gelegentlich beim simultanen Erfassen von Mengen und beim Zuordnen von Zahlen zu Mengen auf. Auch fällt es Sandra schwer, den Vorgänger von Zahlen zu benennen und Gegenstände der Größe nach zu ordnen.

#### 7.1.1.2 Sandras Strategien beim Zählen

Sandra zählt noch nicht sicher im Zahlenraum bis 20. Ab der Zahl 16 weiß sie nicht, was als nächstes kommt. Auch im Zahlenraum bis 100 kann sie noch nicht sicher zählen. Sie lässt Zahlen aus oder weiß nicht, wie sie von einer vorgegebenen Startzahl weiterzählen soll. Das Rückwärtszählen gelingt ihr ebenfalls noch nicht, auch nicht von 10 als Startzahl.

Im Bereich der Geldwerte kennt sich Sandra noch nicht aus. Euro und Cent kann sie nicht unterscheiden und Münzwerte kann sie nicht ablesen.

### **7.1.1.3 Sandras Strategien zum Stellenwertsystem**

Im Bereich der Stellenwerte hat Sandra noch große Schwierigkeiten. Einstellige Zahlen kann sie der Größe nach ordnen. Sobald ihr zweistellige Zahlen gegeben werden, kann sie diese weder lesen, noch in den Taschenrechner eingeben oder ordnen.

### **7.1.1.4 Sandras Strategien bei Addition und Subtraktion**

Im Bereich der Addition und Subtraktion ist Sandra nicht erfolgreich, da sie noch nicht durchgängig fehlerfrei zählt bzw. das Zählen nicht als Strategie zum Lösen von Rechenaufgaben nutzt. Sie löst Aufgaben im Kopf und nennt als Ergebnis häufig Zahlen, die sich um eins vom richtigen Ergebnis unterscheiden. Sie sagt: „ $4 + 4 = 9$ “ und „ $2 + 9 = 10$ “ bzw. „ $4 + 6 = 5$ “. Hierbei scheint sie, zum Teil im Kopf zu zählen und sich zu verzählen oder auch zu raten, welches Ergebnis passen könnte. Sandra scheint dabei aufgrund fehlender Mengenvorstellung nicht abschätzen zu können, ob das von ihr genannte Ergebnis überhaupt stimmen kann. Da Sandra zum Rechnen auch nicht auf das Zählen mit den Fingern zurückgreift, scheint sie noch über keine sinnvolle Strategie zum Rechnen zu verfügen.

### **7.1.1.5 Sandras Strategien bei Multiplikation und Division**

Trotz ihrer geringen Zähl- und Rechenkompetenz gelingt es Sandra im Bereich der Multiplikation und Division, die materialgestützten Aufgaben korrekt zu lösen, wenn alle Objekte zur Verfügung stehen. Hier zählt sie eine Menge von 8 Elementen richtig ab und verteilt 12 Bären richtig auf 4 Felder. Damit erreicht sie immerhin Ausprägungsgrad 1.

### **7.1.2 Marie**

Mithilfe des Protokollbogens von Marie (siehe A2.2.1, S. 19 – 20) wird folgendes Schülerprofil (A) erstellt: Marie erreicht beim Zählen Ausprägungsgrad 1. In allen anderen Bereichen kann ihr nur Ausprägungsgrad 0 zugewiesen werden.

Ausprägungsgrad	0	1	2	3	4	5	6
A: Zählen		X					
B: Stellenwertsystem	X						
C: Strategien bei Addition / Subtraktion	X						
D: Strategien bei Multiplikation / Division	X						

Tabelle 25: Schülerprofil (A) von Marie

### 7.1.2.1 Maries Vorläuferfähigkeiten

Mit Marie wurde ebenso wie mit Sandra der Vorschulteil durchgeführt. Hier zeigt sich, dass die Vorläuferfähigkeiten überwiegend vorhanden sind. Schwierigkeiten hat Marie noch mit Ordinalzahlen, beim Sortieren der Zahlenkarten von 0-9 und teilweise beim Benennen des Vorgängers von Zahlen.

### 7.1.2.2 Maries Strategien beim Zählen

Marie zählt sicher im Zahlenraum bis 20. Darüber hinaus lässt sie einzelne Zahlen aus. Von einer beliebigen Startzahl aus kann sie im Hunderterraum noch nicht weiterzählen. Auch das Rückwärtszählen gelingt ihr noch nicht. Bei der Aufgabe mit dem Geld sagt Marie, dass es „ganz viel“ ist und zählt die Anzahl der einzelnen Münzen, ohne auf die verschiedenen Geldwerte Rücksicht zu nehmen.

### 7.1.2.3 Maries Strategien zum Stellenwertsystem

Marie kann einstellige Zahlen lesen und einer einstelligen Zahl eine Menge von Gegenständen zuordnen. Einstellige Zahlen der Größe nach zu sortieren, gelingt Marie noch nicht. Zweistellige Zahlen kann sie noch nicht lesen, sortieren oder in den Taschenrechner eingeben.

### 7.1.2.4 Maries Strategien bei Addition und Subtraktion

Bei Marie lassen sich noch keine grundlegenden Rechenstrategien erkennen. Sie scheint die Ergebnisse von Aufgaben zum Teil zu raten. Einzelne Additionsaufgaben kann sie lösen, wenn sie alles mit den Fingern modelliert. Insgesamt scheint ihr aber noch nicht klar zu sein, wie addiert oder subtrahiert wird. Selbst das Zählen ist ihr hierbei keine Hilfe.

### 7.1.2.5 Maries Strategien bei Multiplikation und Division

Im Bereich der Multiplikation und Division ist Marie nicht in der Lage, Aufgaben zu lösen. Auch dann nicht, wenn ihr Objekte zum Handeln zur Verfügung stehen. Da dieser Bereich im ersten Schuljahr noch nicht behandelt wurde, lassen sich diese Ergebnisse vernachlässigen.

### 7.1.3 Karin

Mithilfe des Protokollbogens von Karin (siehe A2.3.1, S. 23 – 24) wird folgendes Schülerprofil (A) erstellt: Karins Profil ist identisch mit dem von Marie. Mit Ausnahme des Bereiches zum Zählen mit Ausprägungsgrad 1, befindet sie sich in allen anderen Bereichen noch bei Ausprägungsgrad 0.

Ausprägungsgrad	0	1	2	3	4	5	6
A: Zählen		X					
B: Stellenwertsystem	X						
C: Strategien bei Addition / Subtraktion	X						
D: Strategien bei Multiplikation / Division	X						

Tabelle 26: Schülerprofil (A) von Karin

#### 7.1.3.1 Karins Strategien beim Zählen

Wie bereits Marie zählt auch Karin sicher im Zahlenraum bis 20, aber beherrscht die Zahlwortreihe über 20 hinaus noch nicht. Von einer beliebigen Startzahl aus kann sie im Hunderterraum ebenfalls noch nicht weiterzählen. Das Rückwärtszählen gelingt ihr von der Zahl 10 bis zur 6. Zum absteigenden Zählen nutzt sie ihre Finger. Im Bereich der Geldwerte lässt sich feststellen, dass Karin nur die Zahlen auf den Münzen ohne Angabe von Cent bzw. Euro vorliest. Dies gelingt ihr nur bei den einstelligen Geldwerten.

Der Vorschulteil wurde mit Karin nicht durchgeführt, da sie bereits sicher bis zur Zahl 20 zählen konnte.

#### 7.1.3.2 Karins Strategien zum Stellenwertsystem

Im Bereich der Stellenwerte hat Karin im Gegensatz zu Marie bereits Schwierigkeiten damit, einstellige Zahlen korrekt vorzulesen. Sie verwechselt

die Zahl 8 mit der 9, die Zahl 7 mit der 8 und kann auch die Zahl 7 nicht mit der richtigen Menge von Bären handelnd darstellen. Auch Zahlen in den Taschenrechner einzugeben oder der Größe nach zu sortieren, gelingt ihr sogar bei einstelligen Zahlen noch nicht.

Die Unterscheidung zwischen Einern und Zehnern bei zweistelligen Zahlen und deren Bedeutung ist Karin noch nicht bekannt.

### 7.1.3.3 Karins Strategien bei Addition und Subtraktion

Im Bereich der Addition und Subtraktion scheint Karin noch nicht über geeignete Strategien zum Rechnen zu verfügen. Selbst das Zählen von Elementen zur Feststellung einer Gesamtmenge gelingt ihr auch dann nicht, wenn alle Elemente zum Zählen zur Verfügung stehen.

### 7.1.3.4 Karins Strategien bei Multiplikation und Division

Im Bereich der Multiplikation und Division ist Karin ebenso wie Marie nicht in der Lage, Aufgaben zu lösen, auch dann nicht, wenn ihr Objekte zum Handeln zur Verfügung stehen.

### 7.1.4 Lara

Mithilfe des Protokollbogens von Lara (siehe A2.4.1, S. 27 – 28) wird folgendes Schülerprofil (A) für sie erstellt: Lara erreicht im Bereich der Strategien bei Addition und Subtraktion Ausprägungsgrad 1. In allen anderen Bereichen befindet sie sich noch bei Ausprägungsgrad 0.

Ausprägungsgrad	0	1	2	3	4	5	6
A: Zählen	X						
B: Stellenwertsystem	X						
C: Strategien bei Addition / Subtraktion		X					
D: Strategien bei Multiplikation / Division	X						

Tabelle 27: Schülerprofil (A) von Lara

#### **7.1.4.1 Laras Strategien beim Zählen**

Lara schätzt die Anzahl der Bären in der Bärenschachtel mit 19 und zählt dann auch richtig bis zur Zahl 19. Das legt die Vermutung nahe, dass Lara ihre Zählkompetenz sehr gut einschätzen kann und weiß, dass sie nicht weiter als bis zur Zahl 19 zählen kann. Tatsächlich waren es 23 Bären. Diese Anzahl konnte Lara zählend noch nicht ermitteln. Der Vorschulteil wurde mit Lara nicht durchgeführt.

Auch ohne konkretes Material gelingt es ihr nicht, weiter als bis zur Zahl 19 zu zählen. Rückwärts kann Lara von der Zahl 10 bis zur Zahl 0 korrekt zählen.

Den Vorgänger und Nachfolger von zweistelligen Zahlen kann Lara noch nicht benennen. Ebenso gelingen ihr das schrittweise Zählen und der Umgang mit Geld noch nicht.

#### **7.1.4.2 Laras Strategien zum Stellenwertsystem**

Im Bereich der Stellenwerte ist Lara in der Lage, einstellige Zahlen zu lesen und einer Menge zuzuordnen. Einstellige Zahlen der Größe nach zu sortieren, gelingt ihr dagegen noch nicht.

#### **7.1.4.3 Laras Strategien bei Addition und Subtraktion**

Im Bereich der Addition und Subtraktion wendet Lara die Methode des zählenden Rechnens an. Sie modelliert die Aufgaben dazu mit den Fingern und zählt entweder vorwärts oder rückwärts. Mit dieser Methode kann sie einfache Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 10 lösen oder gelegentlich darüber hinaus. Weitere Rechenstrategien sind ihr nicht bekannt.

#### **7.1.4.4 Laras Strategien bei Multiplikation und Division**

Im Bereich der Multiplikation und Division gelingt es Lara ebenso wie Karin und Marie nicht sicher, Aufgaben zu lösen, auch dann nicht, wenn ihr Objekte zum Handeln zur Verfügung stehen.

### 7.1.5 Emilia

Emilias Schülerprofil (A), das mithilfe des Protokollbogens (siehe A2.5.1, S. 30 – 31) erstellt wird, ist identisch mit jenem von Lara. Das Interview wurde aber zu einem früheren Messzeitpunkt (November) durchgeführt.

Mit Ausnahme der Strategien bei Addition und Subtraktion befindet sie sich in allen Bereichen noch bei Ausprägungsgrad 0.

Ausprägungsgrad	0	1	2	3	4	5	6
A: Zählen	X						
B: Stellenwertsystem	X						
C: Strategien bei Addition / Subtraktion		X					
D: Strategien bei Multiplikation / Division	X						

Tabelle 28: Schülerprofil (A) von Emilia

#### 7.1.5.1 Emilias Vorläuferfähigkeiten

Die Vorläuferfähigkeiten sind bei Emilia teilweise vorhanden. Sie verfügt allerdings noch nicht sicher über Mengenkonzanz. Auch im Umgang mit der Ordinalzahl treten Unsicherheiten auf. Emilia kann außerdem Zahlenkarten im Zahlenraum bis 10 nicht der Reihe nach sortieren. Den Nachfolger und Vorgänger von Zahlen kann sie nicht sicher benennen. Hier verwechselt sie häufig Nachfolger und Vorgänger. Beim Sortieren von vier Gegenständen nach der Größe scheitert sie.

#### 7.1.5.2 Emilias Strategien beim Zählen

Emilia kann sicher bis zur Zahl 10 zählen. Darüber hinaus hat sie noch größere Schwierigkeiten als Lara, da sie viele Zahlen zwischen 10 und 20 beim Zählen auslässt. Steht Emilia zum Zählen kein Material zur Verfügung, benutzt sie die Finger. Mit dieser Methode zählt sie bis zur Zahl 12, aber nicht darüber hinaus. Aus diesem Grund wurde mit Emilia auch der Vorschulteil durchgeführt. Rückwärts kann Emilia noch nicht zählen.

### **7.1.5.3 Emilias Strategien zum Stellenwertsystem**

Auch Emilia kann wie Lara einstellige Zahlen lesen, aber nicht der Größe nach sortieren. Bei zwei- oder mehrstelligen Zahlen hat sie noch keine Kenntnisse in Bezug auf das Stellenwertsystem.

### **7.1.5.4 Emilias Strategien bei Addition und Subtraktion**

Emilia löst einfache Additions- bzw. Subtraktionsaufgaben ebenso wie Lara, indem sie mit den Fingern aufwärts oder abwärts zählt. Weitere Rechenstrategien sind ihr nicht bekannt.

### **7.1.5.5 Emilias Strategien bei Multiplikation und Division**

Emilia gelingt es teilweise, Aufgaben zum Vervielfachen zu lösen, wenn ihr Material zum Handeln zur Verfügung steht. Dabei findet sie die Gesamtanzahl in einer multiplikativen Struktur ausschließlich über das Zählen der einzelnen Elemente. Das Verteilen gelingt Emilia noch nicht.

## **7.1.6 Zusammenfassung der Ergebnisse (Erstklässler, niedrige APG)**

Bei der Analyse der Protokollbögen der fünf ausgewählten Kinder zeigt sich, dass diese besonders große Schwierigkeiten aufweisen. Damit lässt sich bestätigen, dass die Auswahl von Kindern mit niedrigen Ausprägungsgraden sinnvoll ist, um besondere Schwierigkeiten identifizieren zu können. Anhand der Fallanalysen lässt sich ferner feststellen, dass es bei Kindern trotz gleichem Ausprägungsgrad dennoch Abweichungen in Bezug auf bereits vorhandene Kompetenzen geben kann. Denn ein Ausprägungsgrad kann als Kompetenzstufe interpretiert werden, wodurch Zwischenstufen nicht ausdifferenziert dargestellt werden. Aus diesem Grund werden im Folgenden die Ergebnisse der fünf analysierten Kinder in Bezug auf ihre Kompetenzen tabellarisch gebündelt, um eine angemessen hohe Auflösung zu erhalten und Unterschiede und vorhandene Schwierigkeiten leichter ablesen zu können.

### 7.1.6.1 Ergebnisse zum Vorschulteil

Der Vorschulteil aus dem EMBI wird mit Kindern im 1. oder 2. Schuljahr nur dann durchgeführt, wenn ein Kind bei der ersten Aufgabe im Bereich des Zählens nicht in der Lage ist, sicher bis zur Zahl 20 zu zählen. Bei drei Kindern aus Klasse 1 mit niedrigen Ausprägungsgraden war das der Fall.

Sandra und Emilia konnten noch nicht sicher bis 20 zählen, sodass der Vorschulteil durchgeführt wurde. Auch bei Lara wäre das notwendig gewesen, dies geschah aber aufgrund eines Interviewerfehlers (siehe Kap. 7.1.7.4) nicht. Im Gegensatz dazu konnte Marie bereits sicher bis 20 zählen, und der Vorschulteil wurde dennoch durchgeführt.

Die größten Schwierigkeiten beim Vorschulteil lassen sich insgesamt bei Emilia identifizieren. Das lässt sich aber damit begründen, dass ihr Interview zu einem früheren Zeitpunkt geführt wurde als das der anderen Kinder.

Die folgende tabellarische Übersicht zeigt die bei den drei Kindern vorhandenen oder noch fehlenden Vorläuferfähigkeiten:

Kompetenzen (Vorläuferfähigkeiten)	Sandra	Marie	Emilia
Zählen einer Menge von 4 Gegenständen	X	X	X
Erkennen der größeren von zwei vorgegebenen Mengen	X	X	X
Legen einer Reihe mit der Kardinalzahl 5	X	X	X
Über Mengenkonzanz verfügen	X	X	/
Kennen der Begriffe daneben, hinter, vor	X	X	X
Muster nachlegen, fortsetzen und erklären können	X	X	X
Kenntnis der Ordinalzahl	X	/	/
Erkennen von Mengen, ohne zu zählen	/	X	X
Zuordnen von Zahlen zu Mengen	/	X	X
Zahlenkarten von 0 bis 9 sortieren können	X	/	/
Zahlzerlegung der Zahl 6 mit Fingern zeigen können	X	X	X
Vorgänger von Zahlen benennen können	/	/	/
Nachfolger von Zahlen benennen können	X	X	/
Kenntnis der Eins-zu-eins-Zuordnung	X	X	X
4 Bleistifte der Größe nach sortieren können	/	X	/

Tabelle 29: Vorläuferfähigkeiten bei Kindern aus NA1 (einzeln)  
[Kompetenz: X = vorhanden; / = nicht vorhanden]

Bündelt man diese Ergebnisse, so stellt man fest, dass manche Vorläuferfähigkeiten bereits bei allen drei Kindern vorhanden sind und andere noch nicht:

Kompetenzen (Vorläuferfähigkeiten)		Anzahl Kinder Kl. 1
1	Zählen einer Menge von 4 Gegenständen	3
2	Erkennen der größeren von zwei vorgegebenen Mengen	3
3	Legen einer Reihe mit der Kardinalzahl 5	3
4	Über Mengenkonstanz verfügen	2
5	Kennen der Begriffe daneben, hinter, vor	3
6	Muster nachlegen, fortsetzen und erklären können	3
7	Kenntnis der Ordinalzahl	1
8	Erkennen von Mengen, ohne zu zählen	2
9	Zuordnen von Zahlen zu Mengen	2
10	Zahlenkarten von 0 bis 9 sortieren können	1
11	Zahlzerlegung der Zahl 6 mit Fingern zeigen können	3
12	Vorgänger von Zahlen benennen können	0
13	Nachfolger von Zahlen benennen können	2
14	Kenntnis der Eins-zu-eins-Zuordnung	3
15	4 Bleistifte der Größe nach sortieren können	1

Tabelle 30: Vorläuferfähigkeiten bei Kindern aus NA1 (gesamt)

Es lässt sich erkennen, dass alle drei Kinder aus der ersten Klasse die größten Schwierigkeiten damit haben, den Vorgänger von Zahlen zu benennen (Zeile 12). Weiterhin treten große Schwierigkeiten bei der Ordinalzahl (Zeile 7), dem Sortieren der Zahlenkarten von 0 bis 9 (Zeile 10) und dem Ordnen von 4 Bleistiften nach der Größe auf (Zeile 15).

Fasst man diese vier Aspekte zusammen, stellt man fest, dass es hier jeweils um das Anordnen von Objekten geht:

Um den Vorgänger einer Zahl bestimmen zu können, müssen die Kinder verstanden haben, dass der Begriff „vor“ hier nicht wie im Alltag räumlich zu interpretieren ist. Beim Aufsagen der Zahlwortreihe wird der Vorgänger zeitlich vorher genannt, sodass er sich über das Rückwärtszählen bestimmen lässt. Wenn die Kinder die Zahlwortreihe rein verbal automatisiert haben, gelingt ihnen das Bestimmen des Vorgängers aus diesem Grund meist nicht.

Das gilt ebenfalls für die Ordinalzahl und das Sortieren der Zahlenkarten. Bei den Zahlenkarten kommt zusätzlich noch die Schwierigkeit hinzu, dass die Kinder die Ziffern kennen müssen, um die Aufgabe lösen zu können.

Bei der Aufgabe mit den Bleistiften geht es um das Vergleichen von Objekten nach einem vorgegebenen Merkmal, hier der Länge.

Zusammenfassend lassen sich bei allen drei untersuchten Kindern die größten Schwierigkeiten im Bereich der Seriation (siehe dazu Kap. 3.3.4.2) feststellen.

### 7.1.6.2 Ergebnisse zum Zählen

Kompetenzen beim Zählen	Sandra APG 0	Marie APG 1	Karin APG 1	Lara APG 0	Emilia APG 0
Zählen im Zahlenraum bis 10	X	X	X	X	X
Zählen im Zahlenraum bis 20	/	X	X	/	/
Rückwärtszählen ab 10	/	/	/	X	/
Rückwärtszählen von einer Startzahl $x > 20$	/	/	/	/	/
Zählen von verschiedenen Startzahlen aus vorwärts und rückwärts im Zahlenraum bis 100	/	/	/	/	/
Zählen von verschiedenen Startzahlen aus vorwärts und rückwärts im Zahlenraum über 100					
Benennen von Vorgänger und Nachfolger von Zahlen				/	
Schrittweise Zählen von Null aus in 10er-, 5er- und 2er-Schritten				/	
Schrittweise Zählen von verschiedenen Startzahlen ( $> 0$ ) aus in 10er-, 5er-, 3er- und 7er-Schritten					
Kenntnis verschiedener Geldwerte	/	/	/	/	/
Addieren verschiedener Geldwerte zu einem Gesamtbetrag	/	/	/	/	/
Ergänzen von einem Geldbetrag zu einem gewünschten Gesamtbetrag					

Tabelle 31: Kompetenzen zum Zählen bei Kindern aus NA1 (einzeln)  
[Kompetenz: X = vorhanden; / = nicht vorhanden;  = nicht erhoben]

Alle fünf Kinder aus dieser Gruppe mit niedrigen Ausprägungsgraden können im Zahlenraum bis 10 vorwärts zählen. Marie und Karin sind bereits in der Lage, bis 20 zu zählen und erreichen dadurch einen höheren Ausprägungsgrad. Lara kann als einzige von 10 an rückwärts zählen. Ob die Kinder ihre Zählkompetenz auch zum Rechnen nutzen können, zeigt sich in Kap. 7.1.6.4.

## 7.1.6.3 Ergebnisse zu den Stellenwerten

Kompetenzen bei Stellenwerten	Sandra APG 1	Marie APG 0	Karin APG 0	Lara APG 0	Emilia APG 0
Lesen einstelliger Zahlen	X	X	/	X	X
Ordnen einstelliger Zahlen nach der Größe	X	/	/	/	/
Lesen und Ordnen zweistelliger Zahlen	/	/	/	/	/
Lesen dreistelliger und vierstelliger Zahlen					
Korrekte Eingabe mehrstelliger Zahlen in den Taschenrechner	/	/	/	/	/
Ordnen drei- und vierstelliger Zahlen nach der Größe					
Bündelungsprinzip anwenden können			/		
Identifizieren von Zahlen an der Hundertertafel					
Identifizieren von Zahlen an der Tausendertafel					
Vergrößern einer vierstelligen Zahl um 10					
Verkleinern einer vierstelligen Zahl um 100					
Ablezen von fünf- bis siebenstelligen Zahlen aus einer Tabelle					
Identifizieren der drittgrößten Zahl aus einer Tabelle mit Einwohnerzahlen					
Zuordnen von Zahlen am Zahlenstrahl im ZR bis 100					
Zuordnen von Zahlen am Zahlenstrahl im ZR bis 2000 und darüber hinaus					

Tabelle 32: Kompetenzen zu den Stellenwerten bei Kindern aus NA1 (einzeln)  
 [Kompetenz: X = vorhanden; / = nicht vorhanden; □ = nicht erhoben]

Im Bereich der Stellenwerte können vier Kinder einstellige Zahlen vorlesen.

Karin gelingt dies noch nicht vollständig. Als einziges Kind dieser Gruppe ist Sandra in der Lage, einstellige Zahlen nach der Größe zu ordnen. Weitere Kompetenzen sind bei keinem der Kinder zu erkennen.

#### 7.1.6.4 Ergebnisse zu Strategien bei Addition und Subtraktion

Kompetenzen bei Addition und Subtraktion	Sandra APG 0	Marie APG 0	Karin APG 0	Lara APG 1	Emilia APG 1
Lösen von Aufgaben mit der Strategie „alles zählen“	/	/	/	X	X
Lösen von Aufgaben zum Weiterzählen bzw. Rückwärtszählen mit Material	/	/	/	/	/
Lösen von Aufgaben zum Weiterzählen bzw. Rückwärtszählen ohne Material	/	/	/	/	/
Anwenden grundlegender Rechenstrategien im Zahlenraum bis 20: Verdopplungsaufgabe	/	/	/	X	/
Anwenden grundlegender Rechenstrategien im Zahlenraum bis 20: Tauschaufgabe	/	/		/	/
Anwenden grundlegender Rechenstrategien im Zahlenraum bis 20: Zehnerzerlegung	/			/	/
Anwenden grundlegender Rechenstrategien im Zahlenraum über 20: 10 addieren	/	/	/	/	/
Anwenden abgeleiteter Rechenstrategien					
Lösen von Addition- bzw. Subtraktionsaufgaben mit zweistelligen Zahlen					
Überschlagen von Rechenergebnissen im Zahlenraum bis 1000					
Lösen von Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 1000 im Kopf					
Halbschriftliches oder schriftliches Lösen von Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 1000					

Tabelle 33: Kompetenzen zu Addition und Subtraktion bei Kindern aus NA1 (einzeln)  
 [Kompetenz: X = vorhanden; / = nicht vorhanden; □ = nicht erhoben]

In diesem Bereich gelingt es Lara und Emilia als einzigen, ihre Zählkompetenzen (siehe Kap. 7.1.6.2) auf das Rechnen zu übertragen und einfache Additionsaufgaben mit der Strategie „alles zählen“ zu lösen. Lara kann zusätzlich eine Verdopplungsaufgabe lösen, indem sie diese ebenfalls mit den Fingern 4+4 abzählt. Erstaunlich ist, dass Sandra, Marie und Karin trotz ihrer vorhandenen Fertigkeiten im Bereich des Zählens (bei Marie und Karin sogar im Zahlenraum bis 20) keine Rechenaufgabe lösen können.

Das spricht dafür, dass sie die Zahlwortreihe ausschließlich auswendig aufsagen, aber nicht in der Lage sind, das Zählen zum Rechnen zu nutzen (siehe Kap. 2.3.2).

#### 7.1.6.5 Ergebnisse zu Strategien bei Multiplikation und Division

Kompetenzen bei Multiplikation und Division	Sandra APG 2	Marie APG 0	Karin APG 0	Lara APG 0	Emilia APG 0
Die Lösung von Aufgaben zum Vervielfachen und Verteilen gelingt, wenn alle Objekte zur Verfügung stehen mit der Strategie „alle zählen“	X	/	/	/	/
Die Lösung von Aufgaben zum Vervielfachen und Verteilen gelingt, wenn alle Objekte zur Verfügung stehen ohne die Strategie „alle zählen“.	X	/	/	/	/
Lösen von Multiplikationsaufgaben, bei denen nicht alle Objekte vorhanden bzw. dargestellt sind	/				
Lösen von Divisionsaufgaben, bei denen nicht alle Objekte vorhanden bzw. dargestellt sind					
Lösen von Multiplikationsaufgaben unter Anwendung von Strategien					
Lösen von Divisionsaufgaben unter Anwendung von Strategien					
Lösen von Multiplikations- und Divisionsaufgaben auch mit mehrstelligen Zahlen in angewandten Kontexten					

Tabelle 34: Kompetenzen zu Multiplikation und Division bei Kindern aus NA1 (einzeln)  
[Kompetenz: X = vorhanden; / = nicht vorhanden; □ = nicht erhoben]

Sandra ist die einzige, bei der sich im Bereich der Multiplikation und Division Kompetenzen feststellen lassen. Sie ist in der Lage, Bären handelnd zu verteilen und nutzt hier, im Gegensatz zur Addition und Subtraktion, ihre Zählfertigkeiten, um die Gesamtmenge abzuzählen.

Den anderen Kindern gelingt es auch mit Material nicht, Aufgaben zum Verteilen zu lösen.

### **7.1.7 Einschätzungen durch Studierende (zu Erstklässlern, niedrige APG)**

In diesem Abschnitt werden das von den Studierenden erstellte Schülerprofil (B) und die Interviewauswertung für die ausgewählten Kinder jeweils genauer betrachtet. Anhand der **Schülerprofile (B)** der Studierenden wird im Vergleich zur Analyse der Verfasserin dieser Arbeit (siehe Kap. 7.1.1 – 7.1.6) geprüft, welche Ausprägungsgrade die Studierenden den Kindern zuweisen und ob diese im Sinne der Auswertungsobjektivität (siehe Kap. 3.1.2.1) mit denen der Verfasserin übereinstimmen. Weiterhin wird anhand der **Interviewauswertung** im Hinblick auf die Objektivität der Interpretation (siehe Kap. 3.1.2.1) untersucht, wie die Ergebnisse von den Studierenden interpretiert werden.

#### **7.1.7.1 Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Sandra**

Dem Schülerprofil (B) von Sandra (siehe A2.1.2, S. 17) lässt sich entnehmen, dass Sandra im Bereich B (Stellenwerte) ein zu niedriger Ausprägungsgrad zugewiesen wird. Tatsächlich befindet sie sich bereits bei Ausprägungsgrad 1, da sie einstellige Zahlen lesen, interpretieren und sortieren kann. Im Schülerprofil erreicht sie allerdings nur Ausprägungsgrad 0.

An Sandras Interviewauswertung (siehe A2.1.3, S. 17 - 18) lässt sich erkennen, dass die bei ihr vorhandenen Vorläuferfähigkeiten korrekt identifiziert und noch vorhandene Schwierigkeiten benannt werden.

Auch in den Bereichen A – D trifft das zu. Die Interviewerin beschreibt alle vorhandenen Kompetenzen korrekt und stellt fest, an welchen Stellen noch Schwierigkeiten vorhanden sind. Diese werden von ihr konkret benannt.

#### **7.1.7.2 Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Marie**

Am Schülerprofil (B) von Marie (siehe A2.2.2, S. 21) lässt sich erkennen, dass sämtliche Ausprägungsgrade korrekt zugewiesen wurden.

Bei Marie wäre es nicht notwendig gewesen, den Vorschulteil durchzuführen, da sie bereits sicher bis zur Zahl 20 zählen kann. Die Interviewerin entscheidet sich dennoch dafür und stellt die bei Marie vorhandenen Vorläuferfähigkeiten in der Interviewauswertung (siehe A2.2.3, S. 21 - 22) sehr ausführlich dar.

Lediglich auf die Eins-zu-eins-Zuordnung und das Sortieren der Bleistifte nach der Größe geht sie nicht ein. Beides lässt sich aber vernachlässigen, da Marie diese Aufgaben richtig gelöst hat und die Interviewerin alle noch vorhandenen Schwierigkeiten bei den anderen Aufgaben richtig benennt.

Auch für die Bereiche A-D stellt die Interviewerin die vorhandenen Kompetenzen bzw. Schwierigkeiten korrekt dar.

Eine Auffälligkeit findet man im Bereich C zu Strategien bei Addition und Subtraktion. Nachdem die Interviewerin festgestellt hat, dass hier nicht ersichtlich ist, ob Marie in der Lage ist, zwei Mengen zusammenzufügen, ergänzt sie: *„mithilfe ihrer Finger kann sie zwei Mengen auszählen, allerdings wendet sie diese Hilfe nicht von alleine an, sondern erst, als sie darauf hingewiesen wird“* (siehe A2.2.3, S. 22). Aus dieser Formulierung lässt sich entnehmen, dass die Interviewerin hier den Bereich des Interviews verlassen hat und in die Rolle der Lehrperson geschlüpft ist, um dem Kind etwas beizubringen. Damit verstößt sie gegen die Regeln des professionellen Interviewerverhaltens, das die Studierenden im Rahmen der Interviewschulungen erlernen (siehe dazu Unit III: Kap. 5.3.3.2). Auf den Ausprägungsgrad des Kindes in diesem Bereich hat das allerdings keinen Einfluss.

### **7.1.7.3 Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Karin**

Am Schülerprofil (B) von Karin (siehe A2.3.2, S. 25) lässt sich erkennen, dass sämtliche Ausprägungsgrade korrekt zugewiesen wurden.

Ebenfalls werden vorhandene Kompetenzen bzw. Schwierigkeiten von der Interviewerin korrekt erkannt und in der Interviewauswertung (siehe A2.3.3, S. 25 – 26) dargestellt.

### **7.1.7.4 Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Lara**

Am Schülerprofil (B) von Lara (siehe A2.4.2, S. 29) lässt sich erkennen, dass sämtliche Ausprägungsgrade korrekt zugewiesen wurden.

Da Lara bei der Aufgabe A1 nicht in der Lage war, bis 20 zu zählen, hätte die Interviewerin an dieser Stelle den Vorschulteil durchführen müssen. Sie

missachtet hier das im Handbuch zum EMBI angegebene Abbruchkriterium (siehe PETER-KOOP, WOLLRING 2007a, S. 23). Es handelt sich damit um einen Interviewerfehler.

In der Interviewauswertung (siehe A2.4.3, S. 29) benennt die Interviewerin Laras vorhandene Kompetenzen nur teilweise. Im Bereich A benennt sie nicht, dass Lara in der Lage ist, bis 10 vorwärts und von 10 bis 0 rückwärts zu zählen. Im Bereich B beschreibt sie zwar die vorhandenen Schwierigkeiten beim Interpretieren und Sortieren einstelliger Zahlen. Dass Lara aber bereits in der Lage ist, alle einstelligen Zahlen korrekt vorzulesen, identifiziert die Interviewerin nicht als vorhandene Kompetenz.

In den Bereichen C und D werden die Ergebnisse von der Interviewerin richtig interpretiert.

#### **7.1.7.5 Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Emilia**

Am Schülerprofil (B) von Emilia (siehe A2.5.2, S. 32) lässt sich erkennen, dass sämtliche Ausprägungsgrade korrekt zugewiesen wurden.

In der Interviewauswertung (siehe A2.5.3, S. 32 - 34) beschreibt die Interviewerin die Vorläuferfähigkeiten von Emilia sehr ausführlich. Dabei erkennt sie alle vorhandenen Kompetenzen sowie alle Schwierigkeiten, die bei Emilia noch vorliegen. Diese ausführliche Darstellung ist hier besonders wichtig, da die Interviewerin beim Ausfüllen des Protokollbogens im Vorschulteil eine uneindeutige Notation verwendet. Richtig gelöste Aufgaben kennzeichnet sie mit einem Haken, während sie falsche Aufgaben ankreuzt (siehe A2.5.1a, S. 30, V 2e-f, V 3i-j), anstatt die Kästchen leer zu lassen. Dies kann leicht dazu führen, dass diese Teilaufgaben fälschlich als richtig interpretiert werden.

Für die Bereiche A – D werden vorhandene Kompetenzen bzw. Schwierigkeiten von der Interviewerin korrekt identifiziert und in der Interviewauswertung dargestellt.

Im Bereich C fügt sie als Zusatzinformation hinzu, dass Emilia das Plus-Zeichen noch nicht bekannt ist und sie dadurch die Additionsaufgaben auf den Aufgabenkarten nicht lesen und bearbeiten konnte. Das könnte am frühen

Messzeitpunkt liegen, zu dem das Interview im Vergleich zu den anderen Interviews dieser Gruppe entstanden ist.

## 7.2 Kinder mit niedrigen Ausprägungsgraden aus Klasse 2

Kinder mit niedrigen Ausprägungsgraden aus Klasse 2 erreichten minimal die in der Tabelle grau markierten Ausprägungsgrade:

Ausprägungsgrad	0	1	2	3	4	5	6
A: Zählen							
B: Stellenwertsystem							
C: Strategien bei Addition / Subtraktion							
D: Strategien bei Multiplikation / Division							

Tabelle 35: Minimale Ausprägungsgrade bei Kindern aus Klasse 2

An der Tabelle lässt sich erkennen, dass im 2. Schuljahr im Gegensatz zum 1. Schuljahr bei den ersten beiden Bereichen (Zählen und Stellenwertsystem) minimal der Ausprägungsgrad 1 erreicht wird. In den anderen beiden Bereichen (Strategien bei Addition und Subtraktion bzw. Multiplikation und Division) gibt es wie im 1. Schuljahr ebenfalls noch Kinder, die sich nur bei Ausprägungsgrad 0 befinden. Das ist der niedrigste Ausprägungsgrad, der beim EMBI vergeben werden kann.

### 7.2.1 Manuel

Mithilfe von Manuels Protokollbogen (siehe A3.1.1, S. 36 – 37) wird folgendes Schülerprofil (A) erstellt: Manuel erreicht im Bereich Stellenwertsystem nur Ausprägungsgrad 1 und damit den niedrigsten Ausprägungsgrad, den Kinder aus der 2. Klasse innerhalb der Stichprobe überhaupt erreichen. Stärkere Leistungen zeigt er in den anderen drei Bereichen und dort mit Ausprägungsgrad 3 vor allem bei den Strategien zu Addition und Subtraktion. Zu berücksichtigen ist insgesamt, dass das Interview mit Manuel bereits zu Beginn des zweiten Schuljahres und nicht erst im Frühjahr durchgeführt wurde.

Ausprägungsgrad	0	1	2	3	4	5	6
A: Zählen			X				
B: Stellenwertsystem		X					
C: Strategien bei Addition / Subtraktion				X			
D: Strategien bei Multiplikation / Division		X					

Tabelle 36: Schülerprofil (A) von Manuel

### 7.2.1.1 Manuels Strategien beim Zählen

Im Bereich Zählen ist Manuel in der Lage, bis zur Zahl 32 sicher vorwärts zu zählen. Im Hunderterraum von verschiedenen Startzahlen aus zu zählen, gelingt ihm noch nicht vollständig. Hier lässt er häufig einzelne Zahlen aus. Rückwärts kann Manuel sicher von 10 bis 0 zählen. Beim Rückwärtszählen von der Zahl 24 an unterlaufen ihm noch Fehler.

Den Vorgänger und Nachfolger einer zweistelligen Zahl kann Manuel benennen. Schrittweise in 10er-, 5er- oder 2er-Schritten zu zählen, ist ihm noch nicht vertraut. Im Bereich Geldwerte lassen sich bei Manuel keine Kenntnisse feststellen.

### 7.2.1.2 Manuels Strategien zum Stellenwertsystem

Manuel kennt alle einstelligen Zahlen und ist auch in der Lage, diese nach der Größe zu sortieren. Zweistellige Zahlen kann Manuel zwar der Größe nach sortieren, kann sie aber nicht korrekt vorlesen. Er verwechselt hier Zehner und Einer. Beim Bündeln scheint er sich aber der Bedeutung von Einern und Zehnern durchaus bewusst zu sein und nutzt diese Kenntnisse, um eine Zahl mit Bündeln und Einzelnen handelnd darzustellen. Ebenfalls kann er eine fehlende Zahl auf der Hundertertafel benennen. Sein niedriger Ausprägungsgrad in diesem Bereich ist also damit zu begründen, dass ihm die Sprechweise zweistelliger Zahlen noch nicht vertraut ist. Diese Tatsache lässt sich wahrscheinlich darauf zurückführen, dass das Interview bereits zu Beginn des 2. Schuljahres geführt wurde.

### 7.2.1.3 Manuels Strategien bei Addition und Subtraktion

Einfache Additions- und Subtraktionsaufgaben löst Manuel über das Weiter- bzw. Rückwärtszählen. Weiterhin verfügt er über einige grundlegende Rechenstrategien wie bspw. das Verdoppeln und das Anwenden der Tauschaufgabe. Wird der Zahlenraum von 20 verlassen, kann Manuel die Aufgaben noch nicht lösen.

### 7.2.1.4 Manuels Strategien bei Multiplikation und Division

Im Bereich der Multiplikation und Division kann Manuel Aufgaben zum Vervielfachen und Verteilen lösen, wenn ihm Material zur Verfügung steht. Als Strategie nutzt er das Zählen. Es gelingt ihm sogar, Aufgaben zählend zu lösen, wenn nicht alle Objekte vorhanden bzw. dargestellt sind. Abstrakte Aufgaben löst Manuel noch nicht.

Auch bei Manuel bleibt zu berücksichtigen, dass sein Interview bereits zu Beginn des zweiten Schuljahres durchgeführt wurde. Seine Leistungen sind daher mit jenen von Kindern vergleichbar, die sich am Ende des 1. Schuljahres befinden.

### 7.2.2 Paula

Paulas Protokollbogen (siehe A3.2.1, S. 40 – 41) wird als Grundlage für folgendes Schülerprofil (A) genutzt: Paula erreicht in zwei Bereichen den niedrigsten Ausprägungsgrad (Stellenwertsystem und Strategien bei Multiplikation und Division). Vergleichbar mit Manuel hat sie beim Zählen bereits Ausprägungsgrad 2. Bei Strategien zu Addition und Subtraktion und Multiplikation und Division hat sie jeweils einen niedrigeren Ausprägungsgrad.

Ausprägungsgrad	0	1	2	3	4	5	6
A: Zählen			X				
B: Stellenwertsystem		X					
C: Strategien bei Addition / Subtraktion			X				
D: Strategien bei Multiplikation / Division	X						

Tabelle 37: Schülerprofil (A) von Paula

### **7.2.2.1 Paulas Strategien beim Zählen**

Paula zählt sicher bis zur Zahl 32. Im Hunderterraum von verschiedenen Startzahlen aus mit dem Zählen zu beginnen, gelingt ihr teilweise. Paula ist in der Lage, von 24 aus rückwärts zu zählen. Den Vorgänger und Nachfolger von zweistelligen Zahlen kann Paula korrekt benennen und das schrittweise Zählen beherrscht sie bisher in 10er- und in 5er-Schritten. In 2er-Schritten ist sie noch nicht erfolgreich. Im Bereich der Geldwerte erkennt sie verschiedenartige und identische Münzen, bezeichnet aber alle Münzen mit Cent. Den Gesamtbetrag verschiedener Geldwerte kann sie noch nicht ermitteln.

### **7.2.2.2 Paulas Strategien zum Stellenwertsystem**

Vergleichbar mit Manuel kennt Paula sich mit einstelligen Zahlen bereits sehr gut aus, während sie bei zweistelligen Zahlen noch Zehner und Einer verwechselt und diese nicht korrekt vorlesen kann. Das Eingeben von mehrstelligen Zahlen in den Taschenrechner gelingt ihr schon bei zweistelligen Zahlen und das Ordnen von Zahlen kann sie bereits bei bis zu vierstelligen Zahlen. Beim Bündeln kennt sie die Bedeutung von Einern und Zehnern und nutzt diese zum Lösen der Aufgaben. Ebenfalls gelingt es ihr, eine fehlende Zahl an der Hundertertafel zu benennen.

### **7.2.2.3 Paulas Strategien bei Addition und Subtraktion**

Einfache Additions- und Subtraktionsaufgaben löst Paula über das Weiter- bzw. Rückwärtszählen. Zum Teil macht sie das im Kopf oder verwendet auch ihre Finger. Bei Aufgaben mit Zehnerübergang hat sie dabei noch Schwierigkeiten und verzählt sich häufig um eins. Über Verdopplungsstrategien und das Anwenden der Tauschaufgabe verfügt sie. Aufgaben mit mehrstelligen Zahlen kann sie noch nicht lösen.

### 7.2.2.4 Paulas Strategien bei Multiplikation und Division

Im Bereich der Multiplikation und Division kann Paula Aufgaben zum Vervielfachen oder Verteilen teilweise lösen. Hier geht sie rein zählend vor, nutzt die Finger als Unterstützung, verzählt sich dadurch aber häufig.

### 7.2.3 Fabian

Fabians Schülerprofil (A) wird auf Grundlage des Protokollbogens (siehe A3.3.1, S. 44 – 45) erstellt und ähnelt dem von Paula. Der einzige Unterschied tritt im Bereich der Strategien zu Addition und Subtraktion auf. Hier erreicht Fabian ebenso wie Manuel bereits Ausprägungsgrad 3.

Ausprägungsgrad	0	1	2	3	4	5	6
A: Zählen			X				
B: Stellenwertsystem		X					
C: Strategien bei Addition / Subtraktion				X			
D: Strategien bei Multiplikation / Division	X						

Tabelle 38: Schülerprofil (A) von Fabian

#### 7.2.3.1 Fabians Strategien beim Zählen

Die Zählkompetenz von Fabian lässt sich mit der von Paula vergleichen. Auch Fabian gelingt es, bis zur Zahl 32 sicher zu zählen. Außerdem gelingt es ihm im Gegensatz zu Paula schon, im Hunderterraum von verschiedenen Startzahlen aus weiter zu zählen. Darüber hinaus hat er noch Schwierigkeiten. Das Rückwärtszählen von 24 als Startzahl bereitet Fabian keine Probleme.

Beim Benennen von Vorgänger und Nachfolger von Zahlen erhöht bzw. verringert Fabian die Zahlen um 10. Die Begriffe Vorgänger und Nachfolger scheinen ihm noch nicht bekannt zu sein. Das schrittweise Zählen kann Fabian bereits in 10er-Schritten und teilweise in 5er- und 2er-Schritten. Hier lässt er noch Zahlen aus.

Im Bereich der Geldwerte kennt Fabian die verschiedenen Geldwerte und die Unterscheidung zwischen Cent und Euro. Es gelingt ihm aber noch nicht, die Münzen korrekt zu addieren.

### **7.2.3.2 Fabians Strategien zum Stellenwertsystem**

Fabian erreicht im Bereich der Stellenwerte wie Manuel und Paula Ausprägungsgrad 1. Er ist im Gegensatz zu den beiden aber bereits in der Lage, zweistellige Zahlen korrekt vorzulesen. Nur am Taschenrechner gelingt ihm die Eingabe von zweistelligen Zahlen noch nicht. Das Ordnen von Zahlen, sowohl mit ein- als auch mit zweistelligen, gelingt ihm. Bei der Aufgabe zum Bündeln kann er seine Kenntnisse über Zehner und Einer dennoch nicht anwenden.

### **7.2.3.3 Fabians Strategien bei Addition und Subtraktion**

Bei den Strategien zur Addition und Subtraktion erreicht Fabian den gleichen Ausprägungsgrad wie Manuel. Er kann ebenfalls einfache Additions- und Subtraktionsaufgaben lösen. Dabei fällt es ihm noch schwer, seinen Rechenweg zu verbalisieren. Er verfügt über grundlegende Rechenstrategien (Verdoppeln, Nutzen der Tauschaufgabe), kennt aber die Zehnerzerlegungen noch nicht auswendig und verrechnet sich dann.

### **7.2.3.4 Fabians Strategien bei Multiplikation und Division**

Fabian löst Aufgaben zum Vervielfachen und Verteilen teilweise, wenn ihm alle Objekte zum Handeln zur Verfügung stehen. Bei abstrakteren Aufgaben findet er noch keine Lösung.

Insgesamt zeigt Fabian ähnliche Leistungen wie Paula. Da das Interview von Fabian allerdings ebenso wie das von Manuel bereits im ersten Schulquartal des 2. Schuljahres durchgeführt wurde, das von Paula aber erst ein halbes Jahr später, sind seine Leistungen als besser einzuschätzen.

## **7.2.4 Antonia**

Das Schülerprofil (A) von Antonia auf Grundlage des Protokollbogens (siehe A3.4.1, S. 48 – 49) ist mit Ausnahme vom Bereich Zählen identisch mit jenem von Paula. Auch der Messzeitpunkt ist hier vergleichbar. Im Bereich des Zählens befindet sich Antonia als einziges Kind dieser Gruppe schon bei Ausprägungsgrad 3.

Ausprägungsgrad	0	1	2	3	4	5	6
A: Zählen		X		X			
B: Stellenwertsystem		X					
C: Strategien bei Addition / Subtraktion			X				
D: Strategien bei Multiplikation / Division	X						

Tabelle 39: Schülerprofil (A) von Antonia

#### 7.2.4.1 Antonias Strategien beim Zählen

Antonia zählt sicher im Zahlenraum bis 32 und im Hunderterraum von verschiedenen Startzahlen aus. Dies gelingt ihr sogar über die Zahl 100 hinaus. Ebenfalls ist Antonia in der Lage, den Vorgänger und Nachfolger von Zahlen zu benennen. Schrittweise kann sie in 10er- und 5er-Schritten zählen, aber noch nicht sicher in 2er-Schritten oder von verschiedenen Startzahlen aus.

Im Bereich der Geldwerte hat sie noch Schwierigkeiten mit der Wertigkeit und addiert ausschließlich die Zahlen, die auf den Münzen stehen (1 Euro wird als eins zu den Cent addiert).

#### 7.2.4.2 Antonias Strategien zum Stellenwertsystem

Im Bereich der Stellenwerte hat sie deutlich weniger Schwierigkeiten als Manuel, Paula und Fabian. Dennoch erreicht auch sie nur Ausprägungsgrad 1, da es ihr noch nicht gelingt, zweistellige Zahlen korrekt in den Taschenrechner einzugeben. Dafür kann sie mehrstellige Zahlen bereits vorlesen und sogar vierstellige Zahlen der Größe nach sortieren. Sie hat das Bündelungsprinzip verstanden und kann eine fehlende Zahl auf der Hundertertafel benennen. Auf der Tausendertafel und dem Zahlenstrahl findet sie sich noch nicht zurecht.

#### 7.2.4.3 Antonias Strategien bei Addition und Subtraktion

Im Bereich der Strategien zur Addition und Subtraktion sind Antonias Leistungen mit jenen von Paula vergleichbar. Sie löst ebenfalls einfache Additions- und Subtraktionsaufgaben überwiegend richtig, verrechnet sich aber gelegentlich um eins. Antonia verfügt über grundlegende

Rechenstrategien, kann aber Additionsaufgaben mit mehrstelligen Zahlen noch nicht lösen.

#### 7.2.4.4 Antonias Strategien bei Multiplikation und Division

Antonia löst Aufgaben zum Vervielfachen und Verteilen teilweise durch Ausprobieren, wenn ihr alle Objekte zum Handeln zur Verfügung stehen. Bei abstrakteren Aufgaben findet sie noch keine Lösung. Ihre Leistungen in diesem Bereich sind mit jenen von Paula und Fabian vergleichbar.

#### 7.2.5 Abbas

Mithilfe des Protokollbogens von Abbas (siehe A3.5.1, S. 52 – 53) ergibt sich folgendes Schülerprofil (A): Während Abbas beim Zählen und den Stellenwerten vergleichbare Leistungen wie Paula und Fabian zeigt, fällt bei ihm der niedrige Ausprägungsgrad bei den Strategien zur Addition und Subtraktion auf. Im Gegensatz dazu erreicht er bei den Strategien zur Multiplikation und Division bereits Ausprägungsgrad 2.

Ausprägungsgrad	0	1	2	3	4	5	6
A: Zählen			X				
B: Stellenwertsystem		X					
C: Strategien bei Addition / Subtraktion		X					
D: Strategien bei Multiplikation / Division			X				

Tabelle 40: Schülerprofil (A) von Abbas

##### 7.2.5.1 Abbas' Strategien beim Zählen

Beim Zählen sind Abbas' Kompetenzen mit jenen von Manuel, Paula und Fabian vergleichbar. Auch er hat noch Schwierigkeiten, im Hunderterraum von verschiedenen Startzahlen aus zu zählen. Den Vorgänger und Nachfolger von Zahlen kann Abbas noch nicht benennen, dafür zählt er bereits schrittweise in 10er-, 5er- und 2er-Schritten.

Im Bereich der Geldwerte kennt er einige Münzen, kann den Gesamtbetrag der verschiedenen Münzen aber noch nicht ermitteln.

### **7.2.5.2 Abbas' Strategien zum Stellenwertsystem**

In diesem Bereich erreicht Abbas wie alle anderen Kinder dieser Gruppe ebenfalls Ausprägungsgrad 1. Er hat Schwierigkeiten, zweistellige Zahlen vorzulesen oder in den Taschenrechner einzugeben. Dafür ist er wie Antonia bereits in der Lage, bis zu vierstellige Zahlen der Größe nach zu sortieren. Das Bündelungsprinzip hat er verstanden, und er kann eine fehlende Zahl an der Hundertertafel, nicht aber an der Tausendertafel, identifizieren. Auf dem Zahlenstrahl von 0 - 100 kann er sich bereits orientieren.

### **7.2.5.3 Abbas' Strategien bei Addition und Subtraktion**

Besonders geringe Kenntnisse zeigen sich bei Abbas im Vergleich zu den anderen Kindern bei den Strategien zur Addition und Subtraktion. Abbas löst die Additions- bzw. Subtraktionsaufgaben überwiegend mit der Strategie „alles zählen“. Einfache Aufgaben beherrscht er auswendig. Auch Aufgaben mit mehrstelligen Zahlen versucht er mit den Fingern zu modellieren, scheitert dabei aber.

### **7.2.5.4 Abbas' Strategien bei Multiplikation und Division**

In diesem Bereich erreicht Abbas im Vergleich zu den anderen Kindern dieser Gruppe als einziger bereits Ausprägungsgrad 2.

Er kann wie Manuel Aufgaben zum Vervielfachen und Verteilen lösen, wenn ihm Material zur Verfügung steht. Als Strategie nutzt er im Gegensatz zu Manuel nicht mehr das Zählen, sondern erfasst das Ergebnis simultan. Es gelingt Abbas außerdem teilweise, Aufgaben zu lösen, wenn nicht alle Objekte vorhanden bzw. dargestellt sind.

Auch das Interview von Abbas wurde bereits zu Beginn des zweiten Schuljahres durchgeführt. Seine Leistungen sind daher mit jenen von Manuel vergleichbar.

### 7.2.6 Zusammenfassung der Ergebnisse (Zweitklässler, niedrige APG)

Bei der Analyse der Protokollbögen der fünf ausgewählten Kinder zeigt sich, dass diese erwartungsgemäß wie bereits die Erstklässler große Schwierigkeiten aufweisen. Im Vergleich zu den Erstklässlern lassen sich bei den Zweitklässlern zwar bereits mehr vorhandene Kompetenzen nachweisen (siehe dazu Kap. 7.3), diese sind aber im Vergleich zum Durchschnitt der Ergebnisse aller Zweitklässlern als niedrig zu bewerten.

Weiterhin lässt sich anhand der Fallanalysen feststellen, dass es bei Kindern mit gleichem Ausprägungsgrad dennoch Abweichungen in Bezug auf die bereits vorhandenen Kompetenzen geben kann. Das liegt daran, dass ein Ausprägungsgrad als Kompetenzstufe interpretiert werden kann und dadurch Zwischenstufen nicht differenziert dargestellt werden. Aus diesem Grund werden im Folgenden die Ergebnisse der fünf analysierten Kinder in Bezug auf ihre Kompetenzen tabellarisch dargestellt, um eine höchst mögliche Auflösung zu erhalten und Unterschiede bzw. vorhandene Schwierigkeiten leichter ablesen zu können.

#### 7.2.6.1 Ergebnisse zum Zählen

Kompetenzen beim Zählen	Manuel APG 2	Paula APG 2	Fabian APG 2	Antonia APG 3	Abbas APG 2
Zählen im Zahlenraum bis 10	X	X	X	X	X
Zählen im Zahlenraum bis 20	X	X	X	X	X
Rückwärtszählen ab 10	X	X	X	X	X
Rückwärtszählen von einer Startzahl $x > 20$	/	X	X	X	/
Zählen von verschiedenen Startzahlen aus vorwärts und rückwärts im Zahlenraum bis 100	/	/	X	X	/
Zählen von verschiedenen Startzahlen aus vorwärts und rückwärts im Zahlenraum über 100	/	/	/	X	/
Benennen von Vorgänger und Nachfolger von Zahlen	X	X	/	X	/
Schrittweise Zählen von Null aus in 10er-, 5er- und 2er-Schritten	/	/	/	/	X
Schrittweise Zählen von verschiedenen Startzahlen ( $> 0$ ) aus in 10er-, 5er-, 3er- und 7er-Schritten				/	/
Kennntnis verschiedener Geldwerte	/	/	X	/	X
Addieren verschiedener Geldwerte zu einem Gesamtbetrag	/	/	/	/	/
Ergänzen von einem Geldbetrag zu einem gewünschten Gesamtbetrag					

Tabelle 41: Kompetenzen zum Zählen bei Kindern aus NA2 (einzeln)  
[Kompetenz: X = vorhanden; / = nicht vorhanden;  = nicht erhoben]

Im Bereich des Zählens lässt sich erkennen, dass alle fünf Kinder dieser Gruppe sicher im Zahlenraum bis 20 vorwärts und ab 10 rückwärts zählen können. Drei Kinder können bereits von der Startzahl 24 aus rückwärts zählen. Das Zählen im Zahlenraum bis 100 von verschiedenen Startzahlen aus vorwärts und rückwärts gelingt Fabian und Antonia. Letztere ist die einzige, die bereits über die Zahl 100 hinaus zählen kann. Das Benennen von Vorgänger und Nachfolger einer Zahl gelingt Manuel, Paula und Antonia, während Abbas als einziger schrittweise zählen kann. Im Bereich der Geldwerte kennen Fabian und Abbas die verschiedenen Geldwerte. Die anderen Kinder haben dieses Wissen noch nicht.

### 7.2.6.2 Ergebnisse zu den Stellenwerten

Kompetenzen bei Stellenwerten	Manuel APG 1	Paula APG 1	Fabian APG 1	Antonia APG 1	Abbas APG 1
Lesen einstelliger Zahlen	X	X	X	X	X
Ordnen einstelliger Zahlen nach der Größe	X	X	X	X	X
Lesen und Ordnen zweistelliger Zahlen	/	/	X	X	/
Lesen dreistelliger und vierstelliger Zahlen	/	/	/	X	/
Korrekte Eingabe mehrstelliger Zahlen in den Taschenrechner	/	X	/	/	/
Ordnen drei- und vierstelliger Zahlen nach der Größe	/	X	/	X	X
Bündelungsprinzip anwenden können	X	X	/	X	X
Identifizieren von Zahlen an der Hundertertafel	X	X		X	X
Identifizieren von Zahlen an der Tausendertafel	/	/		/	/
Vergrößern einer vierstelligen Zahl um 10					
Verkleinern einer vierstelligen Zahl um 100					
AbleSEN von fünf- bis siebenstelligen Zahlen aus einer Tabelle					
Identifizieren der drittgrößten Zahl aus einer Tabelle mit Einwohnerzahlen					
Zuordnen von Zahlen am Zahlenstrahl im ZR bis 100	/	/		/	X
Zuordnen von Zahlen am Zahlenstrahl im ZR bis 2000 und darüber hinaus					/

Tabelle 42: Kompetenzen zu den Stellenwerten bei Kindern aus NA2 (einzeln)  
[Kompetenz: X = vorhanden; / = nicht vorhanden; □ = nicht erhoben]

Im Bereich der Stellenwerte können alle Kinder einstellige Zahlen vorlesen und nach der Größe ordnen. Das Lesen und Ordnen zweistelliger Zahlen gelingt Fabian und Antonia. Antonia kann ebenfalls dreistellige und vierstellige Zahlen vorlesen und ordnen. Das Ordnen mehrstelliger Zahlen gelingt Paula und Abbas ebenfalls. Mit der Eingabe mehrstelliger Zahlen in den Taschenrechner haben alle Kinder mit Ausnahme von Paula Schwierigkeiten, da in den Taschenrechner zuerst die Zehner und anschließend die Einer eingegeben werden müssen. Beim Sprechen der Zahlen ist die Reihenfolge umgekehrt. Bis auf Fabian haben alle Kinder das Bündelungsprinzip verstanden und können eine Zahl mit Zehnern und Einern darstellen. An der Hundertertafel finden sich vier Kinder bereits zurecht. Weitere Kompetenzen sind nicht feststellbar.

## 7.2.6.3 Ergebnisse zu Strategien bei Addition und Subtraktion

<b>Kompetenzen bei Addition und Subtraktion</b>	<b>Manuel APG 3</b>	<b>Paula APG 2</b>	<b>Fabian APG 3</b>	<b>Antonia APG 2</b>	<b>Abbas APG 1</b>
Lösen von Aufgaben mit der Strategie „alles zählen“	/	/	/	/	X
Lösen von Aufgaben zum Weiterzählen bzw. Rückwärtszählen mit Material	X	X	X	X	/
Lösen von Aufgaben zum Weiterzählen bzw. Rückwärtszählen ohne Material	X	/	X	/	/
Anwenden grundlegender Rechenstrategien im Zahlenraum bis 20: Verdopplungsaufgabe	X	X	X	X	X
Anwenden grundlegender Rechenstrategien im Zahlenraum bis 20: Tauschaufgabe	X	X	X	X	X
Anwenden grundlegender Rechenstrategien im Zahlenraum bis 20: Zehnerzerlegung	X	X	/	X	X
Anwenden grundlegender Rechenstrategien im Zahlenraum über 20: 10 addieren	/	/		/	/
Anwenden abgeleiteter Rechenstrategien	/	/	/	/	/
Lösen von Addition- bzw. Subtraktionsaufgaben mit zweistelligen Zahlen	/	/		/	/
Überschlagen von Rechenergebnissen im Zahlenraum bis 1000					
Lösen von Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 1000 im Kopf					
Halbschriftliches oder schriftliches Lösen von Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 1000					

Tabelle 43: Kompetenzen zu Addition und Subtraktion bei Kindern aus NA2 (einzeln)  
 [Kompetenz: X = vorhanden; / = nicht vorhanden; □ = nicht erhoben]

Im Bereich der Addition und Subtraktion lässt sich im Gegensatz zu allen anderen Kindern bei Abbas erkennen, dass er Aufgaben noch mit der Strategie „alles zählen“ löst. Die anderen Kinder greifen hier auf das Weiter- bzw. Rückwärtszählen zurück, sind zwar noch „zählende Rechner“ (siehe Kap. 2.3.2), haben damit aber bereits eine höhere Kompetenzstufe erreicht.

Manuel und Fabian gelingt das Weiter- bzw. Rückwärtszählen zusätzlich bereits ohne Material.

Alle Kinder verfügen über grundlegende Rechenstrategien: Sie lösen Verdopplungsaufgaben, wenden Tauschaufgaben an und kennen mit Ausnahme von Fabian die Zehnerzerlegung. Auffällig ist aber, dass keines der Kinder über abgeleitete Strategien verfügt, sodass beispielsweise die Kenntnis der Verdopplungsaufgaben nicht für das Fast-Verdoppeln genutzt wird. Hier liegt die Vermutung nahe, dass die Verdopplungsaufgaben und die Zehnerzerlegungen im Unterricht automatisiert wurden, die Kinder dieses Wissen nur isoliert einsetzen und nicht zum flexiblen Rechnen nutzen. Sie verfügen damit noch nicht über ein gesichertes Teile-Ganzes-Schema (siehe Kap. 2.1.1).

#### 7.2.6.4 Ergebnisse zu Strategien bei Multiplikation und Division

Kompetenzen bei Multiplikation und Division	Manuel APG 1	Paula APG 0	Fabian APG 0	Antonia APG 0	Abbas APG 2
Die Lösung von Aufgaben zum Vervielfachen und Verteilen gelingt, wenn alle Objekte zur Verfügung stehen mit der Strategie „alle zählen“,	X	/	/	/	X
Die Lösung von Aufgaben zum Vervielfachen und Verteilen gelingt, wenn alle Objekte zur Verfügung stehen ohne die Strategie „alle zählen“.	/	/	/	/	X
Lösen von Multiplikationsaufgaben, bei denen nicht alle Objekte vorhanden bzw. dargestellt sind	X	/			X
Lösen von Divisionsaufgaben, bei denen nicht alle Objekte vorhanden bzw. dargestellt sind	/	/			/
Lösen von Multiplikationsaufgaben unter Anwendung von Strategien					
Lösen von Divisionsaufgaben unter Anwendung von Strategien					
Lösen von Multiplikations- und Divisionsaufgaben auch mit mehrstelligen Zahlen in angewandten Kontexten					

Tabelle 44: Kompetenzen zu Multiplikation und Division bei Kindern aus NA2 (einzeln)  
[Kompetenz: X = vorhanden; / = nicht vorhanden; □ = nicht erhoben]

Im Bereich der Multiplikation und Division lassen sich bei Paula, Fabian und Antonia noch keine Kompetenzen erkennen. Manuel und Abbas können einzelne Aufgaben zum Vervielfachen und Verteilen mit Material lösen. Bei Manuel erfolgt dies ausschließlich über das Zählen, während Abbas dies teilweise gelingt, ohne alles zu zählen. Das ist besonders erstaunlich, da er im Bereich der Addition und Subtraktion Rechenaufgaben ausschließlich mit der Strategie „alles zählen“ gelöst hat. Zugute kommen ihm hier seine Kenntnisse des Zählens in Schritten (siehe Kap. 7.2.6.1), die er beim Lösen von Multiplikationsaufgaben erfolgreich anwendet.

Manuel und Abbas lösen zusätzlich Multiplikationsaufgaben, bei denen nicht alle Objekte vorhanden bzw. dargestellt sind.

### **7.2.7 Einschätzungen durch Studierende (zu Zweitklässlern, niedrige APG)**

In diesem Abschnitt werden das jeweils für die ausgewählten Kinder von den Studierenden erstellte Schülerprofil (B) und die Interviewauswertung genauer betrachtet. Anhand des **Schülerprofils (B)** der Studierenden wird im Vergleich zur Analyse der Verfasserin dieser Arbeit (siehe Kap. 7.2.1 – 7.2.6) geprüft, welche Ausprägungsgrade die Studierenden den Kindern zuweisen und ob diese im Sinne der Auswertungsobjektivität (siehe Kap. 3.1.2.1) mit denen der Verfasserin übereinstimmen. Weiterhin wird anhand der **Interviewauswertung** im Hinblick auf die Objektivität der Interpretation (siehe Kap. 3.1.2.1) analysiert, wie die Ergebnisse von den Studierenden interpretiert werden.

#### **7.2.7.1 Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Manuel**

Dem Schülerprofil (B) von Manuel (siehe A3.1.2, S. 38) lässt sich entnehmen, dass die Interviewerin ihm im Bereich Zählen einen zu niedrigen Ausprägungsgrad gibt. Manuel befindet sich bei Ausprägungsgrad 2, bekommt hier aber Ausprägungsgrad 1 zugewiesen. Alle anderen Ausprägungsgrade sind korrekt.

In der Interviewauswertung (siehe A3.1.3, S. 38 – 39) beschreibt die Interviewerin sehr detailliert, welche Kompetenzen bei Manuel bereits vorhanden sind und an welchen Stellen er noch Schwierigkeiten hat.

Es fällt auf, dass sie stets positiv klingende Formulierungen nutzt, auch wenn Manuel die Aufgaben noch nicht vollständig löst. Sie schreibt beispielsweise:

*„Das Rückwärtszählen gelingt ihm schon sehr gut, aber auch hier lässt er im Zahlenraum über 20 eine Zahl, die 22, aus“* [...] (siehe A3.1.3, S. 38). An

dieser Stelle hätte man auch feststellen können, dass ihm das Rückwärtszählen noch nicht fehlerfrei gelingt.

In den anderen Bereichen identifiziert die Interviewerin alle vorhandenen Kompetenzen korrekt und beschreibt sie ausführlich. Lediglich im Bereich D stellt die Interviewerin nicht dar, dass Manuel bereits materialgestützte Aufgaben lösen kann, bei denen die Elemente nur teilweise vorhanden oder sichtbar sind.

#### **7.2.7.2 Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Paula**

Die Interviewerin weist Paula im Schülerprofil (B) (siehe A3.2.2, S. 42) in allen Bereichen die richtigen Ausprägungsgrade zu.

Auch in der Interviewauswertung (siehe A3.2.3, S. 42 – 43) beschreibt die Interviewerin für alle Bereiche, welche Kompetenzen bei Paula schon zu erkennen sind und wo sie noch Schwierigkeiten hat. Im Bereich B nennt sie als Zusatzinformation:

*„Im Bereich Stellenwerte kennt Paula die Unterscheidung in Einer, Zehner und Hunderter“* (siehe A3.2.3, S. 42). Hierbei handelt es sich um eine Beobachtung aus dem Interview, die im Protokoll nicht vermerkt wurde. Dagegen beschreibt die Interviewerin nicht die Tatsache, dass es Paula gelingt, eine fehlende Zahl an der Hundertertafel zu identifizieren.

#### **7.2.7.3 Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Fabian**

Dem Schülerprofil (B) von Fabian (siehe A3.3.2, S. 46) lässt sich entnehmen, dass ihm alle Ausprägungsgrade korrekt zugewiesen wurden.

In der Interviewauswertung (siehe A3.3.3, S. 46 – 47) benennt die Interviewerin alle vorhandenen Kompetenzen in allen Bereichen richtig. Im Teil A geht sie beim schrittweisen Zählen allerdings nur auf die 10er-Schritte ein und stellt Schwierigkeiten beim Zählen in 5er- und 2er-Schritten nicht dar. Im Teil B ist dies ebenso der Fall. Die aufgetretenen Schwierigkeiten beim Bündeln werden nicht benannt. Auch in Teil C fasst sich die Interviewerin kurz. Sie stellt zwar fest, dass Fabian einige Aufgaben lösen kann, benennt diese aber nicht als grundlegende Strategien und da es Fabian noch nicht gelingt, seinen Rechenweg zu beschreiben, stellt sie fest: *„Welche Strategie er hierfür verwendet, ist jedoch nicht ersichtlich“* (siehe A3.3.3, S. 46). Insgesamt hätte die Interviewerin stärker ausdifferenzieren sollen, welche Schwierigkeiten Fabian in den einzelnen Bereichen noch hat.

#### **7.2.7.4 Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Antonia**

Wie sich dem Schülerprofil (B) von Antonia (siehe A3.4.2, S. 50) entnehmen lässt, erhält sie in allen Bereichen den richtigen Ausprägungsgrad.

In der Beschreibung der vorhandenen Kompetenzen für Teil A in der Interviewauswertung (siehe A3.4.3, S. 50 - 51) wählt die Interviewerin teilweise Beschreibungen, die nicht korrekt sind:

*„Antonia rechnet sicher in der Zahlwortreihe bis 20. Auch in 10er- und 5er-Schritten kann sie rechnen [...]“* (siehe A3.4.3, S. 50). Auch wenn sie das Richtige meint, sind diese Formulierungen unpassend und sie hätte statt vom „Rechnen“ vom „Zählen“ sprechen müssen.

In den anderen Bereichen gelingt ihr das besser. Vor allem bei Teil C differenziert sie stärker aus, an welchen Stellen Antonia Schwierigkeiten beim Rechnen hat (Zehnerübergang) und über welche grundlegenden Strategien sie bereits verfügt.

#### **7.2.7.5 Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Abbas**

Anhand des Schülerprofils (B) von Abbas (siehe A3.5.2, S. 54) lässt sich im Bereich C (Strategien bei Addition und Subtraktion) ein zu niedrig vergebener

Ausprägungsgrad erkennen. Abbas befindet sich bereits bei Ausprägungsgrad 1, bekommt aber von der Interviewerin nur Ausprägungsgrad 0 zugewiesen. In der Interviewauswertung (siehe A3.5.3, S. 54 - 55) beschreibt die Interviewerin alle vorhandenen Kompetenzen und Schwierigkeiten recht zielgerichtet. Im Bereich B stellt sie allerdings nicht dar, dass Abbas das Bündeln bereits beherrscht und sich auf der Hundertertafel orientieren kann.

### 7.3 Vergleich der Kinder mit niedrigen Ausprägungsgraden (Klasse 1 und 2)

Zum Vergleich der Ergebnisse der Kinder mit niedrigen Ausprägungsgraden (fünf Kinder aus Klasse 1 und fünf Kinder aus Klasse 2) wird im Folgenden jeweils zu den erfassten Kompetenzen tabellarisch angegeben, wie viele Kinder bereits darüber verfügen. Die Klassenstufen werden einander gegenüber gestellt und Kompetenzen, die von keinem Kind aus Klasse 1 oder 2 erreicht wurden, werden dabei weggelassen.

Der Vorschulteil wurde ausschließlich mit drei Kindern aus Klasse 1 durchgeführt (siehe dazu Kap. 7.1.6.1). Alle Kinder aus Klasse 2 konnten sicher bis 20 zählen, sodass der Vorschulteil weggelassen werden konnte. Dadurch entfällt hier ein Vergleich zwischen den Klassenstufen.

#### 7.3.1 Ergebnisse zum Zählen

Kompetenzen beim Zählen		Anzahl Kinder Kl. 1	Anzahl Kinder Kl. 2
1	Zählen im Zahlenraum bis 10	5	5
2	Zählen im Zahlenraum bis 20	2	5
3	Rückwärtszählen ab 10	1	5
4	Rückwärtszählen von einer Startzahl $x > 20$	0	3
5	Zählen von verschiedenen Startzahlen aus vorwärts und rückwärts im Zahlenraum bis 100	0	2
6	Zählen von verschiedenen Startzahlen aus vorwärts und rückwärts im Zahlenraum über 100	0	1
7	Benennen von Vorgänger und Nachfolger von Zahlen	0	3
8	Schrittweise Zählen von Null aus in 10er-, 5er- und 2er-Schritten	0	1
9	Kenntnis verschiedener Geldwerte	0	2

Tabelle 45: Vergleich der Kompetenzen zum Zählen (NA1 und NA2)

Im Bereich des Zählens sind die Ergebnisse der Kinder mit niedrigen Ausprägungsgraden aus Klasse 1 und 2 einander gegenübergestellt. Es lässt sich erkennen, dass das Zählen im Zahlenraum bis 10 (Zeile 1) von beiden Gruppen beherrscht wird. Das Zählen im Zahlenraum bis 20 (Zeile 2) gelingt deutlich weniger Kindern aus Klasse 1 als aus Klasse 2 und nur ein Kind aus Klasse 1 ist in der Lage, von der Zahl 10 an rückwärts zu zählen (Zeile 3). Aus Klasse 2 gelingt dies allen Kindern. Noch drei Kinder aus Klasse 2 können von der Startzahl 20 beginnend rückwärts zählen (Zeile 4). Das schafft kein Kind aus Klasse 1.

Die höheren Kompetenzen (Zeile 5 – 9) werden jeweils nur noch von einzelnen Kindern aus Klasse 2 erreicht. Den meisten Kindern gelingt noch das Benennen von Vorgänger und Nachfolger (Zeile 7).

### 7.3.2 Ergebnisse zu den Stellenwerten

<b>Kompetenzen bei Stellenwerten</b>		<b>Anzahl Kinder Kl. 1</b>	<b>Anzahl Kinder Kl. 2</b>
1	Lesen einstelliger Zahlen	4	5
2	Ordnen einstelliger Zahlen nach der Größe	1	5
3	Lesen und Ordnen zweistelliger Zahlen	0	2
4	Lesen dreistelliger und vierstelliger Zahlen	0	1
5	Korrekte Eingabe mehrstelliger Zahlen in den Taschenrechner	0	1
6	Ordnen drei- und vierstelliger Zahlen nach der Größe	0	3
7	Bündelungsprinzip anwenden können	0	4
8	Identifizieren von Zahlen an der Hundertertafel	0	4
9	Zuordnen von Zahlen am Zahlenstrahl im ZR bis 100	0	1

Tabelle 46: Vergleich der Kompetenzen bei den Stellenwerten (NA1 und NA2)

Im Bereich Stellenwerte lassen sich deutliche Unterschiede zwischen den Kindern der 1. und 2. Klasse erkennen. Während bei den Kindern aus Klasse 1 vier Kinder einstellige Zahlen lesen (Zeile 1) und nur ein Kind einstellige Zahlen nach der Größe ordnen kann (Zeile 2), verfügen die Kinder aus Klasse 2 über deutlich höhere Kompetenzen. Allen gelingt hier das Lesen und Ordnen einstelliger Zahlen und auch darüber hinaus sind einige der Kompetenzen bereits bei einzelnen Kindern vorhanden. Die meisten Kinder können das

Bündelungsprinzip anwenden (Zeile 7) und eine Zahl an der Hundertertafel identifizieren (Zeile 8).

### 7.3.3 Ergebnisse zu Strategien bei Addition und Subtraktion

Kompetenzen bei Addition und Subtraktion		Anzahl Kinder Kl. 1	Anzahl Kinder Kl. 2
1	Lösen von Aufgaben mit der Strategie „alles zählen“	2	1
2	Lösen von Aufgaben zum Weiterzählen bzw. Rückwärtszählen mit Material	0	4
3	Lösen von Aufgaben zum Weiterzählen bzw. Rückwärtszählen ohne Material	0	2
4	Anwenden grundlegender Rechenstrategien im Zahlenraum bis 20: Verdopplungsaufgabe	1	5
5	Anwenden grundlegender Rechenstrategien im Zahlenraum bis 20: Tauschaufgabe	0	5
6	Anwenden grundlegender Rechenstrategien im Zahlenraum bis 20: Zehnerzerlegung	0	4

Tabelle 47: Vergleich der Kompetenzen zu Addition und Subtraktion (NA1 und NA2)

Auch im Bereich der Strategien bei Addition und Subtraktion lassen sich große Unterschiede zwischen den Klassenstufen erkennen. Die Kinder aus Klasse 1 lösen die Aufgaben wenn überhaupt mit der Strategie „alles zählen“ (Zeile 1) oder sind gar nicht in der Lage, Additions- und Subtraktionsaufgaben zu lösen. Nur ein Kind verfügt über die grundlegende Rechenstrategie der Verdopplungsaufgabe (Zeile 4).

Bei den Kindern aus dem 2. Schuljahr sieht das anders aus. Hier löst ein Kind die Aufgaben zählend (Zeile 1), vier Kinder lösen die Aufgaben noch, indem sie mit Material weiter- bzw. rückwärts zählen (Zeile 2), zwei Kindern gelingt dies auch ohne Material (Zeile 3). Aber alle fünf Kinder verfügen über die grundlegenden Rechenstrategien der Verdopplungsaufgaben sowie der Tauschaufgabe (Zeile 4 – 5) und vier Kinder beherrschen die Zehnerzerlegung (Zeile 6).

### 7.3.4 Ergebnisse zu Strategien bei Multiplikation und Division

Kompetenzen bei Multiplikation und Division		Anzahl Kinder Kl. 1	Anzahl Kinder Kl. 2
1	Die Lösung von Aufgaben zum Vervielfachen und Verteilen gelingt, wenn alle Objekte zur Verfügung stehen mit der Strategie „alle zählen“	1	2
2	Die Lösung von Aufgaben zum Vervielfachen und Verteilen gelingt, wenn alle Objekte zur Verfügung stehen ohne die Strategie „alle zählen“	1	1
3	Lösen von Multiplikationsaufgaben, bei denen nicht alle Objekte vorhanden bzw. dargestellt sind	0	2

Tabelle 48: Vergleich der Kompetenzen zu Multiplikation und Division (NA1 und NA2)

Im Bereich der Multiplikation und Division stellt man insgesamt fest, dass nur wenige Kinder hier bereits nachweisbare Kompetenzen besitzen. Das mag darin begründet sein, dass zum Messzeitpunkt zu Beginn des zweiten Schulhalbjahres (in den Monaten Januar bis Mai) die Multiplikation und Division noch nicht oder nur teilweise im Unterricht behandelt wurde.

Zwischen den beiden Klassenstufen sind keine sehr großen Unterschiede feststellbar. Die Aufgaben, die hier von den Kindern gelöst werden, werden überwiegend über das Zählen (Zeile 1) und nur vereinzelt mit anderen Strategien (Zeile 2) gelöst. Im zweiten Schuljahr gibt es dafür bereits zwei Kinder, die Multiplikationsaufgaben lösen können, wenn nicht alle Objekte vorhanden bzw. dargestellt sind.

## 7.4 Kinder mit hohen Ausprägungsgraden aus Klasse 1

Bei den in der Tabelle grau markierten Ausprägungsgraden handelt es sich um die maximal von Kindern aus Klasse 1 innerhalb der Stichprobe der vorliegenden Untersuchung erreichten Ausprägungsgrade:

Ausprägungsgrad	0	1	2	3	4	5	6
A: Zählen							
B: Stellenwertsystem							
C: Strategien bei Addition / Subtraktion							
D: Strategien bei Multiplikation / Division							

Tabelle 49: Maximale Ausprägungsgrade bei Kindern aus Klasse 1

Im Bereich des Zählens handelt es sich um Ausprägungsgrad 6, der höchste Ausprägungsgrad, der beim EMBI in diesem Bereich vergeben werden kann. Im Bereich Stellenwertsystem wird von den untersuchten Erstklässlern maximal Ausprägungsgrad 4 erreicht. Im Bereich der Addition und Subtraktion gibt es Erstklässler mit Ausprägungsgrad 5 und bei der Multiplikation und Division wird maximal Ausprägungsgrad 4 erreicht.

### 7.4.1 Eric

Bei Eric handelt es sich um einen Schüler aus dem ersten Schuljahr, der in allen Bereichen die höchsten Ausprägungsgrade erreicht, die innerhalb der Stichprobe der vorliegenden Untersuchung überhaupt von Erstklässlern erreicht wurden.

Mithilfe des Protokollbogens von Eric (siehe A4.1.1, S. 57 – 58) lässt sich folgendes Schülerprofil (A) erstellen:

Ausprägungsgrad	0	1	2	3	4	5	6
A: Zählen							X
B: Stellenwertsystem					X		
C: Strategien bei Addition / Subtraktion						X	
D: Strategien bei Multiplikation / Division					X		

Tabelle 50: Schülerprofil (A) von Eric

#### 7.4.1.1 Erics Strategien beim Zählen

Eric erreicht beim Zählen den Ausprägungsgrad 6, da er sämtliche Aufgaben vollständig richtig löst. Eine Analyse der einzelnen Aufgaben zum Zählen zeigt, dass er hier über besonders ausgeprägte Kompetenzen verfügt. Eric zählt von verschiedenen Startzahlen aus vorwärts und rückwärts im Zahlenraum bis 100 sowie darüber hinaus. Er kann Vorgänger und Nachfolger von Zahlen benennen und schrittweise von Null aus in 10er-, 5er- und 2er-Schritten zählen. Das schrittweise Zählen gelingt ihm ebenfalls von verschiedenen Startzahlen ( $> 0$ ) aus in 10er-, 5er-, 3er- und 7er-Schritten.

Im Bereich „Geld zählen“ sortiert Eric die vorhandenen Münzen nach der Größe. Er beginnt mit dem 1 €-Stück, es folgen 50 Cent, 2 mal 20 Cent und 10 Cent. Dadurch erhält er den Betrag von 2 €. Mit den verbleibenden Münzen geht er folgendermaßen um: „20 Cent + 3 mal 10 Cent = 50 Cent“ und „5 mal 5 Cent + 10 Cent“ = 35 Cent“. Im nächsten Schritt rechnet er „50 Cent + 35 Cent = 85 Cent“ und ermittelt den korrekten Gesamtbetrag von 2,85 €. Weiterhin ist er sogar in der Lage, den Betrag zu ermitteln, den man braucht, um 5 € zu erhalten. Er löst die Aufgaben, indem er subtrahiert: „5 € - 2,85 € = 2,15 €“.

Insgesamt zeigt Eric beim Zählen und besonders im Umgang mit Geld eine für ein Kind aus dem 1. Schuljahr auffallend gute Leistung.

#### 7.4.1.2 Erics Strategien zum Stellenwertsystem

In diesem Bereich erreicht Eric Ausprägungsgrad 4 von 5. Es gelingt ihm, einstellige, zweistellige, dreistellige und vierstellige Zahlen richtig vorzulesen und korrekt in den Taschenrechner einzugeben. Am Taschenrechner ist er sogar in der Lage, Zahlen abzulesen, die bis zu neun Stellen haben. Mehrstellige Zahlen nach der Größe zu ordnen, stellt für ihn ebenfalls kein Problem dar. Auch das Bündeln beherrscht er problemlos, auch wenn er angibt, dieses System (10 Einzelne zu einem Zehner zu bündeln) noch nicht zu kennen. Diese Aussage ist überraschend, da er sehr flexibel mit Stellenwerten umgeht. Das Ablesen bzw. Zuordnen von Zahlen an der Hunderter- und Tausendertafel gelingt ihm, da er jeweils die Aufbauprinzipien erkannt hat

und von den vorhandenen Zahlen auf der jeweiligen Tafel korrekt rückwärts zählt.

Die Aufgabe, bei der eine vierstellige Zahl um 10 vergrößert ( $2791 + 10$ ) werden soll und dabei einen Hunderterübergang erfordert, löst er ohne Schwierigkeiten im Kopf und wandelt die Hunderter und Zehner entsprechend um ( $2791 + 10 = 2801$ ). Allerdings war hier die zusätzliche Erklärung notwendig, dass „um 10 größer“ bedeutet, dass 10 addiert werden sollen. Beim folgenden Auftrag, die Zahl 3027 um 100 zu verkleinern, erschließt er sich selbst, dass damit gemeint ist, minus 100 zu rechnen. Als Ergebnis nennt er hier allerdings 2070.

Beim Ablesen der Einwohnerzahlen deutscher Städte liest er fünfstellige, sechsstellige sowie siebenstellige Zahlen korrekt vor. Den Auftrag, die drittgrößte Stadt zu finden, kann er nur mit Hilfe lösen. Er weiß zunächst nicht, was „drittgrößte“ bedeutet.

Das Ablesen von Zahlen am Zahlenstrahl gelingt Eric im Zahlenraum bis 100. Darüber hinaus schafft er es noch nicht.

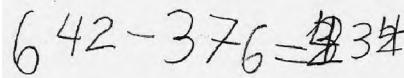
Insgesamt zeigt Eric auch bei den Stellenwerten hervorragende Kompetenzen. Er weiß über die Bedeutung der einzelnen Stellen von Zahlen Bescheid und wendet diese Kenntnisse beim Rechnen an.

#### **7.4.1.3 Erics Strategien bei Addition und Subtraktion**

Im Bereich der Strategien bei Addition und Subtraktion erreicht Eric den Ausprägungsgrad 5. Aufgaben zum Weiterzählen bzw. Rückwärtszählen löst er dabei im Kopf. Er kennt grundlegende Strategien wie das Verdoppeln, das Anwenden der Tauschaufgabe, verfügt auswendig über 10er-Zerlegungen und löst Aufgaben mit Zehnerübergang, indem er bis zum nächsten Zehner ergänzt und von dort aus weiter rechnet. Eric zeigt sich sehr flexibel beim Anwenden grundlegender Strategien, indem er seine gewählte Strategie dem Aufgabentyp anpasst. Weiterhin zeigt er, dass er ebenfalls über abgeleitete Strategien verfügt, da er auf Aufgabenfamilien zurückgreift bzw. das Fast-Verdoppeln oder Umkehraufgaben zum Rechnen nutzt. Aufgaben mit mehrstelligen Zahlen löst er schrittweise bzw. durch geschicktes

gegensinniges Verändern der Zahlen im Kopf. Beispielsweise löst er  $25 + 99$ , indem er im 1. Schritt  $99 + 1 = 100$  und im 2. Schritt  $100 + 24 = 124$  rechnet. Es zeigt sich, dass Eric Zahlen gut abschätzen und Rechenergebnisse sowohl bei Additions- als auch bei Subtraktionsaufgaben mit dreistelligen Zahlen vorher sicher überschlagen kann.

Aufgaben zur Addition bzw. Subtraktion mit dreistelligen Zahlen löst Eric ausschließlich im Kopf. Hier unterlaufen ihm sowohl beim Überschlagen als auch beim Ausrechnen noch Fehler. Als Eric aufgefordert wird, seinen Rechenweg bei der Aufgabe  $642 - 376$  aufzuschreiben, notiert er folgendes:



The image shows a handwritten calculation on a light background. It reads '642 - 376 = 34'. The '34' is written in a simple, slightly slanted script. There is a small mark above the '4' that looks like a crossed-out '4' or a similar symbol.

Dabei geht er folgendermaßen vor:

1. Schritt:  $642 - 376 = 332$  Eric rechnet als Probe  $332 + 376$  und stellt fest, dass dies nicht  $642$  ergibt. Dass er die Probe zur Kontrolle nutzt, zeigt, dass er die Umkehrbarkeit der Operationen verstanden hat.  
Er überlegt anschließend noch einmal und verändert die Hunderter:
2. Schritt:  $642 - 376 = 432$  Er macht erneut die Probe, stellt fest, dass das Ergebnis wieder nicht stimmt und ändert es sowohl bei den Hundertern als auch bei den Einern ab:
3. Schritt:  $642 - 376 = 234$  Sein Ergebnis  $234$  stimmt jetzt mit der richtigen Lösung ( $266$ ) immerhin in der Hunderterspalte überein. Bei der Zehner- und Einerspalte liegt die Vermutung nahe, dass er jeweils von der größeren Zahl die kleinere abgezogen hat.

Insgesamt fällt auf, dass ihm halbschriftliche oder schriftliche Rechenverfahren noch nicht bekannt sind und er Zwischenschritte nicht notiert. Veränderungen in Bezug auf das Ergebnis notiert er, indem er die Zahlen überschreibt.

#### 7.4.1.4 Erics Strategien bei Multiplikation und Division

Im Bereich der Strategien bei Multiplikation und Division befindet sich Eric bei Ausprägungsgrad 4 von 6. Einen höheren Ausprägungsgrad hat hier kein Erstklässler erreicht.

Es gelingt ihm, Aufgaben zum Verteilen und Vervielfachen zu lösen, wenn alle Objekte oder auch nur ein Teil dieser Objekte zur Verfügung stehen oder dargestellt sind. Abstraktere Multiplikationsaufgaben kann er durch fortlaufende Addition lösen. Dadurch gelingt es ihm bereits, Aufgaben zu lösen, die über das kleine Einmaleins hinausgehen (bspw.  $3 \cdot 50$  oder  $4 \cdot 30$ ). Die Division kennt Eric noch nicht.

#### 7.4.2 Andreas

Bei Andreas handelt es sich um einen weiteren Schüler aus dem ersten Schuljahr, der ebenso wie Eric in allen Bereichen die höchsten Ausprägungsgrade erreicht, die innerhalb der Stichprobe der vorliegenden Untersuchung überhaupt von Erstklässlern erreicht wurden. Allerdings wurde sein Interview bereits im September und somit zu Schuljahresbeginn geführt. Da er im ersten Schuljahr ist, muss man daher davon ausgehen, dass er seine mathematischen Fähigkeiten bereits vor Schuleintritt erworben hat. Hier lässt sich ein Zusammenhang zu einer besonders hohen Intelligenz (siehe Kap. 1.4.2) vermuten. Daten zur Intelligenz wurden allerdings in der vorliegenden Studie nicht erfasst.

Andreas' Schülerprofil (A) lässt sich mithilfe des Protokollbogens (siehe A4.2.1, S. 63 – 64) erstellen und ist identisch mit dem von Eric:

Ausprägungsgrad	0	1	2	3	4	5	6
A: Zählen							X
B: Stellenwertsystem					X		
C: Strategien bei Addition / Subtraktion						X	
D: Strategien bei Multiplikation / Division					X		

Tabelle 51: Schülerprofil (A) von Andreas

#### **7.4.2.1 Andreas' Strategien beim Zählen**

Andreas erreicht beim Zählen den Ausprägungsgrad 6, da er ebenfalls wie Eric sämtliche Aufgaben vollständig richtig löst. Eine Analyse der einzelnen Aufgaben zum Zählen zeigt auch hier, dass er über besonders ausgeprägte Kompetenzen verfügt. Andreas gelingt es, von verschiedenen Startzahlen aus vorwärts und rückwärts im Zahlenraum bis 100 und auch schon darüber hinaus zu zählen. Er kann Vorgänger und Nachfolger von Zahlen benennen und schrittweise von Null aus in 10er-, 5er- und 2er-Schritten zählen. Das schrittweise Zählen gelingt ihm ebenfalls von verschiedenen Startzahlen ( $> 0$ ) aus in 10er-, 5er-, 3er- und 7er-Schritten.

Im Bereich „Geld zählen“ sortiert Andreas die vorhandenen Münzen nicht, sondern rechnet sie in der Reihenfolge zusammen, wie sie auf dem Tisch liegen. Letztlich lässt er zum Schluss die 5 Cent-Münzen übrig und fasst jeweils zwei davon zu 10 Cent zusammen. Mit dieser Methode gelingt es ihm schnell und leicht, den Gesamtbetrag von 2,85 € zu ermitteln. Weiterhin ist er, wie Eric, ebenfalls in der Lage, ohne dass er hier lange überlegen muss, den Betrag zu ermitteln, den man braucht, um 5 € zu erhalten.

Insgesamt zeigt Andreas ebenso wie Eric beim Zählen und vor allem im Umgang mit Geld für ein Kind aus dem 1. Schuljahr eine auffallend gute Leistung.

#### **7.4.2.2 Andreas' Strategien zum Stellenwertsystem**

In diesem Bereich erreicht Andreas Ausprägungsgrad 4 von 5. Im Vergleich zu Eric gibt es keine Unterschiede beim Lesen und Ordnen von Zahlen. Es gelingt Andreas ebenfalls, einstellige, zweistellige, dreistellige und vierstellige Zahlen richtig vorzulesen und korrekt in den Taschenrechner einzugeben. Mehrstellige Zahlen nach der Größe zu ordnen, stellt für ihn ebenfalls kein Problem dar. Auch das Bündeln beherrscht er problemlos. Er stellt die Zahl 36 mit drei Zehnerbündeln und sechs Einzelnen dar und erklärt: „Das sind 30 (zeigt auf die 3 Bündel) und das sind 6 (zeigt auf die 6 Einzelnen).“

Das Ablesen bzw. Zuordnen von Zahlen an der Hunderter- und Tausendertafel gelingt Andreas. Auf der Hundertertafel zählt er dazu weiter, und auf der Tausendertafel zählt er rückwärts. Den Aufbau beider Tafeln hat er somit verstanden.

Die Aufgabe, bei der eine vierstellige Zahl um 10 vergrößert ( $2791 + 10$ ) werden soll und dabei einen Hunderterübergang erfordert, löst er, indem er in 10er-Schritten zählt. Im Gegensatz zu Eric löst er sogar die Aufgabe, die Zahl zu finden, die um 100 kleiner ist als 3027. Er erklärt dazu, dass er erst die 27 weg nimmt, also bis zur 3000 rechnet. Anschließend nimmt er von der 3000 noch 73 weg (Rest zu 100) und erreicht als richtiges Ergebnis die Zahl 2927.

Beim Ablesen der Einwohnerzahlen deutscher Städte liest er fünfstelligen und sechsstelligen Zahlen korrekt vor. Die Bezeichnung „Million“ kennt Andreas noch nicht, sodass er eine siebenstellige Zahl nicht kennt.

Aus diesem Grund wurden ihm im Interview die Aufgaben zum Zahlenstrahl nicht mehr gestellt (Abbruchkriterium).

Insgesamt zeigt Andreas auch bei den Stellenwerten hervorragende Leistungen. Beim Rechnen mit vierstelligen Zahlen und Hunderterübergang hat er im Vergleich zu Eric einen kleinen Vorsprung. Dafür kennt Eric bereits Zahlen im Millionenraum. Insgesamt haben damit beide Kinder vergleichbar stark ausgeprägte Kompetenzen im Bereich des Stellenwertsystems.

#### **7.4.2.3 Andreas' Strategien bei Addition und Subtraktion**

Im Bereich der Strategien bei Addition und Subtraktion erreicht Andreas, wie Eric, den für Erstklässler höchsten Ausprägungsgrad. Aufgaben zum Weiterzählen bzw. Rückwärtszählen löst er dabei im Kopf oder greift auf ihm bekannte Aufgabenfamilien zurück. Er kennt grundlegende Strategien wie das Verdoppeln und das Anwenden der Tauschaufgabe. Er verfügt auswendig über 10er-Zerlegungen und löst Aufgaben mit Zehnerübergang. Dabei fällt es ihm sichtbar schwer, seinen Rechenweg zu verbalisieren.

Im Weiteren zeigt Andreas, dass er ebenfalls über abgeleitete Strategien verfügt, indem er auf Aufgabenfamilien zurückgreift bzw. bis zum Zehner und dann weiter rechnet.

Aufgaben mit mehrstelligen Zahlen löst er ebenfalls, indem er zunächst bis zum nächsten Zehner ergänzt und von dort aus weiter rechnet. Subtraktionsaufgaben löst er überwiegend, indem er schrittweise rückwärts rechnet (Beispiel: Die Aufgabe  $100 - 68$  löst Andreas, indem er zunächst  $100 - 60 = 40$  und anschließend  $40 - 8 = 32$  rechnet).

Andreas zeigt, dass er Zahlen gut abschätzen und Rechenergebnisse sowohl bei Additions- als auch bei Subtraktionsaufgaben mit dreistelligen Zahlen vorher sicher überschlagen kann. Das Lösen von Additions- bzw. Subtraktionsaufgaben mit dreistelligen Zahlen im Kopf gelingt Andreas ebenfalls wie Eric noch nicht sicher.

#### **7.4.2.4 Andreas' Strategien bei Multiplikation und Division**

Im Bereich der Strategien bei Multiplikation und Division befindet sich auch Andreas bei Ausprägungsgrad 4 von 6. Einen höheren Ausprägungsgrad hat hier kein Erstklässler erreicht.

Es gelingt ihm, Aufgaben zum Verteilen und Vervielfachen zu lösen, wenn alle Objekte oder auch nur ein Teil dieser Objekte zur Verfügung stehen oder dargestellt sind. Dazu wendet er als Strategie die fortlaufende Addition an. Auch abstraktere Multiplikationsaufgaben kann er durch fortlaufende Addition lösen. Hier ist es für ihn von großem Vorteil, dass er in der Lage ist, sehr sicher in Schritten zu zählen (siehe Teil A: Zählen). Dadurch gelingt es ihm bereits, Aufgaben zu lösen, die über das kleine Einmaleins hinausgehen (bspw.  $3 \cdot 50$  oder  $4 \cdot 30$ ). Die Division fällt Andreas dagegen schwerer. Zwei Divisionsaufgaben ( $16 : 2$  sowie  $60 : 10$ ) löst er, komplexere Aufgaben kann er noch nicht lösen.

Insgesamt stellt man fest, dass Andreas und Eric sehr flexibel denken und rechnen können und sich damit auf einem Niveau befinden, das deutlich über das eines Erstklässlers hinausgeht. Anhand der Tabelle (siehe Kap. 6.4.5.3) mit den Schülerprofilen lässt sich weiterhin erkennen, dass das Interview mit Eric zu Beginn des zweiten Schulhalbjahres der 1. Klasse durchgeführt wurde. Im Gegensatz dazu fand das Interview mit Andreas bereits im September und

somit direkt zu Beginn des ersten Schuljahres statt. Damit zeigt Andreas besonders stark ausgeprägte Kompetenzen und dies, ohne längere Zeit am Mathematikunterricht der Grundschule teilgenommen zu haben.

### 7.4.3 Samuel

Mithilfe des Protokollbogens von Samuel (siehe A4.3.1, S. 67 – 68) wird sein Schülerprofil erstellt. Im Vergleich zu Andreas und Eric erreicht Samuel in drei von vier Bereichen den höchsten Ausprägungsgrad. Im Bereich Zählen erreicht er Ausprägungsgrad 5. Hier zeigt er somit etwas geringere Leistungen als Eric und Andreas (siehe Kap.7.4.3.1: Zählen), während die von ihm in den anderen Bereichen erreichten Ausprägungsgrade mit jenen von Eric und Andreas übereinstimmen.

Ausprägungsgrad	0	1	2	3	4	5	6
A: Zählen						X	
B: Stellenwertsystem					X		
C: Strategien bei Addition / Subtraktion						X	
D: Strategien bei Multiplikation / Division					X		

Tabelle 52: Schülerprofil (A) von Samuel

#### 7.4.3.1 Samuels Strategien beim Zählen

Samuel kann sicher im Zahlenraum bis 100 und darüber hinaus zählen. Es gelingt ihm vorwärts, rückwärts und von verschiedenen Startzahlen aus bzw. schrittweise in 10er-, 5er-, 2er-, 3er- und 7er-Schritten. Auch den Vorgänger und Nachfolger von Zahlen kann Samuel benennen.

Im Umgang mit Geld hat er noch geringe Schwierigkeiten und ermittelt beim Addieren der verschiedenen Münzen einen Gesamtbetrag von 2,45 € statt 2,85 €. Es gelingt ihm auch noch nicht, den Betrag korrekt zu ermitteln, den man braucht, um 5 € zu erhalten.

Insgesamt stellt man fest, dass Samuels Zählkompetenz sich von Eric's und Andreas' zunächst nicht unterscheidet. Der unterschiedliche Ausprägungsgrad ist dadurch begründet, dass es Samuel noch nicht gelingt, die Aufgabe zum Umgang mit Geld vollständig richtig zu lösen.

### 7.4.3.2 Samuels Strategien zum Stellenwertsystem

Im Bereich des Stellenwertsystems ist Samuel in der Lage, mehrstellige Zahlen vorzulesen, in den Taschenrechner einzugeben sowie bis zu vierstellige Zahlen der Größe nach zu sortieren. Er kennt die Unterscheidung von Zehnern, Einern und Hundertern und nutzt diese Kenntnisse, um mehrstellige Zahlen darzustellen oder an der Hunderter- und Tausendertafel abzulesen.

Auch die Aufgabe, die Zahl 2791 um 10 zu vergrößern, kann Samuel ebenso wie Eric und Andreas lösen. Dazu rechnet er im Kopf zunächst  $91 + 10 = 101$ , anschließend  $700 + 101 = 801$  und nennt das korrekte Ergebnis 2801.

Die Zahl 3027 um 100 zu verkleinern, gelingt ihm im Gegensatz dazu ebenso wie Eric noch nicht. Die Aufgaben zum Ablesen von Einwohnerzahlen aus einer Tabelle oder zum Interpretieren von Zahlen am Zahlenstrahl wurden Samuel noch nicht gestellt.

### 7.4.3.3 Samuels Strategien bei Addition und Subtraktion

Samuel erreicht bei Strategien zur Addition und Subtraktion ebenfalls den Ausprägungsgrad 5. Er verfügt über grundlegende und abgeleitete Strategien, um Rechenaufgaben zu lösen und wendet diese je nach Aufgabentyp sehr flexibel und korrekt an.

Im Gegensatz zu Eric und Andreas gelingt es Samuel aber noch nicht vollständig, Additions- und Subtraktionsaufgaben mit zweistelligen Zahlen zu lösen. Bei der Aufgabe  $25 + 99$  scheitert er. Aus diesem Grund wurden ihm die Aufgaben mit dreistelligen Zahlen nicht mehr gestellt (Abbruchkriterium).

### 7.4.3.4 Samuels Strategien bei Multiplikation und Division

Samuel gelingt es, Aufgaben zum Verteilen und Vervielfachen zu lösen, wenn alle Objekte oder auch nur ein Teil dieser Objekte zur Verfügung stehen oder dargestellt sind. Er löst die Aufgaben, indem er schrittweise zählt bzw. fortlaufend addiert. Auch abstraktere Multiplikationsaufgaben löst er durch fortlaufende Addition. Einige Aufgaben beherrscht er bereits auswendig (z.B.  $5 \cdot 7$ ). Samuel gelingt es mit seiner Strategie sogar, Aufgaben zu lösen, die über das kleine Einmaleins hinausgehen (bspw.  $3 \cdot 50$  oder  $4 \cdot 30$ ).

Die Division löst Samuel als Umkehraufgabe. Diese Methode gelingt noch nicht immer vollständig, einige Divisionsaufgaben kann er damit aber bereits lösen (bspw.  $16 : 2$ ,  $24 : 3$ ,  $35 : 5$  und  $35 : 7$ ). Damit hat er hier stärker ausgeprägte Kompetenzen als Eric und Andreas.

#### 7.4.4 Sven

An Svens Schülerprofil (A), das mithilfe des Protokollbogens (siehe A4.4.1, S. 71 – 72) erstellt wird, lässt sich erkennen, dass er in zwei Bereichen (Stellenwertsystem und Strategien bei Addition und Subtraktion) vergleichbar hohe Leistungen zeigt wie Eric, Andreas und Samuel. Hier erreicht er ebenfalls die für Erstklässler höchsten Ausprägungsgrade. Im Bereich Zählen erreicht er wie Samuel den Ausprägungsgrad 5. Hier zeigt er somit etwas geringere Leistungen als Eric und Andreas (siehe Kap. 7.4.4.1: Zählen).

Im Gegensatz dazu hat er im Bereich Multiplikation und Division mit Ausprägungsgrad 2 einen deutlich niedrigeren Ausprägungsgrad als Eric, Andreas und Samuel.

Ausprägungsgrad	0	1	2	3	4	5	6
A: Zählen						X	
B: Stellenwertsystem					X		
C: Strategien bei Addition / Subtraktion						X	
D: Strategien bei Multiplikation / Division			X				

Tabelle 53: Schülerprofil (A) von Sven

##### 7.4.4.1 Svens Strategien beim Zählen

Beim Zählen zeigen sich zunächst keine Unterschiede zu Eric und Andreas. Auch Sven zählt sicher vorwärts, rückwärts und schrittweise von verschiedenen Startzahlen aus. Vorgänger und Nachfolger von Zahlen kann er benennen.

Beim Umgang mit Geld ordnet Sven die Münzen zunächst zu Stapeln gleicher Werte. Dann rechnet er alle Cent-Beträge zu 185 Cent zusammen und sagt „plus den 1 € ergibt das 2 €“. Es gelingt ihm anschließend noch nicht, den Betrag zu ermitteln, den man braucht, um 5 € zu erhalten.

Svens Kompetenzen im Bereich Zählen sind mit jenen von Samuel identisch. Er hat ebenfalls noch Schwierigkeiten beim Umgang mit Geld.

#### **7.4.3.2 Svens Strategien zum Stellenwertsystem**

Auch Svens Fähigkeiten in Bezug auf das Stellenwertsystem zeigen große Ähnlichkeiten mit denen von Eric, Andreas und Samuel. Er ist in der Lage, mehrstellige Zahlen zu lesen, in den Taschenrechner einzugeben und bis zu vierstellige Zahlen der Größe nach zu sortieren. Ebenfalls kennt er die Unterscheidung zwischen Zehnern und Einern intuitiv und rechnet  $10 + 10 + 10 + 3 + 3$ , um die Zahl 36 mit Bündeln und Einzelnen darzustellen. Sven gelingt es, sich fehlende Zahlen an der Hunderter- und Tausendertafel zu erschließen. Auch die Aufgabe, welche Zahl um 10 größer ist als 2791 löst er problemlos. Schwierigkeiten hat er wie Eric und Samuel damit, die Zahl 3027 um 100 zu verkleinern. Er scheint die 100 als 1000 zu interpretieren und kommt zu dem Ergebnis 2027. Beim Sortieren deutscher Städte nach Einwohnerzahlen liest Sven fünf- und sechsstellige Zahlen fehlerfrei vor. Den Begriff „drittgrößte Stadt“ kennt er noch nicht. Einen Zahlenstrahl kann er im Zahlenraum bis 100 richtig interpretieren. Darüber hinaus gelingt ihm das noch nicht.

In diesem Bereich zeigt sich insgesamt, dass Svens Kenntnisse mit denen von Eric, Andreas und Samuel weitestgehend übereinstimmen. Für einen Erstklässler zeigt er auch hier besonders ausgeprägte Fähigkeiten.

#### **7.4.4.3 Svens Strategien bei Addition und Subtraktion**

Im Bereich Addition und Subtraktion erreicht Sven ebenfalls Ausprägungsgrad 5 wie Eric, Andreas und Samuel. Er kennt einfache Additions- bzw. Subtraktionsaufgaben auswendig und verfügt über grundlegende Strategien zum Rechnen. Schwer fällt es ihm noch, seine Rechenwege zu verbalisieren. Ebenfalls verfügt er über abgeleitete Strategien und löst beispielsweise die Aufgabe  $36 + 9$ , da er die 9er-Reihe bereits beherrscht.

Additionsaufgaben mit mehrstelligen Summanden zu lösen, fällt ihm etwas schwerer. Bei der Subtraktionsaufgabe  $100 - 68$  scheitert er. Hier nennt Sven

als Ergebnis die Zahl 42. Aufgaben zum Überschlagen und Ausrechnen mit dreistelligen Zahlen wurden ihm aus diesem Grund im Interview nicht mehr gestellt (Abbruchkriterium).

Es lässt sich feststellen, dass Sven in diesem Bereich den gleichen Ausprägungsgrad hat wie Eric und Andreas. Dennoch zeigt sich, dass bei ihm die Strategien zum Rechnen mit mehrstelligen Zahlen noch nicht ebenso weit entwickelt sind wie bei Eric und Andreas. Seine Kompetenzen sind mit jenen von Samuel vergleichbar (siehe Kap. 7.4.6).

#### 7.4.4.4 Svens Strategien bei Multiplikation und Division

Hier sind Svens Kenntnisse der Multiplikation und Division mit Ausprägungsgrad 2 noch nicht so stark ausgeprägt wie jene von Eric, Andreas und Samuel mit Ausprägungsgrad 4. Sven gelingt es, Aufgaben zum Verteilen zu lösen, wenn alle Objekte zur Verfügung stehen. Er löst die Aufgaben über fortlaufende Addition. Sobald die Objekte nicht alle vorhanden oder dargestellt sind, hat Sven Schwierigkeiten, die Aufgaben zu lösen. Darin unterscheiden sich seine Fähigkeiten in diesem Bereich von jenen von Eric, Andreas und Samuel.

#### 7.4.5 Hakam

Mithilfe des Protokollbogens von Hakam (siehe A4.5.1, S. 76 – 77) wird sein Schülerprofil (A) erstellt. Er erreicht ebenso wie Sven in zwei Bereichen (nämlich bei den Stellenwerten sowie bei Strategien bei Addition und Subtraktion) die höchsten Ausprägungsgrade, die innerhalb der Stichprobe der vorliegenden Untersuchung überhaupt von Erstklässlern erreicht wurden. Auffällig ist, dass er beim Zählen „nur“ Ausprägungsgrad 4 erreicht. Im Bereich Multiplikation und Division befindet er sich bei Ausprägungsgrad 3.

Ausprägungsgrad	0	1	2	3	4	5	6
A: Zählen					X		
B: Stellenwertsystem					X		
C: Strategien bei Addition / Subtraktion						X	
D: Strategien bei Multiplikation / Division				X			

Tabelle 54: Schülerprofil (A) von Hakam

#### **7.4.5.1 Hakams Strategien beim Zählen**

Hakam zählt sicher im Zahlenraum bis 100 und darüber hinaus. Er kann Vorgänger und Nachfolger von Zahlen benennen. Von 0 aus ist er in der Lage, in 10er-, 5er- und 2er-Schritten zu zählen. Von verschiedenen Startzahlen aus, die größer als Null sind, gelingt ihm das schrittweise Zählen noch nicht.

Im Bereich der Geldwerte addiert er die Münzwerte einzeln in der Reihenfolge ihrer Wertigkeit: 5 Cent, 10 Cent, 20 Cent, 50 Cent und 1 Euro. Mit dieser Methode gelingt es ihm, den Gesamtbetrag von 2,85 € zu ermitteln. Bei der Frage, welchen Betrag man braucht, um 5 € zu erhalten, verrechnet er sich um 1 € und benennt 3,15 € als Lösung.

Es lässt sich erkennen, dass Hakams geringerer Ausprägungsgrad beim Zählen dadurch zustande kommt, dass er im Gegensatz zu den anderen Kindern dieser Gruppe die Aufgaben zum schrittweisen Zählen nur teilweise bewältigen kann.

#### **7.4.5.2 Hakams Strategien zum Stellenwertsystem**

Hakam erreicht im Bereich Stellenwertsystem den gleichen Ausprägungsgrad wie die anderen Kinder. Er kann mehrstellige Zahlen lesen und ordnen und kennt die Unterscheidung zwischen Zehnern und Einern. Diese Kenntnisse nutzt er zum Bündeln. Weiterhin kann sich Hakam sowohl an der Hunderter- als auch an der Tausendertafel fehlende Zahlen korrekt erschließen, indem er von vorhandenen Zahlen weiterzählt.

Während Hakam beim schrittweisen Zählen in 10er-Schritten von einer anderen Startzahl als der Null nicht erfolgreich war (siehe Kap. 7.4.5.1), gelingt es ihm hier, die Zahl zu ermitteln, die um 10 größer ist als 2791. Es lässt sich vermuten, dass er hier wie schon bei der Hunderter- und der Tausendertafel ebenfalls die Strategie des Weiterzählens anwendet und damit zum richtigen Ergebnis kommt.

Die Zahl zu bestimmen, die um 100 kleiner ist als 3027 gelingt ihm dagegen wie Eric, Samuel und Sven noch nicht.

Die Aufgaben zu den Einwohnerzahlen und zum Interpretieren des Zahlenstrahls wurden Hakam aufgrund eines Interviewerfehlers nicht mehr

gestellt, sodass sich keine Aussagen über seine Kompetenzen in diesen Bereichen treffen lassen.

#### **7.4.5.3 Hakams Strategien bei Addition und Subtraktion**

Hakam wendet als Strategie bei einfachen Aufgaben zur Addition und Subtraktion das Vorwärts- bzw. Rückwärtszählen an. Auch verfügt er über grundlegende Rechenstrategien wie das Verdoppeln, das Anwenden der Tauschaufgaben bzw. die Zehnerzerlegung. Schwerere Aufgaben löst er, indem er zunächst bis zum nächsten Zehner ergänzt und dann weiter rechnet bzw. die Zahlen in Stellenwerte zerlegt und schrittweise addiert bzw. subtrahiert. Dies gelingt ihm zum großen Teil auch bereits bei mehrstelligen Zahlen. Additions- und Subtraktionsaufgaben mit drei- bzw. vierstelligen Zahlen kann er sicher überschlagen. Beim Berechnen dreistelliger Additionsaufgaben im Kopf ist er ebenfalls erfolgreich, während ihm das bei Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 1000 noch nicht gelingt.

#### **7.4.5.4 Hakams Strategien bei Multiplikation und Division**

Im Bereich der Strategien bei Multiplikation und Division befindet sich Hakam bei Ausprägungsgrad 3 von 6. Es gelingt ihm, Aufgaben zum Verteilen und Vervielfachen zu lösen, wenn alle Objekte oder auch nur ein Teil dieser Objekte zur Verfügung stehen oder dargestellt sind. Dazu wendet er die fortlaufende Addition bzw. das schrittweise Zählen als Strategie an. Auch abstraktere Multiplikationsaufgaben kann er durch fortlaufende Addition lösen. Hier ist es für ihn von großem Vorteil, dass er in der Lage ist, sehr sicher in Schritten von 0 an zu zählen (siehe Teil A: Zählen). Dadurch gelingt es ihm bereits, Aufgaben zu lösen, die über das kleine Einmaleins hinausgehen (bspw.  $3 \cdot 50$  oder  $4 \cdot 30$ ). Divisionsaufgaben kann Hakam noch nicht lösen und sagt dazu: „das ist mir zu schwer“.

### 7.4.6 Zusammenfassung der Ergebnisse (Erstklässler, hohe APG)

Anhand der fünf ausgewählten Interviews, die mithilfe der Protokollbögen ausgewertet wurden, lässt sich erkennen, dass es sich bei allen Kindern dieser Gruppe tatsächlich um sehr leistungsstarke Schüler handelt. Je höher die Ausprägungsgrade sind, umso besser sind die Kompetenzen in den einzelnen Bereichen entwickelt. Allerdings lässt sich an einigen Stellen feststellen, dass sich die Kompetenzen von Schülern mit gleichem Ausprägungsgrad dennoch geringfügig unterscheiden können.

Aus diesem Grund werden die von den Schülern erreichten Kompetenzen wie bereits bei Kindern mit niedrigen Ausprägungsgraden für die einzelnen Bereiche noch stärker ausdifferenziert und tabellarisch erfasst. Dadurch erreicht man eine höhere Auflösung und Unterschiede werden leichter sichtbar.

#### 7.4.6.1 Ergebnisse zum Zählen

Kompetenzen beim Zählen	Eric APG 6	Andreas APG 6	Samuel APG 5	Sven APG 5	Hakam APG 4
Zählen von verschiedenen Startzahlen aus vorwärts und rückwärts im Zahlenraum bis 100	X	X	X	X	X
Zählen von verschiedenen Startzahlen aus vorwärts und rückwärts im Zahlenraum über 100	X	X	X	X	X
Benennen von Vorgänger und Nachfolger von Zahlen	X	X	X	X	X
Schrittweise Zählen von Null aus in 10er-, 5er- und 2er-Schritten	X	X	X	X	X
Schrittweise Zählen von verschiedenen Startzahlen (> 0) aus in 10er-, 5er-, 3er- und 7er-Schritten	X	X	X	X	/
Kenntnis verschiedener Geldwerte	X	X	X	X	X
Addieren verschiedener Geldwerte zu einem Gesamtbetrag	X	X	/	/	X
Ergänzen von einem Geldbetrag zu einem gewünschten Gesamtbetrag	X	X	/	/	/

Tabelle 55: Kompetenzen zum Zählen bei Kindern aus HA1 (einzeln)  
[Kompetenz: X = vorhanden; / = nicht vorhanden; □ = nicht erhoben]

Im Bereich des Zählens zeigt sich, dass alle Kinder dieser Gruppe sehr flexibel von verschiedenen Startzahlen aus vorwärts und rückwärts im Zahlenraum bis 100 und darüber hinaus zählen können. Auch den Vorgänger und Nachfolger von Zahlen zu benennen und schrittweise von Null aus zu zählen, stellt für die Kinder keine Schwierigkeit dar. Insgesamt lassen sich bei Eric und Andreas sämtliche in diesem Bereich mit dem EMBI erfassbare Kompetenzen nachweisen. Sie erreichen den höchsten Ausprägungsgrade (APG 6), der hier überhaupt beim EMBI vergeben werden kann. Das ist vor allem bei Andreas erstaunlich, da sein Interview bereits zu Beginn des 1. Schuljahres durchgeführt wurde.

Auch Samuel und Sven zeigen besondere Kompetenzausprägungen. Sie sind beide in der Lage, schrittweise von verschiedenen Startzahlen aus zu zählen. Das Addieren verschiedener Geldwerte zu einem Gesamtbetrag und das anschließende Ergänzen gelingen ihnen noch nicht. Im Gegensatz dazu ist Hakam zwar in der Lage, die verschiedenen Geldwerte zu addieren, ihm fehlt als Kompetenz aber noch das schrittweise Zählen von verschiedenen Startzahlen ( $x > 0$ ) aus in 10er-, 5er-, 3er- und 7er-Schritten.

### 7.4.6.2 Ergebnisse zu den Stellenwerten

Kompetenzen bei Stellenwerten	Eric APG 4	Andreas APG 4	Samuel APG 4	Sven APG 4	Hakam APG 4
Vorlesen einstelliger, zweistelliger, dreistelliger und vierstelliger Zahlen	X	X	X	X	X
Korrekte Eingabe mehrstelliger Zahlen in den Taschenrechner	X	X	X	X	X
Ordnen ein- bis vierstelliger Zahlen nach der Größe	X	X	X	X	X
Bündelungsprinzip anwenden können	X	X	X	X	X
Identifizieren von Zahlen an der Hundertertafel	X	X	X	X	X
Identifizieren von Zahlen an der Tausendertafel	X	X	X	X	X
Vergrößern einer vierstelligen Zahl um 10	X	X	X	X	X
Verkleinern einer vierstelligen Zahl um 100	/	X	/	/	/
AbleSEN von fünf- bis siebenstelligen Zahlen aus einer Tabelle	X	/		/	
Identifizieren der drittgrößten Zahl aus einer Tabelle mit Einwohnerzahlen	X	/		/	
Zuordnen von Zahlen am Zahlenstrahl im ZR bis 100	X			X	
Zuordnen von Zahlen am Zahlenstrahl im ZR bis 2000 und darüber hinaus	/		/	/	

Tabelle 56: Kompetenzen zu den Stellenwerten bei Kindern aus HA1 (einzeln)  
[Kompetenz: X = vorhanden; / = nicht vorhanden; □ = nicht erhoben]

Insgesamt erstaunlich sind die Ergebnisse im Bereich der Stellenwerte, da alle fünf analysierten Kinder zwar den Ausprägungsgrad 4 haben, die Kompetenzen sich aber teilweise unterscheiden. Alle Kinder können bis zu vierstellige Zahlen lesen und ordnen sowie mehrstellige Zahlen in den Taschenrechner eingeben.

Auch das Bündelungsprinzip können sie anwenden und eine Zahl an der Hunderter- bzw. Tausendertafel identifizieren. Eine vierstellige Zahl um 10 zu vergrößern, gelingt ebenfalls allen. Das Verkleinern einer vierstelligen Zahl um 100 schafft als einziger Andreas, obwohl das Interview mit ihm zu einem früheren Zeitpunkt durchgeführt wurde. Eric ist beim AbleSEN von fünf- bis siebenstelligen Zahlen aus einer Tabelle und dem Identifizieren der drittgrößten Zahl aus einer Tabelle im Gegensatz zu den restlichen vier Kindern bereits erfolgreich. Das Zuordnen von Zahlen am Zahlenstrahl im Zahlenraum bis 100 gelingt Eric und Sven. Hier lässt sich erkennen, dass der höchste Ausprägungsgrad (APG 5) bei den Stellenwerten sehr umfangreiche

Kompetenzen aus verschiedenen Bereichen einfordert und aus diesem Grund von keinem der untersuchten Erstklässler erreicht wurde.

### 7.4.6.3 Ergebnisse zu Strategien bei Addition und Subtraktion

Kompetenzen bei Addition und Subtraktion	Eric APG 5	Andreas APG 5	Samuel APG 5	Sven APG 5	Hakam APG 5
Lösen von Aufgaben zum Weiterzählen bzw. Rückwärtszählen mit bzw. ohne Material	X	X	X	X	X
Anwenden grundlegender Rechenstrategien im Zahlenraum bis 20: Verdopplungsaufgabe	X	X	X	X	X
Anwenden grundlegender Rechenstrategien im Zahlenraum bis 20: Tauschaufgabe	X	X	X	X	X
Anwenden grundlegender Rechenstrategien im Zahlenraum bis 20: Zehnerzerlegung	X	X	X	X	X
Anwenden abgeleiteter Rechenstrategien	X	X	X	X	X
Lösen von Additions- bzw. Subtraktionsaufgaben mit zweistelligen Zahlen	X	X	/	/	X
Überschlagen von Rechenergebnissen im Zahlenraum bis 1000	X	X			X
Lösen von Additionsaufgaben im Zahlenraum bis 1000 im Kopf	/	/			X
Lösen von Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 1000 im Kopf	/	/			/
Halbschriftliches oder schriftliches Lösen von Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 1000	/	/			

Tabelle 57: Kompetenzen zu Addition und Subtraktion bei Kindern aus HA1 (einzeln)  
[Kompetenz: X = vorhanden; / = nicht vorhanden; □ = nicht erhoben]

Ähnlich wie im Bereich der Stellenwerte liegt auch bei den Strategien zu Addition und Subtraktion die Tatsache vor, dass alle fünf Kinder den gleichen Ausprägungsgrad haben und sich die einzelnen Kompetenzen, die darüber hinaus vorliegen, zum Teil unterscheiden.

Alle Kinder lösen hier Additions- und Subtraktionsaufgaben sicher und verfügen sowohl über grundlegende als auch über abgeleitete Rechenstrategien. Erste Unterschiede liegen beim Lösen von Additions- bzw. Subtraktionsaufgaben mit zweistelligen Zahlen vor. Eric, Andreas und Hakam sind in der Lage, hier ebenfalls sämtliche Aufgaben zu lösen.

Den anderen Kindern gelingt das erst teilweise. Auch das korrekte Überschlagen von Rechenergebnissen im Zahlenraum bis 1000 konnte bei Eric, Andreas und Hakam bereits als Kompetenz festgestellt werden. Auffällig ist, dass Hakam als einziges Kind in der Lage ist, Additionsaufgaben im Zahlenraum bis 1000 bereits im Kopf zu lösen, obwohl er im Bereich des Zählens einen niedrigeren Ausprägungsgrad hatte, als die anderen Kinder. Den höchsten Ausprägungsgrad (APG 6) erreicht in diesem Bereich keines der Kinder. Auch dieser fordert wieder sehr komplexe Kompetenzen ein.

#### 7.4.6.4 Ergebnisse zu Strategien bei Multiplikation und Division

<b>Kompetenzen bei Multiplikation und Division</b>	<b>Eric</b> APG 4	<b>Andreas</b> APG 4	<b>Samuel</b> APG 4	<b>Sven</b> APG 2	<b>Hakam</b> APG 3
Die Lösung von Aufgaben zum Vervielfachen und Verteilen gelingt, wenn alle Objekte zur Verfügung stehen ohne die Strategie „alle zählen“	X	X	X	X	X
Lösen von Multiplikationsaufgaben, bei denen nicht alle Objekte vorhanden bzw. dargestellt sind	X	X	X	/	X
Lösen von Divisionsaufgaben, bei denen nicht alle Objekte vorhanden bzw. dargestellt sind	X	X	X	/	X
Lösen von Multiplikationsaufgaben unter Anwendung von Strategien	X	X	X	/	/
Lösen von Divisionsaufgaben unter Anwendung von Strategien	/	/	X	/	/
Lösen von Multiplikations- und Divisionsaufgaben auch mit mehrstelligen Zahlen in angewandten Kontexten	/	/	/	/	/

Tabelle 58: Kompetenzen zu Multiplikation und Division bei Kindern aus HA1 (einzeln)  
[Kompetenz: X = vorhanden; / = nicht vorhanden; □ = nicht erhoben]

Im Bereich der Strategien bei Multiplikation und Division unterscheiden sich die Ausprägungsgrade und damit die vorhandenen Kompetenzen der fünf analysierten Kinder stärker voneinander, als das in den anderen Bereichen bisher der Fall war.

Mit Ausnahme von Sven lösen alle Kinder bereits Aufgaben zum Vervielfachen und Verteilen mit Material, ohne die Strategie „alle zählen“ und auch das Lösen von Multiplikations- und Divisionsaufgaben, bei denen nicht alle

Objekte vorhanden bzw. dargestellt sind, gelingt diesen Kindern. Darüber hinaus sind Eric, Andreas und Samuel bereits in der Lage, abstrakte Multiplikationsaufgaben unter Anwendung von Strategien zu lösen. Samuel schafft dies ebenfalls teilweise bei Divisionsaufgaben.

Sven und Hakam lösen Multiplikationsaufgaben über fortlaufende Addition bzw. schrittweises Zählen. Allerdings hat Sven noch Schwierigkeiten damit, Aufgaben zu lösen, bei denen nicht alle Objekte sichtbar oder dargestellt sind. Aus diesem Grund erreicht er hier einen niedrigeren Ausprägungsgrad.

Kein Kind aus dieser Gruppe erreicht bei der Multiplikation und Division die Ausprägungsgrade 5 und 6. Das mag darin begründet sein, dass die Multiplikation und Division im ersten Schuljahr noch nicht behandelt wurde. Das Lösen von Multiplikationsaufgaben gelingt dennoch teilweise, da die Kinder auf die fortlaufende Addition zurückgreifen können. Bei der Division verfügen sie im Gegensatz dazu noch nicht über geeignete Strategien zur Aufgabenlösung.

#### **7.4.7 Einschätzungen durch Studierende (zu Erstklässlern, hohe APG)**

In diesem Abschnitt werden das jeweils für die ausgewählten Kinder von den Studierenden erstellte Schülerprofil (B) und die Interviewauswertung genauer betrachtet. Anhand des **Schülerprofils** (B) wird im Vergleich zur Analyse der Verfasserin dieser Arbeit (siehe Kap. 7.4.1 – 7.4.6) geprüft, welche Ausprägungsgrade die Studierenden den Kindern zuweisen und ob diese im Sinne der Auswertungsobjektivität (siehe Kap. 3.1.2.1) mit denen der Verfasserin übereinstimmen. Weiterhin wird anhand der **Interviewauswertung** im Hinblick auf die Interpretationsobjektivität (siehe Kap. 3.1.2.1) analysiert, wie die Ergebnisse von den Studierenden interpretiert werden.

##### **7.4.7.1 Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Eric**

Dem Schülerprofil (B) von Eric (siehe A4.1.2, S. 59) lässt sich entnehmen, dass die Interviewerin ihm im Bereich C (Strategien bei Addition und Subtraktion) einen zu hohen Ausprägungsgrad zuweist. Tatsächlich liegt bei Eric der Ausprägungsgrad 5 vor, die Studentin vergibt Ausprägungsgrad 6. Für den

Ausprägungsgrad 6 hätte Eric sämtliche Aufgaben aus diesem Bereich vollständig richtig lösen müssen. Tatsächlich gelingt ihm das Lösen von Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 100 im Kopf sowie halbschriftlich oder schriftlich noch nicht (siehe Kap. 7.4.6.3). In allen anderen Bereichen stimmen die durch die Studentin vergebenen Ausprägungsgrade mit den Ergebnissen der Verfasserin überein.

Mit Blick auf die Interviewauswertung von Eric (siehe A4.1.3, S. 59 – 62) stellt man fest, dass die Studentin sämtliche von der Verfasserin für Eric identifizierten Kompetenzen (siehe Kap. 7.4.6.1 – 7.4.6.4) ebenfalls erkennt und mit ihren Worten in der Interviewauswertung ausführlich beschreibt.

#### **7.4.7.2 Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Andreas**

Das Schülerprofil (B) von Andreas (siehe A4.2.2, S. 65) zeigt eine Übereinstimmung bei sämtlichen Ausprägungsgraden mit den Ergebnissen der Verfasserin. In der Interviewauswertung (siehe A4.2.3, S. 65 – 66) benennt die Studentin nicht in jedem Bereich explizit die vorhandenen Kompetenzen, sondern verwendet beispielsweise Formulierungen wie „*Andreas hat den A-Teil mühelos und fehlerfrei gelöst*“ (siehe A4.2.3, S. 65). Insgesamt erkennt sie aber, an welchen Stellen er noch Schwierigkeiten hat und benennt diese korrekt.

#### **7.4.7.3 Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Samuel**

Das Schülerprofil (B) von Samuel (siehe A4.3.2, S. 69) zeigt eine Übereinstimmung bei sämtlichen Ausprägungsgraden mit den Ergebnissen der Verfasserin. Das gilt ebenfalls für die Interviewauswertung (siehe A4.3.3, S. 69 - 70), die die vorhandenen Kompetenzen von Samuel passend beschreibt.

#### **7.4.7.4 Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Sven**

Das Schülerprofil (B) von Sven (siehe A4.4.2, S. 73) zeigt, dass die Studentin im Bereich A (Zählen) einen zu hohen Ausprägungsgrad vergeben hat. Hier liegt Ausprägungsgrad 5 und nicht Ausprägungsgrad 6 vor, da Sven den Umgang

mit Geld noch nicht beherrscht. In allen anderen Bereichen stimmen die Ausprägungsgrade überein.

Interessanterweise beschreibt die Studentin die vorliegenden Kompetenzen von Sven sowie seine Schwierigkeiten beim Umgang mit Geld in der Interviewauswertung (siehe A4.4.3, S. 73 – 75) zum Bereich A korrekt. Auch in den anderen Bereichen identifiziert sie sämtliche Kompetenzen und beschreibt sie mit eigenen Worten.

#### **7.4.7.5 Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Hakam**

Im Schülerprofil (B) von Hakam (siehe A4.5.2, S. 78) zeigt sich ein zu hoch vergebener Ausprägungsgrad. Hier vergibt die Studentin im Bereich C (Strategien bei Addition und Subtraktion) fälschlicherweise den Ausprägungsgrad 6 statt 5.

Im Bereich B liegt ein Interviewfehler vor, da nach der Aufgabe B15 abgebrochen wird, statt die Aufgabe B 16 und B 17 noch zu stellen. Aus diesem Grund liegen bei Hakam zu den Einwohnerzahlen und zum Interpretieren des Zahlenstrahls keine Ergebnisse vor und es lassen sich keine Aussagen über seine Kompetenzen in diesen Bereichen treffen. Diese Tatsache bleibt von der Studentin unbemerkt. Insgesamt beschreibt sie aber die bei ihm vorhandenen Kompetenzen in den einzelnen Bereichen korrekt (siehe A4.5.3, S. 78 – 79).

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass in den fünf ausgewerteten Interviews dreimal ein zu hoher Ausprägungsgrad durch die Studierenden vergeben wurde. Die restlichen 17 Ausprägungsgrade wurden korrekt identifiziert. In den fünf Interviews trat ein Interviewfehler auf (siehe Hakam).

Es lässt sich erkennen, dass die Studierenden bei der Auswertung der Interviews überwiegend in der Lage sind, vorhandene oder noch fehlende Kompetenzen der Kinder zu benennen. Bei den fünf vorliegenden Interviewauswertungen werden die Kompetenzen der Kinder in vier von fünf Fällen sehr gut und in einem Fall teilweise erkannt.

## 7.5 Kinder mit hohen Ausprägungsgraden aus Klasse 2

Kinder mit hohen Ausprägungsgraden aus Klasse 2 erreichten maximal die in der Tabelle grau markierten Ausprägungsgrade:

Ausprägungsgrad	0	1	2	3	4	5	6
A: Zählen							
B: Stellenwertsystem							
C: Strategien bei Addition / Subtraktion							
D: Strategien bei Multiplikation / Division							

Tabelle 59: Maximale Ausprägungsgrade bei Kinder aus Klasse 2

Es lässt sich erkennen, dass es in dieser Klassenstufe im Gegensatz zum ersten Schuljahr in jedem Bereich Kinder gibt, die den allerhöchsten Ausprägungsgrad erreichen, der möglich ist.

### 7.5.1 Ali

Mithilfe des Protokollbogens von Ali (siehe A5.1.1, S. 81 – 82) wird sein Schülerprofil (A) erstellt. Bei Ali handelt es sich um den einzigen Schüler aus dem zweiten Schuljahr, der in drei von vier Bereichen die höchsten Ausprägungsgrade erreicht, die beim EMBI überhaupt erreicht werden können.

Ausprägungsgrad	0	1	2	3	4	5	6
A: Zählen							X
B: Stellenwertsystem						X	
C: Strategien bei Addition / Subtraktion						X	
D: Strategien bei Multiplikation / Division							X

Tabelle 60: Schülerprofil (A) von Ali

#### 7.5.1.1 Alis Strategien beim Zählen

Ali erreicht beim Zählen den höchsten Ausprägungsgrad. Bei den Kindern aus dem 1. Schuljahr (siehe Kap. 7.4) war dies nur bei Eric und Andreas der Fall.

Ali ist in der Lage, vorwärts und rückwärts zu zählen. Dies gelingt ihm sowohl von Null als auch von verschiedenen Startzahlen aus. Ebenfalls kann er den Vorgänger und Nachfolger einer Zahl bestimmen. Das schrittweise Zählen

gelingt in 10er-, 5er- und 2er-Schritten von Null, ebenso wie von anderen Startzahlen aus und in 3er- und 7er-Schritten. Sehr sicher zeigt sich Ali im Umgang mit Geld. Er zählt alle einzelnen Münzen korrekt zusammen und es gelingt ihm, bis zu einem Betrag von 5 € zu ergänzen.

#### **7.5.1.2 Alis Strategien zum Stellenwertsystem**

Alis Leistungen im Bereich der Stellenwerte fallen besonders auf. Er ist das einzige Kind aller 596 Kinder der Stichprobe, der hier den höchsten Ausprägungsgrad erreicht. Es gelingt Ali, sämtliche Aufgaben richtig zu lösen. Er kann alle mehrstelligen Zahlen lesen, in den Taschenrechner eingeben bzw. ordnen. Es ist ihm bekannt, welche Bedeutung die Stellen haben und er nutzt diese Kenntnisse im Umgang mit der Hunderter- und Tausendertafel. Ali kann die Zahl 2791 um 10 vergrößern, indem er schrittweise bis zum nächsten Hunderter ergänzt und von dort aus weiter rechnet. Ebenfalls kann er die Zahl 3027 um 100 verkleinern. Das Sortieren von deutschen Städten nach Einwohnerzahlen bereitet ihm keine Schwierigkeiten. Hier zeigt er, dass er bis zu siebenstellige Zahlen kennt und sich zum Ordnen an den Stellenwerten orientiert. Auch auf dem Zahlenstrahl kann er sich bereits sehr gut orientieren. Lediglich beim letzten Zahlenstrahl bis zu 1 Million trifft er noch nicht den Toleranzbereich. Dennoch sind seine Leistungen als hervorragend einzustufen und es ist gerechtfertigt, ihm den höchsten Ausprägungsgrad zu geben.

#### **7.5.1.3 Alis Strategien bei Addition und Subtraktion**

Bei Addition und Subtraktion handelt es sich um den einzigen Bereich, in dem Ali nicht den höchst möglichen Ausprägungsgrad erreicht. Dennoch zeigt er sehr ausgeprägte Rechenstrategien. Er verfügt sowohl über grundlegende als auch über abgeleitete Rechenstrategien (siehe Kap. 3.3.4.2) und wendet diese flexibel beim Rechnen an. Dadurch kann er auch Aufgaben mit zweistelligen Zahlen fehlerfrei lösen. Bei Aufgaben mit dreistelligen Zahlen fällt es ihm teilweise schwer, das Ergebnis zu überschlagen.

Additionsaufgaben mit dreistelligen Zahlen löst er bereits, bei Subtraktionsaufgaben mit dreistelligen Zahlen unterlaufen ihm noch Fehler.

#### 7.5.1.4 Alis Strategien bei Multiplikation und Division

Auch bei Strategien zu Multiplikation und Division schafft es Ali als einziges Kind der gesamten Stichprobe, den höchsten Ausprägungsgrad zu erreichen. Er löst sämtliche Multiplikations- und Divisionsaufgaben mit Material sowie ebenfalls abstrakt ohne Material. Damit verfügt er bereits über grundlegende, abgeleitete und intuitive Strategien für die Multiplikation und Division (siehe Kap. 3.3.4.2). Diese Kenntnisse kann Ali auch mit mehrstelligen Zahlen in angewandten Kontexten einsetzen.

#### 7.5.2 Said

Mithilfe des Protokollbogens von Said (siehe A5.2.1, S. 85 – 86) wird sein Schülerprofil (A) erstellt. Daran lässt sich erkennen, dass es sich bei Said um einen Schüler aus dem zweiten Schuljahr handelt, der in zwei von vier Bereichen die höchsten Ausprägungsgrade erreicht, die beim EMBI überhaupt erreicht werden können.

Ausprägungsgrad	0	1	2	3	4	5	6
A: Zählen							X
B: Stellenwertsystem					X		
C: Strategien bei Addition / Subtraktion							X
D: Strategien bei Multiplikation / Division						X	

Tabelle 61: Schülerprofil (A) von Said

##### 7.5.2.1 Suids Strategien beim Zählen

Said erreicht im Bereich Zählen ebenso wie Ali den höchsten Ausprägungsgrad. Er ist in der Lage, vorwärts und rückwärts zu zählen. Dies gelingt ihm sowohl von Null als auch von verschiedenen Startzahlen aus. Ebenfalls kann er den Vorgänger und Nachfolger einer Zahl bestimmen. Das schrittweise Zählen gelingt Said in 10er-, 5er- und 2er-Schritten von Null aus, von anderen Startzahlen aus beginnend sowie in 3er- und 7er-Schritten.

Sehr sicher zeigt sich Said im Umgang mit Geld. Er bündelt die Münzen in 50 Cent und 1 €. Auch gelingt es ihm, den Betrag zu ermitteln, den man braucht, um von 2,85 € ausgehend 5 € zu erhalten.

#### **7.5.2.2 Suids Strategien zum Stellenwertsystem**

Im Bereich der Stellenwerte kennt sich Said ebenfalls sehr gut aus. Er kann mehrstellige Zahlen vorlesen, in den Taschenrechner eingeben und bis zu vierstellige Zahlen der Größe nach ordnen. Auch die Unterscheidung zwischen Zehnern und Einern ist ihm vertraut und er kann sich sowohl auf der Hunderter- als auch auf der Tausendertafel orientieren. Darauf fehlende Zahlen ermittelt er über das Rückwärtszählen. Said gelingt es, auszurechnen, welche Zahl um 10 größer ist als 2791. Dazu rechnet er schrittweise zunächst  $91 + 10 = 101$  und anschließend  $2700 + 101 = 2801$ . Von der Zahl 3027 kann er ebenfalls 100 abziehen.

Beim Sortieren deutscher Städte nach Einwohnerzahlen zeigt er, dass er bis zu siebenstellige Zahlen lesen und vergleichen kann. Seine Erklärungen stützt er auf die Stellenwerte. Lediglich beim Interpretieren eines Zahlenstrahls liegt seine Schätzung nicht genau im Toleranzbereich (siehe A5.2.1, S. 85, Aufgabe B17). An dieser Stelle ist er nicht ganz so leistungsstark wie Ali.

#### **7.5.2.3 Suids Strategien bei Addition und Subtraktion**

Said erreicht in diesem Bereich einen höheren Ausprägungsgrad als Ali und mit Ausprägungsgrad 6 auch den höchsten, der hier überhaupt beim EMBI vergeben werden kann. Innerhalb der vorliegenden Untersuchung wurde dieser Ausprägungsgrad ausschließlich von Zweitklässlern erreicht.

Said beherrscht viele Grundaufgaben auswendig und verfügt über grundlegende und abgeleitete Rechenstrategien. Diese nutzt er flexibel zum Rechnen. Damit gelingt es ihm, auch mehrstellige Zahlen zu addieren bzw. voneinander zu subtrahieren. Ebenfalls kann er die Ergebnisse von dreistelligen Additions- und Subtraktionsaufgaben vor dem Berechnen sicher überschlagen. Zum exakten Berechnen des Ergebnisses geht er stellenweise

vor. Da ihm das im Kopf gelingt, wurde er nicht aufgefordert, die Aufgaben halbschriftlich oder schriftlich zu lösen.

#### 7.5.2.4 Suids Strategien bei Multiplikation und Division

Said erreicht in diesem Bereich mit Ausprägungsgrad 5 einen etwas geringeren Ausprägungsgrad als Ali. Dennoch zeigt er auch hier sehr gute Leistungen. Er löst Multiplikations- und Divisionsaufgaben mit Material sowie ebenfalls abstrakt ohne Material überwiegend fehlerfrei. Bei Multiplikationsaufgaben wendet er als Strategie meist die fortlaufende Addition an. Divisionsaufgaben erschließt er sich als Umkehroperation der Multiplikation. Dabei unterlaufen ihm teilweise noch Fehler. Das Übertragen seiner Kenntnisse auf angewandte Kontexte gelingt Said bereits teilweise.

Bei der Aufgabe (D 35) zum Geldverteilen: „*Du hast 52 Euro und möchtest sie gleichmäßig auf 4 Personen verteilen. Wie viele Euro bekommt jede Person?*“

lässt sich erkennen, dass Said versucht, sich der Lösung anzunähern. Dazu versucht er zunächst, von der Zahl 52 viermal die 4 zu subtrahieren. Dann versucht er es mit den Zahlen 22 und 30. Nach diesen Fehlversuchen ändert er seine Strategie. Er wählt zunächst die Zahl 21 und schreibt sie viermal untereinander und addiert das Ergebnis im Kopf zusammen. Da er merkt, dass die Zahl 21 zu groß ist, probiert er es als nächstes mit der Zahl 18. Auch diese ist noch zu groß und er gibt auf. Mit etwas mehr Zeit und Geduld hätte diese Strategie zur richtigen Lösung führen können.

The image shows a student's handwritten work on a grid background. At the top, the number 52 is written. Below it, there are four subtraction attempts, each starting with a minus sign and the number 4. The first attempt shows 22, the second shows 30, the third shows 21, and the fourth shows 18. Each attempt is followed by a vertical line, suggesting the student was trying to see how many times 4 could be subtracted from 52. The work is somewhat messy and shows the student's process of testing different numbers.

Anhand von Suids Strategien lässt sich insgesamt erkennen, dass die Multiplikation und Division zum Zeitpunkt des Interviews im Unterricht noch nicht behandelt wurde und er daher noch nicht über automatisierte Aufgabenlösungen verfügt.

### 7.5.3 Marco

Mithilfe des Protokollbogens von Marco (siehe A5.3.1, S. 88 – 89) wird sein Schülerprofil (A) erstellt. Marco erreicht in zwei von vier Bereichen die höchsten Ausprägungsgrade (beim Zählen und bei Strategien bei Addition und Subtraktion). In den anderen Bereichen sind seine Leistungen deutlich geringer.

Ausprägungsgrad	0	1	2	3	4	5	6
A: Zählen							X
B: Stellenwertsystem					X		
C: Strategien bei Addition / Subtraktion							X
D: Strategien bei Multiplikation / Division					X		

Tabelle 62: Schülerprofil (A) von Marco

#### 7.5.3.1 Marcos Strategien beim Zählen

Marco erreicht im Bereich Zählen wie Said und Ali ebenfalls den höchsten Ausprägungsgrad. Er löst sämtliche Aufgaben richtig und hat damit die gleichen Kompetenzen. Beim Umgang mit Geld addiert er ausgehend von der größten Münze (1 €) zunächst die größeren Cent-Münzen und zum Schluss die kleineren Cent-Münzen zusammen. Um von 2,85 € zu 5 € zu kommen, rechnet er zunächst plus 2 €, dann  $4,85 \text{ €} + 0,15 \text{ €} = 5 \text{ €}$  und nennt als Lösung  $2 \text{ €} + 0,15 \text{ €} = 2,15 \text{ €}$ .

#### 7.5.3.2 Marcos Strategien zum Stellenwertsystem

Marco erreicht im Bereich Stellenwerte ebenso wie Said den Ausprägungsgrad 4. Er kann mehrstellige Zahlen lesen, in den Taschenrechner eingeben und bis zu vierstellige Zahlen der Größe nach ordnen. Marco kennt die Unterscheidung zwischen Einern und Zehnern und wendet seine Kenntnisse über die Stellenwerte beim Umgang mit der Hunderter- und Tausendertafel an. Fehlende Zahlen kann er durch die Orientierung an den Spalten und Zeilen benennen. Marco gelingt es, das Ergebnis zu bestimmen, das um 10 größer ist als 2791. Im Gegensatz dazu hat er noch Schwierigkeiten damit, die Zahl 3027 um 100 zu verkleinern. Sowohl bei dieser Aufgabe als auch beim Sortieren der

deutschen Städte nach Einwohnerzahlen hat er im Vergleich zu Said noch etwas mehr Schwierigkeiten. Aus diesem Grund wurden ihm die Aufgaben zum Zahlenstrahl nicht mehr gestellt (Abbruchkriterium).

### **7.5.3.3 Marcos Strategien bei Addition und Subtraktion**

Marco erreicht in diesem Bereich wie Said den höchsten Ausprägungsgrad. Er beherrscht viele Grundaufgaben. Die Kenntnis grundlegender und abgeleiteter Rechenstrategien nutzt Marco flexibel zum Rechnen. Damit gelingt es ihm, auch mehrstellige Zahlen zu addieren bzw. voneinander zu subtrahieren. Ebenfalls kann er die Ergebnisse von dreistelligen Additions- und Subtraktionsaufgaben vor dem Berechnen sicher überschlagen. Zum exakten Berechnen des Ergebnisses zerlegt er die komplexen Aufgaben in leichtere Teilaufgaben. Da ihm das im Kopf gelingt, wurde er nicht aufgefordert, die Aufgaben halbschriftlich oder schriftlich zu lösen.

### **7.5.3.4 Marcos Strategien bei Multiplikation und Division**

Marco erreicht Ausprägungsgrad 4 im Bereich der Strategien bei Multiplikation und Division und liegt damit immer noch deutlich über dem Durchschnitt, der von Kindern im 2. Schuljahr innerhalb der gesamten Stichprobe erreicht wurde. Da das Interview mit Marco in der Mitte des zweiten Schulhalbjahres durchgeführt wurde, ist davon auszugehen, dass zumindest die Multiplikation bereits eingeführt wurde. Das zeigt sich auch an seinen Aufgabenlösungen. Marco kann Multiplikations- und Divisionsaufgaben handelnd mit Material und teilweise bereits ohne Material lösen. Multiplikationsaufgaben beherrscht er auch abstrakt und nennt als Begründung seine Kenntnis der jeweiligen Einmaleinsreihe. Komplexere Multiplikationsreihen löst er über fortlaufende Addition. Bis auf einzelne Aufgaben beherrscht Marco die Division abstrakt noch nicht.

### 7.5.4 Silvia

Mithilfe des Protokollbogens von Silvia (siehe A5.4.1, S. 92 – 93) wird ihr Schülerprofil (A) erstellt. Silvia erreicht im Bereich A (Zählen) den höchsten Ausprägungsgrad. Hier stimmen ihre Leistungen mit jenen der anderen Kinder dieser Gruppe überein. Im Bereich C befindet sie sich bei Ausprägungsgrad 5, während sie in den anderen beiden Bereichen nur Ausprägungsgrad 3 erreicht.

Ausprägungsgrad	0	1	2	3	4	5	6
A: Zählen							X
B: Stellenwertsystem				X			
C: Strategien bei Addition / Subtraktion						X	
D: Strategien bei Multiplikation / Division				X			

Tabelle 63: Schülerprofil (A) von Silvia

#### 7.5.4.1 Silvias Strategien beim Zählen

Silvias Zählfertigkeiten stimmen mit jenen von Said, Ali und Marco überein. Im Umgang mit Geld zeigt sie sich ebenfalls sehr sicher. Beim Addieren von Geldbeträgen beginnt sie mit den größten Münzen und addiert nach und nach die kleineren Münzen dazu. Das Ergänzen von 2,85 € zu 5 € löst sie schrittweise. Zunächst rechnet sie  $85 \text{ Cent} + 15 \text{ Cent} = 3 \text{ €}$ , dann  $3 \text{ €} + 2 \text{ €} = 5 \text{ €}$ .

#### 7.5.4.2 Silvias Strategien zum Stellenwertsystem

Silvia erreicht bei den Aufgaben zum Stellenwertsystem als einzige der ausgewählten Gruppe nur den Ausprägungsgrad 3. Sie kann mehrstellige Zahlen lesen, in den Taschenrechner eingeben und ordnen sowie ihre Kenntnisse über die Stellenwerte auf der Hunderter- und Tausendertafel nutzen. Das Vergrößern einer vierstelligen Zahl um 10 gelingt ihr dagegen noch nicht. Dafür kann sie die Aufgaben zum Sortieren der deutschen Städte nach Einwohnerzahlen lösen und auch eine Zahl im Zahlenraum bis 100 auf dem Zahlenstrahl zuordnen.

### 7.5.4.3 Silvias Strategien bei Addition und Subtraktion

Silvia befindet sich in diesem Bereich wie Ali bei Ausprägungsgrad 5. Sie beherrscht ebenfalls grundlegende und abgeleitete Rechenstrategien, die sie je nach Aufgabentyp flexibel zum Rechnen auswählt und einsetzt. Das Ergebnis von Aufgaben mit dreistelligen Zahlen kann sie überschlagen. Bei Additionsaufgaben mit dreistelligen Zahlen kann sie bereits das Ergebnis berechnen, bei Subtraktionsaufgaben gelingt ihr dies noch nicht.

### 7.5.4.4 Silvias Strategien bei Multiplikation und Division

Silvia liegt mit Ausprägungsgrad 3 in diesem Bereich immer noch über dem Durchschnitt. Ihre Leistungen sind vergleichbar mit jenen von Marco, allerdings beherrscht Silvia abstrakte Multiplikationsaufgaben noch nicht vollständig fehlerfrei. Die Division kennt sie ebenfalls noch nicht.

### 7.5.5 Peter

Mithilfe des Protokollbogens von Peter (siehe A5.5.1, S. 96 – 97) wird sein Schülerprofil (A) erstellt. Auch Peter erreicht in dem Bereich A (Zählen) wie die anderen Kinder dieser Gruppe den höchsten Ausprägungsgrad. Im Bereich Stellenwerte kann ihm Ausprägungsgrad 4 und bei Strategien bei Multiplikation und Division Ausprägungsgrad 3 zugewiesen werden. Das Interview mit Peter wurde bereits zu Beginn des 2. Schuljahres durchgeführt.

Ausprägungsgrad	0	1	2	3	4	5	6
A: Zählen							X
B: Stellenwertsystem					X		
C: Strategien bei Addition / Subtraktion						X	
D: Strategien bei Multiplikation / Division				X			

Tabelle 64: Schülerprofil (A) von Peter

#### 7.5.5.1 Peters Strategien beim Zählen

Auch Peters Zählfertigkeiten stimmen mit jenen der anderen Kinder dieser Gruppe überein. Er löst ebenfalls sämtliche Aufgaben aus diesem Bereich

vollständig richtig. Beim Addieren der Geldbeträge verfolgt er die gleiche Strategie wie Silvia und auch das Ergänzen bis zu 5 € gelingt ihm.

#### **7.5.5.2 Peters Strategien zum Stellenwertsystem**

Peters Leistungen im Bereich der Stellenwerte sind vergleichbar mit jenen von Said und Marco. Auch er kann mehrstellige Zahlen lesen, in den Taschenrechner eingeben sowie ordnen und kennt die Bedeutung der verschiedenen Stellen einer Zahl. An der Hunderter- und Tausendertafel gelingt ihm die Orientierung. Ebenfalls kann er wie Said und Marco die Zahl berechnen, die um 10 größer ist als 2791. Die Zahl 3027 um 100 zu verkleinern, gelingt ihm wie Marco noch nicht. Auch beim Sortieren der deutschen Städte nach Einwohnerzahlen hat er noch Schwierigkeiten. Eine Zahl am Zahlenstrahl einzuordnen, gelingt ihm im Zahlenraum bis 100.

#### **7.5.5.3 Peters Strategien bei Addition und Subtraktion**

Bei Strategien zu Addition und Subtraktion erreicht Peter ebenso wie Ali und Silvia Ausprägungsgrad 5. Er verfügt über vielfältige Rechenstrategien und rechnet häufig mit der Strategie „bis zum Zehner und dann weiter“. Bei mehrstelligen Zahlen zerlegt er in Stellenwerte und rechnet mit der Strategie „Stellenwerte extra“. Aufgaben zum Überschlagen mit dreistelligen Zahlen bereiten ihm keine Schwierigkeiten. Das exakte Ergebnis zu berechnen, gelingt ihm hier noch nicht.

#### **7.5.5.4 Peters Strategien bei Multiplikation und Division**

Peter liegt in diesem Bereich mit Ausprägungsgrad 3 wie Silvia noch über dem Durchschnitt der Zweitklässler. Da sein Interview zu Beginn des Schuljahres stattfand, wurde die Multiplikation und Division noch nicht behandelt. Dennoch gelingt es auch Peter, Multiplikations- und Divisionsaufgaben mit Material zu lösen. Auch wenn die Objekte nur teilweise dargestellt sind, kann er die Aufgaben lösen. Abstrakte Multiplikationsaufgaben kann er teilweise durch fortlaufende Addition lösen, die Division beherrscht er noch nicht.

### 7.5.6 Zusammenfassung der Ergebnisse (Zweitklässler, hohe APG)

Wie bereits bei den Kindern aus dem ersten Schuljahr lässt sich auch hier erkennen, dass es sich bei allen ausgewählten Kindern dieser Gruppe tatsächlich um sehr leistungsstarke Schülerinnen und Schüler handelt. Da sich die Kompetenzen von Kindern mit gleichem Ausprägungsgrad dennoch geringfügig unterscheiden können, werden diese im Folgenden in gleicher Form stärker ausdifferenziert und die Ergebnisse tabellarisch erfasst.

#### 7.5.6.1 Ergebnisse zum Zählen

Kompetenzen beim Zählen	Ali APG 6	Said APG 6	Marco APG 6	Silvia APG 6	Peter APG 6
Zählen von verschiedenen Startzahlen aus vorwärts und rückwärts im Zahlenraum bis 100	X	X	X	X	X
Zählen von verschiedenen Startzahlen aus vorwärts und rückwärts im Zahlenraum über 100	X	X	X	X	X
Benennen von Vorgänger und Nachfolger von Zahlen	X	X	X	X	X
Schrittweise Zählen von Null aus in 10er-, 5er- und 2er-Schritten	X	X	X	X	X
Schrittweise Zählen von verschiedenen Startzahlen (> 0) aus in 10er-, 5er-, 3er- und 7er-Schritten	X	X	X	X	X
Kenntnis verschiedener Geldwerte	X	X	X	X	X
Addieren verschiedener Geldwerte zu einem Gesamtbetrag	X	X	X	X	X
Ergänzen von einem Geldbetrag zu einem gewünschten Gesamtbetrag	X	X	X	X	X

Tabelle 65: Kompetenzen zum Zählen bei Kindern aus HA2 (einzeln)  
 [Kompetenz: X = vorhanden; / = nicht vorhanden;  = nicht erhoben]

Im Bereich des Zählens lassen sich bei allen fünf Kindern dieser Gruppe sämtliche Kompetenzen nachweisen, die mit dem EMBI erfasst werden können. Dadurch erreichen alle Kinder mit Ausprägungsgrad 6 den höchsten Ausprägungsgrad, der hier vergeben werden kann. Sogar Peter erreicht diesen Ausprägungsgrad, obwohl sein Interview früher durchgeführt wurde.

### 7.5.6.2 Ergebnisse zu den Stellenwerten

Kompetenzen bei Stellenwerten	Ali APG 5	Said APG 4	Marco APG 4	Silvia APG 3	Peter APG 4
Vorlesen einstelliger, zweistelliger, dreistelliger und vierstelliger Zahlen	X	X	X	X	X
Korrekte Eingabe mehrstelliger Zahlen in den Taschenrechner	X	X	X	X	X
Ordnen ein- bis vierstelliger Zahlen nach der Größe	X	X	X	X	X
Bündelungsprinzip anwenden können	X	X	X	X	X
Identifizieren von Zahlen an der Hundertertafel	X	X	X	X	X
Identifizieren von Zahlen an der Tausendertafel	X	X	X	X	X
Vergrößern einer vierstelligen Zahl um 10	X	X	X	/	X
Verkleinern einer vierstelligen Zahl um 100	X	X	/	/	/
AbleSEN von fünf- bis siebenstelliger Zahlen aus einer Tabelle	X	X	/	X	/
Identifizieren der drittgrößten Zahl aus einer Tabelle mit Einwohnerzahlen	X	X	/	X	/
Zuordnen von Zahlen am Zahlenstrahl im ZR bis 100	X	/	/	X	X
Zuordnen von Zahlen am Zahlenstrahl im ZR bis 2000 und darüber hinaus	X	/	/	/	/

Tabelle 66: Kompetenzen zu den Stellenwerten bei Kindern aus HA2 (einzeln)  
[Kompetenz: X = vorhanden; / = nicht vorhanden; □ = nicht erhoben]

Bei Ali lassen sich im Bereich der Stellenwerte als einzigem Kind dieser Gruppe alle Kompetenzen nachweisen, die hier mit dem EMBI erhoben werden können. Er ist damit auch das einzige Kind der gesamten Stichprobe von 596 Schülerinnen und Schülern, das Ausprägungsgrad 5 erreicht.

Auch die restlichen Kinder dieser Gruppe verfügen über besondere Kompetenzausprägungen im Bereich der Stellenwerte. Alle Kinder können bis zu vierstellige Zahlen lesen und ordnen sowie mehrstellige Zahlen in den Taschenrechner eingeben.

Auch das Bündelungsprinzip können sie anwenden und eine Zahl an der Hunderter- bzw. Tausendertafel identifizieren. Eine vierstellige Zahl um 10 zu vergrößern, gelingt mit Ausnahme von Silvia ebenfalls allen. Das Verkleinern einer vierstelligen Zahl um 100 schafft außer Ali nur noch Said.

Said ist außerdem wie auch Silvia in der Lage, fünf- bis siebenstellige Zahlen aus einer Tabelle abzulesen und die drittgrößte Zahl zu bestimmen. Silvia und Peter können zusätzlich noch Zahlen am Zahlenstrahl im Zahlenraum bis 100 zuordnen.

### 7.5.6.3 Ergebnisse zu Strategien bei Addition und Subtraktion

Kompetenzen bei Addition und Subtraktion	Ali APG 5	Said APG 6	Marco APG 6	Silvia APG 5	Peter APG 5
Lösen von Aufgaben zum Weiterzählen bzw. Rückwärtszählen mit bzw. ohne Material	X	X	X	X	X
Anwenden grundlegender Rechenstrategien im Zahlenraum bis 20: Verdopplungsaufgabe	X	X	X	X	X
Anwenden grundlegender Rechenstrategien im Zahlenraum bis 20: Tauschaufgabe	X	X	X	X	X
Anwenden grundlegender Rechenstrategien im Zahlenraum bis 20: Zehnerzerlegung	X	X	X	X	X
Anwenden abgeleiteter Rechenstrategien	X	X	X	X	X
Lösen von Additions- bzw. Subtraktionsaufgaben mit zweistelligen Zahlen	X	X	X	X	X
Überschlagen von Rechenergebnissen im Zahlenraum bis 1000	/	X	X	X	X
Lösen von Additionsaufgaben im Zahlenraum bis 1000 im Kopf	X	X	X	X	/
Lösen von Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 1000 im Kopf	/	X	X	/	/
Halbschriftliches oder schriftliches Lösen von Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 1000					

Tabelle 67: Kompetenzen zu Addition und Subtraktion bei Kindern aus HA2 (einzeln)  
[Kompetenz: X = vorhanden; / = nicht vorhanden;  = nicht erhoben]

Im Bereich der Strategien bei Addition und Subtraktion lassen sich bei Said und Marco die meisten Kompetenzen nachweisen. Zum halbschriftlichen oder schriftlichen Lösen von Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 1000 lassen sich bei beiden Kindern keine Aussagen treffen, das sie in der Lage waren, sämtliche Aufgaben im Kopf richtig zu lösen und damit als einzige Kinder der gesamten Stichprobe von 596 Schülerinnen und Schülern den höchsten Ausprägungsgrad (APG 6) erreicht haben.

Ali, Silvia und Peter können ebenfalls Aufgaben zum Weiterzählen bzw. Rückwärtszählen mit bzw. ohne Material lösen und verfügen sowohl über grundlegende als auch über abgeleitete Rechenstrategien. Allen Kindern gelingt zusätzlich das Lösen von Additions- bzw. Subtraktionsaufgaben mit zweistelligen Zahlen. Ali schafft es als einziger nicht, Rechenergebnisse im Zahlenraum bis 1000 zu überschlagen. Das exakte Bestimmen des Ergebnisses bei einer solchen Aufgabe bereitet ihm dafür keine Schwierigkeiten.

Silvia gelingt dies ebenfalls, während Peter damit noch nicht erfolgreich ist. Weder Ali, Silvia noch Peter sind in der Lage, Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 1000 im Kopf zu lösen.

#### 7.5.6.4 Ergebnisse zu Strategien bei Multiplikation und Division

<b>Kompetenzen bei Multiplikation und Division</b>	<b>Ali APG 6</b>	<b>Said APG 5</b>	<b>Marco APG 4</b>	<b>Silvia APG 3</b>	<b>Peter APG 3</b>
Die Lösung von Aufgaben zum Vervielfachen und Verteilen gelingt, wenn alle Objekte zur Verfügung stehen ohne die Strategie „alle zählen“.	X	X	X	X	X
Lösen von Multiplikationsaufgaben, bei denen nicht alle Objekte vorhanden bzw. dargestellt sind	X	X	X	X	X
Lösen von Divisionsaufgaben, bei denen nicht alle Objekte vorhanden bzw. dargestellt sind	X	X	X	X	X
Lösen von Multiplikationsaufgaben unter Anwendung von Strategien	X	X	X	/	/
Lösen von Divisionsaufgaben unter Anwendung von Strategien	X	X	/	/	/
Lösen von Multiplikations- und Divisionsaufgaben auch mit mehrstelligen Zahlen in angewandten Kontexten	X	/	/	/	/

Tabelle 68: Kompetenzen zu Multiplikation und Division bei Kindern aus HA2 (einzeln)  
[Kompetenz: X = vorhanden; / = nicht vorhanden; □ = nicht erhoben]

Auch in diesem Bereich erreicht Ali als einziges Kind der gesamten Stichprobe den höchsten Ausprägungsgrad (APG 6) und zeigt herausragende Fähigkeiten. Sämtliche Kompetenzen für den Bereich der Multiplikation und Division sind bei ihm nachweisbar. Bei Said ist es ähnlich. Er ist lediglich nicht in der Lage, Multiplikations- und Divisionsaufgaben auch mit mehrstelligen Zahlen in angewandten Kontexten zu lösen.

Marco, Silvia und Peter können Aufgaben zum Vervielfachen und Verteilen lösen, wenn alle Objekte zur Verfügung stehen. Ebenso gelingt ihnen das Lösen von Multiplikations- und Divisionsaufgaben, bei denen nicht alle Objekte vorhanden bzw. dargestellt sind. Marco ist zusätzlich in der Lage, abstrakte Multiplikationsaufgaben unter Anwendung von Strategien zu lösen. Silvia und Peter gelingt dies noch nicht.

Insgesamt auffällig ist in diesem Bereich, dass sich die von den Kindern erreichten Ausprägungsgrade stärker voneinander unterscheiden, als dies in den anderen Bereichen bisher der Fall war. Das mag darin begründet sein, dass die Multiplikation und Division zum Messzeitpunkt (im Frühjahr des 2. Schuljahres) in den Klassen bereits unterschiedlich stark Gegenstand des Mathematikunterrichts war.

#### **7.5.7 Einschätzungen durch Studierende (zu Zweitklässlern, hohe APG)**

In diesem Abschnitt werden das jeweils für die ausgewählten Kinder von den Studierenden erstellte Schülerprofil (B) und die Interviewauswertung genauer betrachtet. Anhand des **Schülerprofils** (B) wird im Vergleich zur Analyse der Verfasserin dieser Arbeit (siehe Kap. 7.5.1 – 7.5.6) geprüft, welche Ausprägungsgrade die Studierenden den Kindern zuweisen und ob diese im Sinne der Auswertungsobjektivität (siehe Kap. 3.1.2.1) mit denen der Verfasserin übereinstimmen. Weiterhin wird anhand der **Interviewauswertung** im Hinblick auf die Interpretationsobjektivität (siehe Kap. 3.1.2.1) analysiert, wie die Ergebnisse von den Studierenden interpretiert werden.

##### **7.5.7.1 Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Ali**

Dem Schülerprofil (B) von Ali (siehe A5.1.2, S. 83) lässt sich entnehmen, dass die Ausprägungsgrade korrekt ermittelt wurden.

Ebenfalls sehr ausführlich werden alle einzelnen Kompetenzen von Ali in den verschiedenen Bereichen in der Interviewauswertung (siehe A5.1.3, S. 83 – 84) dargestellt und noch vorhandene Unsicherheiten beschrieben.

### **7.5.7.2 Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Said**

Anhand des Schülerprofils (B) von Said (siehe A5.2.2, S. 87) lässt sich erkennen, dass die Interviewerin ihm im Bereich B einen zu hohen Ausprägungsgrad zuweist. Statt Ausprägungsgrad 5 erreicht Said tatsächlich nur Ausprägungsgrad 4.

Die Interviewauswertung (siehe A5.2.3, S. 87) ist sehr verkürzt dargestellt. Ein Teil der vorhandenen Kompetenzen wird beschrieben. Im Bereich A geht die Interviewerin nicht auf den Zahlenraum ein, in dem Said bereits sicher zählt und stellt ebenfalls nicht dar, dass er Vorgänger und Nachfolger von Zahlen benennen und schrittweise zählen kann. Auch im Bereich B wird nur ein Teil der Kompetenzen beschrieben. Die vorhandenen Schwierigkeiten beim Umgang mit dem Zahlenstrahl werden aber erkannt. Im Bereich C werden die vorhandenen Kompetenzen mit Ausnahme des Überschlagens richtig benannt. Im Bereich D fällt die Beschreibung ebenfalls sehr kurz aus. Insgesamt lässt sich feststellen, dass die Interviewerin die Kompetenzen nur teilweise beschreibt, aber alle noch vorhandenen Schwierigkeiten erkennt.

### **7.5.7.3 Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Marco**

Dem Schülerprofil (B) von Marco (siehe A5.3.2, S. 90) lässt sich entnehmen, dass die Ausprägungsgrade korrekt ermittelt wurden.

Ebenfalls sehr ausführlich werden die Kompetenzen von Marco in den verschiedenen Bereichen in der Interviewauswertung (siehe A5.3.3, S. 90 – 91) dargestellt und noch vorhandene Unsicherheiten beschrieben. Im Bereich A wird dabei nicht beschrieben, dass Marco bereits Vorgänger und Nachfolger von Zahlen kennt. Im Bereich B geht die Interviewerin nicht auf seine Kenntnisse beim Umgang mit dem Taschenrechner und beim Bündeln ein.

### **7.5.7.4 Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Silvia**

Der Ausprägungsgrad von Silvia wird im Bereich C nicht richtig zugewiesen, was sich am Schülerprofil (B) (siehe A5.4.2, S. 94) erkennen lässt. Die Interviewerin gibt Silvia mit Ausprägungsgrad 6 einen zu hohen Ausprägungsgrad, korrekt wäre Ausprägungsgrad 5.

In der Interviewauswertung (siehe A5.4.3, S. 94 – 95) stellt die Interviewerin die Kompetenzen der Schülerin sehr ausführlich dar. Auf einzelne Aspekte geht sie dabei nicht ein. Im Bereich B beschreibt sie nicht das Bündeln und den Umgang mit der Hunderter- und Tausendertafel. Im Bereich C stellt sie die vorhandenen Schwierigkeiten beim Lösen von Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 1000 im Kopf nicht dar und auch im Bereich D werden vorhandene Schwierigkeiten nur zum Teil benannt.

#### **7.5.7.5 Schülerprofil (B) und Interviewauswertung zu Peter**

Am Schülerprofil (B) von Peter (siehe A5.5.2, S. 98) lässt sich im Bereich C ein zu hoch vergebener Ausprägungsgrad erkennen. Statt Ausprägungsgrad 6 erreicht Peter hier nur Ausprägungsgrad 5. Dafür teilt ihm die Interviewerin im Bereich D einen zu niedrigen Ausprägungsgrad zu. Statt bei Ausprägungsgrad 2 befindet er sich hier bereits bei Ausprägungsgrad 3.

In der Interviewauswertung (siehe A5.5.3, S. 98 – 99) werden die bei Peter vorhandenen Kompetenzen zum größten Teil richtig beschrieben, allerdings erfolgt vor allem in den Bereichen B und C keine sehr differenzierte Beschreibung der Kompetenzen. Insgesamt erkennt die Interviewerin aber, an welchen Stellen Peter noch Schwierigkeiten hat.

## 7.6 Vergleich der Kinder mit hohen Ausprägungsgraden aus Klasse 1 und 2

Zum Vergleich der Ergebnisse der Kinder mit hohen Ausprägungsgraden (fünf Kinder aus Klasse 1 und fünf Kinder aus Klasse 2) wird im Folgenden jeweils zu den tabellarisch erfassten Kompetenzen angegeben, wie viele Kinder bereits darüber verfügen. Die Klassenstufen werden dazu einander gegenüber gestellt.

### 7.6.1 Ergebnisse zum Zählen

Kompetenzen beim Zählen		Anzahl Kinder Kl. 1	Anzahl Kinder Kl. 2
1	Zählen von verschiedenen Startzahlen aus vorwärts und rückwärts im Zahlenraum bis 100	5	5
2	Zählen von verschiedenen Startzahlen aus vorwärts und rückwärts im Zahlenraum über 100	5	5
3	Benennen von Vorgänger und Nachfolger von Zahlen	5	5
4	Schrittweise Zählen von Null aus in 10er-, 5er- und 2er-Schritten	5	5
5	Schrittweise Zählen von verschiedenen Startzahlen (> 0) aus in 10er-, 5er-, 3er- und 7er-Schritten	4	5
6	Kenntnis verschiedener Geldwerte	5	5
7	Addieren verschiedener Geldwerte zu einem Gesamtbetrag	3	5
8	Ergänzen von einem Geldbetrag zu einem gewünschten Gesamtbetrag	2	5

Tabelle 69: Vergleich der Kompetenzen beim Zählen (HA1 und HA2)

Im Bereich des Zählens lassen sich zunächst (Zeile 1-4) keine Unterschiede zwischen den beiden Klassenstufen erkennen. Alle Kinder der beiden Gruppen verfügen über besonders stark ausgeprägte Zählkompetenzen. Auch das schrittweise Zählen von verschiedenen Zahlen aus in verschiedenen Schrittweiten (Zeile 5) gelingt allen Kindern aus Klasse 2, in Klasse 1 schaffen dies noch vier von fünf Kindern.

Auffällig ist, dass sich alle Kinder aus beiden Gruppen mit den verschiedenen Geldwerten (Zeile 6) auskennen, die komplexeren Kompetenzen zum Addieren verschiedener Geldwerte (Zeile 7) und das Ergänzen zu einem Gesamtbetrag (Zeile 8) aber nicht mehr bei allen Kindern aus Klasse 1 nachzuweisen sind. Im Gegensatz dazu lösen sämtliche Kinder aus Klasse 2

diese Aufgabe. Ihnen gelingt das Übertragen und Anwenden ihrer Fähigkeiten auf praktische Aufgaben. Hier bleibt zu hinterfragen, ob die Aufgabe zum Geld tatsächlich ausschließlich zählend gelöst werden kann. Es ist zu vermuten, dass die Kinder aus der Klasse 2 zum Lösen der Aufgabe auf ihre besonders ausgeprägten Rechenfertigkeiten zurückgreifen und daher hier erfolgreicher sind als die Kinder aus der Klasse 1.

### 7.6.2 Ergebnisse zu den Stellenwerten

Kompetenzen bei Stellenwerten		Anzahl Kinder Kl. 1	Anzahl Kinder Kl. 2
1	Vorlesen einstelliger, zweistelliger, dreistelliger und vierstelliger Zahlen	5	5
2	Korrekte Eingabe mehrstelliger Zahlen in den Taschenrechner	5	5
3	Ordnen ein- bis vierstelliger Zahlen nach der Größe	5	5
4	Bündelungsprinzip anwenden können	5	5
5	Identifizieren von Zahlen an der Hundertertafel	5	5
6	Identifizieren von Zahlen an der Tausendertafel	5	5
7	Vergrößern einer vierstelligen Zahl um 10	5	4
8	Verkleinern einer vierstelligen Zahl um 100	1	2
9	Ablesen von fünf- bis siebenstelligen Zahlen aus einer Tabelle	1	3
10	Identifizieren der drittgrößten Zahl aus einer Tabelle mit Einwohnerzahlen	1	3
11	Zuordnen von Zahlen am Zahlenstrahl im ZR bis 100	2	3
12	Zuordnen von Zahlen am Zahlenstrahl im ZR bis 2000 und darüber hinaus	0	1

Tabelle 70: Vergleich der Kompetenzen bei den Stellenwerten (HA1 und HA2)

Im Bereich der Stellenwerte lässt sich feststellen, dass alle Kinder beider Gruppen bereits sehr hohe Kompetenzen zum Umgang mit mehrstelligen Zahlen besitzen, das Bündelungsprinzip anwenden und Zahlen an der Hunderter- und Tausendertafel identifizieren können (Zeile 1-6). Erste Unterschiede treten ab Zeile 7 auf. Hier stellt man fest, dass alle Kinder aus der Klasse 1 eine vierstellige Zahl um 10 vergrößern können (Zeile 7), in der Klasse 2 gelingt dies vier von fünf Kindern. Bei den sich anschließenden komplexeren Kompetenzen (Zeile 8-11) überwiegt stets die Anzahl der Zweitklässler, die hier erfolgreich sind. Auffällig ist, dass das Zuordnen von Zahlen am Zahlenstrahl im Zahlenraum bis 2000 und darüber hinaus (Zeile 12) nur von einem Kind aus Klasse 2 bewältigt wird.

### 7.6.3 Ergebnisse zu Strategien bei Addition und Subtraktion

Kompetenzen bei Addition und Subtraktion		Anzahl Kinder Kl. 1	Anzahl Kinder Kl. 2
1	Lösen von Aufgaben zum Weiterzählen bzw. Rückwärtszählen mit bzw. ohne Material	5	5
2	Anwenden grundlegender Rechenstrategien im Zahlenraum bis 20: Verdopplungsaufgabe	5	5
3	Anwenden grundlegender Rechenstrategien im Zahlenraum bis 20: Tauschaufgabe	5	5
4	Anwenden grundlegender Rechenstrategien im Zahlenraum bis 20: Zehnerzerlegung	5	5
5	Anwenden abgeleiteter Rechenstrategien	5	5
6	Lösen von Addition- bzw. Subtraktionsaufgaben mit zweistelligen Zahlen	3	5
7	Überschlagen von Rechenergebnissen im Zahlenraum bis 1000	3	4
8	Lösen von Additionsaufgaben im Zahlenraum bis 1000 im Kopf	1	4
9	Lösen von Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 1000 im Kopf	0	2
10	Halbschriftliches oder schriftliches Lösen von Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 1000	0	0

Tabelle 71: Vergleich der Kompetenzen bei Addition und Subtraktion (HA1 und HA2)

Vergleichbar zum Zählen und zu den Stellenwerten gibt es bei den Strategien im Bereich der Addition und Subtraktion zunächst wieder Kompetenzen (Zeile 1-5), die bei allen Kindern aus beiden Gruppen vorhanden sind. Komplexere Kompetenzen (Zeile 6-8) lassen sich bei einem Teil der Erstklässler nachweisen und bei fast allen Zweitklässlern. Das Lösen von Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 1000 im Kopf gelingt keinem Kind aus Klasse 1, dafür aber noch zwei Kindern aus Klasse 2 (Zeile 9). Das halbschriftliche oder schriftliche Lösen von Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 1000 (Zeile 10) wird von keinem Kind aus beiden Gruppen verwendet. Dies lässt sich damit begründen, dass halbschriftliche und schriftliche Verfahren überwiegend ab Klasse 3 im Unterricht behandelt werden und den untersuchten Kindern daher noch nicht bekannt sind bzw. nicht gefragt wurden, wenn die Kinder diese Aufgaben bereits im Kopf lösen konnten.

### 7.6.4 Ergebnisse zu Strategien bei Multiplikation und Division

<b>Kompetenzen bei Multiplikation und Division</b>		<b>Anzahl Kinder Kl. 1</b>	<b>Anzahl Kinder Kl. 2</b>
1	Die Lösung von Aufgaben zum Vervielfachen und Verteilen gelingt, wenn alle Objekte zur Verfügung stehen ohne die Strategie „alle zählen“.	5	5
2	Lösen von Multiplikationsaufgaben, bei denen nicht alle Objekte vorhanden bzw. dargestellt sind	4	5
3	Lösen von Divisionsaufgaben, bei denen nicht alle Objekte vorhanden bzw. dargestellt sind	4	5
4	Lösen von Multiplikationsaufgaben unter Anwendung von Strategien	3	3
5	Lösen von Divisionsaufgaben unter Anwendung von Strategien	1	2
6	Lösen von Multiplikations- und Divisionsaufgaben auch mit mehrstelligen Zahlen in angewandten Kontexten	0	1

Tabelle 72: Vergleich der Kompetenzen bei Multiplikation und Division (HA1 und HA2)

Im Bereich der Multiplikation und Division gelingt es allen Kindern aus beiden Gruppen, Aufgaben zum Vervielfachen und Verteilen handelnd mit Material zu lösen, wenn alle Objekte zur Verfügung stehen (Zeile 1). Sind bei Multiplikations- und Divisionsaufgaben nicht alle Objekte vorhanden bzw. dargestellt (Zeile 2-3), sind alle Zweitklässler dennoch erfolgreich, bei den Erstklässlern ist das jeweils noch bei vier von fünf Kindern der Fall.

Die folgenden abstrakteren Aufgaben ohne Material sind deutlich komplexer und werden daher von weniger Kindern bewältigt. Das Lösen von Multiplikationsaufgaben unter Anwendung von Strategien (Zeile 4) schaffen jeweils in beiden Gruppen drei von fünf Kindern, während die Zweitklässler beim Lösen der Divisionsaufgaben (Zeile 5) etwas erfolgreicher sind. Die Übertragung der Multiplikations- und Divisionsstrategien auf angewandte Kontexte (Zeile 6) gelingt nur einem Kind aus Klasse 2.

Hier lässt sich vermuten, dass zum Messzeitpunkt zu Beginn des zweiten Schulhalbjahres (in den Monaten Januar bis Mai) die Multiplikation und Division noch nicht oder nur teilweise im Unterricht behandelt wurde.

Eine Zusammenfassung aller Ergebnisse sowie eine Gegenüberstellung der Kompetenzen der Kinder aus Klasse 1 und 2 erfolgt in Kapitel 8.

## 8. Ergebnisse und Befunde aus den Fallanalysen

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der empirischen Studie zusammengefasst. Ziel ist es dabei, aus den Ergebnissen Schlussfolgerungen zu ziehen. Weiterhin soll die Zusammenfassung ermöglichen, im Kapitel 9 den Weg von der Diagnose zur Förderung aufzuzeigen (siehe Forschungsfrage 2) und im letzten Kapitel dieser Arbeit insgesamt Perspektiven für die Lehrerbildung zu entwickeln (siehe Forschungsfrage 3).

Die Zusammenfassung erfolgt in drei Abschnitten:

- Im ersten Teil (siehe Kap. 8.1) wird die prozentuale Verteilung der Ausprägungsgrade aus dem australischen ENRP jener tabellarischen Übersicht der 596 Kinder aus dem ersten und zweiten Schuljahr gegenübergestellt, die zur vorliegenden Untersuchung mit dem EMBI erstellt wurde (aus Kap. 6). Dabei werden Unterschiede bzw. Gemeinsamkeiten beschrieben.
- Der zweite Teil bezieht sich auf die qualitativen Fallanalysen aus Kapitel 7. Hier werden die Befunde zu den 20 ausgewählten Schülerinnen und Schülern bezüglich der bei ihnen ermittelten Kompetenzen zusammengefasst (siehe Kap. 8.2).
- Weiterhin konnte in den Fallanalysen exemplarisch aufgezeigt werden, welche Einschätzungen die Studierenden zu den 20 ausgewählten Schülerinnen und Schülern vornehmen. Diese Einschätzungen werden im dritten Teil analysiert (siehe Kap. 8.3).

Der Verfasserin ist bewusst, dass die Ergebnisse in Kapitel 8.2 und Kapitel 8.3 aufgrund der für die Fallanalysen ausgewählten kleinen Stichprobe von 20 Schülerinnen und Schülern sowie 20 Studierenden nicht repräsentativ sind. Hier wäre es sinnvoll, auf dieser Grundlage ein Konzept für eine Evaluationsstudie zu entwickeln, um die Generalisierbarkeit der Ergebnisse zu überprüfen.

## 8.1 Vergleich der prozentualen Verteilung auf Ausprägungsgrade aus ENRP und EMBI

Im Folgenden wird die prozentuale Verteilung der Kinder aus dem ENRP auf die verschiedenen Ausprägungsgrade (siehe Kap. 3.3.2.4: Tabellen 10 – 13) jener Verteilung der vorliegenden Untersuchung zum EMBI gegenüber gestellt (siehe Kap. 6.4.1 – 6.4.4). Die von der Verfasserin erstellte, prozentuale Verteilung auf die verschiedenen Ausprägungsgrade zum EMBI bezieht die Daten sämtlicher 596 Schülerinterviews mit ein, die im Rahmen der empirischen Untersuchung mit Kindern aus dem ersten und zweiten Schuljahr erhoben wurden.

Die Vergleichbarkeit zwischen den Daten aus dem ENRP und dem EMBI ist dadurch gegeben, dass die Interviewstrukturen sowie die Inhalte des australischen Interviews (ENRP) in der deutschen Adaption (EMBI) beibehalten wurden. Weiterhin konnte gezeigt werden, dass die Passung zwischen dem ENRP zur australischen *National Numeracy Strategy* (siehe Kap. 3.3.1) in gleicher Weise zwischen dem EMBI und den deutschen Bildungsstandards der KMK (2005) besteht (siehe Kap. 3.2.3).

Im Vergleich werden ausschließlich die Ausprägungsgrade der australischen Kinder aus Klasse 1 (Grade 1) und Klasse 2 (Grade 2) aus dem ENRP zu jenen der deutschen Kinder aus Klasse 1 und 2 (aus dem EMBI) in Beziehung gesetzt. Die Darstellung erfolgt getrennt voneinander für die vier inhaltlichen Bereiche (Zählen, Stellenwerte, Addition und Subtraktion und Multiplikation und Division) und unterteilt nach den Klassenstufen.

Ziel des Vergleichs ist es, Übereinstimmungen bzw. Unterschiede bei der jeweiligen prozentualen Verteilung auf die Ausprägungsgrade zu analysieren.

Dabei muss die unterschiedliche Genese der Ergebnisse berücksichtigt werden:

- Die australischen Interviews wurden mit denselben Kindern ab der Vorschule in jedem Schuljahr durchgeführt. Bei den Kindern aus dem ENRP aus Grade 1 und Grade 2 handelt es sich damit um Kinder, die das Interview zum wiederholten Male durchlaufen.
- Weiterhin nahmen diejenigen, australischen Kinder, die in einem der ersten Interviews Schwierigkeiten aufwiesen, an einer Fördermaßnahme teil, bevor sie erneut das Interview absolvierten. Dabei entzieht es sich allerdings der Kenntnis der Verfasserin, welche Inhalte hierbei von den Kindern bearbeitet und wie zielgerichtet die Kinder gefördert wurden.
- Im Gegensatz dazu wurden mit dem EMBI in der vorliegenden Untersuchung 596 unterschiedliche Kinder in der ersten und zweiten Klasse mit dem Interview befragt. Es handelt sich bei den Ergebnissen daher ausschließlich um Erstinterviews.
- Keines der Kinder, das mit dem EMBI untersucht wurde, nahm im Rahmen der empirischen Untersuchung auf Grundlage der Interviewergebnisse an einer Fördermaßnahme teil.

Es ist daher möglich, dass diese Unterschiede Auswirkungen auf die Ergebnisse haben. Auch wenn sich die jeweils prozentuale Verteilung der Ausprägungsgrade ausschließlich auf die Erfassung der Diagnoseergebnisse bezieht und auch nur diese verglichen werden, sind in den australischen Werten mögliche Beeinflussungen durch die Fördermaßnahmen bzw. durch die wiederholte Teilnahme der Kinder am Interviewverfahren impliziert. Darauf wird in Kap. 8.1.5 Bezug genommen.

### 8.1.1 Vergleich der Ausprägungsgrade zum Zählen

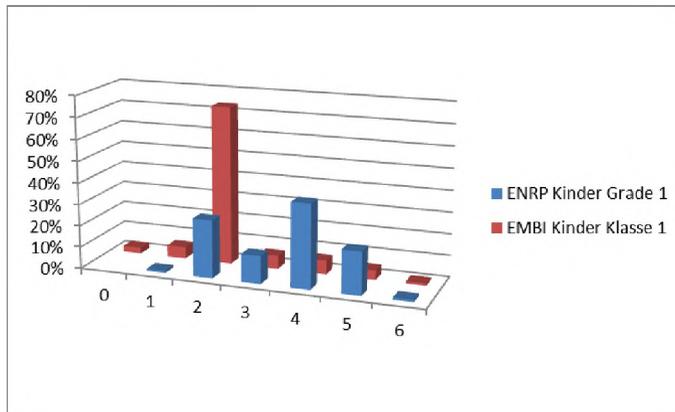


Abb. 9: Prozentuale Verteilung auf Ausprägungsgrade beim Zählen in den Klassen 1

Vergleicht man die erreichten Ausprägungsgrade beider Gruppen aus dem 1. Schuljahr miteinander (siehe Abb. 9), so stellt man fest, dass der Schwerpunkt der Kinder beim EMBI deutlich bei Ausprägungsgrad 2 und damit beim Zählen im Zahlenraum bis 20 liegt. Bei den Kindern vom ENRP lässt sich im Gegensatz dazu eine stärkere Streuung auf die Ausprägungsgrade 2 bis 5 erkennen. Hier sind einige Kinder in der Lage, im Zahlenraum bis 100 (APG 3) zu zählen. Auffällig ist die hohe Säule bei APG 4. Diese kennzeichnet, dass die meisten Kinder bereits schrittweise von Null aus zählen können. Einigen gelingt dies sogar von einer anderen Startzahl aus (APG 5), so dass die Zählkompetenz der Kinder vom ENRP insgesamt als hoch einzuschätzen ist (siehe dazu Kap. 2.1).

Stellt man die minimal bzw. maximal erreichten Ausprägungsgrade beider Gruppen einander gegenüber, so stellt man bei Ausprägungsgrad 6 keine Unterschiede fest. Beim EMBI befinden sich dafür noch mehr Kinder bei den Ausprägungsgraden 0 und 1 als beim ENRP.

Im 2. Schuljahr (siehe Abb. 10, S. 262) erfolgt bei beiden Gruppen eine Verschiebung der erreichten Ausprägungsgrade nach rechts. Die Ausprägungsgrade 0 und 1 werden im ENRP nicht mehr vergeben, dafür liegt der Schwerpunkt bei Ausprägungsgrad 5, und auch Ausprägungsgrad 6 wird häufiger erreicht.

Im EMBI lässt sich, wie bereits in Klasse 1, ein Schwerpunkt bei Ausprägungsgrad 2 feststellen, auch wenn die Ausprägungsgrade 3 bis 6 häufiger vorkommen.

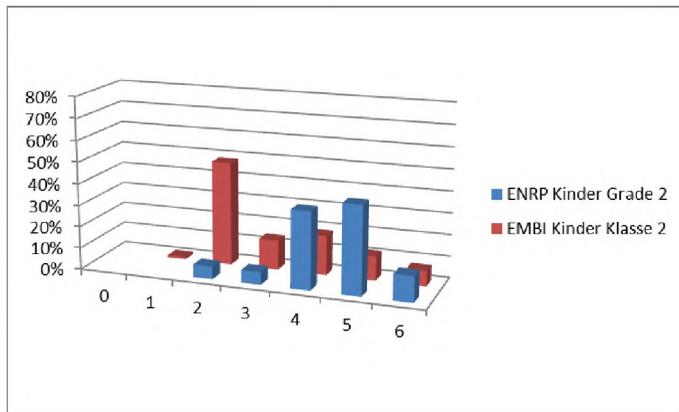


Abb. 10: Prozentuale Verteilung auf Ausprägungsgrade beim Zählen in den Klassen 2

### 8.1.2 Vergleich der Ausprägungsgrade zu den Stellenwerten

Ähnlich wie schon beim Zählen lässt sich auch bei den Stellenwerten erkennen, dass die Ausprägungsgrade beim ENRP gleichmäßiger verteilt sind und insgesamt mehr Kinder höhere Ausprägungsgrade erreichen als beim EMBI (siehe Abb. 11, S. 263). Hier befinden sich noch deutlich mehr Kinder bei Ausprägungsgrad 0, und der Schwerpunkt lässt sich bei Ausprägungsgrad 1 erkennen. Eine mögliche Erklärung für die große Anzahl der Kinder bei Ausprägungsgrad 1 beim EMBI wäre, dass das Stellenwertsystem in der deutschen Sprache schwerer zu erlernen ist, da die unregelmäßige Zahlwortbildung ein Problem darstellt (siehe Kap. 2.2.3).

Den höchsten Ausprägungsgrad erreicht kein Kind aus beiden Gruppen.

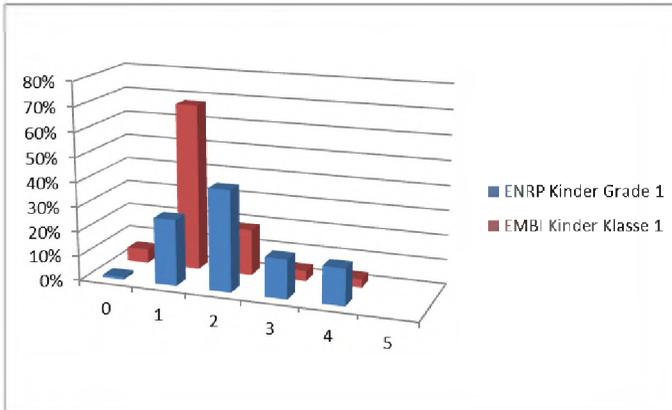


Abb. 11: Prozentuale Verteilung auf Ausprägungsgrade bei den Stellenwerten in den Klassen 1

Gleichmäßiger verteilen sich die Ausprägungsgrade im 2. Schuljahr im Bereich der Stellenwerte (siehe Abb. 12). Der Schwerpunkt beim EMBI verlagert sich hier auf Ausprägungsgrad 2 und damit auf das Lesen, Interpretieren und Sortieren zweistelliger Zahlen. Beim ENRP lässt sich ebenfalls eine deutliche Verschiebung in den Ausprägungsgraden erkennen. Hier erreichen die meisten Kinder bereits Ausprägungsgrad 4 und können das Stellenwertsystem damit bei Zahlen über 1000 anwenden. Auffällig ist, dass dennoch die Anzahl der Kinder, die den höchsten Ausprägungsgrad erreichen, bei beiden Gruppen identisch ist.

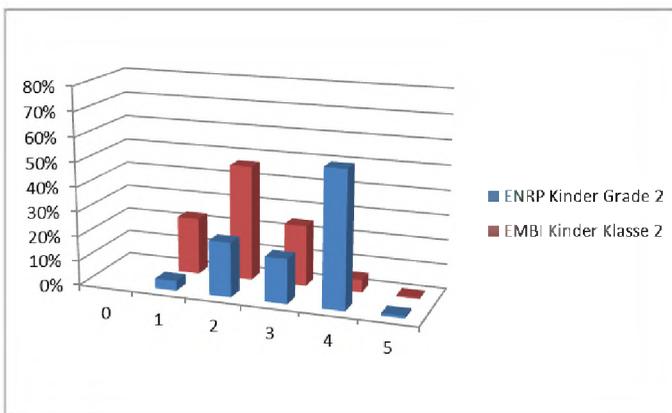


Abb. 12: Prozentuale Verteilung auf Ausprägungsgrade bei den Stellenwerten in den Klassen 2

### 8.1.3 Vergleich der Ausprägungsgrade zu Addition und Subtraktion

Im Gegensatz zu den Bereichen Zählen und Stellenwerte zeigen sich bei den beiden Gruppen im 1. Schuljahr zu den Strategien bei Addition und Subtraktion bei den Ausprägungsgraden 1, 2 und 3 keine signifikanten Unterschiede (siehe Abb. 13). Bei beiden Gruppen liegt der Schwerpunkt bei Ausprägungsgrad 2 und damit bei der Strategie des Weiterzählens.

Zwar befinden sich beim EMBI deutlich mehr Kinder noch bei Ausprägungsgrad 0, dafür erreichen hier aber mehr Kinder als beim ENRP bereits Ausprägungsgrad 5 und verfügen damit über abgeleitete Rechenstrategien. Ausprägungsgrad 6 tritt in beiden Gruppen nicht auf.

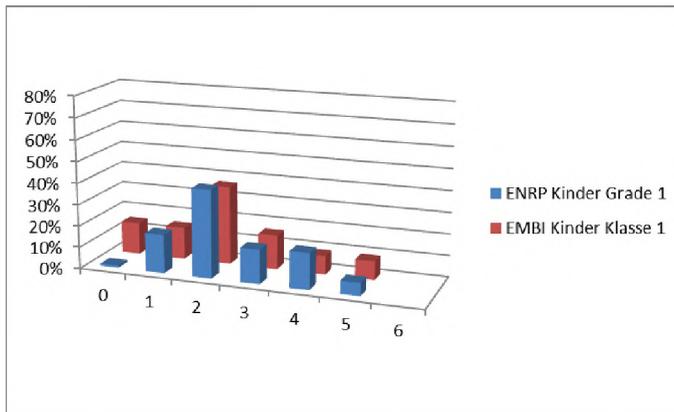


Abb. 13: Prozentuale Verteilung auf Ausprägungsgrade bei Addition und Subtraktion in den Klassen 1

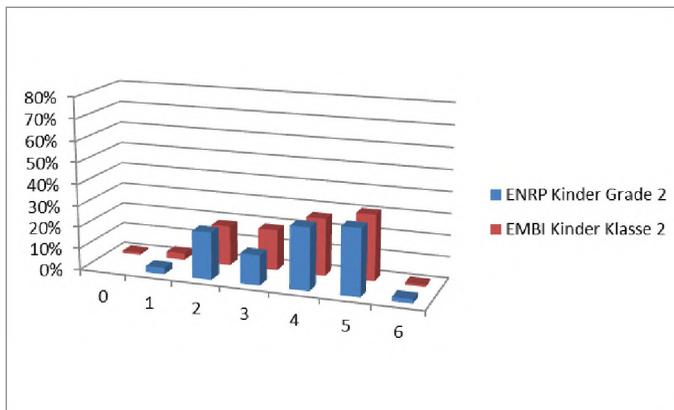


Abb. 14: Prozentuale Verteilung auf Ausprägungsgrade bei Addition und Subtraktion in den Klassen 2

Ähnlich ist es im 2. Schuljahr (siehe Abb. 14, S. 264). Die Ergebnisse der beiden Gruppen sind annähernd gleich und es erfolgt erneut eine Verschiebung der Ausprägungsgrade nach rechts. Die Ausprägungsgrade 0, 1 und 6 werden ausgesprochen selten erreicht. Der Schwerpunkt liegt in beiden Gruppen bei Ausprägungsgrad 5.

#### 8.1.4 Vergleich der Ausprägungsgrade zu Multiplikation und Division

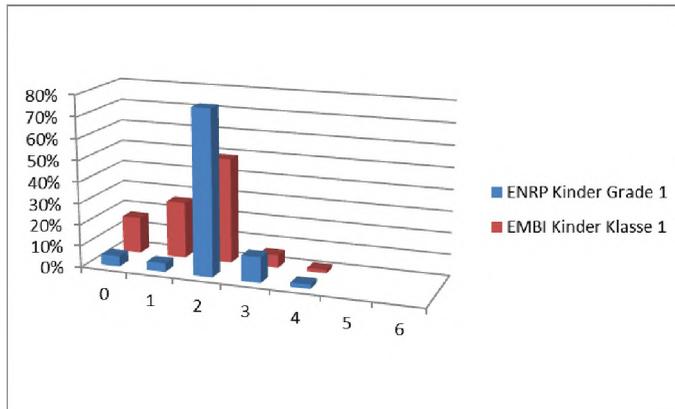


Abb. 15: Prozentuale Verteilung auf Ausprägungsgrade bei Multiplikation und Division in den Klassen 1

Der Bereich der Strategien bei Multiplikation und Division lässt sich mit dem der Addition und Subtraktion vergleichen. Insgesamt zeigen sich nicht so große Unterschiede zwischen den beiden Gruppen (siehe Abb. 15) wie beim Zählen und den Stellenwerten. Dennoch erreichen die Kinder aus dem ENRP höhere Ausprägungsgrade als jene aus dem EMBI.

Bei beiden Gruppen liegt ein deutlich erkennbarer Schwerpunkt auf Ausprägungsgrad 2 und damit beim Lösen von Aufgaben zum Vervielfachen und Verteilen, wenn alle Objekte zur Verfügung stehen.

Allerdings liegen beim ENRP selten die niedrigeren Ausprägungsgrade vor, während das beim EMBI noch häufig der Fall ist. Keine Unterschiede lassen sich bei den höheren Ausprägungsgraden 4 bis 6 im Vergleich der beiden Gruppen erkennen.

Bei den Kindern aus dem 2. Schuljahr (siehe Abb. 16) liegt der Schwerpunkt in beiden Gruppen weiterhin bei Ausprägungsgrad 2. Die niedrigeren Ausprägungsgrade kommen aber seltener und die höheren Ausprägungsgrade dafür häufiger vor.

Die höchsten Ausprägungsgrade 5 und 6 werden von einzelnen Kindern beider Gruppen aber immer noch sehr selten erreicht.

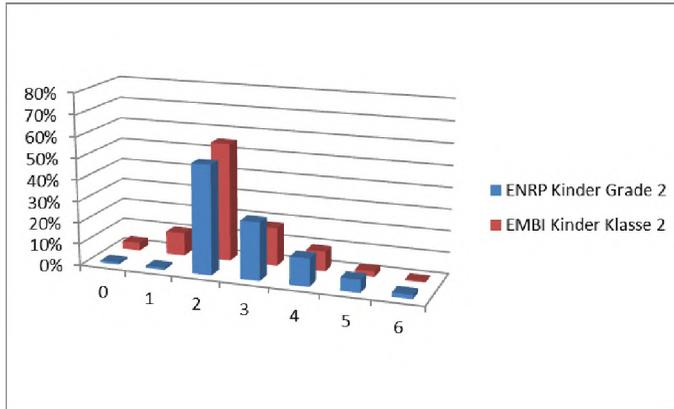


Abb. 16: Prozentuale Verteilung auf Ausprägungsgrade bei Multiplikation und Division in den Klassen 2

### 8.1.5 Schlussfolgerungen zum Vergleich der Ausprägungsgrade

In den Bereichen Zählen und Stellenwertsystem konnte festgestellt werden, dass die Kinder aus dem ENRP deutlich häufiger höhere Ausprägungsgrade erreichten, als das beim EMBI der Fall war.

Weniger große Unterschiede konnten in den Bereichen der Strategien bei Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division festgestellt werden.

Bei Interviews, die bei der vorliegenden Untersuchung mit dem EMBI durchgeführt wurden, handelte es sich ausschließlich um Erstinterviews, so dass den Kindern die Aufgaben und das Interviewverfahren bisher nicht bekannt waren.

Im Gegensatz dazu wurden die Kenntnisse der Kinder aus dem ENRP bereits vor der Schule sowie im Schuljahr *Prep* mit dem Interviewverfahren überprüft. Es handelt sich damit bei den Kindern aus Grade 1 und 2 um Kinder, die das

Interview mehrfach durchlaufen haben und damit sowohl das Verfahren als auch die Aufgaben bereits kannten. Es ist möglich, dass diese Tatsache die Ergebnisse beeinflusst hat.

Zusätzlich wurde mit denjenigen Kindern aus dem ENRP, bei denen in einem der früheren Interviews Schwierigkeiten auftraten, eine gezielte Fördermaßnahme durchgeführt. Es lässt sich vermuten, dass die Kinder aus diesem Grund beim ENRP insgesamt besser abschnitten, als dies beim EMBI der Fall ist. Weiterhin waren die australischen Lehrkräfte durch die wiederholte Durchführung des Interviewverfahrens für die Aufgaben sensibilisiert, so dass möglich ist, dass sie diese Inhalte stärker in ihren Unterricht einfließen ließen. Festzustellen ist insgesamt, dass, wenn sich die höheren Ausprägungsgrade durch zusätzliches Training begründen lassen, die für die Bereiche Zählen und Stellenwerte notwendigen Fertigkeiten eindeutig leichter zu trainieren sind.

Für die anderen Bereiche hätte man erwarten können, dass die australischen Kinder ihre besser ausgebildeten Fertigkeiten des Zählens und die Kenntnisse des Stellenwertsystems nutzen, auf das Rechnen übertragen und damit auch hier erfolgreicher sind. Da dies nicht der Fall ist, lässt sich vermuten, dass sich die Fähigkeiten im Bereich der Strategien, die zum Rechnen benötigt werden, insgesamt schwerer fördern lassen. Es wird versucht, darauf in Kapitel 9 Rücksicht zu nehmen.

## **8.2 Zusammenfassung der Ergebnisse aus den Fallanalysen**

Anhand der Fallanalysen der 20 Schülerinterviews mit EMBI aus Kapitel 7 lassen sich die bei diesen Kindern vorhandenen Kompetenzen ableiten. Diese wurden von der Verfasserin dieser Arbeit jeweils tabellarisch erfasst (für Kinder mit niedrigen Ausprägungsgraden: siehe Kap. 7.1.6 (NA1) und Kap. 7.2.6 (NA2); für Kinder mit hohen Ausprägungsgraden: siehe Kap. 7.4.6 (HA1) und Kap. 7.5.6 (HA2)). Diese Übersicht ermöglicht jeweils einen Vergleich der Kinder einer Gruppe untereinander sowie einen Vergleich zwischen den Klassenstufen (Vergleich der Kinder mit niedrigen

Ausprägungsgraden: siehe Kap. 7.3.6 (NA1 und NA2)); Vergleich der Kinder mit hohen Ausprägungsgraden: siehe Kap. 7.6.6 (HA1 und HA2)).

Zusammenfassend werden die Ergebnisse in diesem Kapitel mithilfe von Säulendiagrammen dargestellt.

### 8.2.1 Ergebnisse zum Vorschulteil

Da die 20 Schülerinnen und Schüler, die aus der Stichprobe ausgewählt worden waren, alle im 1. bzw. 2. Schuljahr waren, war die Durchführung des Vorschulteils eine Ausnahme. Im Interviewverfahren ist die Bedingung enthalten, dass der Vorschulteil (siehe Kap. 3.3.4.2) nur durchzuführen ist, wenn ein Kind noch nicht sicher bis 20 zählen kann. Das war bei drei Kindern der ersten Klasse (aus der Gruppe NA1) erforderlich. Das Schaubild (siehe Abb. 17) zeigt, welche der mit dem EMBI erhobenen Vorläuferfähigkeiten jeweils bei wie vielen Kindern nachgewiesen werden konnten.

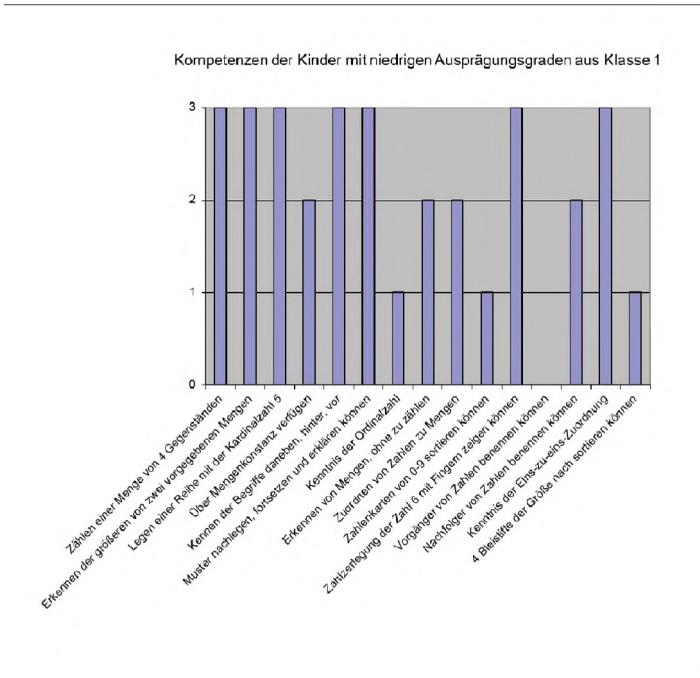


Abb. 17: Anzahl erfolgreicher Kinder zu Vorläuferfähigkeiten

Zusammenfassend konnte bei allen drei Kindern festgestellt werden, dass sie die größten Schwierigkeiten im Bereich der *Seriation* hatten. Eine ausführliche Auswertung dazu befindet sich im Kap. 7.1.6.1.

### 8.2.2 Ergebnisse zum Zählen

Die folgenden Schaubilder zum Bereich des Zählens (siehe Abb. 18 und Abb. 19, S. 270) zeigen auf, bei wie vielen Kindern aus jeder Gruppe die einzelnen Kompetenzen durch die Fallanalysen nachgewiesen werden konnten:

- Die Abbildung 18 zeigt die Kinder mit niedrigen Ausprägungsgraden aus Klasse 1 (NA1) und Klasse 2 (NA2).
- In der Abbildung 19 werden die Kinder mit hohen Ausprägungsgraden aus Klasse 1 (HA1) und Klasse 2 (HA2) dargestellt.

Es lässt sich erkennen, dass das Zählen im Zahlenraum bis 10 (Zeile 1) von allen Kindern beherrscht wird. Das Zählen im Zahlenraum bis 20 (Zeile 2) gelingt deutlich weniger Kindern aus NA1 als aus NA2, und nur ein Kind aus NA1 ist in der Lage, von der Zahl 10 an rückwärts zu zählen (Zeile 3). Den Kindern aus NA2 gelingt dies allen. Noch drei Kinder aus NA2 sind in der Lage, von der Startzahl 20 anzufangen und rückwärts zu zählen (Zeile 4). Das schafft kein Kind aus NA1.

Die höheren Kompetenzen (Zeile 5 – 9) werden noch von einzelnen Kindern aus NA2 erreicht. Den meisten Kindern gelingt das Benennen von Vorgänger und Nachfolger (Zeile 7).

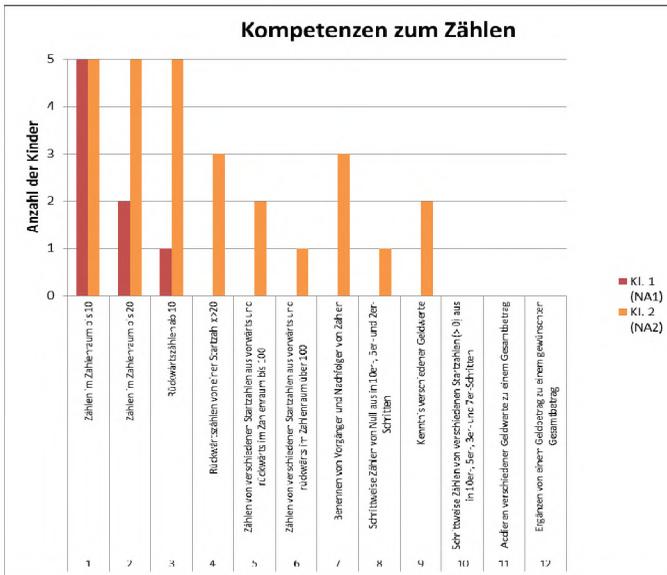


Abb. 18: Anzahl erfolgreicher Kinder zu Kompetenzen beim Zählen (aus NA1 und NA2)

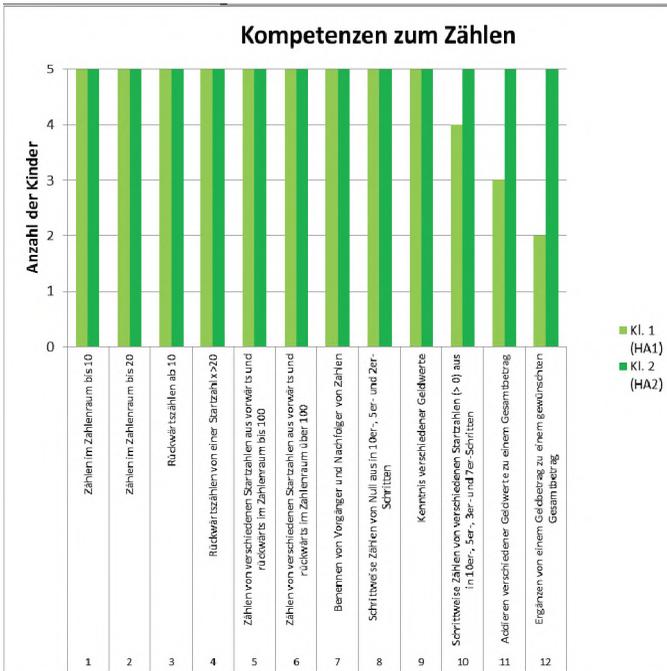


Abb. 19: Anzahl erfolgreicher Kinder zu Kompetenzen beim Zählen (aus HA1 und HA2)

Alle Kinder der beiden Gruppen HA1 und HA2 (siehe Abb. 19, S. 270) verfügen über besonders stark ausgeprägte Zählkompetenzen. Auch das schrittweise Zählen von verschiedenen Zahlen aus in verschiedenen Schrittweiten (Zeile 10) gelingt allen Kindern aus HA2, aus HA1 schaffen dies noch vier von fünf Kindern.

Auffällig ist, dass sich alle Kinder aus HA1 und HA2 mit den verschiedenen Geldwerten (Zeile 9) auskennen, die komplexeren Kompetenzen zum Addieren verschiedener Geldwerte (Zeile 11) und das Ergänzen zu einem Gesamtbetrag (Zeile 12) aber nicht mehr bei allen Kindern aus HA1 nachzuweisen sind. Im Gegensatz dazu lösen sämtliche Kinder aus HA2 diese Aufgabe. Ihnen gelingt das Übertragen und Anwenden ihrer Fähigkeiten auf praktische Aufgaben. Hier bleibt zu hinterfragen, ob die Aufgabe zum Geld tatsächlich ausschließlich zählend gelöst werden kann. Es ist zu vermuten, dass die Kinder aus HA2 zum Lösen der Aufgabe auf ihre besonders ausgeprägten Rechenfertigkeiten zurückgreifen.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass bei den vier Gruppen in Bezug auf die Kompetenzen eine Verschiebung nach rechts erkennbar ist. In der ersten Spalte liegen bei den Kindern aus NA1 die meisten Kompetenzen vor, ab Zeile 4 sind keine Kompetenzen mehr nachweisbar.

Bei den Kindern aus NA2 lassen sich in den Zeilen 4-9 zumindest noch bei einzelnen Kindern vorhandene Kompetenzen identifizieren.

Bei allen Kindern aus HA1 konnten die Kompetenzen (Zeile 1-9) vollständig nachgewiesen werden. Darüber hinaus liegen noch bei einzelnen Kindern Kompetenzen vor.

Erstaunlich sind die Ergebnisse bei den Kindern aus HA2, da hier sämtliche Kompetenzen (Zeile 1-12) bei allen Kindern vollständig vorhanden sind.

### 8.2.3 Ergebnisse zu den Stellenwerten

Im Bereich Stellenwerte lassen sich ebenfalls deutliche Unterschiede zwischen den Kindern erkennen (siehe Abb. 20 und Abb. 21, S. 273). Während bei den Kindern aus NA1 vier Kinder einstellige Zahlen lesen (Zeile 1) und nur ein Kind einstellige Zahlen nach der Größe ordnen kann (Zeile 2), verfügen die Kinder aus NA2 über deutlich höhere Kompetenzen. Allen gelingt hier das Lesen und Ordnen einstelliger Zahlen, und auch darüber hinaus sind einige der Kompetenzen bereits bei einzelnen Kindern vorhanden. Die meisten Kinder aus NA2 können das Bündelungsprinzip anwenden (Zeile 7) und eine Zahl an der Hundertertafel identifizieren (Zeile 8).

Alle Kinder aus HA1 und HA2 (siehe Abb. 21, S. 273) besitzen bereits sehr hohe Kompetenzen zum Umgang mit mehrstelligen Zahlen, können das Bündelungsprinzip anwenden und Zahlen an der Hundertertafel identifizieren (Zeile 1-8). Erste Unterschiede treten ab Zeile 9 auf. Insgesamt stellt man fest, dass alle Kinder aus HA1 eine vierstellige Zahl um 10 vergrößern können (Zeile 11), aus HA2 gelingt dies vier von fünf Kindern. Bei den sich anschließenden komplexeren Kompetenzen (Zeile 12-15) überwiegt stets die Anzahl der Kinder aus HA2, die hier erfolgreich sind. Auffällig ist, dass das Zuordnen von Zahlen am Zahlenstrahl im Zahlenraum bis 2000 und darüber hinaus (Zeile 15) nur von einem Kind aus HA2 bewältigt wird.

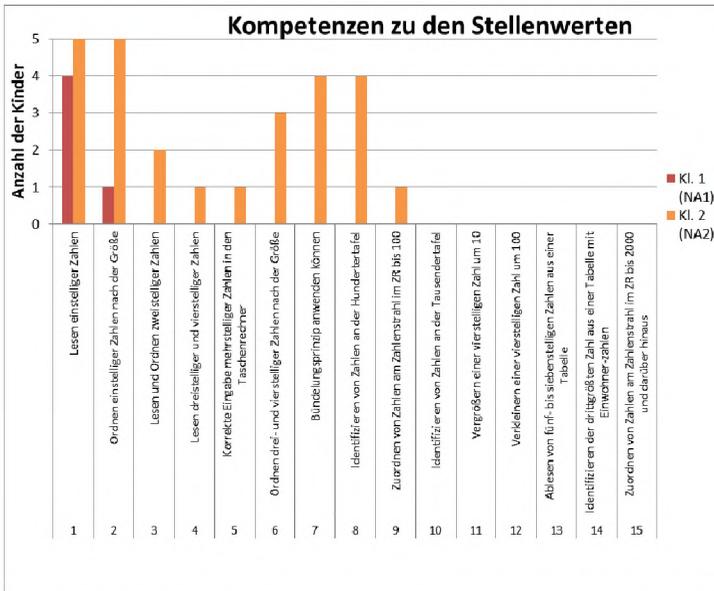


Abb. 20: Anzahl erfolgreicher Kinder zu Kompetenzen bei den Stellenwerten (aus NA1 und NA2)

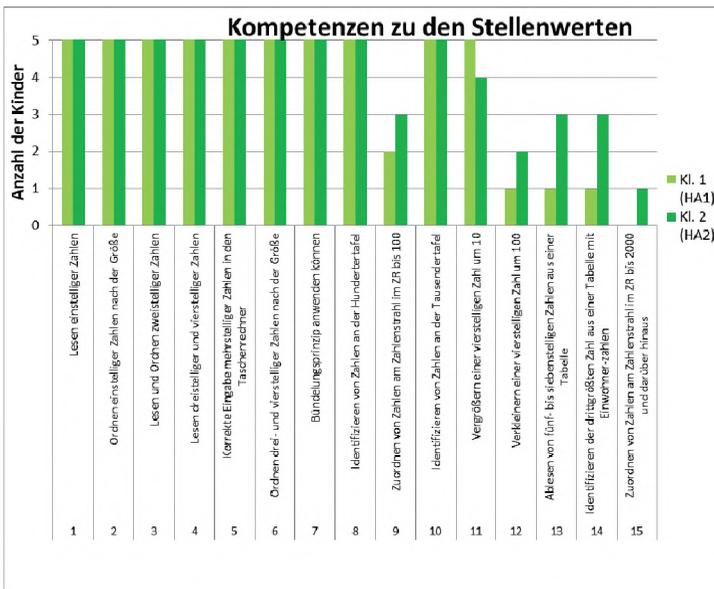


Abb. 21: Anzahl erfolgreicher Kinder zu Kompetenzen bei den Stellenwerten (aus HA1 und HA2)

## 8.2.4 Ergebnisse zu Strategien bei Addition und Subtraktion

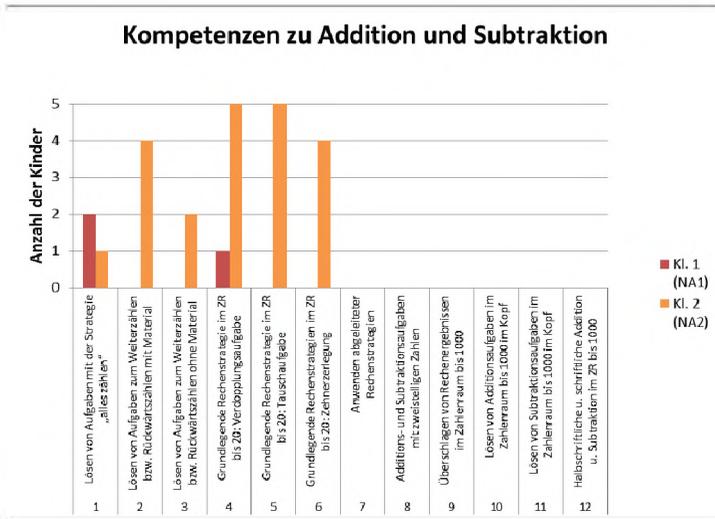


Abb. 22: Anzahl erfolgreicher Kinder zu Kompetenzen bei Addition u. Subtraktion (aus NA1 und NA2)

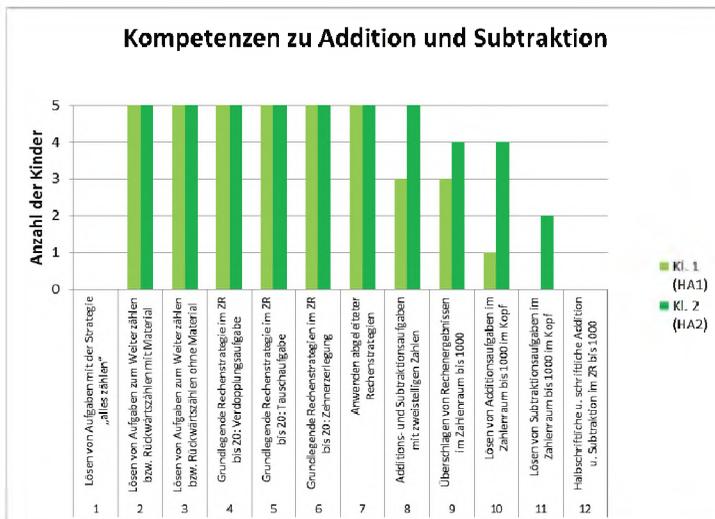


Abb. 23: Anzahl erfolgreicher Kinder zu Kompetenzen bei Addition u. Subtraktion (aus HA1 und HA2)

Auch im Bereich der Strategien bei Addition und Subtraktion lassen sich große Unterschiede zwischen den Gruppen erkennen (siehe Abb. 22 und Abb. 23, S. 274). Nur einzelne Kinder aus NA1 lösen die Aufgaben mit der Strategie „alles zählen“ (Zeile 1). Die restlichen Kinder dieser Gruppe sind gar nicht in der Lage, Additions- und Subtraktionsaufgaben zu lösen. Nur ein Kind verfügt hier über die grundlegende Rechenstrategie der Verdopplungsaufgabe (Zeile 4).

Bei den Kindern aus NA2 sieht das anders aus. Hier löst ein Kind die Aufgaben zählend (Zeile 1), vier Kinder lösen die Aufgaben noch, indem sie mit Material weiter- bzw. rückwärts zählen (Zeile 2), zwei Kindern gelingt dies auch ohne Material (Zeile 3). Aber alle fünf Kinder verfügen über die grundlegenden Rechenstrategien der Verdopplungsaufgaben sowie der Tauschaufgabe (Zeile 4 – 5), und vier Kinder beherrschen die Zehnerzerlegung (Zeile 6).

Vergleichbar zum Zählen und zu den Stellenwerten gibt es innerhalb der Gruppen HA1 und HA2 bei den Strategien im Bereich der Addition und Subtraktion (siehe Abb. 23, S. 274) zunächst wieder Kompetenzen (Zeile 1-7), die bei allen Kindern aus beiden Gruppen vorhanden sind. Komplexere Kompetenzen (Zeile 8-11) lassen sich bei einem Teil der Kinder aus HA1 nachweisen und bei fast allen Kinder aus HA2. Das Lösen von Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 1000 im Kopf gelingt keinem Kind aus HA1, dafür aber noch zwei Kindern aus HA2 (Zeile 11).

Das halbschriftliche oder schriftliche Lösen von Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 1000 (Zeile 12) wird von keinem Kind verwendet. Dies lässt sich damit begründen, dass halbschriftliche und schriftliche Verfahren überwiegend ab Klasse 3 im Unterricht behandelt werden und den untersuchten Kindern daher noch nicht bekannt sind bzw. nicht gefragt wurden, wenn die Kinder diese Aufgaben bereits im Kopf lösen konnten.

## 8.2.5 Ergebnisse zu Strategien bei Multiplikation und Division

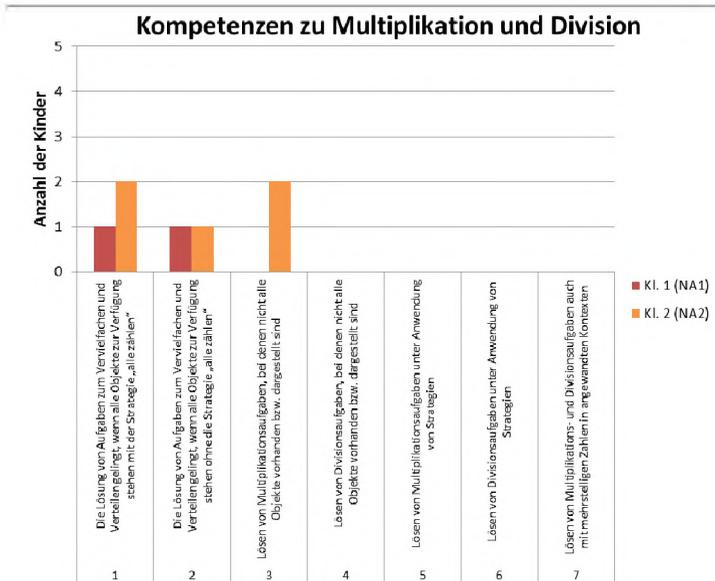


Abb. 24: Anzahl erfolgreicher Kinder zu Kompetenzen bei Multiplikation u. Division (aus NA1 und NA2)

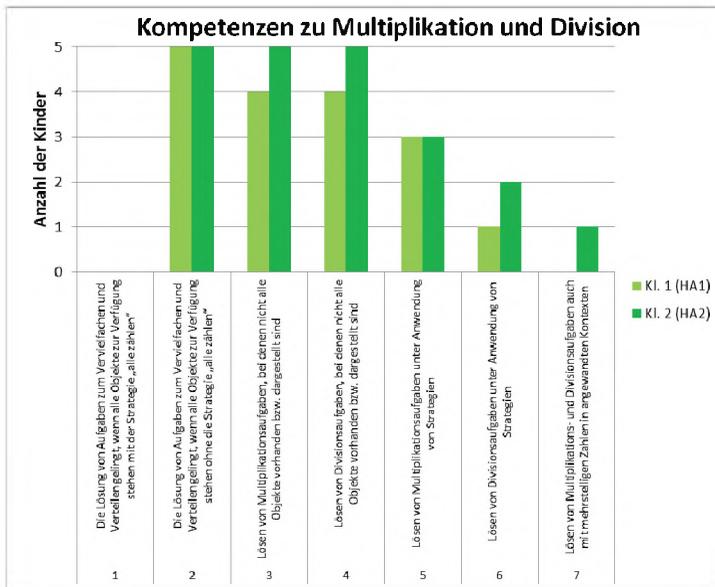


Abb. 25: Anzahl erfolgreicher Kinder zu Kompetenzen bei Multiplikation u. Division (aus HA1 und HA2)

Im Bereich der Multiplikation und Division stellt man insgesamt fest, dass nur wenige Kinder hier bereits sehr hohe Kompetenzen besitzen (siehe Abb. 24 und Abb. 25, S. 276). Das mag darin begründet sein, dass zum Messzeitpunkt zu Beginn des zweiten Schulhalbjahres (in den Monaten Januar bis Mai) die Multiplikation und Division noch nicht oder nur teilweise im Unterricht behandelt waren.

Zwischen den beiden Gruppen NA1 und NA2 sind keine sehr großen Unterschiede feststellbar. Die Aufgaben, die hier von den Kindern gelöst werden, werden überwiegend über das Zählen (Zeile 1) und nur vereinzelt mit anderen Strategien (Zeile 2) gelöst. Bei den Kindern aus NA2 gibt es dafür bereits zwei Kinder, die Multiplikationsaufgaben lösen können, wenn nicht alle Objekte vorhanden bzw. dargestellt sind.

Bei den Kindern aus den Gruppen HA1 und HA2 (siehe Abb. 25, S. 276) gelingt es allen Kindern, Aufgaben zum Vervielfachen und Verteilen handelnd mit Material zu lösen, wenn alle Objekte zur Verfügung stehen (Zeile 2). Sind bei Multiplikations- und Divisionsaufgaben nicht alle Objekte vorhanden bzw. dargestellt (Zeile 3-4), sind alle Kinder aus HA2 dennoch erfolgreich, bei den Kindern aus HA1 ist das jeweils noch bei vier von fünf Kindern der Fall.

Die folgenden abstrakteren Aufgaben ohne Material sind deutlich komplexer. Das Lösen von Multiplikationsaufgaben unter Anwendung von Strategien (Zeile 5) schaffen jeweils drei von fünf Kindern aus HA1 und HA2, während die Kinder aus HA2 beim Lösen der Divisionsaufgaben (Zeile 6) etwas erfolgreicher sind. Die Übertragung der Multiplikations- und Divisionsstrategien auf angewandte Kontexte (Zeile 7) gelingt nur einem Kind aus HA2.

### **8.2.6 Schlussfolgerungen zu den Ergebnissen der Kinder**

Mithilfe der Diagramme (siehe Kap. 8.2.1 bis 8.2.5) lassen sich die Ergebnisse der Kinder aus den vier Gruppen (NA1, NA2, HA1 und HA2) übersichtlich bündeln und feststellen, bei wie vielen Kindern die Kompetenzen bereits vorhanden bzw. noch nicht vorhanden sind. Insgesamt lassen sich daraus die folgenden Befunde ableiten:

### 8.2.6.1 Befunde zu Kindern mit niedrigen Ausprägungsgraden

Die ausgewählten Kinder mit niedrigen Ausprägungsgraden aus Klasse 1 (NA1) zeigen bereits beim Zählen über 10 sowie beim Rückwärtszählen Schwierigkeiten. Es lässt sich feststellen, dass ihre Zählkompetenz noch nicht ausreichend entwickelt ist (siehe dazu Kap. 2.1), um sich von Null als Startzahl zu lösen und das Zählen zum Rechnen zu nutzen. Nur zwei Kindern gelingt es, Additionsaufgaben mit der Strategie „alles zählen“ zu lösen. Im Bereich der Stellenwerte können vier Kinder nur einstellige Zahlen lesen, einem Kind gelingt noch nicht einmal das. Nur ein Kind ist in der Lage, einstellige Zahlen nach der Größe zu ordnen. Der Kardinalzahlaspekt scheint bei den anderen Kindern noch nicht ausgeprägt zu sein (siehe Kap. 2.1). Die Ergebnisse im Bereich der Multiplikation und Division können aufgrund der Klassenstufe vernachlässigt werden.

Bei den Kindern mit niedrigen Ausprägungsgraden aus Klasse 2 (NA2) sind im Vergleich zu jenen aus Klasse 1 zumindest im Zahlenraum bis 20 stärker ausgeprägte Zählkompetenzen zu erkennen. Das lässt sich auch an den Kompetenzen zu Addition und Subtraktion erkennen. Nur eines der Kinder löst die Aufgaben noch ausschließlich mit der Strategie „alles zählen“. Alle anderen Kinder befinden sich zumindest auf der Stufe des Weiterzählens.

Auffällig ist hier aber, dass die Kinder zwar Verdopplungs-, Tauschaufgaben und Zehnerzerlegungen kennen und derartige Aufgaben lösen können, die dahinterstehenden grundlegenden Rechenstrategien aber nicht zum flexiblen Rechnen nutzen. Es ist zu vermuten, dass die Aufgaben im Unterricht automatisiert wurden und die Kinder dieses Wissen nur isoliert einsetzen, ohne den Nutzen darin zu erkennen (siehe Kap. 2.3). Sie verfügen damit überwiegend über faktisches Wissen anstelle von strategischem Wissen.

Im Bereich der Stellenwerte sind die Kompetenzen der Kinder sehr unterschiedlich verteilt. Mit einstelligen Zahlen haben die Kinder keine Schwierigkeiten. Sie haben überwiegend mit einer Ausnahme das Bündelungsprinzip (siehe Kap. 2.2.2) verstanden und können sich auch auf der Hundertertafel zurechtfinden. Mit der richtigen Sprechweise zwei- und

mehrstelliger Zahlen haben die meisten Kinder aber noch Schwierigkeiten (siehe Kap. 2.2).

Im Bereich der Multiplikation und Division sind bereits einige Kompetenzen erkennbar. Dabei überwiegen auch hier Lösungsstrategien, die auf dem Zählen basieren (siehe Kap. 2.4).

### **8.2.6.2 Befunde zu Kindern mit hohen Ausprägungsgraden**

Die Kinder mit hohen Ausprägungsgraden zeigen sehr gut ausgebildete Zählkompetenzen. Sogar den Erstklässlern (HA1) gelingt allen das schrittweise Zählen von Null aus mit verschiedenen Schrittweiten, mit einer Ausnahme sind sie sogar von verschiedenen Startzahlen ( $> 0$ ) aus erfolgreich. Das Übertragen der Kenntnisse auf den Umgang mit Geld gelingt einzelnen Kindern.

Bei den Zweitklässlern (HA2) lassen sich alle in diesem Bereich erhobenen Kompetenzen nachweisen.

Im Bereich Stellenwerte haben alle Kinder mit hohen Ausprägungsgraden den Zahlenraum längst verlassen, der eigentlich für ihre Klassenstufe vorgesehen ist. Es lässt sich erkennen, dass sowohl die Erstklässler als auch die Zweitklässler das Stellenwertsystem verstanden haben und sich bereits im Tausenderraum orientieren können. Über 1000 hinaus und am Zahlenstrahl lassen sich bereits bei einigen Zweitklässlern und bei einem Erstklässler einzelne Kompetenzen nachweisen.

Auffällig sind die besonders ausgeprägten Rechenstrategien, die im Bereich der Addition und Subtraktion bei allen Kindern mit hohen Ausprägungsgraden erkennbar sind. Kein Kind greift beim Rechnen auf die Strategie „alles zählen“ zurück. Die Kinder beherrschen die grundlegenden Rechenstrategien und nutzen sie flexibel zum Rechnen. Dadurch sind sie auch in der Lage, abgeleitete Rechenstrategien anzuwenden. Ihre guten Kenntnisse des Stellenwertsystems sind hier vor allem den Zweitklässlern nützlich, um bereits Additions- und Subtraktionsaufgaben mit zweistelligen Zahlen sowie Aufgaben im Zahlenraum bis 1000 zumindest teilweise zu lösen. Das gelingt ebenfalls einzelnen Erstklässlern.

Auch im Bereich der Multiplikation und Division lässt sich erkennen, dass die Kinder mit hohen Ausprägungsgraden nicht mehr auf die Strategie „alles zählen“ zurückgreifen. Obwohl die Multiplikation und Division zumindest teilweise zum Messzeitpunkt bereits im 2. Schuljahr behandelt wurde, sind die Zweitklässler mit hohen Ausprägungsgraden beim Lösen abstrakter Multiplikations- und Divisionsaufgaben nur geringfügig erfolgreicher als die Erstklässler.

Diese nutzen zur Lösung der Aufgaben teilweise ihre ausgeprägten Kenntnisse des schrittweisen Zählens oder der fortlaufenden Addition und sind dadurch bereits in der Lage, sich viele Aufgaben zu erschließen.

Ebenso lassen sich in beiden Gruppen gleich viele Kinder identifizieren, die bereits Strategien anwenden, um Multiplikationsaufgaben geschickt zu lösen. Bei den Divisionsaufgaben gelingt dies den Zweitklässlern etwas häufiger. Beim Lösen von Multiplikations- und Divisionsaufgaben mit mehrstelligen Zahlen in angewandten Kontexten ist nur ein Kind aus Klasse 2 erfolgreich.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die Kinder mit niedrigen Ausprägungsgraden über keine hinreichend ausgebaute Zählkompetenz verfügen und beim Rechnen als einzige Strategie auf das Zählen zurückgreifen (Forschungsfrage 1a).

Die Kinder mit hohen Ausprägungsgraden haben dagegen eine sehr gut ausgebildete Zählkompetenz und zeigen sich beim Rechnen sehr flexibel im Umgang mit Strategien (Forschungsfrage 1b).

### **8.3 Zusammenfassung der Einschätzungen durch Studierende**

Die in Kapitel 7 erstellten 20 Fallanalysen ermöglichen einen Vergleich der Ergebnisse mit den Einschätzungen der Studierenden, welche jeweils das Interview durchgeführt und ausgewertet haben.

Nach der Identifizierung der bei den Kindern vorhandenen Ausprägungsgrade anhand der Protokollbögen mithilfe der Auswertungsrichtlinien war es der Verfasserin möglich, zu überprüfen, ob die Studierenden diese ebenfalls

korrekt ermitteln. Wie das Vorgehen der Studierenden einzuschätzen ist, wird in Kap. 8.3.1 dargestellt.

Weiterhin ermöglichen die Fallanalysen eine hohe Auflösung der einzelnen bei den Kindern vorhandenen Kompetenzen. Diese wurden tabellarisch von der Verfasserin dieser Arbeit ausdifferenziert, sodass dadurch ein Vergleich zur Erfassung der Kompetenzen durch die Studierenden ermöglicht wird. Wie erfolgreich die Studierenden dabei sind, wird in Kap. 8.3.2 zusammengefasst.

### 8.3.1 Zuordnung von Ausprägungsgraden durch Studierende

Jedes Kind erhält beim EMBI vier Ausprägungsgrade, da jeder Bereich unabhängig voneinander ausgewertet wird. Für jede Gruppe der Kinder aus den Fallanalysen, bestehend aus je fünf Kindern, wurden dadurch jeweils 20 Ausprägungsgrade vergeben.

Das folgende Schaubild (siehe Abb. 26) zeigt, wie viele dieser Ausprägungsgrade von den Studierenden korrekt bzw. zu hoch oder zu niedrig ermittelt wurden. Dabei ist die Tatsache wichtig, dass es sich bei den Abweichungen (zu hoch bzw. zu niedrig) jeweils nur um den Unterschied von einem Ausprägungsgrad handelt. Größere Abweichungen von mehr als einem Ausprägungsgrad traten nicht auf.

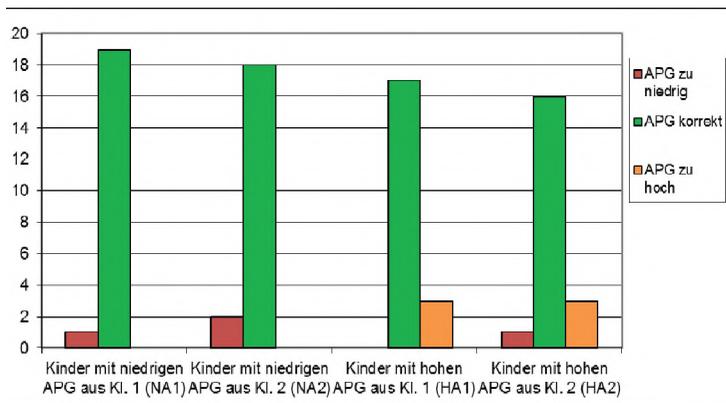


Abb. 26: Vergabe von Ausprägungsgraden durch Studierende

Bei den Kindern mit niedrigen Ausprägungsgraden aus Klasse 1 (NA1) lässt sich feststellen (siehe Abb. 26, S. 281), dass die Studierenden die Ausprägungsgrade mit einer Ausnahme korrekt zugewiesen haben. Ein Ausprägungsgrad wurde zu niedrig vergeben. Ähnlich verhält es sich bei den Kindern mit niedrigen Ausprägungsgraden aus Klasse 2 (NA2). Hier wurden zwei Ausprägungsgrade zu niedrig vergeben, alle restlichen wurden korrekt identifiziert.

Bei den Kindern mit hohen Ausprägungsgraden aus Klasse 1 (HA1) wurden 17 Ausprägungsgrade korrekt ermittelt, drei wurden zu hoch vergeben.

Diese Tatsache fällt besonders im Vergleich zu den Kindern mit niedrigen Ausprägungsgraden auf. Während dort eher Ausprägungsgrade zu niedrig vergeben wurden, ist das hier umgekehrt. Ähnlich lässt sich dies bei den Kindern mit hohen Ausprägungsgraden aus Klasse 2 (HA2) beobachten. Hier wurden 16 Ausprägungsgrade korrekt, drei zu hoch und einer zu niedrig vergeben. Auch überwiegt bei den fehlerhaften Ausprägungsgraden die Anzahl der zu hoch vergebenen Ausprägungsgrade.

Insgesamt lässt sich feststellen, dass von 80 durch Studierende zu vergebende Ausprägungsgrade 70 korrekt, sechs zu hoch und vier zu niedrig ermittelt wurden. Daraus lässt sich das Fazit ziehen, dass die Studierenden bei der Bestimmung der Ausprägungsgrade zum überwiegenden Teil erfolgreich sind und nur gelegentlich Abweichungen um einen Ausprägungsgrad auftreten.

Weiterhin lässt sich eine Tendenz dazu erkennen, dass bei Kindern mit niedrigen Ausprägungsgraden als Abweichungen eher zu niedrige und bei Kindern mit hohen Ausprägungsgraden eher zu hohe Ausprägungsgrade vergeben werden. Es lässt sich vermuten, dass hier das subjektive Empfinden darüber, dass das Kind große Schwierigkeiten hat bzw. sehr leistungsstark ist, im Zweifelsfall mit in die Auswertung einfließt und die Entscheidung trotz der bekannten Auswertungsrichtlinien mit beeinflusst (*Halo-Effekt*<sup>82</sup>).

---

<sup>82</sup> In der Psychologie versteht man unter dem Halo-Effekt die Tendenz, „sich bei der Beurteilung einer anderen Person von dem Gesamteindruck oder einer subjektiv besonders wichtigen Eigenschaft leiten zu lassen. Alle anderen Bewertungen dieser Person werden aus diesem Urteil abgeleitet“ (FISCHER, WISWEDE 2009, S. 231 – 232).

### 8.3.2 Identifizierung von vorliegenden Kompetenzen durch Studierende

Jeweils fünf Studierende haben für jede Gruppe (NA1, NA2, HA1, HA2) nach der Bestimmung der Ausprägungsgrade die vorhandenen Kompetenzen und noch vorhandene Schwierigkeiten der interviewten Kinder verbal in der jeweiligen Interviewauswertung beschrieben. Dadurch war es der Verfasserin möglich, die genannten Kompetenzen mit jenen zu vergleichen, die sie selbst durch die Fallanalysen identifizieren und tabellarisch erfassen konnte.

Das folgende Schaubild (siehe Abb. 27) macht deutlich, wie viele der Studierenden dabei jeweils alle vorhandenen Kompetenzen beschrieben haben bzw. wie oft dies nur teilweise oder gar nicht der Fall war:

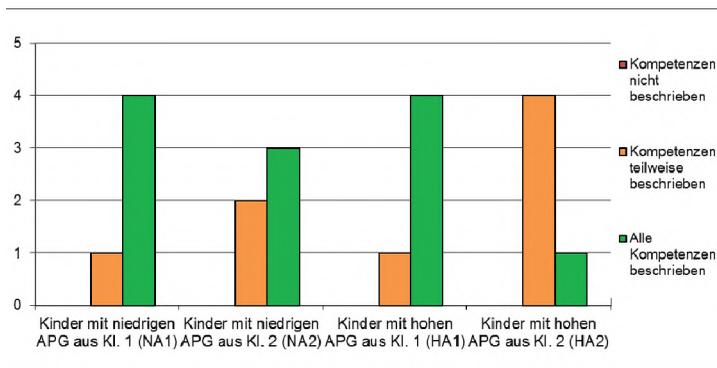


Abb. 27: Beschriebene Kompetenzen durch Studierende

Es lässt sich feststellen, dass alle Studierende nach der Interviewdurchführung die bei den Kindern vorhandenen Kompetenzen beschreiben konnten. Dieses ist nicht immer vollständig gelungen, und die Interviewauswertungen sind von unterschiedlicher Qualität und Tiefe. Es lässt sich aber erkennen, dass in keinem Fall gar keine Kompetenzen beschrieben wurden.

Bei den Kindern mit niedrigen Ausprägungsgraden aus Klasse 1 (NA1) sowie mit hohen Ausprägungsgraden aus Klasse 1 (HA1) werden in vier von fünf Fällen sämtliche Kompetenzen erfasst. Bei den Kindern aus Klasse 2 mit niedrigen Ausprägungsgraden (NA2) ist das in drei Fällen so, und zweimal werden die Kompetenzen teilweise genannt.

Auffallend anders sind die Beschreibungen der Kompetenzen bei den Kindern mit hohen Ausprägungsgraden aus Klasse 2 (HA2). Es gelingt vier Studierenden nur teilweise, die Kompetenzen zu beschreiben, und nur in einem von fünf Fällen gelingt dies vollständig. Es lässt sich vermuten, dass der Grund dafür darin liegt, dass die Kinder dieser Gruppe über besonders ausgeprägte Kompetenzen verfügen, was eine ausführliche Interviewauswertung sehr umfangreich macht. Es ist hier durchaus denkbar, dass die jeweiligen Studierenden zwar alle Kompetenzen erkannt, sich aber in der Beschreibung auf die wesentlichen Aspekte beschränkt haben. Dies gilt auch für die anderen Gruppen, sodass aus einer fehlenden Beschreibung nicht der Schluss gezogen werden darf, dass die Kompetenzen der Kinder auch nicht erkannt wurden.

Insgesamt lässt sich feststellen, dass es sehr sinnvoll ist, die Studierenden jedes Interview nicht nur in Form von Ausprägungsgraden auswerten zu lassen. Eine zusätzliche verbale Beschreibung der Kompetenzen der Kinder sowie der noch vorhandenen Schwierigkeiten erfordert eine intensive Auseinandersetzung der von den Kindern verwendeten Strategien. Durch diese Analyse können die Studierenden ihre Diagnosekompetenz zusätzlich ausschärfen. Damit sämtliche Befunde in Zukunft tatsächlich in die verbale Auswertung einfließen können, empfiehlt die Verfasserin zur Unterstützung die Verwendung von Kompetenzrastern (weitere Ausführungen dazu befinden sich in Kap. 9).

### **8.3.3 Schlussfolgerungen zu den Einschätzungen der Studierenden**

Bei der Vergabe der Ausprägungsgrade für die interviewten Kinder sind die Entscheidungen der Studierenden als überwiegend erfolgreich einzuschätzen. Auch die Interviewauswertungen haben eine hohe Qualität. Daran zeigt sich, dass die Studierenden durch die Interviewschulung ihre kompetenzorientierte Sichtweise sowie ihren diagnostischen Blick gestärkt haben. Sie formulieren ihre Beobachtungen nicht defizitorientiert, sondern beschreiben die vorhandenen Kompetenzen der Kinder vollständig bzw. zumindest teilweise. Dabei gehen sie häufig auf noch vorhandene Schwierigkeiten ein.

Um die Studierenden im Bereich der Interviewauswertung noch stärker zu unterstützen, erscheint es der Verfasserin dieser Arbeit sinnvoll, die von ihr erstellten tabellarischen Kompetenzraster zu den einzelnen Bereichen aus dem EMBI in Zukunft als Blanko-Tabelle zum Ankreuzen der Kompetenzen zur Verfügung zu stellen (siehe A7, S. 118 – 120; weitere Erläuterungen dazu befinden sich in Kap. 9).

Dieser Aspekt sollte zusätzlich mit in die Interviewschulungen (Units) einfließen, um dadurch die Qualität der Interviewauswertungen noch stärker zu erhöhen (siehe Kap. 10). Mit der Verwendung der Kompetenzraster erhofft sich die Verfasserin als weiteren Vorteil, dass das Ableiten von Förderzielen aus den Interviewergebnissen leichter gelingt. An den von ihr entwickelten Kompetenzrastern lassen sich als Ergänzung zu den Ausprägungsgraden die nächsten Schritte im Lernprozess des Kindes aus Sicht der Verfasserin leichter ableiten (Forschungsfrage 2).

Auch in Lehrerfortbildungen, die von der Verfasserin regelmäßig zum EMBI durchgeführt werden, hat sich gezeigt, dass es für Lehrkräfte ebenso wie für Studierende nicht trivial ist, aus den Interviewergebnissen (Protokollbogen und Ausprägungsgrade) individuelle Förderziele für das jeweilige Kind zu entwickeln. Aus diesem Grund erscheint es der Verfasserin sinnvoll und notwendig, in einem nächsten Kapitel (siehe Kap. 9) darauf einzugehen. Ziel ist es, mithilfe der aus den Fallanalysen gewonnenen Informationen Hilfsstrategien zu entwickeln, die auch Anfängerinnen und -anfängern oder beispielsweise fachfremd unterrichtenden Lehrkräften exemplarisch den Weg aufzeigen, wie man mithilfe der Kompetenzraster vom Diagnostizieren zum Fördern gelangen kann.

#### 8.4 Zusammenfassung der Ergebnisse und Befunde

- In den Bereichen Zählen und Stellenwertsystem weisen die Kinder aus dem ENRP deutlich häufiger höhere Ausprägungsgrade auf als die Kinder aus dem EMBI.
- Weniger große Unterschiede treten zwischen den beiden Gruppen in den Bereichen der Strategien bei Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division auf.
- Festzustellen ist insgesamt, dass, wenn sich die höheren Ausprägungsgrade im ENRP durch zusätzliche Förderung begründen lassen, die für die Bereiche Zählen und Stellenwerte notwendigen Fertigkeiten leichter zu trainieren sind. Im Gegensatz dazu lassen sich die Fähigkeiten im Bereich der Strategien, die zum Rechnen benötigt werden, insgesamt schwerer fördern.
- Die ausgewählten Kinder mit niedrigen Ausprägungsgraden (aus den Gruppen NA1 und NA2) der vorliegenden Untersuchung verfügen über keine ausreichend ausgebildete Zählkompetenz und greifen beim Rechnen als einzige Strategie auf das Zählen zurück.
- Die ausgewählten Kinder mit hohen Ausprägungsgraden (aus den Gruppen HA1 und HA2) haben dagegen eine sehr gut ausgebildete Zählkompetenz und zeigen sich beim Rechnen sehr flexibel im Umgang mit Strategien.
- Bei der Vergabe der Ausprägungsgrade für die interviewten Kinder durch die Studierenden sind die Entscheidungen als überwiegend erfolgreich einzuschätzen. An den Interviewauswertungen zeigt sich, dass die Studierenden ihre kompetenzorientierte Sichtweise sowie ihren diagnostischen Blick gestärkt haben.
- Um Studierende und Lehrkräfte im Bereich der Interviewauswertung zu unterstützen, erscheint es der Verfasserin sinnvoll, die von ihr erstellten Kompetenzraster in Zukunft für Interviewschulungen zu verwenden. Ziel ist es, mithilfe der Kompetenzraster das Ableiten von Förderzielen aus den Interviewergebnissen zu erleichtern.

## 9. Vom Diagnostizieren zum Fördern

Auf der Grundlage der Ergebnisse und Befunde aus dem vorangegangenen Kapitel wird hier der Frage nachgegangen, wie sich das Interviewverfahren als Instrument handlungsleitender Diagnostik durch das Ableiten von Förderzielen aus den Interviewergebnissen nutzen lässt (Forschungsfrage 2).

Je stärker die Ausprägungsgrade eines Kindes beim EMBI von dem Durchschnitt der Ausprägungsgrade innerhalb der Lerngruppe abweichen, umso wichtiger ist es, für das entsprechende Kind individuelle Förderziele zu entwickeln und eine Fördermaßnahme zu planen und durchzuführen. Kinder, die besonders niedrige Ausprägungsgrade aufweisen, müssen gefördert werden, um individuellen Kompetenzzuwachs zu ermöglichen. Dazu muss im Unterricht adäquat an vorhandene Kompetenzen angeknüpft werden, um eine Überforderung zu vermeiden.

Kinder mit hohen Ausprägungsgraden müssen im Gegensatz dazu im Unterricht stärker berücksichtigt werden, um nicht unterfordert zu sein. Aber auch Kinder mit durchschnittlichen Ausprägungsgraden brauchen passende Lernangebote. Die Interviewerin oder der Interviewer sollte daher zur Förderplanung in der Lage sein, die Ausprägungsgrade, die mit dem EMBI ermittelt wurden, richtig einzuschätzen und im Sinne der Handlungsleitung aus den Interviewergebnissen Förderziele (siehe Kap. 4.2) abzuleiten.

Der Weg vom Diagnostizieren zum Fördern wird im Folgenden anhand von vier aufeinander aufbauenden Arbeitsschritten verdeutlicht:

- Arbeitsschritt 1: Einschätzen und Orientieren  
Arbeitsschritt 1a: Einschätzen der APG  
Arbeitsschritt 1b: Erstellen des Kompetenzrasters
- Arbeitsschritt 2: Ableiten von Förderzielen
- Arbeitsschritt 3: Planen und Durchführen der Fördermaßnahme  
Arbeitsschritt 3a: Übungen auf Handlungsebene  
Arbeitsschritt 3b: Übungen zum Verinnerlichen
- Arbeitsschritt 4: Evaluation der Fördermaßnahme

## 9.1 Einschätzen der Ausprägungsgrade

Da die Ausprägungsgrade als Entwicklungsstufen interpretiert werden können, steigt die Komplexität jeweils im nächst höheren Ausprägungsgrad an. Dadurch sind nicht alle einzelnen Kompetenzen, die mit dem Interview erhoben werden, in den Ausprägungsgraden ausdifferenziert.

Die Ausprägungsgrade liefern damit stark verdichtete Informationen, aus denen sich nach Sicht der Verfasserin zwar eine grobe Orientierung aber keine direkten Handlungsimpulse für eine Förderung ergeben.

In verschiedenartigen Studien konnte nachgewiesen werden, *„dass Lehrenden gerade der Schritt von der Evidenz (Urteilsbildung) zu einer geeigneten Anschlusshandlung schwer fällt. Eine solche Anschlusshandlung ist jedoch grundlegend für die Wirksamkeit diagnostischer Kompetenzen“* (KARST u.a. 2014, S. 247).

Auch beim EMBI gibt es aus Sicht der Verfasserin an der Nahtstelle zwischen der Diagnose und der Förderung die meisten Schwierigkeiten. Dies hat sich in zahlreichen Interviewschulungen mit Studierenden sowie ebenfalls in Lehrerfortbildungen mit Lehrkräften gezeigt, die bereits im Schuldienst tätig sind.

Vor allem Studierenden ohne ausreichende Praxiserfahrung, Referendarinnen und Referendaren oder auch fachfremd unterrichtenden Lehrkräften gelingt das Einschätzen der Ergebnisse sowie das Ableiten von Förderzielen aus den Ausprägungsgraden nicht ohne weiteres. Sie benötigen dazu zusätzliche Informationen und Hilfen.

Dazu hat die Verfasserin mithilfe der empirischen Untersuchung Tabellen (siehe Kap. 6.4.1 – 6.4.4) erstellt, an denen sich ablesen lässt, wie die Kinder aus Klasse 1 und 2 abgeschnitten haben, die hier mit dem EMBI untersucht wurden. Bisher wurde in Deutschland dazu keine repräsentative Untersuchung durchgeführt, sodass zum EMBI keine Normtabellen für die verschiedenen Klassenstufen vorliegen.

Aus diesem Grund hat die Verfasserin versucht, die Ergebnisse der empirischen Untersuchung so zu bündeln, dass ein Bezugssystem entsteht, mit dem sich die individuellen Interviewergebnisse zumindest überblicksartig

vergleichen lassen. Damit wird eine vorläufige Normierung (siehe Kap. 3.1.2.1) angestrebt, die in einer umfangreicheren Untersuchung zu einem späteren Zeitpunkt weiter ausgebaut werden könnte. Die Tabellen aus der vorliegenden Arbeit können Lehrkräften aber bereits zum jetzigen Zeitpunkt nützlich sein, um einzuschätzen, ob die Ergebnisse ihrer Kinder im Vergleich zur Stichprobe der vorliegenden empirischen Untersuchung als eher unterdurchschnittlich, durchschnittlich oder überdurchschnittlich einzustufen sind (siehe Arbeitsschritt 1a).

## 9.2 Erstellen eines Kompetenzrasters

Während der Durchführung eines Interviews entsteht das Interviewprotokoll, aus dem mithilfe der Auswertungsrichtlinien nach dem Interview die Ausprägungsgrade abzuleiten sind. Der Person, die im Anschluss Förderziele entwickeln möchte, liegen mit dem Protokoll und den Ausprägungsgraden dadurch normalerweise zwei schriftliche Dokumente vor.

Um wirksame Förderentscheidungen treffen zu können, ist es sinnvoll, innerhalb des jeweiligen Ausprägungsgrades zu schauen, welche Kompetenzen beim Kind bereits und welche noch nicht vorhanden sind. Zusätzlich ist es aus Sicht der Verfasserin hilfreich, anhand des Protokollbogens genauer zu analysieren, über welche Strategien das Kind im Einzelnen bereits verfügt bzw. an welchen Stellen Schwierigkeiten auftreten.

Die exemplarische Analyse der Schülerinterviews (siehe Kap. 7) hat ergeben, dass diese Vorgehensweise mithilfe des Protokollbogens möglich aber nicht trivial ist. Aus diesem Grund empfiehlt die Verfasserin dieser Arbeit, ein *Kompetenzraster* als weiteres schriftliches Dokument zu nutzen, das sie selbst entwickelt hat, um Lehrerinnen und Lehrer bei diesem Vorgehen zu unterstützen. Das Kompetenzraster lässt sich zwischen Protokollbogen und Ausprägungsgraden verorten und wurde von der Verfasserin dieser Arbeit mithilfe der in Kapitel 7 durchgeführten Fallanalysen für jeden Bereich aus dem EMBI (V, A, B, C, D) erstellt (siehe S. 290 – 292).

Das Kompetenzraster<sup>83</sup> stellt eine Übersicht über mögliche vorhandene Kompetenzen dar und löst damit die Interviewergebnisse höher auf, als dies alleine durch die Festlegung der Ausprägungsgrade der Fall ist. Hier erfolgt eine Unterteilung in die fünf Bereiche vom EMBI-ZO, für die jeweils einzelne Kompetenzen in zunehmender Komplexität von oben nach unten ausformuliert sind:

### Kompetenzraster zu Vorläuferfähigkeiten

Kompetenzen zu Vorläuferfähigkeiten		
1	Zählen einer Menge von 4 Gegenständen	
2	Erkennen der größeren von zwei vorgegebenen Mengen	
3	Legen einer Reihe mit der Kardinalzahl 5	
4	Über Mengenkonzanz verfügen	
5	Kennen der Begriffe daneben, hinter, vor	
6	Muster nachlegen, fortsetzen und erklären können	
7	Kenntnis der Ordinalzahl	
8	Erkennen von Mengen, ohne zu zählen	
9	Zuordnen von Zahlen zu Mengen	
10	Zahlenkarten von 0-9 sortieren können	
11	Zahlzerlegung der Zahl 6 mit Fingern zeigen können	
12	Vorgänger von Zahlen benennen können	
13	Nachfolger von Zahlen benennen können	
14	Kenntnis der Eins-zu-eins-Zuordnung	
15	4 Bleistifte der Größe nach sortieren können	

### Kompetenzraster zum Zählen

Kompetenzen zum Zählen		
1	Zählen im Zahlenraum bis 10	
2	Zählen im Zahlenraum bis 20	
3	Rückwärtszählen ab 10	
4	Rückwärtszählen von einer Startzahl $x > 20$	
5	Zählen von verschiedenen Startzahlen aus vorwärts und rückwärts im Zahlenraum bis 100	
6	Zählen von verschiedenen Startzahlen aus vorwärts und rückwärts im Zahlenraum über 100	
7	Benennen von Vorgänger und Nachfolger von Zahlen	
8	Schrittweise Zählen von Null aus in 10er-, 5er- und 2er-Schritten	
9	Kenntnis verschiedener Geldwerte	
10	Schrittweise Zählen von verschiedenen Startzahlen ( $> 0$ ) aus in 10er-, 5er-, 3er- und 2er-Schritten	
11	Addieren verschiedener Geldwerte zu einem Gesamtbetrag	
12	Ergänzen von einem Geldbetrag zu einem gewünschten Gesamtbetrag	

<sup>83</sup> Das Kompetenzraster zu allen fünf Bereichen befindet sich als Kopiervorlage im Anhang (siehe A7.1 - A7.5).

**Kompetenzraster zu den Stellenwerten**

<b>Kompetenzen zu den Stellenwerten</b>		
1	Lesen einstelliger Zahlen	
2	Ordnen einstelliger Zahlen nach der Größe	
3	Lesen und Ordnen zweistelliger Zahlen	
4	Lesen dreistelliger und vierstelliger Zahlen	
5	Korrekte Eingabe mehrstelliger Zahlen in den Taschenrechner	
6	Ordnen drei- und vierstelliger Zahlen nach der Größe	
7	Bündelungsprinzip anwenden können	
8	Identifizieren von Zahlen an der Hundertertafel	
9	Zuordnen von Zahlen am Zahlenstrahl im ZR bis 100	
10	Identifizieren von Zahlen an der Tausendertafel	
11	Vergrößern einer vierstelligen Zahl um 10	
12	Verkleinern einer vierstelligen Zahl um 100	
13	AbleSEN von fünf- bis siebenstelligen Zahlen aus einer Tabelle	
14	Identifizieren der drittgrößten Zahl aus einer Tabelle mit Einwohnerzahlen	
15	Zuordnen von Zahlen am Zahlenstrahl im ZR bis 2000 und darüber hinaus	

**Kompetenzraster zu Addition und Subtraktion**

<b>Kompetenzen bei Addition und Subtraktion</b>		
1	Lösen von Aufgaben mit der Strategie „alles zählen“	
2	Lösen von Aufgaben zum Weiterzählen bzw. Rückwärtszählen mit Material	
3	Lösen von Aufgaben zum Weiterzählen bzw. Rückwärtszählen ohne Material	
4	Anwenden grundlegender Rechenstrategien im Zahlenraum bis 20: Verdopplungsaufgabe	
5	Anwenden grundlegender Rechenstrategien im Zahlenraum bis 20: Tauschaufgabe	
6	Anwenden grundlegender Rechenstrategien im Zahlenraum bis 20: Zehnerzerlegung	
7	Anwenden abgeleiteter Rechenstrategien	
8	Lösen von Addition- bzw. Subtraktionsaufgaben mit zweistelligen Zahlen	
9	Überschlagen von Rechenergebnissen im Zahlenraum bis 1000	
10	Lösen von Additionsaufgaben im Zahlenraum bis 1000 im Kopf	
11	Lösen von Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 1000 im Kopf	
12	Halbschriftliches oder schriftliches LöSEN von Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 1000	

### Kompetenzraster zu Multiplikation und Division

Kompetenzen bei Multiplikation und Division		
1	Die Lösung von Aufgaben zum Vervielfachen und Verteilen gelingt, wenn alle Objekte zur Verfügung stehen mit der Strategie „alle zählen“	
2	Die Lösung von Aufgaben zum Vervielfachen und Verteilen gelingt, wenn alle Objekte zur Verfügung stehen ohne die Strategie „alle zählen“	
3	Lösen von Multiplikationsaufgaben, bei denen nicht alle Objekte vorhanden bzw. dargestellt sind	
4	Lösen von Divisionsaufgaben, bei denen nicht alle Objekte vorhanden bzw. dargestellt sind	
5	Lösen von Multiplikationsaufgaben unter Anwendung von Strategien	
6	Lösen von Divisionsaufgaben unter Anwendung von Strategien	
7	Lösen von Multiplikations- und Divisionsaufgaben auch mit mehrstelligen Zahlen in angewandten Kontexten	

Nach der Durchsicht des Protokollbogens und der Festlegung der Ausprägungsgrade wird das Kompetenzraster (siehe Arbeitsschritt 1b) folgendermaßen ausgefüllt:

- Für eine *nachweisbare Kompetenz* wird das entsprechende Feld angekreuzt (x),
- für eine *nicht erkennbare Kompetenz* erfolgt die Eintragung (/) und
- ein leeres Feld kennzeichnet die Kompetenzen, zu denen die entsprechenden Aufgaben aufgrund der Abbruchkriterien *nicht gestellt* wurden.

Beispiel für ein ausgefülltes Kompetenzraster zum Bereich Zählen:

Kompetenzen zum Zählen		Karin APG 1
1	Zählen im Zahlenraum bis 10	X
2	Zählen im Zahlenraum bis 20	X
3	Rückwärtszählen ab 10	/
4	Rückwärtszählen von einer Startzahl $x > 20$	/
5	Zählen von verschiedenen Startzahlen aus vorwärts und rückwärts im Zahlenraum bis 100	/
6	Zählen von verschiedenen Startzahlen aus vorwärts und rückwärts im Zahlenraum über 100	
7	Benennen von Vorgänger und Nachfolger von Zahlen	
8	Schrittweise Zählen von Null aus in 10er-, 5er- und 2er-Schritten	
9	Kenntnis verschiedener Geldwerte	/
10	Schrittweise Zählen von verschiedenen Startzahlen ( $> 0$ ) aus in 10er-, 5er-, 3er- und 2er-Schritten	
11	Addieren verschiedener Geldwerte zu einem Gesamtbetrag	/
12	Ergänzen von einem Geldbetrag zu einem gewünschten Gesamtbetrag	

Tabelle 73: Beispiel für Kompetenzraster

Aus Sicht der Verfasserin kann das Kompetenzraster auch Interviewerinnen und Interviewern ohne Praxiserfahrungen in allen Phasen der Lehrerbildung hilfreich sein, das Interviewverfahren handlungsleitend einzusetzen.

### 9.3 Ableiten von Förderzielen

Das Kompetenzraster soll Lehrerinnen und Lehrer dabei unterstützen, die durch die Durchführung des Interviews gewonnenen Erkenntnisse übersichtlich zu bündeln und daraus gegebenenfalls Förderziele für das jeweilige Kind abzuleiten.<sup>84</sup> Diese Förderziele haben für die Lehrkraft orientierenden Charakter, um darauf aufbauend individuelle Förderentscheidungen für das jeweilige Kind zu treffen (siehe Arbeitsschritt 2). Eine kompetenzorientierte Förderung kann nicht direkt aus den Förderzielen abgeleitet werden. Dazu muss die Lehrkraft auf der Grundlage der Förderziele und passend zum diagnostischen Befund motivierende Aufgaben entwickeln, die ausreichende Handlungsperspektiven für das individuelle Kind enthalten.

*„Förderziele liegen [...] nicht in Beobachtungen bzw. der Diagnose, sie lassen sich nur aus vorgängig festgelegten Normen bzw. Zielsetzungen ableiten. [...] Das Ziel muss bekannt sein, der Weg zum Ziel muss bekannt sein, und erst dann kann beschrieben werden, wo ein Kind auf dem Weg zu diesem Ziel steht. Und dann erst können auch Fördermaßnahmen festgelegt werden“* (MOSER OPITZ 2006, S. 13).

Die Frage, die an dieser Stelle zentral ist, ist die nach dem nächsten Schritt. Dabei ist die Passung zwischen Förderung und Diagnose von großer Bedeutung.

*„Erfolgreiches Lernen setzt [...] am bereichsspezifischen Vorwissen an“* (KARST u.a. 2014, S. 238).

Eine besondere Rolle für den Lernprozess und damit auch für eine Fördermaßnahme spielt daher das Vorwissen der Kinder. Dieses Wissen, über welches die Kinder bereits verfügen, ist eine der wesentlichen individuellen

---

<sup>84</sup> Ein Ziel von Standards und Kompetenzstufen ist es, auf dieser Grundlage die Wirkung von Schule und Unterricht auf die Entwicklung mathematischer Kompetenzen und Leistungen von Schulen bewertbar zu machen. Kompetenzraster für das Fach Mathematik können damit als *Förderprofile* genutzt werden (vgl. HASSELHORN, MARX, SCHNEIDER 2005).

Voraussetzungen bzw. Bedingungen für weiteres Lernen (vgl. HASSELHORN, GOLD 2009).

*„Relevantes Vorwissen kann nur dann die Lernleistung verbessern, wenn es tatsächlich aktiviert wird [...] und wenn es mit der zur Verarbeitung anstehenden Information kompatibel ist“* (HASSELHORN, GOLD 2009, S. 85).

Als optimal wird angesehen, wenn die Fördermaßnahme ein bisschen über die bereits vorhandene Kompetenz hinausgeht und damit zur Vertiefung eines Lerngegenstandes zunächst auf Bekanntes zurückgegriffen wird.

Mithilfe der Lehr-Lernforschung wurde gezeigt, dass die Wahrscheinlichkeit wächst, dass Wissen auch langfristig und in unterschiedlichen Kontexten verfügbar ist, wenn Informationen mehrfach mit dem bereits vorhandenen Wissensnetz verknüpft werden (vgl. HASSELHORN, GOLD 2009; vgl. ROTH 2011).

Im Folgenden wird aus diesem Grund anhand von drei Fallbeispielen exemplarisch dargestellt, wie man von der durchgeführten Diagnose mithilfe der Ausprägungsgrade und dem Kompetenzraster zu konkreten Förderansätzen gelangen kann.

### **9.3.1 Auswahl von Kindern zur Darstellung von Förderzielen**

Um den Weg „*Vom Diagnostizieren zum Fördern*“ zu verdeutlichen, werden zunächst drei Kinder aus der Stichprobe nach besonderen Gesichtspunkten ausgewählt. Die Verfasserin dieser Arbeit nimmt dazu an, dass sich aus der Analyse der Ergebnisse eines Kindes mit höheren Kompetenzausprägungen Hinweise für die Förderung eines leistungsschwächeren Kindes ergeben, indem nächste anzustrebende Schritte aufgezeigt werden können (siehe Kap. 9.2).

Da für die empirische Untersuchung die meisten Interviews mit Kindern aus dem 1. Schuljahr geführt und ausgewertet wurden (siehe Kap. 6.3.3), wird auch in diesem Abschnitt der Fokus auf Kinder aus dem 1. Schuljahr gerichtet. Aus diesem Grund werden zunächst ein Kind mit niedrigen Ausprägungsgraden aus Klasse 1 (Karin) und ein Kind mit hohen Ausprägungsgraden aus Klasse 1 (Samuel) ausgewählt. Für die beiden Kinder

mit niedrigen bzw. hohen Ausprägungsgraden liegen in Kapitel 7 ausführliche Analysen vor. Ausgewählt werden dabei jeweils nicht die Kinder mit den allerniedrigsten bzw. allerhöchsten Ausprägungsgraden in allen Bereichen, sondern jeweils ein Kind, das für die jeweilige Gruppe als typisch angesehen werden kann. Zum Entwickeln exemplarischer Förderziele ausschließlich auf ein Kind mit sehr niedrigen und ein Kind mit sehr hohen Ausprägungsgraden zurückzugreifen, erscheint der Verfasserin nicht sinnvoll, da beide Kinder für Gruppen extremer Kompetenzausprägungen typisch sind.

Daher wählt die Verfasserin ein zusätzliches Kind aus Klasse 1 (Dominik) aus, das über durchschnittliche Ausprägungsgrade verfügt. Die Interviewauswertung des Interviews mit Dominik befindet sich im Anhang (siehe A6.1, S. 100 – 103).

In der empirischen Untersuchung hat sich bei der Auswertung der Daten gezeigt, dass es einzelne Ausprägungsgrade gibt, die von den meisten Kindern erreicht werden. Die Verfasserin dieser Arbeit bezeichnet diese Ausprägungsgrade als Schwerpunkte. Den jeweils nächst höheren Ausprägungsgrad zu erreichen, gelingt den Kindern schwerer, sodass dieser bereits im ENRP als Barriere bezeichnet wurde (siehe Kap. 6.4).

Bei der Auswahl eines Kindes mit durchschnittlichen Ausprägungsgraden, wird hier Dominik ausgewählt, da er in jedem Bereich genau diesen Schwerpunkt erreicht (siehe A6.1.2, S. 102). Eine Analyse seiner Kompetenzen erscheint aus diesem Grund besonders sinnvoll, da es möglich ist, dabei neuralgische Punkte im Interview aufzudecken, an denen viele Kinder Schwierigkeiten aufweisen. Die Notwendigkeit, zu diesen Schwierigkeiten über mögliche Förderziele nachzudenken, ist dadurch in besonderem Maße gegeben.

Durch einen Vergleich der Kompetenzen von Karin (APG niedrig), Dominik (mittlere APG) und Samuel (APG hoch) wird im Folgenden mithilfe der Kompetenzraster versucht, solche Förderziele aufzuzeigen. Da sich alle drei Kinder zum Zeitpunkt der Interviewdurchführung in der Mitte des ersten Schuljahres befanden, lassen sich die Ergebnisse vergleichen und zueinander in Beziehung setzen (siehe Abb. 28, S. 296).

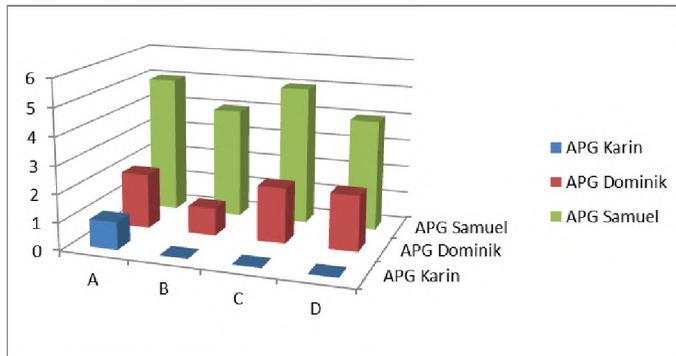


Abb. 28: Erreichte Ausprägungsgrade der drei ausgewählten Kinder im Vergleich

### 9.3.2 Erstellen von Kompetenzrastern für drei ausgewählte Kinder

Für alle drei Kinder werden in einem ersten Schritt mithilfe der Protokollbögen sowie der Interviewauswertungen (siehe A2.3, S. 23 – 26 (Karin); siehe A6.1, S. 100 - 103 (Dominik); siehe A4.3, S. 67 – 70 (Samuel)) Kompetenzraster (siehe Arbeitsschritt 1b) erstellt. Dies erfolgt jeweils für alle drei Kinder nebeneinander, sodass ein Vergleich leicht gelingt (siehe A8, S. 121 - 122).

Für Dominik liegt zusätzlich zu den Interviewdaten und dem Kompetenzraster zur Interviewdurchführung ein vollständiges Videodokument (PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2009) vor, welches von der Verfasserin dieser Arbeit in der Rolle der Interviewerin durchgeführt wurde. Zur besseren Verfügbarkeit und für die weitere Analyse befindet sich zu diesem Videodokument ein Transkript im Anhang (siehe A6.1.4, S. 104 - 117).

Aus den Kompetenzrastern der drei ausgewählten Kinder (siehe A8, S. 121 - 122) werden für die Entwicklung von Förderzielen (siehe Arbeitsschritt 2) im Folgenden die Bereiche Zählen, Stellenwerte und Addition und Subtraktion ausgewählt. Der Bereich der Multiplikation und Division wird weggelassen, da dieser zum Zeitpunkt der Erhebung im ersten Schuljahr im Unterricht noch nicht behandelt wurde.

Innerhalb der restlichen drei Bereiche werden aus den Kompetenzrastern weiterhin nur jene Kompetenzen ausgewählt, die für das erste Schuljahr von besonderer Relevanz sind.

### 9.3.3 Auswahl von Kompetenzen aus den Kompetenzrastern

Im Bereich des Zählens geht es im ersten Schuljahr vor allem um das Zählen im Zahlenraum bis 20 vorwärts und rückwärts.

Aus dem Kompetenzraster (siehe S. 290) werden für diesen Bereich daher die Kompetenzen 1 – 4 ausgewählt:

- 1: Zählen im Zahlenraum bis 10.
- 2: Zählen im Zahlenraum bis 20.
- 3: Rückwärtszählen ab 10.
- 4: Rückwärtszählen von einer Startzahl  $x > 20$ .

Im Bereich der Stellenwerte geht es im ersten Schuljahr um das Lesen, Ordnen und Interpretieren ein- und zweistelliger Zahlen, die korrekte Eingabe zweistelliger Zahlen in den Taschenrechner sowie das Anwenden des Bündelungsprinzips.

Aus dem Kompetenzraster (siehe S. 291) werden für diesen Bereich daher die Kompetenzen 1 – 3, 5 und 7 ausgewählt:

- 1: Lesen einstelliger Zahlen.
- 2: Ordnen einstelliger Zahlen nach der Größe.
- 3: Lesen und Ordnen zweistelliger Zahlen.
- 5: Korrekte Eingabe mehrstelliger Zahlen in den Taschenrechner.
- 7: Bündelungsprinzip anwenden können.

Auch im Bereich der Addition und Subtraktion liegt der Schwerpunkt im ersten Schuljahr im Zahlenraum bis 20. Im Mittelpunkt stehen hier die Strategien, die die Kinder bereits zum Rechnen nutzen.

Aus dem Kompetenzraster (siehe S. 291) werden für diesen Bereich daher die Kompetenzen 1 – 7 ausgewählt:

- 1: Lösen von Aufgaben mit der Strategie „alles zählen“.
- 2: Lösen von Aufgaben zum Weiterzählen bzw. Rückwärtszählen mit Material.
- 3: Lösen von Aufgaben zum Weiterzählen bzw. Rückwärtszählen ohne Material.

- 4: Anwenden grundlegender Rechenstrategien im Zahlenraum bis 20: Verdopplungsaufgabe.
- 5: Anwenden grundlegender Rechenstrategien im Zahlenraum bis 20: Tauschaufgabe.
- 6: Anwenden grundlegender Rechenstrategien im Zahlenraum bis 20: Zehnerzerlegung.
- 7: Anwenden abgeleiteter Rechenstrategien.

#### **9.4 Exemplarisches Entwickeln von Fördermaßnahmen**

Aus Sicht der Verfasserin wäre es wünschenswert, wenn zu sämtlichen Kompetenzen, die mit dem EMBI erhoben werden können, mögliche Förderziele mit konkreten Übungsvorschlägen vorliegen würden, um Lehrerinnen und Lehrern Anregungen zur Planung einer Fördermaßnahme auf der Grundlage der EMBI-Ergebnisse geben zu können. Dies ist bisher leider nicht der Fall und im Rahmen der vorliegenden Arbeit in diesem Umfang auch nicht leistbar.

Aus diesem Grund erfolgt hier eine Beschränkung auf einzelne Kompetenzen, die bei den drei ausgewählten Kindern vorhanden bzw. noch nicht vorhanden sind. Daran wird exemplarisch aufgezeigt, welche Förderziele jeweils für Karin, Dominik und Samuel in den Fokus genommen werden könnten und es werden jeweils erste Ideen zur Umsetzung der Förderziele in einer Fördermaßnahme entwickelt.

Tatsächlich wurde mit keinem Kind, das in der empirischen Untersuchung interviewt wurde, eine Fördermaßnahme durchgeführt. Bei den jeweils für die Phasen 1 und 2 des Vierphasenmodells dargestellten Übungsmöglichkeiten handelt es sich daher ausschließlich um den Entwurf hypothetischer Beispiele, die konkret für die drei ausgewählten Kinder entwickelt wurden und mit ihnen durchgeführt werden könnten.

In jeder Fördermaßnahme ist es besonders wichtig, situativ auf das zu fördernde Kind zu reagieren und dabei zu entscheiden, welche der geplanten Übungen vertieft, weggelassen oder angepasst werden muss.

Die Übungen lassen sich gegebenenfalls ebenso mit anderen Kindern im Rahmen einer Fördermaßnahme oder im gesamten Klassenverband durchführen, wenn bei den Kindern vergleichbare Schwierigkeiten in den jeweiligen Bereichen vorliegen. Die Übungen müssen nicht der Reihe nach durchgeführt werden und sowohl die Methode als auch das Material kann variiert werden.<sup>85</sup>

Langfristiges Ziel jeder Fördermaßnahme ist es dabei, dass das Kind über das Handeln (siehe Arbeitsschritt 3a) und dem gleichzeitigen „lauten Denken“ zur ikonischen und später zur symbolischen Ebene gelangt (siehe Kap. 4.2). Damit die Förderung tatsächlich den Erfolg hat, dass die Kinder sich langfristiges Wissen aneignen, muss das Gelernte verinnerlicht werden. Angestrebt wird daher, in jeder Fördermaßnahme ebenfalls Übungen zum Verinnerlichen durchzuführen (siehe Arbeitsschritt 3b). Ziel ist es dabei, dass es den Kindern gelingt, die Handlung durch Verinnerlichung auch gedanklich zu repräsentieren (siehe dazu Kap. 4.2.2: PIAGET, INHELDER 2004; WARTHA, SCHULZ 2013).

#### 9.4.1 Förderplanung für Karin (niedrige APG)

Um ein mögliches Förderziel für Karin im Bereich des Zählens zu entwickeln, erfolgt ein Vergleich zu den Kompetenzen von Dominik, der hier bereits über umfangreichere Kompetenzen verfügt, als dies bei Karin der Fall ist.

Kompetenzen zum Zählen		Karin APG 1	Dominik APG 2	Samuel APG 5
1	Zählen im Zahlenraum bis 10	X	X	X
2	Zählen im Zahlenraum bis 20	X	X	X
3	Rückwärtszählen ab 10	/	X	X
4	Rückwärtszählen von einer Startzahl $x > 20$	/	/	X

Tabelle 74: Ausschnitt aus Kompetenzraster zum Zählen, Kompetenzen 1-4

<sup>85</sup> Weitere nützliche Hinweise zu unterschiedlichen Anschauungsmitteln zum Fördern befinden sich bei LORENZ 2002b, S. 72ff.

Mithilfe des Kompetenzrasters (siehe Tabelle 74) lässt sich feststellen, dass beide Kinder in der Lage sind, im Zahlenraum bis 20 vorwärts zu zählen. Dominik gelingt ebenfalls das Rückwärtszählen von der Zahl 10 an. Das lässt darauf schließen, dass er die Zahlen im Zahlenraum bis 10 bereits verinnerlicht hat.

Für eine ausführlichere Gegenüberstellung wird bei Karin auf den Protokollbogen (siehe A2.3, S. 23 - 24) und bei Dominik auf das Transkript (siehe A6.1.4, S. 104 - 117) zurückgegriffen.

Dem Transkript lässt sich entnehmen, dass Dominik sicher mit und auch bereits rein verbal bis zur Zahl 36 zählt (siehe A6.1.4, S. 105 (01:29) – (02:58)). Wird er gebeten, von einer anderen Startzahl als Null aus zu zählen, so gelingt ihm das (passend zur EMBI-Aufgabe) von der Zahl 53 an:

„53 (.) warte, 54, 55, 56, 57, 58, 59 (.) 60, 61, 62.“ (siehe A6.1.4, S. 105 (03:03) – (03:18)). Von der Zahl 84 an, hat er noch Schwierigkeiten (siehe A6.1.4, S. 105 f. (03:18) – (04:06)).

Beim Rückwärtszählen von 24 als Startzahl ausgehend, lässt Dominik die Zahl 22 aus, ist ansonsten aber bereits erfolgreich.

Insgesamt muss er sich beim Rückwärtszählen noch sehr anstrengen und häufig überlegen:

„Hm (.) 24, 23, 21, 20, äh (..), 90 (verbessert sich) 19, 18, 17 (.) 16, 15.“ (siehe A6.1.4, S. 106 (04:13) – (04:30)).

Spielend leicht gelingt ihm das Rückwärtszählen dafür bereits von 10 als Startzahl aus (siehe A6.1.4, S. 106 (04:43) – (04:47)).

Im Gegensatz dazu hat Karin beim Zählen noch große Schwierigkeiten. Das Zählen gelingt ihr vorwärts im Zahlenraum bis 20. Danach zählt sie weiter: „20, 23 (.) 27 (.) 89, 18“ (siehe A2.3.1a, S. 23, Aufgabe A1 und A2).

Es lässt sich vermuten, dass sie die Zahlwortreihe bisher bis zur Zahl 20 auswendig gelernt, aber noch nicht verstanden hat, welches System dahinter steckt.

In der Interviewauswertung beschreibt die Studentin Karins Verhalten beim Zählen folgendermaßen:

*„Karin kennt die Zahlwortreihe bis 20, jedoch zählt sie mechanisch und fühlt sich im Umgang mit 20 Elementen noch unsicher [...]. Es bereitet Karin Schwierigkeiten, Elemente abzuzählen, sie kommt mit der Reihenfolge durcheinander und vergisst einige Zahlen“ (siehe A2.3.3, S. 25).*

Das Rückwärtszählen gelingt Karin von 10 beginnend nur mit Hilfe, bei der Zahl 6 bricht sie ab. Weitere Zählkompetenzen sind nicht erkennbar.

Ein anzustrebendes Förderziel (siehe Arbeitsschritt 2) für Karin ist es, dass sie über eine sichere und flexible Zählkompetenz verfügt. Dabei beinhaltet die Zählkompetenz das Zählen von Objekten und die Einsicht, dass durch Zählen die Anzahl bestimmt werden kann.

→ Förderziel 1: *Karin zählt sicher im Zahlenraum bis 10 vorwärts und rückwärts.*

Für die Umsetzung des Förderziels 1 für Karin in einer Fördermaßnahme ist es unabdingbar, mit ihr auf die handelnde Ebene zurückzukehren (siehe Kap. 4.2.2). Bisher sagt Karin die Zahlwortreihe mechanisch auf, ohne mit den einzelnen Zahlen Mengen zu verbinden.

Folgt man dem Vierphasenmodell nach WARTHA und SCHULZ (2013; siehe Kap. 4.2.2) ist die Phase 1 für Karin zentral, um die Fördermaßnahme zu beginnen. Ein reines Üben der Zahlworte in der richtigen Reihenfolge in abstrakter Form wird es Karin nicht ermöglichen, ihr Repertoire zu erweitern. Nur durch die Handlung am Material ist es möglich, dass Karin die notwendigen Grundvorstellungen aufbaut, Analogien entdeckt und Flexibilität beim Zählen erlernen kann (siehe Arbeitsschritt 3a). Angestrebt wird dabei, die Handlung durch Verinnerlichung (siehe Arbeitsschritt 3b) auch gedanklich zu repräsentieren (siehe dazu PIAGET, INHELDER 2004, Kap. 4.2.2).

Eine beispielhafte Umsetzung einer Fördermaßnahme für Karin im Bereich des Zählens könnte daher in den Phasen 1 und 2 des Vierphasenmodells folgendermaßen aussehen:<sup>86</sup>

**Phase 1 zum Förderziel 1 (Karin):**

Karin zählt handlungsbegleitend<sup>87</sup> vorwärts und rückwärts im Zahlenraum bis 10 mit geeignetem Material (siehe Arbeitsschritt 3a), indem sie beispielsweise:

- Quantitäten von Bauklötzen<sup>88</sup> bestimmt und Ziffernkarten zuordnet,
- Gegenstände zählt, welche wegnimmt oder hinzufügt,
- Objekte in neuer Anordnung oder
- Punkte auf einem Würfel zählt (LORENZ 2012, S. 152 – 153).
- Ist sie dabei erfolgreich, lässt sich der Schwierigkeitsgrad steigern, indem Karin Objekte zählt, die man berühren, aber nicht bewegen kann (z.B. auf einem Bild).

**Phase 2 zum Förderziel 1 (Karin):**

Karin zählt vorwärts und rückwärts im Zahlenraum bis 10 mit geeignetem Material und die Lehrperson führt die Handlung dazu aus (siehe Arbeitsschritt 3b):

- Karin zählt geeignetes Material und die Lehrperson bewegt bzw. berührt die Objekte (Materialhandlung mit Sicht auf das Material).
- Der Schwierigkeitsgrad lässt sich weiter steigern, indem Karin Objekte zählt, die man sehen, aber nicht berühren kann (z.B. auf einem Bild, das an der Wand hängt). Weiterhin ist es möglich, dass Karin Töne oder Geräusche oder Bewegungen (Ballwürfe) zählt (vgl. LORENZ 2012).

---

<sup>86</sup> Weitere Hinweise zur Förderung der Zählkompetenz und zu Aktivitätsbeispielen findet man bei LORENZ (2012; S. 152 – 153).

<sup>87</sup> Im Zählprozess bewegt sie dazu jedes einzelne Objekt, indem sie es zur Seite schiebt und das entsprechende Zahlwort sagt.

<sup>88</sup> Es ist prinzipiell möglich, das im EMBI zur Diagnose enthaltene Material (z.B. Bärchen, Geld, Holzstäbe) ebenfalls zum Abzählen einzusetzen (siehe Kap. 4.2.1).

Insgesamt muss individuell entschieden werden, wie oft die einzelnen Übungen aus Phase 1 und 2 mit Karin wiederholt<sup>89</sup> und wann die Übungen auf den Zahlenraum bis 20 ausgeweitet werden können. Diese Entscheidung hängt maßgeblich davon ab, wie schnell ihr individueller Lernprozess voranschreitet. Die Lehrperson, die die Förderung durchführt, muss sich innerhalb der Fördermaßnahme situativ wendig zeigen.

Die im Förderziel 1 angestrebte Zählkompetenz benötigt Karin ebenfalls für den Bereich der Addition und Subtraktion.

Vergleicht man hier ihre Kompetenzen in Bezug auf Addition und Subtraktion mit jenen von Dominik, so stellt man fest, dass Karin noch nicht einmal in der Lage ist, Rechenaufgaben mit der Strategie „alles zählen“ zu lösen (siehe Tab. 75: Kompetenz 1).

<b>Kompetenzen zu Addition und Subtraktion</b>		Karin APG 0	Dominik APG 2	Samuel APG 5
1	Lösen von Aufgaben mit der Strategie „alles zählen“	/		
2	Lösen von Aufgaben zum Weiterzählen bzw. Rückwärtszählen mit Material	/	X	X
3	Lösen von Aufgaben zum Weiterzählen bzw. Rückwärtszählen ohne Material	/	/	X
4	Anwenden grundlegender Rechenstrategien im Zahlenraum bis 20: Verdopplungsaufgabe	/	X	X
5	Anwenden grundlegender Rechenstrategien im Zahlenraum bis 20: Tauschaufgabe		X	X
6	Anwenden grundlegender Rechenstrategien im Zahlenraum bis 20: Zehnerzerlegung		X	X
7	Anwenden abgeleiteter Rechenstrategien	/	/	X

Tabelle 75: Ausschnitt aus Kompetenzraster zu Addition und Subtraktion, Kompetenzen 1-7

Diese Tatsache ist nicht verwunderlich, da im Bereich des Zählens die unzureichende Zählkompetenz von Karin beschrieben wurde.

<sup>89</sup> „Neben Intelligenz, Motivation und Fleiß ist das systematische Wiederholen des Stoffes (das A und O des Lernens. [...] Nichts (wird) in einem Mal gelernt, sondern bedarf der Wiederholung“ (ROTH 2011, S. 306).

Daraus folgt (siehe Arbeitsschritt 2):

→ Förderziel 2: *Karin nutzt ihre Zählkompetenz zum Rechnen und erlernt erste Rechenstrategien.*

Wichtig ist dabei ebenso wie bereits für Förderziel 1 bei der Umsetzung in einer Fördermaßnahme, für eine Verknüpfung zwischen den verschiedenen Artikulationsformen (siehe Arbeitsschritt 3a/3b) zu sorgen. Ansonsten besteht die Gefahr, dass Karin eine zählende Rechnerin bleibt (siehe Kap. 2.3.2).

Eine mögliche Umsetzung einer Fördermaßnahme für Karin im Bereich der Addition und Subtraktion könnte daher in den Phasen 1 und 2 des Vierphasenmodells folgendermaßen aussehen:

#### **Phase 1 zum Förderziel 2 (Karin):**

Karin löst Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 10 und erlernt erste Rechenstrategien mit geeignetem Material (siehe Arbeitsschritt 3a), indem sie beispielsweise:

- eine vorhandene Menge von Objekten<sup>90</sup> abzählt, weitere Objekte hinzufügt bzw. wegnimmt und die Gesamtanzahl erneut durch Abzählen bestimmt,
- von einer vorhandenen Menge von Objekten aus weiter- bzw. rückwärts zählt,
- eine Aufgabe und ihre Tauschaufgabe mit Objekten darstellt und vergleicht,
- Verdopplungsaufgaben mit Plättchen und einem Spiegel darstellt und
- Zehnerzerlegungen mit Material (z.B. durch Darstellung mit den Fingern<sup>91</sup> oder mit Schüttelboxen) ermittelt.

---

<sup>90</sup> Es ist prinzipiell möglich, das im EMBI zur Diagnose enthaltene Material (z.B. Bärchen, Geld, Holzstäbe) ebenfalls zum Abzählen einzusetzen (siehe Kap. 4.2.1).

<sup>91</sup> Konkrete Förderideen mit dem Vierphasenmodell befinden sich bei WARTHA und SCHULZ (2013) zu „Zahlzerlegungen“ (S. 68 – 71), der Strategie „Schrittweise über den Zehner rechnen“ (S. 72) und zu „Zehneranalogien“ (S. 73 – 74).

**Phase 2 zum Förderziel 2 (Karin):**

- Karin löst Additions- und Subtraktionsaufgaben und erlernt erste Rechenstrategien im Zahlenraum bis 10 mit geeignetem Material, indem nur die Lehrperson die Objekte bewegt bzw. berührt (Materialhandlung mit Sicht auf das Material). Hierbei wird das simultane Erfassen von Mengen geschult (siehe Arbeitsschritt 3b).

**9.4.2 Förderplanung für Dominik (mittlere APG)**

Um für Dominik mögliche Förderziele im Bereich der Addition und Subtraktion zu entwickeln, erfolgt ein Vergleich mit den Kompetenzen von Samuel (siehe Tab. 75, S. 303).

Während bei Samuel sämtliche Kompetenzen vorhanden sind, gelingt es Dominik nicht durchgängig, Aufgaben zum Weiterzählen bzw. Rückwärtszählen ohne Material zu lösen.

Schwierigkeiten bereiten ihm hier noch Aufgaben mit Zehnerübergang. Bei der Aufgabe C20 „*Ich habe 12 Erdbeeren und esse 9 davon. Wie viele Erdbeeren habe ich dann noch?*“ vergisst Dominik beispielsweise die Zahlen 11 und 12 und fängt bei 10 an, mit den Fingern rückwärts zu zählen (siehe A6.1.1b, S. 101). Sein Ergebnis lautet aus diesem Grund „1“.

Weiterhin fällt auf, dass Dominik ebenso wie Samuel über grundlegende Rechenstrategien verfügt (siehe Kompetenz 6), im Gegensatz dazu aber keine abgeleiteten Rechenstrategien anwendet (siehe Kompetenz 7).

Mithilfe des Transkripts lassen sich die von Dominik im Bereich Addition und Subtraktion angewandten Rechenstrategien genauer analysieren (siehe A6.1.4, S. 111 - 114). Er löst die Verdopplungsaufgabe  $4+4=8$  ohne Probleme. Anhand seiner Erläuterung dazu, wie er das herausbekommen hat, antwortet Dominik:

*„Hm. Weil (.) (D. beginnt mit den Fingern zu modellieren), wenn ich 4 hab' und mach' nochmal (.) 4 dazu, das sind dann (.) wart' mal, das sind jetzt, jetzt erstmal 9 (D. zeigt 5 Finger an einer Hand, 4 Finger an der anderen und korrigiert sich): muss ich nur die drei dazu machen (D. zeigt jetzt zu den 5 Fingern an der einen Hand 3 Finger an der anderen Hand). Wenn ich 5, wenn*

*ich 5 hab' und mache dann nur 3 dazu, dann sind das auch 8.“ (siehe A6.1.4, S. 113 (03:49) – (04:10)).*

An dieser Antwort von Dominik lässt sich erkennen, dass er bereits verstanden hat, wie sich bei einer Additionsaufgabe die beiden Summanden gegensinnig verändern lassen. Mithilfe seiner Finger modelliert er die Aufgabe  $4+4$  zu  $5+3$  und weiß, dass die Ergebnisse identisch sind.

Weiterhin ist Dominik bekannt, dass es zum Lösen mancher Aufgaben günstiger ist, die Tauschaufgabe auszurechnen. Er zeigt dies bei der Aufgabe  $2+9$ :

*„Weil, wenn ich 2 hab' und mach' 'nen plus, dann hab' ich ja hier 9 und dann rechne ich mir die 10 und die 11 nochmal nach vorne und dann hab' ich (.) 11.“ (A6.1.4, S. 113 (04:27) - (04:43)).*

Dominik nutzt hier die Tauschaufgabe  $9+2$  zum Lösen der Aufgabe und ermittelt das Ergebnis mit der Strategie des Weiterzählens.

Die Zehnerzerlegung  $4+6=10$  kann Dominik zwar lösen, er scheint die Aufgabe aber noch nicht automatisiert zu haben. Auch diese Aufgabe löst er über das Weiterzählen und erklärt:

*„[...] Wenn ich 4 hab' (D. zeigt 4 Finger) und mache noch 6 dazu (D. zählt an den Fingern weiter): 1, 2, 3, 4, 5, 6 (D. zeigt jetzt 10 Finger).“ (siehe A6.1.4, S. 113 (04:51) – (04:57)) und ergänzt:*

*„Ich kann aber schon 6 plus 6 gleich 12 (lacht).“ (siehe A6.1.4, S. 113 (04:58) - 05:02)).* Diese Kenntnis der Verdopplungsaufgabe, die er hier benennt, nutzt er aber noch nicht zum „Fast-Verdoppeln“. Er hätte sich die Aufgabe  $4+6$  sonst folgendermaßen erschließen können:  $6+6=12$ , für  $4+6$  brauche ich 2 weniger, also lautet das Ergebnis 10.

Im weiteren Verlauf des Interviews zeigt sich ebenfalls, dass Dominik die Verdopplungsaufgaben nicht nutzt, um andere Aufgaben durch das Fast-Verdoppeln (siehe dazu  $7+8$ ) oder das Nutzen der Umkehraufgabe (siehe dazu  $12-6$ ) daraus abzuleiten.

Die Aufgabe 12-6 löst Dominik folgendermaßen:

*„12 minus 6 (.), 12 minus 6 (...) hm. (D. zählt dabei rückwärts mit den Fingern). Sechs, bleiben nur noch sechs übrig.“* (siehe A6.1.4, S. 114 (06:47) – (07:14)) und erklärt:

*„Weil, wenn ich zwölf hab', dann nehm' ich wieder minus und rechne wieder 6 zurück. Hab' ich wieder 6. (.) (D. atmet laut aus).“* (siehe A6.1.4, S. 114 (07:19) – (07:27)).

Dominik löst diese Aufgabe, indem er rückwärts mit den Fingern zählt. Dabei muss er sich merklich anstrengen. Stattdessen wäre es sinnvoller gewesen, wenn er auf die Umkehrung der Verdopplungsaufgabe zurückgegriffen hätte, die er bereits kennt. Dieser Zusammenhang scheint ihm noch nicht klar zu sein.

Dominik greift bei Subtraktionsaufgaben stets auf das Rückwärtszählen zurück. Diese Strategie ist fehleranfällig, wie sich bei der Aufgabe 10 – 7 zeigt. Zunächst nennt Dominik als Ergebnis die Zahl 2. Nach Aufforderung der Interviewerin seinen Rechenweg zu erklären, stellt er fest:

*„[...] also, wenn ich jetzt 10 hab' (D. zeigt 10 Finger) und mach' dann 7 weg (D. klappt Finger einzeln ein und zählt dabei): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Äh, 3, verdammt, ich hab' einen übersehen.“* (siehe A6.1.4, S. 114 (06:13) – (06:35)).

Auch hier greift Dominik nicht auf die Kenntnis der Zehnerzerlegung zurück und bildet keine Umkehraufgabe. Diese Tatsache bestätigt die Vermutung, dass er die Zehnerzerlegungen noch nicht automatisiert hat.

Zusätzlich kommt hinzu, dass er mit der Strategie des Rückwärtszählens mit den Fingern Aufgaben über 10 gar nicht mehr lösen kann (siehe A6.1.4, S. 114 (08:16) ff.).

Vergleicht man an dieser Stelle, wie Samuel im Bereich von Addition und Subtraktion vorgeht, so stellt man fest, dass er über elaborierte Rechenstrategien verfügt, sodass ihm das Lösen der Aufgaben mit Rückgriff auf diese Strategien leicht gelingt (siehe A4.3.1b, S. 68).

Samuel kennt die Verdopplungsaufgaben und Zehnerzerlegungen auswendig. Er kennt das Prinzip der Tauschaufgabe und nutzt es zum Rechnen.

Die Aufgaben 12-6 sowie 7+8 löst er, indem er auf die Verdopplungsaufgaben zurückgreift. Für die Aufgabe 10-7 nutzt er seine Kenntnis der Aufgabenfamilie  $7+3=10$ , daher  $10-7=3$ . Auch für die Aufgabe 19-15 kennt er eine Aufgabenfamilie.

Bei schwierigeren Aufgaben zeigt er je nach Aufgabentyp sehr flexible Strategien (siehe A4.3.1b, S. 68). Die Aufgabe  $27+10$  löst er mit der Strategie „Stellenwerte extra“ und rechnet  $20+10=30$  und  $30+7=37$ .

Bei  $36 + 9$  ergänzt er zunächst bis zum nächsten Zehner und rechnet dann von dort aus weiter. Erst bei Additionsaufgaben mit mehrstelligen Zahlen ist Samuel nicht mehr erfolgreich.

Zusammenfassend lässt sich sagen (siehe Arbeitsschritt 2), dass Dominik über einige grundlegende Strategien zum Rechnen verfügt, diese aber im Gegensatz zu Samuel nicht für abgeleitete Strategien nutzt. Er rechnet überwiegend, indem er vorwärts bzw. rückwärts zählt, während Samuel je nach Aufgabentyp flexible Strategien einsetzt.

→ Förderziel 1: *Dominik erlernt abgeleitete Rechenstrategien und nutzt diese zum flexiblen Rechnen.*

Um das Förderziel zu erreichen, ist es von besonderer Bedeutung, dass die Förderung von Dominik zu den Rechenstrategien nicht ausschließlich auf der symbolischen Ebene erfolgt (siehe Kap. 4.2.2). Damit er sinnvolle Grundvorstellungen zu Strategien aufbauen kann, ist es wichtig die symbolische Sprech- bzw. Schreibweise direkt in Verbindung zur entsprechenden Materialhandlung (siehe Arbeitsschritt 3a) oder einem Modell zu stellen (vgl. WARTHA, SCHULZ 2013).

Eine mögliche Umsetzung einer Fördermaßnahme für Dominik im Bereich der Addition und Subtraktion könnte daher in den Phasen 1 und 2 des Vierphasenmodells folgendermaßen aussehen:

**Phase 1 zum Förderziel 1 (Dominik):**

Dominik stellt Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 20 mit geeignetem Material dar (siehe Arbeitsschritt 3a) und erlernt abgeleitete Rechenstrategien (siehe Kap. 3.3.4.2):

- Aufgaben zum Fastverdoppeln: etwa  $6 + 7$  wird gerechnet als ‚das Doppelte von 6 ist 12, und dann noch plus 1‘,
- Ergänzung zunächst bis zum nächsten Zehner: etwa  $4 + 8 = 4 + 6 + 2$ ,
- Umkehraufgaben bilden: etwa  $7 - 2$  wird gerechnet als  $2 + 5 = 7$ ,
- Hilfsaufgaben nutzen: bei „+ 9“ wird „+ 10 – 1“ gerechnet, oder
- bei Aufgaben passende Analogien bilden:
- etwa  $14 + 5 = 19$ , weil  $4 + 5 = 9$  bekannt ist und noch ein Zehner hinzukommt (vgl. PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013).

Möglich wäre es beispielsweise, dass Dominik die Aufgaben zu abgeleiteten Rechenstrategien mithilfe von Rechenplättchen am Zwanzigerfeld<sup>92</sup> oder am leeren Zahlenstrahl darstellt. Der leere Zahlenstrahl dient zur ikonischen Darstellung von Rechenoperationen und ermöglicht Dominik, seine eigenen Strategien darzustellen und mit anderen Strategien zu vergleichen.<sup>93</sup> Wichtig ist insgesamt, dass das Handeln stets mit begleitendem Sprechen im Sinne des „lauten Denkens“ (siehe Kap. 4.2.4) verbunden wird.

**Phase 2 zum Förderziel 1 (Dominik):**

- Dominik erläutert das Lösen von Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 20 mithilfe abgeleiteter Rechenstrategien am Zwanzigerfeld oder am leeren Zahlenstrahl verbal und nur die Lehrperson bewegt bzw. berührt die Objekte (Materialhandlung mit Sicht auf das Material; siehe Arbeitsschritt 3b).

---

<sup>92</sup> Hinweise dazu findet man bei WARTHA und SCHULZ (2013) auf S. 38-39.

<sup>93</sup> Weitere nützliche Hinweise befinden sich bei LORENZ (2002b) zum leeren Zahlenstrahl (S. 71) sowie zu unterschiedlichen Veranschaulichungsmitteln und Rechenstrategien (S. 72ff.).

Um für Dominik ein mögliches Förderziel im Bereich der Stellenwerte zu entwickeln, erfolgt hier ebenfalls ein Vergleich zu den Kompetenzen von Samuel (siehe Arbeitsschritt 1b):

Kompetenzen zu den Stellenwerten		Karin APG 0	Dominik APG 1	Samuel APG 4
1	Lesen einstelliger Zahlen	/	X	X
2	Ordnen einstelliger Zahlen nach der Größe	/	X	X
3	Lesen und Ordnen zweistelliger Zahlen	/	/	X
4	Lesen dreistelliger und vierstelliger Zahlen		/	X
5	Korrekte Eingabe mehrstelliger Zahlen in den Taschenrechner	/	X	X
6	Ordnen drei- und vierstelliger Zahlen nach der Größe		/	X
7	Bündelungsprinzip anwenden können	/	/	X

Tabelle 76: Ausschnitt aus Kompetenzraster zu den Stellenwerten, Kompetenzen 1-7

Beide Kinder sind in der Lage, einstellige Zahlen zu lesen und nach der Größe zu ordnen. Dominik hat Schwierigkeiten, zwei-, drei- und vierstellige Zahlen zu lesen und zu ordnen (siehe Kompetenz 3, 4 und 6). Dafür gelingt es ihm aber bereits, zweistellige Zahlen in den Taschenrechner einzugeben.

Das Bündelungsprinzip (siehe Kompetenz 7) kann Dominik noch nicht anwenden. Zum Entwickeln eines Förderzieles wird hier der Schwerpunkt für den Bereich der Stellenwerte gesetzt.

Die von Dominik im Bereich der Stellenwerte vorhandenen Schwierigkeiten lassen sich mithilfe des angefertigten Transkripts (siehe A6.1.4, S. 107 - 111) ermitteln.

Bei der Aufgabe B11 (siehe A6.1.4, S. 110 (08:17) – (08:22)) wird Dominik eine Karte mit der Zahl 36 gegeben. Dazu legt die Interviewerin 20 einzelne Holzstäbe und 8 Holzbündel mit je 10 Stäben auf den Tisch. Dominik wird aufgefordert, der Interviewerin so viele Stäbe zu geben, wie auf der Karte stehen.

Die von der Interviewerin auf den Tisch gelegten Holzstäbe nimmt Dominik nicht als Einer und Zehner wahr. Er konzentriert sich ausschließlich auf die einzelnen Holzstäbe und zählt diese einzeln ab, um die Zahl 36 darzustellen.

Als er die 20 vorhandenen, einzelnen Holzstäbe abgezählt hat, weiß er nicht, wie er weiter vorgehen soll und versucht zunächst ein Holzbündel auseinander zu nehmen, was ihm von der Interviewerin untersagt wird (siehe A6.1.4, S. 110 (08:37) – (08:43)). Auch nach dem Hinweis der Interviewerin, dass immer 10 Hölzer in einem Bündel sind, versucht er einzelne Stäbe aus einem Holzbündel zu seinen einzelnen 20 zu ergänzen:

*„(D. zählt jeden Stab eines Bündels zu seinen einzelnen hinzu und legt das Bündel zu den einzelnen Stäben an die Seite): 31“* (siehe A6.1.4, S. 110 (08:51)).

Dabei verzählt er sich um eins und kommt daher zum Ergebnis 31 statt 30 (20 Einzelne und ein Zehnerbündel). Das erkennt er aber nicht und versucht, mithilfe eines weiteren Bündels die aus seiner Sicht noch fehlenden 5 Stäbe abzuzählen:

*„(D. nimmt ein weiteres Bündel in die Hand und zählt daran die einzelnen Stäbe ab): Das sind (.) 36 (zeigt in die Mitte des Bündels). Hier sind ein paar mehr dran“* (siehe A6.1.4, S. 110 f. (08:51) – (09:03)).

Als die Interviewerin diese Lösung nicht akzeptiert, versucht er es mit jedem noch vorhandenen Bündel wieder.

Die Vorgehensweise ist dabei immer gleich und er stellt jedes Mal fest, dass in jedem der verbleibenden Bündel zu viele Holzstäbe sind (siehe A6.1.4, S. 111 (09:05) – (09:59)).

Einen anderen Lösungsweg als das Abzählen der einzelnen Stäbe scheint er nicht zu kennen. Das ist ein Hinweis darauf, dass er die Unterscheidung zwischen Einern und Zehnern noch nicht verstanden hat.

Im Gegensatz dazu löst Samuel die Aufgabe ohne Schwierigkeiten, indem er die Zahl 36 umgehend mit 3 Zehnern und 6 Einern darstellt (siehe A4.3.1a, S. 67).

Ergänzend zu Förderziel 1 sollte Dominik damit auch im Bereich der Stellenwerte gefördert werden (siehe Arbeitsschritt 2):

→ Förderziel 2: *Dominik lernt die unterschiedliche Bedeutung von Zehnern und Einern kennen und wendet diese zur Darstellung zweistelliger Zahlen an.*

### **Phase 1 zum Förderziel 2 (Dominik):**

Dominik erlernt den Nutzen des Bündelns mit Material (siehe Arbeitsschritt 3a), indem er:

- aus Steckwürfeln Zehnerstangen herstellt und Zehnerzahlen (z.B. 40, 20, 70 etc.) mit den Zehnerstangen legt,
- zweistellige Zahlen mit strukturierbarem Material darstellt und beim Handeln seine Lösungsstrategie erläutert (Ökonomie des Bündelns),
- nach dem Legen einer Zahl mit Steckwürfeln jeweils benennt, wie viele Zehner und Einer die Zahl hat.

Dominik lernt die unterschiedliche Bedeutung von Zehnern und Einern und verschiedene Darstellungen kennen, indem er:

- die Zahlen von 1-20 an die richtige Stelle in ein leeres Zwanzigerfeld legt und Strukturen<sup>94</sup> erkennt und benennt,
- ikonisch mit Strichen und Punkten dargestellte, zweistellige Zahlen<sup>95</sup> auf Karteikarten mit Material darstellt und benennt,
- zweistellige Zahlen mit Strichen und Punkten darstellt und anschließend mit Ziffern (erst die Zehner, dann die Einer) notiert.<sup>96</sup>

---

<sup>94</sup> Beispiel: Zahlen mit der gleichen Ziffer sind in der Einerspalte übereinander angeordnet.

<sup>95</sup> Ein Strich symbolisiert eine Zehnerstange, ein Punkt symbolisiert ein Einzelnes. Wichtig ist hier, die Auswahl der Darstellung zu beachten. Erfolgt die Darstellung mit Strichen und Punkten untereinander, so gelingt später die Übertragung auf die Hundertertafel leichter. Erfolgt die Darstellung mit Strichen und Punkten nebeneinander, so gelingt die Übertragung auf die Stellenwerttafel leichter.

<sup>96</sup> Weitere Ideen, wie sich die Förderung in den Phasen 2-4 des Vierphasenmodells zum Stellenwertverständnis fortsetzen ließe, befinden sich in WARTHA, SCHULZ (2013; S. 66 – 67).

**Phase 2 zum Förderziel 2 (Dominik):**

- Dominik vertieft seine Kenntnisse zum Bündeln, indem er das Legen von zweistelligen Zahlen mit strukturierbarem Material beschreibt und während die Lehrperson handelt, seine Lösungsstrategie erläutert (siehe Arbeitsschritt 3b),
- nach dem Legen einer Zahl mit Steckwürfeln durch die Lehrperson jeweils benennt, wie viele Zehner und Einer die Zahl hat.
- Dominik benennt fehlende Zahlen am Zwanzigerfeld (gegebenenfalls an der Hundertertafel) und begründet, warum sie an dieser Stelle liegen müssten.
- Weiterhin beschreibt er zu ikonisch mit Strichen und Punkten dargestellten, zweistelligen Zahlen auf Karteikarten die Handlung mit Material und benennt die Zahl (siehe Arbeitsschritt 3b).

**9.4.3 Förderplanung für Samuel (hohe APG)**

Schaut man sich die von der Verfasserin in Kap. 9.3.3 aus den Kompetenzrastern ausgewählten Kompetenzen an, die für das 1. Schuljahr besonders relevant sind, so stellt man fest, dass diese bei Samuel vollständig vorhanden sind. Daraus ließe sich der Rückschluss ziehen, dass für Samuel keine Förderung notwendig ist. Versteht man Förderung aber wie in Kap. 4.2 definiert als *„diagnostisch orientierte Investition für möglichst viele Kinder einer Lerngruppe“*, ist dieser Rückschluss nicht korrekt.

Auch mathematisch begabte Kinder (siehe Kap. 1.4.2.2) haben einen Anspruch auf eine angemessene Förderung (siehe Kap. 4.2) und brauchen im Unterricht *„Freiräume für das ‚Einbringen‘ ihrer Vorkenntnisse, für das Ausprobieren eigener Wege und für das Entwickeln individueller Denk- und Arbeitsstile“* (KÄPNICK 2002, S. 38).

Aus diesem Grund wird hier für den Bereich der Stellenwerte ein umfangreicherer Ausschnitt aus dem Kompetenzraster von Samuel (siehe Arbeitsschritt 1) ausgewählt (Kompetenzen 1 – 12), um daraus mögliche Förderziele für ihn abzuleiten.

Kompetenzen zu den Stellenwerten		Samuel APG 4
1	Lesen einstelliger Zahlen	X
2	Ordnen einstelliger Zahlen nach der Größe	X
3	Lesen und Ordnen zweistelliger Zahlen	X
4	Lesen dreistelliger und vierstelliger Zahlen	X
5	Korrekte Eingabe mehrstelliger Zahlen in den Taschenrechner	X
6	Ordnen drei- und vierstelliger Zahlen nach der Größe	X
7	Bündelungsprinzip anwenden können	X
8	Identifizieren von Zahlen an der Hundertertafel	X
9	Zuordnen von Zahlen am Zahlenstrahl im ZR bis 100	X
10	Identifizieren von Zahlen an der Tausendertafel	X
11	Vergrößern einer vierstelligen Zahl um 10	X
12	Verkleinern einer vierstelligen Zahl um 100	/

Tabelle 77: Ausschnitt aus Samuels Kompetenzraster zu den Stellenwerten

Dabei stellt man fest, dass die Kompetenzen 1 – 11 bei Samuel bereits vorhanden sind und dies bei der Kompetenz 12 noch nicht der Fall ist (siehe Tab. 77).

Den Zahlenraum des ersten Schuljahres (bis zur Zahl 20) hat Samuel längst hinter sich gelassen. Er ist in der Lage, mit vierstelligen Zahlen zu operieren.

Dabei gelingt es ihm bereits, eine vierstellige Zahl im Kopf um 10 zu vergrößern (Kompetenz 11). Beim Verkleinern einer vierstelligen Zahl um 100 (Kompetenz 12) ist er noch nicht erfolgreich. Daraus lässt sich ein mögliches Förderziel ableiten (siehe Arbeitsschritt 2):

→ Förderziel 1: *Samuel kann vierstellige Zahlen stellengerecht um 10, 100 oder 1000 vergrößern bzw. verkleinern.*

Obwohl Samuel das Vergrößern einer vierstelligen Zahl bereits abstrakt gelingt, ist es für die Planung einer Fördermaßnahme sinnvoll, das Verständnis für das Stellenwertsystem mit Material zu unterstützen (siehe Arbeitsschritt 3a).

Geeignet für Übungen zum Bündeln und Entbündeln sind Mehrsystemblöcke, die das Umwecheln zwischen Tausendern, Hundertern, Zehnern und Einern handelnd möglich machen.<sup>97</sup> Folgt man hier erneut dem Vierphasenmodell nach WARTHA und SCHULZ (2013) würde dieser ersten Phase, die Materialhandlung mit Sicht auf das Material (zweite Phase), die Materialhandlung ohne Sicht auf das Material (dritte Phase) und abschließend die rein abstrakte Materialhandlung in der Vorstellung (vierte Phase) folgen (siehe Arbeitsschritt 3b).

Für den Bereich der Addition und Subtraktion wird ebenfalls ein umfangreicherer Ausschnitt aus dem Kompetenzraster für Samuel (siehe Arbeitsschritt 1) ausgewählt (Kompetenzen 1 – 8), um daraus mögliche Förderziele für ihn abzuleiten.

Dabei stellt man fest, dass die Kompetenzen 1 – 7 bei Samuel bereits vorhanden sind und dies bei der Kompetenz 8 noch nicht der Fall ist (siehe Tab. 78).

Kompetenzen zu Addition und Subtraktion		Samuel APG 5
1	Lösen von Aufgaben mit der Strategie „alles zählen“	
2	Lösen von Aufgaben zum Weiterzählen bzw. Rückwärtszählen mit Material	X
3	Lösen von Aufgaben zum Weiterzählen bzw. Rückwärtszählen ohne Material	X
4	Anwenden grundlegender Rechenstrategien im Zahlenraum bis 20: Verdopplungsaufgabe	X
5	Anwenden grundlegender Rechenstrategien im Zahlenraum bis 20: Tauschaufgabe	X
6	Anwenden grundlegender Rechenstrategien im Zahlenraum bis 20: Zehnerzerlegung	X
7	Anwenden abgeleiteter Rechenstrategien	X
8	Lösen von Addition- bzw. Subtraktionsaufgaben mit zweistelligen Zahlen	/

Tabelle 78: Ausschnitt aus Samuels Kompetenzraster zu Addition und Subtraktion

<sup>97</sup> Ergänzende Erläuterungen findet man bei SCHERER und MOSER OPITZ (2010, S. 142 – 144).

Samuel verfügt über vielfältige Strategien, die er bei der Addition und Subtraktion anwendet. Auch hier hat er den Zahlenraum des ersten Schuljahres bereits verlassen und es gelingt ihm, Aufgaben wie z.B.  $27 + 10$  oder  $36 + 9$  korrekt zu lösen. Dabei verfügt er über abgeleitete Rechenstrategien und passt seine Strategie flexibel dem jeweiligen Aufgabentyp an:  $27 + 10$  löst er mit der Strategie „Stellenwerte extra“, indem er die Zahl 27 stellengerecht zerlegt (Aufgabe C21d: siehe A4.3.1b, S. 68), während er  $36 + 9$  mit der Strategie „bis zum Zehner und dann weiter“ (Aufgabe C22e: siehe A4.3.1b, S. 68) löst. Bei Aufgaben mit mehrstelligen Zahlen (z.B.  $68 + 32$  oder  $25 + 99$ ) ist er nicht mehr erfolgreich, da es ihm nicht gelingt, die Zahlen stellengerecht zu zerlegen. Daraus lässt sich folgendes Förderziel (siehe Arbeitsschritt 2) ableiten:

→ Förderziel 2: *Samuel erlernt Strategien und deren Vernetzen, um Additions- und Subtraktionsaufgaben mit mehrstelligen Zahlen zu lösen.*

Innerhalb der Fördermaßnahme erscheint es sinnvoll, das Förderziel 2 je nach Aufgabentyp auf zwei verschiedenen Ebenen zu verfolgen.

Auf der einen Seite lässt sich das Förderziel 2 in der ersten Phase des Vierphasenmodells mit dem Förderziel 1 für Samuel (Bereich Stellenwertsystem) verknüpfen, da die stellengerechte Zerlegung der mehrstelligen Zahlen von zentraler Bedeutung ist. Hier ist die Verwendung der Mehrsystemblöcke hilfreich (siehe Arbeitsschritt 3a).

Auf der anderen Seite kann es je nach Aufgabentyp nützlich sein, z.B. für die Strategie „bis zum Zehner und dann weiter“ auf der ikonischen Ebene mit Samuel mit dem leeren Zahlenstrahl zu arbeiten. Diese Veranschaulichung hebt sinnvolle Zwischenschritte beim Rechnen besonders hervor. Das parallele Arbeiten auf der handelnden und ikonischen Ebene und das gleichzeitige Versprachlichen dessen, macht es möglich, die Abhängigkeit verschiedener Strategien vom Aufgabentyp während der Förderung zu thematisieren (siehe Arbeitsschritt 3b).

## 9.5 Dokumente zur Förderplanung

Beim Vergleich der Kompetenzen und dem Entwickeln der Förderziele (siehe Kap. 9.4) hat die Verfasserin festgestellt, dass dies bei Dominik leichter gelingt als bei Karin und Samuel. Der Grund liegt in der Verschiedenheit der Dokumente, die zur Förderplanung genutzt wurden.

Schriftliche Dokumente (Protokollbogen, Ausprägungsgrade) sind nicht so ergiebig wie nichtschriftliche Dokumente (Video, eigene Beobachtungen während des Interviews) (vgl. PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013).

Die persönliche Wahrnehmung und Erinnerung der Person, die das Interview durchgeführt hat, lässt sich als *virtuelles Dokument* bezeichnen, was eine höhere Auflösung als ein schriftliches Dokument ermöglicht (vgl. PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013).

Ein Videodokument „*zeigt meist wesentlich differenzierter als jedes schriftliche Dokument, welches Potential das Kind aufweist, da es insbesondere die Handlungen deutlicher dokumentiert, das Gesprochene lückenlos festhält und darüber hinaus Hinweise auf die Befindlichkeit des Kindes insgesamt erlaubt*“ (PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013, S. 16).

Weiterhin ermöglicht das Interview durch die intensive Individualbefassung, dass zwischen der Lehrperson und dem interviewten Kind ein belastbares Vertrauensverhältnis entsteht. Bereits beim ENRP wurde diese Tatsache von einer Lehrkraft folgendermaßen betont:

*“The greatest highlight was that no matter at what level the children were operating mathematically, all children displayed a huge amount of confidence in what they were doing. They absolutely relished the individual time they had with you; the personal feel, and the chance to have you to themselves. They loved to show what they can do”* (Horne u.a. 2002, S. 11).

Vor allem bei sehr zurückhaltenden, aber leistungsstarken Schülerinnen und Schülern (*quiet achievers*) wurde die Individualbefassung von einer anderen Lehrkraft als besonders hilfreich empfunden:

*“In every class there is that quiet child you feel that you never really ‘know’ - the one that some days you’re never really sure that you have spoken to. To interact one-to-one and really ‘talk’ to them showed great insight into what kind of child they are and how they think“* (Horne u.a. 2002, S. 11).

Insgesamt wird aus den genannten Gründen empfohlen, dass die Lehrkraft, die das Kind fördern möchte, das Interview im günstigsten Fall selbst durchführt (vgl. PETER-KOOP, WOLLRING u.a. 2013). Dieser Meinung schließt sich die Verfasserin an.

## **9.6 Material, Methoden und Evaluation der Fördermaßnahmen**

Insgesamt wurden im Kapitel 9.4 für drei ausgewählte Kinder jeweils zwei Förderziele sowie Ideen zur Umsetzung dieser in möglichen Fördermaßnahmen entwickelt. Dabei sind Entscheidungen zu geeignetem Material (siehe dazu Kap. 4.2.3) für die Durchführung der Förderung mit in die Überlegungen eingeflossen, während methodische Entscheidungen (siehe dazu Kap. 4.2.4) zur Gestaltung der Fördermaßnahme bewusst weggelassen wurden. Diese sind aus Sicht der Verfasserin dann von besonderer Bedeutung, wenn eine tatsächliche Durchführung erfolgen soll. Bei den hier ausgewählten Beispielen für Fördermaßnahmen müsste in einem solchen Fall beispielsweise berücksichtigt werden, an welchen Stellen kooperative Lernformen sinnvoll wären. Denkbar wäre dies aus Sicht der Verfasserin z.B. bei der Arbeit mit dem leeren Zahlenstrahl. Dieser könnte von Dominik und Samuel innerhalb der Förderung gleichzeitig auf unterschiedlichem Schwierigkeitsniveau genutzt werden und einen Austausch über mögliche Rechenstrategien initiieren.

Auch die Evaluation einer Fördermaßnahme (siehe Arbeitsschritt 4) kann erst während bzw. nach der Durchführung der Förderung erfolgen und entfällt hier aus diesem Grund für die drei ausgewählten Kinder.

Prinzipiell sind aus Sicht der Verfasserin zwei Möglichkeiten zur Evaluation einer Fördermaßnahme, die auf einem diagnostischen Befund mit dem EMBI basiert, denkbar.

Als erste, kurzfristige Form der Evaluation ist es möglich, während der Förderung für die Kinder einen Verstärkerplan zu verwenden, auf dem die einzelnen Förderübungen zu jedem Förderziel notiert sind. Dieser Plan lässt sich für die Kinder als *Token-System*<sup>98</sup> nutzen, macht Lernfortschritte sichtbar und kann zur Motivation des Kindes beitragen.

Eine langfristige Form der Evaluation der Fördermaßnahme ist das Führen eines Zweitinterviews mit dem EMBI mit zeitlichem Abstand zum Erstinterview von mindestens einem halben Jahr.<sup>99</sup>

Nach der Auswertung des Zweitinterviews ist es möglich, die erreichten Ausprägungsgrade mit jenen aus dem Erstinterview zu vergleichen. Weiterhin können die vorhandenen Kompetenzen ins Kompetenzraster eingetragen und damit Lernentwicklungsprozesse dokumentiert werden.

Nachdem in diesem Kapitel der Weg vom Diagnostizieren zum Fördern exemplarisch dargestellt wurde, erfolgt im letzten Abschnitt der Arbeit ein Resümee zu den der empirischen Untersuchung zugrunde liegenden Forschungsfragen. Weiterhin wird ein Ausblick darauf gegeben, welche Perspektiven sich insgesamt für die verschiedenen Phasen der Lehrerbildung ableiten lassen.

---

<sup>98</sup> „Unter einem Token versteht man z.B. eine Marke oder einen Strich auf einer Liste, der für etwas steht, der also austauschbar ist gegen bestimmte gewünschte Gegenstände oder Aktivitäten. [...] Token können deshalb auch als sekundäre Verstärker bezeichnet werden“ (BELSCHNER, HOFFMANN u.a. 1975, S. 145)

<sup>99</sup> Hinweise zum Durchführen eines Zweitinterviews befinden sich bei PETER-KOOP, WOLLRING 2013, S.21.

### III. *EMBI: Ein Instrument für die Lehrerbildung*

## 10. Resümee und Perspektiven für die Lehrerbildung

In diesem abschließenden Kapitel wird Bezug auf die drei der Untersuchung übergeordneten Forschungsfragen (siehe Kap. 6.1) genommen und ein Resümee gezogen (siehe Kap. 10.1 bis Kap. 10.3). Hierbei wird aufgezeigt, an welchen Stellen sich weitere Untersuchungen anbieten. Weiterhin werden mögliche Perspektiven für die Lehrerbildung abgeleitet.

Die in diesem Zusammenhang entstandenen Überlegungen fließen in die Erstellung eines Lehrerfortbildungskonzeptes (siehe Kap. 10.4) ein, bevor ein Ausblick (siehe Kap. 10.5) die Arbeit abrundet.

### 10.1 Resümee zur Forschungsfrage 1

Das Forschungsinteresse der vorliegenden Arbeit bestand zunächst darin, herauszufinden, wie sich die mit dem EMBI bei Kindern der ersten und zweiten Klasse erhobenen Kompetenzausprägungen anhand der Ausprägungsgrade einschätzen lassen (**Forschungsfrage 1**).

Dazu wurden 596 Schülerinterviews mit Kindern aus dem ersten und zweiten Schuljahr durchgeführt und die Ausprägungsgrade tabellarisch erfasst. Durch die Analyse dieser verschiedenen Kompetenzausprägungen war es möglich, Schwerpunkte bei den Ausprägungsgraden zu identifizieren, die von den meisten Kindern erreicht wurden (siehe dazu Kap. 6.4). Ebenfalls konnten in diesem Zusammenhang Barrieren im Lernprozess aufgezeigt werden.

Mit der Übersicht über die Kompetenzausprägungen wird eine Normierung der Ausprägungsgrade angestrebt, um in Zukunft Aussagen darüber treffen zu können, wie der erreichte Ausprägungsgrad eines Kindes in Abhängigkeit zur Schulstufe einzuschätzen ist. Die Daten der Kinder, die in der vorliegenden Untersuchung erhoben wurden, dienen als Vergleichsgruppe.

Hier wäre es sinnvoll, die Verteilung auf die Ausprägungsgrade in einer Folgeuntersuchung mit einer umfangreicheren Stichprobe zu überprüfen.

Zum jetzigen Zeitpunkt ermöglicht die tabellarische Übersicht bereits eine Orientierung, um die Interviewergebnisse von Kindern im 1./2. Schuljahr einordnen zu können.

Weiterhin war es mithilfe der tabellarischen Übersicht möglich, eine Gegenüberstellung der Kompetenzausprägungen der Kinder aus dem australischen ENRP zu denen der vorliegenden Untersuchung (mit dem EMBI) vorzunehmen (siehe Kap. 8.1). Dabei zeigte sich, dass die australischen Kinder in den Bereichen Zählen und Stellenwertsystem deutlich häufiger höhere Ausprägungsgrade erreichten, als das bei den Kindern der vorliegenden Untersuchung beim EMBI der Fall war.

Weniger große Unterschiede konnten in den Bereichen der Strategien bei Addition und Subtraktion sowie Multiplikation und Division festgestellt werden. Mögliche Erklärungsansätze für das unterschiedliche Abschneiden der Schülerinnen und Schüler finden sich in Kapitel 8.1.5.

Die Übersicht über die Kompetenzausprägungen wurde von der Verfasserin zusätzlich genutzt, um Kinder mit besonders niedrigen sowie Kinder mit besonders hohen Ausprägungsgraden für die qualitativen Fallanalysen zu ermitteln (siehe Kap. 6.4.5). Dazu wurden 10 Kinder mit niedrigen und 10 Kinder mit hohen Ausprägungsgraden ausgewählt, da für die Forschungsfragen der vorliegenden Arbeit untypische Fälle in Bezug auf die Kompetenzausprägungen von besonderem Interesse waren.

Die kriteriengeleitete Auswahl dieser Kinder erwies sich im Folgenden als sinnvoll, da auf diese Weise ausbildungsergiebige Interviews analysiert werden konnten.

In diesem Zusammenhang konnte die Verfasserin mithilfe von Fallanalysen der Frage nachgehen, welche Schwierigkeiten sich bei den ausgewählten Kindern mit besonders niedrigen Ausprägungsgraden in den einzelnen Bereichen des Interviews identifizieren lassen (**Forschungsfrage 1a**).

Weiterhin konnte die Verfasserin erheben, welche Strategien sich bei den ausgewählten Kindern mit besonders hohen Ausprägungsgraden in den einzelnen Bereichen des Interviews zeigen (**Forschungsfrage 1b**).

Es kann insgesamt festgestellt werden, dass die ausgewählten Kinder mit niedrigen Ausprägungsgraden über keine hinreichend ausgebaute Zählkompetenz verfügen und beim Rechnen als einzige Strategie auf das Zählen zurückgreifen.

Dagegen zeigen die ausgewählten Kinder mit hohen Ausprägungsgraden eine sehr gut ausgebildete Zählkompetenz und fallen beim Rechnen durch einen sehr flexiblen Umgang mit Strategien auf (alle Ergebnisse und Befunde zu den Fallanalysen befinden sich in Kap. 8.2). Das EMBI differenziert insgesamt besonders im oberen Bereich, so dass sich damit sehr avancierte Strategien hochauflösend darstellen lassen.

## 10.2 Resümee zur Forschungsfrage 2

Ein weiteres Forschungsinteresse der Verfasserin bestand darin, zu analysieren, wie sich das Interviewverfahren als Instrument handlungsleitender Diagnostik durch das Ableiten von Förderzielen aus den Interviewergebnissen nutzen lässt (**Forschungsfrage 2**).

In der vorliegenden Arbeit konnte deutlich gemacht werden, dass das EMBI generell als Instrument handlungsleitender Diagnostik einsetzbar ist.

Die Auswahl der 20 Kinder erwies sich als zielführend, um daraus nach einer erneuten Auswahl drei besonderer Fälle exemplarisch Fördermöglichkeiten abzuleiten. Basierend auf den Fallanalysen konnte die Verfasserin notwendige Arbeitsschritte darstellen (siehe Kap. 9), um den Weg vom Diagnostizieren zum Fördern aufzuzeigen.

In diesem Zusammenhang (siehe Kap. 9) konnte weiterhin dargelegt werden, dass schriftliche Dokumente (Protokollbogen und Ausprägungsgrade) das Ableiten von Förderzielen nicht ohne weitere Fachkenntnisse ermöglichen und unerfahrene oder fachfremd unterrichtende Lehrpersonen daher an dieser Stelle große Schwierigkeiten haben.

Deswegen hat die Verfasserin auf Grundlage der Fallanalysen als zusätzliches Dokument für das EMBI zu jedem inhaltlichen Bereich ein passendes *Kompetenzraster* entwickelt. Das Verwenden von Kompetenzrastern ist bisher im EMBI nicht vorgesehen, lässt sich aber als sinnvolle Zwischenstufe zwischen dem Protokoll und den Ausprägungsgraden verankern. Das Kompetenzraster erleichtert den sich an die Diagnose anschließenden Prozess, indem die Interviewergebnisse anhand des Protokollbogens in Kompetenzen übertragen werden und macht damit eine *kompetenzorientierte Förderung* möglich.

Durch den hierarchischen Aufbau der von der Verfasserin entwickelten Kompetenzraster steigt die Komplexität der einzelnen Kompetenzen von oben nach unten an. Dadurch lassen sich mögliche Förderziele aus den noch nicht vorhandenen Kompetenzen ableiten.

Exemplarisch wurde dies in Kap. 9.3 für einzelne Kinder dargestellt. Aus Sicht der Verfasserin ist es an dieser Stelle sinnvoll, die von ihr entwickelten Kompetenzraster in Bezug auf ihre tatsächliche Praktikabilität weiterhin mit Lehrerinnen und Lehrern in der Praxis zu erproben. Dabei könnte auch der Frage nachgegangen werden, ob das Kompetenzraster ebenfalls nutzbar ist, wenn es beispielsweise zur gezielten Unterrichtsbeobachtung verwendet oder nach der Durchführung eines schriftbasierten Tests (z.B. DEMAT, siehe Kap. 3.2.1.1) ausgefüllt wird.

Erst das Ableiten von individuellen Förderzielen für ein Kind mithilfe der Kompetenzraster sowie das Planen und Durchführen einer Fördermaßnahme unter Berücksichtigung von Material- und Methodenentscheidungen machen eine kompetenzorientierte Förderung möglich. Damit gelingt es tatsächlich, das Interviewverfahren als Instrument handlungsleitender Diagnostik zu nutzen.

Dabei ist zu berücksichtigen, dass es umso wichtiger ist, in der Förderung mit Übungen auf der Handlungsebene zu beginnen und daran Übungen zum Verinnerlichen anzuschließen, je niedriger die Ausprägungsgrade des Kindes sind.

Die Verfasserin konnte in der vorliegenden Arbeit aufzeigen, wie sich die bisher beim EMBI bestehende Lücke im Bereich der Förderung (konkrete Vorschläge für Fördermaßnahmen sowie Fördermaterial sind im EMBI nicht enthalten) schließen ließe. Beispielhaft konnte die Verfasserin in Kap. 9.4 einzelne Umsetzungsmöglichkeiten für exemplarische Fördermaßnahmen darstellen. Wünschenswert wäre es, förderrelevante Übungen auf der Handlungsebene und zum Verinnerlichen langfristig anhand von Fallbeispielen zu möglichst vielen Förderzielen passend zu entwickeln.

Sinnvoll wäre hierbei, mithilfe einer Längsschnittstudie eine konzeptuell vorbereitete Fördermaßnahme zum EMBI auf Grundlage der Diagnoseergebnisse zu konzipieren, Förderziele mithilfe der Kompetenzraster zu entwickeln und die individuellen Förderübungen anschließend zu erproben und zu evaluieren.

Durch die Ergänzung des Interviewverfahrens um die Kompetenzraster und Vorschläge zur konkreten Umsetzung von Förderzielen in Fördermaßnahmen wird das Interviewverfahren aus Sicht der Verfasserin auch für Interviewanfänger zum Instrument handlungsleitender Diagnostik.

### 10.3 Resümee zur Forschungsfrage 3

Für den Bereich Diagnostik & Fördern wurde die Frage aufgeworfen, welche Perspektiven sich hier für die *Lehrerbildung* durch die Durchführung von Schülerinterviews mit dem EMBI zeigen (**Forschungsfrage 3**).

Der Schwerpunkt lag dabei in der vorliegenden Untersuchung auf der ersten Phase der Lehrerbildung. Aus diesem Grund wird der Fokus zunächst auf die Diagnosekompetenz der Studierenden an der Universität Kassel gerichtet, die an der Untersuchung teilgenommen haben (siehe Kap. 10.3.1). Im letzten Abschnitt wird Bezug darauf genommen, welche Perspektiven sich insgesamt für alle Phasen der Lehrerbildung aus Sicht der Verfasserin ergeben (siehe Kap. 10.3.2).

### 10.3.1 Diagnosekompetenz Studierender

Bei der Vergabe der Ausprägungsgrade für die interviewten Kinder sind die Entscheidungen der Studierenden als überwiegend erfolgreich einzuschätzen. Es zeigt sich allerdings, dass das subjektive Empfinden während der Interviews Einfluss auf die Einschätzung der Ergebnisse haben kann. Das lässt sich daran erkennen, dass die Studierenden auf der einen Seite Kindern mit ohnehin niedrigen Ausprägungsgraden gelegentlich zu niedrige Ausprägungsgrade zugewiesen haben. Auf der anderen Seite erhielten Kinder mit hohen Ausprägungsgraden teilweise zu hohe Ausprägungsgrade („Halo-Effekt“, siehe Kap. 8.3.1). Diese Tatsache sollte in den Interviewschulungen (siehe Kap. 5.3.3.2) in Zukunft stärker thematisiert werden, um die Studierenden für diese Schwierigkeit zu sensibilisieren.

Die analysierten Interviewauswertungen der Studierenden hatten insgesamt eine hohe Qualität. Die Studierenden formulierten ihre Beobachtungen nicht defizitorientiert, sondern beschrieben die vorhandenen Kompetenzen der Kinder vollständig bzw. zumindest teilweise. Dabei gingen sie häufig auf noch vorhandene Schwierigkeiten ein. Allerdings wurden bei Kindern mit hohen Kompetenzausprägungen häufig aufgrund des Umfangs nicht sämtliche Kompetenzen beschrieben.

Um dieser Schwierigkeit entgegenzuwirken, empfiehlt die Verfasserin die zukünftige Verwendung der Kompetenzraster, die eine zusätzliche Unterstützung darstellen können, um aus den Interviewergebnissen Förderziele ableiten zu können (siehe Kap. 10.2). Dieser Aspekt zur Verbesserung der Handlungsleitung muss dazu mit in die Interviewschulungen aufgenommen (siehe Kap. 5.3.3.2) und die tatsächliche Praktikabilität noch überprüft werden. Eine notwendige Voraussetzung dazu ist, dass die Studierenden das Interview sicher beherrschen, über ausreichendes Strategiewissen verfügen und Material kennen, das sinnvoll zur Förderung eingesetzt werden kann.

Insgesamt hat sich gezeigt, dass die Studierenden sehr dankbar auf das Angebot der Interviewschulungen und der anschließenden Durchführung der Interviews mit Kindern reagiert haben. Obwohl es sich dabei um ein freiwilliges Studienelement handelte, war die Nachfrage sehr groß. Daraus lässt sich schließen, dass die Studierenden eine hohe Erwartungshaltung zur Teilnahme an der Veranstaltung bewogen hat.

### 10.3.2 Perspektiven für die Lehrerbildung

Für den Bereich der Lehrerausbildung lässt sich allgemein feststellen, dass das EMBI als Studienelement keinesfalls nur regional einsetzbar ist. Es ist ganz im Gegenteil ein Instrument, das durch die Passung zu den Bildungsstandards (KMK 2005) ein sinnvolles Ausbildungskonzept für Universitäten in ganz Deutschland darstellt.

Für die Lehrerausbildung empfiehlt die Verfasserin daher, das EMBI als festen Bestandteil an Universitäten in Deutschland im Bereich Diagnostik und Fördern unter Berücksichtigung jeweiliger hochschuldidaktischer Gesichtspunkte zu verankern.

Ziel ist es, möglichst viele Studierende im Interviewverfahren zu schulen und ihnen bereits während ihrer Ausbildung zu ermöglichen, Schülerinterviews mit Kindern durchzuführen<sup>100</sup> (siehe dazu auch WOLLRING (2004b; S. 298): *„neue Ausbildungsmodelle für Lehrerinnen“*).

Im Bereich der Lehrerfortbildung konzentriert sich die Bildungspolitik derzeit noch sehr auf organisatorische und strukturelle Maßnahmen (z.B. wird Wert auf ein Akkreditierungssystem für Fortbildungen gelegt, während Inhalte austauschbar erscheinen).

*„Stattdessen müsste in die weitere Professionalisierung investiert werden, vorrangig in die Diagnosekompetenz und in die fachdidaktische Kompetenz“* (STEFFENS 2013, S. 5).

In den Standards für die Lehrerbildung wird als eine wichtige Kompetenz formuliert, dass *„Lehrerinnen und Lehrer [...] Werte und Normen“* und *„eine*

---

<sup>100</sup> *„Die Auseinandersetzung mit fremden Fällen wird als Vorübung für das Reflektieren von eigenem Unterricht angesehen“* (HEINZEL 2003, S. 28).

*Haltung der Wertschätzung und Anerkennung von Diversität“* (vor allem im inklusiven Kontext: siehe dazu Kap. 10.5) vermitteln sowie *„selbstbestimmtes Urteilen und Handeln von Schülerinnen und Schülern“* unterstützen (KMK 2014, S. 10). Daran lässt sich aus Sicht der Verfasserin erkennen, dass es sinnvoll ist, das EMBI ebenfalls in der zweiten und dritten Phase der Lehrerbildung zu verankern.

Für die Lehrerfortbildung in Australien spielte das Interviewverfahren beim ENRP ebenfalls eine bedeutsame Rolle (WOLLRING 2014). Eine Besonderheit bestand dabei darin, dass die australischen Lehrkräfte, an die sich das ENRP seinerzeit wandte, größtenteils keine oder nur eine sehr knappe mathematikdidaktische Ausbildung hatten.

Die *„Growth Points“* waren für die Lehrkräfte *„erkennbare und nutzbare Orientierungspunkte, nicht nur um die von ihnen befragten Kinder unterscheiden und einordnen zu können, sondern auch, um zunächst grobe Hinweise darauf zu bekommen, in welche Richtung eine individualisierte Unterstützung zu konzipieren sei“* (WOLLRING 2014, S. 1).

Dieser Nutzen gilt in ähnlicher Form für das EMBI als möglicher Bestandteil der Lehrerfortbildung in Deutschland. Gerade im Bereich der Primarstufe findet man viele fachfremd unterrichtende Lehrerinnen und Lehrer, die durch die Durchführung der Interviews und die Übertragung der Ergebnisse in Kompetenzraster und Ausprägungsgrade wichtige mathematikdidaktische Erkenntnisse gewinnen können.

Die Kompetenzraster und die Ausprägungsgrade ermöglichen den Lehrpersonen, hierarchische Abstufungen und ihre Ausprägungen in unterschiedlichen mathematischen Inhaltsbereichen kennen zu lernen.

Eine solche Interpretation in Form eines Kompetenzstufenmodells ist zur gezielten Förderung von Kindern unabdingbar (vgl. REISS, WINKELMANN 2008; siehe Kap. 9).

Durch die beispielhafte Betrachtung von Interviews im Sinne von Fallstudien könnten für Lehrerinnen und Lehrer neue Blickwinkel eröffnet werden. Durch die Übertragung auf den eigenen Unterricht wird dann reflektiertes Unterrichtshandeln ermöglicht (vgl. HEINZEL 2003).

Das EMBI ließe sich somit sinnvoll als Fortbildungselement für Lehrerinnen und Lehrer mit dem Ziel einsetzen, die Wirksamkeit des eigenen Unterrichts zu überprüfen. Wenn beispielsweise eine Schwierigkeit bei einem bestimmten Aufgabenformat im Interviewverfahren (z.B. das Zählen in 10er-, 5er- oder 2er-Schritten im 1. Schuljahr) gehäuft bei vielen Kindern aus einer Klasse auftritt, liegt die Vermutung nahe, dass dieser Inhalt noch nicht ausreichend im Unterricht vermittelt wurde.

*„Bei der Erforschung des eigenen Unterrichts stehen Kommunikation von Praxiserfahrungen, Veränderung des eigenen Handelns und Steigerung der Qualität des eigenen Lehrens im Zentrum, wobei die Lernwege der Kinder und der Unterricht als Lehr-/Lernarrangement noch stärker ins Blickfeld zu rücken wären“* (HEINZEL 2003, S. 27).

*„Um eine adaptive Lehrkraft zu werden, benötigt eine Person Selbstbewusstsein und die Zuversicht, ihr Handeln anpassen und flexibel reagieren zu können“* (TIMPERLEY 2013, S. 11).

Durch gezielte Interviewschulungen könnten die Lehrkräfte das Interviewverfahren erlernen (siehe Kap. 10.4) und mit jenen Schülerinnen und Schülern durchführen, die sie im Fach Mathematik unterrichten.

Das Interviewverfahren kann dazu beitragen, dass die Lehrpersonen ihre notwendige, fundierte Kenntnis über die spezifische Sachlage ausbauen und zudem einen Überblick über die Vielfalt der zu dem aktuellen Problem gehörenden möglichen Ergebnisse und Strategien erhalten (vgl. WOLLRING 2009).

In Australien konnte die Umsetzung von Interviewdurchführung und sich anschließender Intervention durch das Ganztagseschulsystem ohne gravierende logistische Schwierigkeiten umgesetzt werden.

Ziel war es dort, flächendeckend für ein ganzes Bundesland allen Lehrerinnen und Lehrern der Klassen 0 („Prep“), Klassen 1 und 2 nach einem einführenden Tagesseminar zu ermöglichen, zweimal im Jahr mit allen Kindern das Interview durchzuführen.

Dieses Ziel erscheint für das deutsche Schulsystem schwieriger erreichbar.

Zum einen gibt es bisher nur vereinzelt Ganztagschulen, die einen umfangreicheren Zuwendungsraum für die Interviews nutzen könnten. Dadurch bleibt weiterhin zu berücksichtigen, welche Ressourcen zur Durchführung der Interviews und der daraus abgeleiteten Förderung vor Ort in der Schule tatsächlich vorhanden sind. Zum anderen ist die Lehrerfortbildung bisher, zumindest in Hessen, so organisiert, dass sich Lehrkräfte auf freiwilliger Basis für sie passende Lernangebote aussuchen. Dadurch herrscht das Prinzip der Beliebigkeit.

An zunehmender Bedeutung gewinnt auch der Bereich des Kindergartens, da inzwischen Konsens darüber herrscht, dass das Erkennen von Schwierigkeiten und einer damit verbundenen Förderung von Kindern so früh wie möglich erfolgen sollte. Aus diesem Grund wird von der Verfasserin empfohlen, den Vorschulteil aus dem EMBI bereits in den Kindergärten durchzuführen und als festen Bestandteil in die Schuleingangsdiagnostik zu implementieren. Der logistische Aufwand für diesen Teil hält sich in Grenzen, während der Nutzen groß ist. Weiterhin lassen sich Folgeinterviews sinnvoll anschließen.

## **10.4 Lehrerfortbildungskonzept**

Wünschenswert wäre es, Interviewschulungen zum EMBI und damit Diagnostik insgesamt, möglichst flächendeckend als Bildungsinhalt in den Bereich der Lehrerfortbildung zu integrieren. Dazu wäre es sinnvoll, die Lehrerbildung insgesamt neu zu organisieren.

### **10.4.1 Neuausrichtung der Lehrerbildung in Hessen**

Einen sinnvollen Vorschlag zur Neuausrichtung der Lehrerbildung bezogen auf das Bundesland Hessen machen MESSNER, EDELHOFF und BOSSE (2014). Ausgangspunkt dieses Lehrerbildungskonzeptes ist die Feststellung, dass die Lehrerfortbildung in Hessen Mängel aufweist, da beispielsweise ein strategisch durchdachtes Gesamtkonzept fehlt und es zu wenig fachdidaktische Angebote gibt (vgl. MESSNER, EDELHOFF u.a. 2014).

Als Ziel wird formuliert, dass versucht werden soll, *„alle bisher an der LFB mitarbeitenden Personen, durch drei neu einzurichtende Kompetenzzentren mit einem zielgerichteten Konzept für die Neubelebung einer an den Notwendigkeiten moderner Bildung orientierten berufsbegleitenden schulnahen Fortbildungsarbeit zu gewinnen“* (MESSNER, EDELHOFF u.a. 2014, S. 2).

Es erscheint der Verfasserin sinnvoll, Interviewschulungen in dieses neue Lehrerbildungskonzept miteinzubeziehen. Dabei wäre ein anzustrebendes Ziel, das Mathematikbild von möglichst vielen Lehrerinnen und Lehrern zu erweitern und den Blick weniger auf das Rechnen hin zur Mathematik zu lenken. Diese Thematik wird bereits in den Standards für die Lehrerbildung betont (KMK 2014). Dort *„[...] wird etwa als mathematikspezifisches Kompetenzprofil gefordert, Mathematikunterricht mit heterogenen Lerngruppen auf der Basis fachdidaktischer Konzepte analysieren und planen zu können“* (SCHERER, MOSER OPITZ 2010, S. 19). Auch muss im Blick behalten werden, welche Nachhaltigkeit die Lehrerfortbildung im Unterricht tatsächlich hat (vgl. MESSNER, EDELHOFF u.a. 2014). Aus Sicht der Verfasserin ist das EMBI in diesem Zusammenhang ein nützliches Instrument, da es nach einer einführenden Schulung sofort von den Lehrpersonen sinnvoll zur Diagnose und auf dieser Grundlage zur Förderplanung genutzt werden kann.

#### **10.4.2 Konzept für Lehrerfortbildung zum EMBI**

In den folgenden Vorschlag für ein mögliches Fortbildungskonzept zum EMBI bezieht die Verfasserin ihre Erfahrungen aus den Interviewschulungen mit Studierenden und Lehrerinnen und Lehrern sowie die durch die vorliegende Studie gemachten Erkenntnisse mit ein.

Dabei ist es von großer Bedeutung, sich bei der Planung eines sinnvollen Fortbildungskonzeptes zum EMBI vorab bewusst zu machen, was das Ziel einer solchen Fortbildung sein soll:

*Ziel der Durchführung einer Lehrerfortbildung zum EMBI ist, dass die Lehrkräfte das Interviewverfahren erlernen, mit Kindern durchführen und darauf basierend passende, individualisierte Fördermaßnahmen konzipieren können.*

Das setzt allerdings die Einsicht voraus, dass die Notwendigkeit einer Diagnose von den Lehrpersonen als Voraussetzung für individuelles Fördern anerkannt wird (vgl. EBERLE u.a. 2012; siehe dazu auch ROTH 2011: „Prinzip der Selbstwirksamkeit“). Weiterhin besteht die Chance, dass die Lehrkräfte das Interviewverfahren als Instrument zur Zieldifferenzierung nutzen, was besonders in inklusiven Kontexten von Bedeutung sein kann (siehe dazu Kap. 10.5).

Zur inhaltlichen und organisatorischen Strukturierung der Lehrerfortbildung spielen Überlegungen darüber eine Rolle, welche Gelingensbedingungen vorliegen müssen, damit bei den teilnehmenden Lehrkräften ein Lernprozess in Gang gesetzt wird. Dabei wird versucht, den Lehrerinnen und Lehrern auch während der Lehrerfortbildung Methoden in der Rolle der Lernenden zu vermitteln, die sie in gleicher Form auf ihren Unterricht, die Durchführung einer Diagnose oder eine Fördermaßnahme übertragen können („Pädagogischer Doppeldecker“).<sup>101</sup>

Aus diesem Grund ist es der Verfasserin beim Entwurf eines Lehrerfortbildungskonzeptes zum EMBI besonders wichtig, sieben methodische Prinzipien mit zu berücksichtigen, die aus ihrer Sicht notwendige Bestandteile für den Lernerfolg der Lehrerinnen und Lehrer sind.

---

<sup>101</sup> Wendet man das Prinzip des „Pädagogischen Doppeldeckers“ auf Lernprozesse in der Lehrerfortbildung an, so bedeutet dies, dass die Lehrerinnen und Lehrer zunächst selbst Methoden erfahren und erleben müssen, bevor sie mit ihren eigenen Lerngruppen damit arbeiten können (vgl. KONRAD, TRAUB 2009).

Diese werden im Folgenden benannt und erläutert:

1. Prinzip der **kognitiven Aktivierung**:

Aus der Hirnforschung ist heutzutage bekannt, dass Wissen nicht einfach übertragen werden kann (vgl. ROTH 2011). Jedes Lernen vollzieht sich stets dadurch, *„dass unser Gehirn herausfindet, was an den ungeheuer vielfältigen Ereignissen der Welt wichtig für uns ist und wie wir mit diesem Wichtigen umgehen“* (ROTH 2011, S. 92).

Für die Lehrerfortbildung ist es daher von besonderer Bedeutung, die teilnehmenden Lehrerinnen und Lehrer kognitiv zu aktivieren.

*„Das Grundprinzip der kognitiven Aktivierung lautet: Lernende sollen – im Unterricht [...] herausgefordert werden, ihr Wissen selbst aufzubauen. Das Lernen erfolgt konstruktiv [...] und nicht nur über rezeptive Rekonstruktion“* (MESSNER 2014, Folie 12).

2. Prinzip der **Wiederholung**:

Das systematische Wiederholen ist das A und O des Lernens und sorgt für Nachhaltigkeit (vgl. ROTH 2011).

*„Wissensvermittlung und Wissensaneignung sind unauflöslich mit Verstehen verbunden“* (ROTH 2011, S. 228) und es muss ein Ziel des Unterrichts sein, *„nämlich Wissen und Fähigkeiten so zu vermitteln, dass diese Inhalte möglichst langfristig im [...] Gedächtnis der Schüler hängenbleiben“* (ROTH 2011, S. 297; siehe dazu auch MANDL, FRIEDRICH 2006, S. 101 ff.).

3. Prinzip der **Selbststeuerung und Selbstregulation**:

Für das Prinzip der Selbststeuerung und Selbstregulation ist es notwendig, *„autonomes, problemlösend-entdeckendes, selbstverantwortliches und zielgerichtetes Lernen in offenen, individualisierten Lernumgebungen“* zu ermöglichen (REUSSER 2001, S. 110), da die Eigenaktivität für das Lernen eine besondere Rolle spielt (siehe dazu auch MANDL, FRIEDRICH 2006, S. 163 ff. und S. 391 ff.).

#### 4. Prinzip der **Selbstwirksamkeit**:

BANDURA bezeichnet Selbstwirksamkeit als „*das Vermögen eines Menschen [...], etwas Bestimmtes ,richtig zu machen‘*“ (ROTH 2011, S. 86). Damit besagt das Konzept der Selbstwirksamkeit, „*dass der entscheidende Erfolgsfaktor für menschliches Handeln weniger mit Intelligenz, Wissen oder Können zu tun habe, als vielmehr mit der persönlichen Überzeugung, aus eigener Kraft etwas bewirken zu können*“ (FUCHS 2005, S. 11).

Wenn Lernende hohe Ansprüche an sich selber stellen, werden gute Leistungen ermöglicht, und diese führen zur Erhöhung der eigenen Selbstwirksamkeitserwartung (vgl. MESSNER 2014) und damit zu intrinsischer Motivation.

#### 5. Prinzip des **Kooperativen Lernens**:

„*Soziales Lernen*“ erfolgt als „*dialogisches Lernen in Lernpartnerschaften und Lerngruppen*“ (REUSSER 2001, S. 110). Dabei ist es sinnvoll, ebenfalls die Methode des „*lauten Denkens*“ mit den Lehrerinnen und Lehrern in der Lehrerfortbildung anzuwenden (siehe dazu auch MESSNER 2014, Folie 79; HATTIE 2013, S. 228-229 und MANDL, FRIEDRICH 2006, S. 262 ff.), damit diese Methode von ihnen auch während der Fördermaßnahme umgesetzt wird.

#### 6. Prinzip der **Selbstreflexion**:

Nach Beendigung einer Arbeitsphase oder einer Lerneinheit ist es sinnvoll, wenn die Lernenden über ihren eigenen Lernprozess reflektieren.

„*Selbstreflexion dient dabei nicht nur der Arbeitsrückschau [...], sondern wirkt sich auch produktiv aus auf die Organisation und Planung des Denkens im Voraus [...]*“ (REUSSER 2001, S. 124).

#### 7. Prinzip des **Transfers**:

Lehrende streben an, dass die Lernenden das Gelernte selbständig auf neue Situationen anwenden. Das gelingt umso eher, je besser eine zu übertragende Struktur an ausgewählten Beispielen durchgearbeitet und damit transparent oder einsichtig geworden ist (vgl. ROTH 2011).

Insgesamt ist es aus Sicht der Verfasserin sinnvoll, jede Lehrerfortbildung aus verschiedenen Lerneinheiten („Units“) aufzubauen, die inhaltlich aufeinander aufbauen und jeweils verschiedene methodische Prinzipien berücksichtigen, aber zeitlich voneinander getrennt stattfinden. Dadurch wird eine Vertiefung und Wiederholung ermöglicht.

Jede Lehrerfortbildung beginnt dazu mit Unit I. Prinzipiell ist es möglich, nach jeder Unit, je nach den Bedürfnissen der Teilnehmerinnen und Teilnehmer, die Fortbildung abzuschließen. Je mehr Units besucht werden, umso höher ist der dabei zu erwartende Kompetenzerwerb.

Das folgende, neu konzipierte Konzept für die Lehrerfortbildung knüpft an den Ablauf und die Inhalte der bisherigen Schulungen (siehe Kap. 5.3.3.2) an, wie sie für die vorliegende Studie mit Studierenden durchgeführt wurden und erweitert diese zielgerichtet. Dabei werden die oben genannten Prinzipien berücksichtigt.

Das Konzept für die Lehrerfortbildung umfasst dazu vier Units, die folgende inhaltliche Schwerpunkte enthalten:

### Unit I

Die Lehrerinnen und Lehrer:
- erhalten einen Überblick über Konzeption und Aufbau der Schülerinterviews (Genese des Interviewverfahrens, Aufbau der Bereiche und der Aufgaben) und lernen den organisatorischen Rahmen zur Durchführung von Schülerinterviews kennen (Material, Abbruchkriterien und Bedeutung der Ausprägungsgrade).
- erlernen den Ablauf eines Interviews mithilfe exemplarischer Videoausschnitte.
- sammeln erste Erfahrungen in der Deutung von Interviewergebnissen, indem sie das mathematische Handeln von Kindern im Interview in Videobeispielen erkennen, beschreiben und analysieren.
- werden mit dem Materialpaket in der Interviewdurchführung geschult, indem sie das Material und den Interviewleitfaden in Partnergruppen erproben. Dabei verkörpert eine Person den Interviewer bzw. die Interviewerin, die andere Person versetzt sich in die Rolle eines Kindes.

**Unit II**

Die Lehrerinnen und Lehrer:
- vertiefen ihre Kenntnisse zur Interviewdurchführung mit dem Materialpaket, indem sie die Erprobung des Materials und des Interviewleitfadens in Partnergruppen fortsetzen.
- werden in der Protokollführung geschult, indem sie ein vollständiges Interview mithilfe eines Videodokumentes dokumentieren.
- werten das von ihnen dokumentierte Interview mithilfe der Auswertungsrichtlinien aus.
- übertragen die Ergebnisse in ein Kompetenzraster und in Ausprägungsgrade.
- erlernen exemplarisch mithilfe des Kompetenzrasters, Förderziele und darauf basierend Förderübungen zu entwickeln.

**Unit III**

Die Lehrerinnen und Lehrer:
- vertiefen ihre Kenntnisse zur Interviewdurchführung mithilfe des Materialpakets, indem sie die Erprobung des Materials und des Interviewleitfadens in Partnergruppen zum Vorschulteil des Interviews fortsetzen.
- erlernen anhand von Videobeispielen professionelles Interviewverhalten (Interviewdurchführung ohne Hilfestellung und ohne Bewertung der Kinder).
- führen eigenverantwortlich mindestens vier Interviews mit Schülerinnen und Schülern ihrer Lerngruppe durch.
- werten die selbst geführten Interviews aus und entwickeln daraus mithilfe der Kompetenzraster Förderziele und Fördermaßnahmen.

**Unit IV**

Die Lehrerinnen und Lehrer:
- führen eigenverantwortlich mehr als vier Interviews mit Schülerinnen und Schülern ihrer Lerngruppe durch.
- werten die selbst geführten Interviews aus und entwickeln daraus mithilfe der Kompetenzraster Förderziele und Fördermaßnahmen.
- führen die auf dem diagnostischen Befund basierenden, individuellen Fördermaßnahmen mit dem jeweiligen Kind durch und erproben und evaluieren dabei die Förderübungen.
- führen mit einzelnen Schülerinnen und Schülern Zweitinterviews durch und dokumentieren Lernentwicklungsprozesse.
- werden als Multiplikatoren/Multiplikatorinnen zur Interviewschulung ausgebildet.

Sinnvoll ist es, bei den Schulungen im Bereich der Lehrerfortbildung insgesamt Rücksicht darauf zu nehmen, ob die Lehrkräfte das Fach Mathematik studiert haben oder das Fach fachfremd unterrichten. Fachfremd unterrichtende Lehrkräfte<sup>102</sup> benötigen vor allem beim Ableiten von Förderzielen aus den Interviewergebnissen gezielte Unterstützung. Die Verwendung der von der Verfasserin erstellten Kompetenzraster stellt hierbei eine mögliche Hilfestellung dar.

Im neu entworfenen Lehrerfortbildungskonzept wird mithilfe der Kompetenzraster der Weg vom Diagnostizieren zum Fördern stärker in den Fokus gerückt, als das in bisherigen Schulungen der Fall war. Auch die gezielte Analyse der von den Kindern im Interview verwendeten Strategien, auch in Bezug auf Fehlermuster, ermöglicht Lehrerinnen und Lehrern, daraus Konsequenzen für den Unterricht und eine mögliche Förderung abzuleiten.<sup>103</sup> Damit trägt der Einsatz des diagnostischen Interviewverfahrens ebenfalls zur Stärkung des Selbstkonzeptes der Lernenden bei.<sup>104</sup>

## 10.5 Ausblick

Bisher wurde in Deutschland nicht untersucht, welche tatsächliche Auswirkung die Diagnose mit dem EMBI auf das Gelingen von Fördermaßnahmen in der Schule hat. Dazu wäre es wünschenswert, eine Wirksamkeitsstudie durchzuführen, die diesem Forschungsinteresse nachgeht. Auf der Grundlage einer solchen Studie ließe sich die notwendige Implementation des Interviewverfahrens in den Bereich der Lehrerfortbildung stützen.

---

<sup>102</sup> Es konnte wissenschaftlich nachgewiesen werden, dass das Fachwissen von Lehrpersonen mathematische Lernprozesse stark beeinflusst. Siehe dazu MOSER OPITZ (2013; S. 41 – 42).

<sup>103</sup> Weitere Ausführungen dazu, warum die Fehleranalyse von Schülerfehlern für den Lernprozess von Lehrerinnen und Lehrern aus mathematikdidaktischer Sicht besonders geeignet ist, findet man bei LORENZ, RADATZ (1993; S. 24 ff. und S. 59 ff.).

<sup>104</sup> WOLLRING stellt einen Zusammenhang zwischen einer Anerkennungskultur von Teilleistungen von Kindern zur Stärkung des Selbstkonzeptes zu einer fundierten, fachdidaktisch getragenen Diagnosekompetenz von Lehrpersonen her (WOLLRING 2009, S. 10 – 11).

Für die Lehrerbildung sieht die Verfasserin eine Möglichkeit darin, dass die Durchführung von Schülerinterviews mit dem EMBI als verpflichtendes Element in das Praxissemester aufgenommen wird. Für Studierende wäre der logistische Rahmen damit gegeben und *„sie übernehmen [...] ausbildungsrelevante Aufgaben aus den Bereichen Unterstützung der Schulleitung und der Fachgebiete, individuelle Förderung, Medien und Mitgestaltung der Selbständigkeit von Schule“* (§ 19 HLBGDV<sup>105</sup> 2014).

Von allen Lehrpersonen sind in Zukunft notwendige Überlegungen darüber anzustellen, wie Unterricht für alle Kinder einer Lerngruppe auch in inklusiven Zusammenhängen sinnvoll gestaltet werden kann.

*„Unterricht in dem Bemühen um Inklusion rechnet vorab mit großen Unterschieden der Schüler in einer Klasse“* (REHLE 2011, S. 42).

Kinder, die einen Anspruch auf sonderpädagogische Förderung haben (§ 49 Abs. 1 HSchG), können nach dem Hessischen Schulgesetz in einer allgemeinbildenden Schule beschult werden, wenn die notwendigen Voraussetzungen gegeben sind (§ 49 Abs. 2 HSchG).

*„Die sonderpädagogische Förderung erfolgt für jede Schülerin und jeden Schüler auf der Grundlage eines individuellen Förderplans“* und die Schule stellt *„im individuellen Förderplan Art und Umfang der Förderung dar“* (§ 49 Abs. 3 HSchG).

Dabei kann man nicht davon ausgehen, dass in einer inklusiven Klasse alle Kinder zur gleichen Zeit alle Ziele erreichen. Stattdessen erfolgt der Unterricht sinnvollerweise zieldifferent (vgl. REHLE 2011).

Eine Diagnose mit dem EMBI kann zum einen für die Erstellung eines Förderplanes sehr hilfreich sein und zum anderen das zieldifferenzierte Unterrichten erleichtern, wenn der diagnostische Befund Schwierigkeiten im Fach Mathematik erkennen lässt.

---

<sup>105</sup> HLBGDV: Hessisches Lehrerbildungsgesetz – Durchführungsverordnung. Verkündungsstand: 28.02.2014, in Kraft seit: 09.07.2013.

Im fachspezifischen Kompetenzprofil für das Fach Mathematik in der Lehrerbildung<sup>106</sup> werden dazu mit Blick auf die Erfordernisse inklusiven Unterrichts die folgenden Kompetenzen beschrieben.

Lehrerinnen und Lehrer:

- *„können fachdidaktische Konzepte und empirische Befunde mathematikbezogener Lehr-Lern-Forschung nutzen, um individuelle, heterogene Vorstellungen, Denkwege und Fehlermuster von und bei Schülerinnen und Schülern zu analysieren, ihren Lernstand und Potenzial einzuschätzen, sie für das Lernen von Mathematik zu motivieren und bei ihren individuellen Lernwegen zu begleiten sowie individuelle Lernfortschritte zu fördern und zu bewerten,*
- *können differenzierenden Mathematikunterricht auf der Basis fachdidaktischer Konzepte analysieren und planen sowie auf der Grundlage erster reflektierter Erfahrungen exemplarisch durchführen“* (KMK 2015, S. 33).

Zu berücksichtigen ist dabei der jeweilige Förderschwerpunkt des entsprechenden Kindes. Für die Förderschwerpunkte *„emotionale und soziale Entwicklung“* und *„körperliche und motorische Entwicklung“* (§ 50 Abs. 3 HSchG) ist aus Sicht der Verfasserin der Einsatz von EMBI ohne Einschränkungen möglich. Anders sieht das für die Förderschwerpunkte *„Sprachheilverfahren, Sehen, Hören und kranke Schülerinnen und Schüler“* (§ 50 Abs. 3 HSchG) aus. Hier lässt sich das EMBI gegebenenfalls nur bedingt oder gar nicht einsetzen.

Ein Vorteil der inklusiven Beschulung für Schülerinnen und Schüler an der allgemeinbildenden Schule besteht allerdings darin, dass die logistischen Voraussetzungen für zusätzliche Förderangebote vorhanden sein sollten und der Unterricht in inklusiven Klassen wünschenswerterweise im Team erfolgt.

---

<sup>106</sup> Die *„Ländergemeinsamen inhaltlichen Anforderungen für die Fachwissenschaften und Fachdidaktiken in der Lehrerbildung“* werden aktuell von der KMK bezüglich der Anforderungen der Inklusion überarbeitet. Das Kompetenzprofil für das Fach Mathematik wurde bereits überarbeitet und am 09.10.2014 durch die KMK verabschiedet.

Hier wird im Kompetenzprofil für das Fach Mathematik in der Lehrerbildung gefordert, dass Lehrerinnen und Lehrer *„auf der Grundlage ihrer fachbezogenen Expertise hinsichtlich der Planung und Gestaltung eines inklusiven Unterrichts mit sonderpädagogisch qualifizierten Lehrkräften und sonstigem pädagogischen Personal zusammenarbeiten und mit ihnen gemeinsam fachliche Lernangebote entwickeln“* (KMK 2015, S. 33).

Insgesamt reicht die Bandbreite der Verschiedenheit in inklusivem Unterricht von Kindern mit Hochbegabung bis zu Kindern mit besonderem Förderbedarf. Aufgabe der Lehrpersonen ist es, diese Heterogenität im Unterricht produktiv zu nutzen und Phasen von Gemeinsamkeit und Individualität angemessen zu berücksichtigen.

In einem solchen Rahmen ließe sich sowohl die Diagnose mit dem EMBI als auch die darauf basierende Förderung sinnvoll durch qualifizierte Lehrerteams organisieren. Ob dies in der Realität tatsächlich umsetzbar ist, ob und in wie vielen Unterrichtsstunden tatsächlich Lehrerteams gebildet werden und welche fachliche Expertise diese Lehrkräfte haben, bleibt noch zu erforschen.

## 11. Literaturverzeichnis

- ABRAHAM, Aloysia: Zur Erstellung eines Förderplans in Mathematik. In: KULTUSMINISTERIUM HESSEN (Hrsg.): Schwierigkeiten beim Lesen, Rechtschreiben oder Rechnen. Handreichung zur Umsetzung der Verordnung VOLRR vom 18.05.2006. Amt für Lehrerbildung. Wiesbaden: 2007. S. 22.
- AEBLI, Hans: Zwölf Grundformen des Lehrens. Ein Beitrag zur psychologischen Grundlegung der Unterrichtsmethode. Klett Verlag. Stuttgart: 1983.
- ALLEMANN-GHIONDA, Cristina: Einführung in die Vergleichende Erziehungswissenschaft. Beltz Verlag. Weinheim und Basel: 2004.
- BARDY, Peter; HRZAN, Joachim: Zur Förderung begabter Dritt- und Viertklässler in Mathematik. In: PETER-KOOP, Andrea (Hrsg.): Das besondere Kind im Mathematikunterricht der Grundschule. 2. Auflage. Mildenerger Verlag. Offenburg: 2002.
- BAUMERT, Jürgen; KLIEME, Eckhard; NEUBRAND, Michael; PRENZEL, Manfred; SCHIEFELE, Ulrich; SCHNEIDER, Wolfgang; STANAT, Petra; TILLMANN, Klaus-Jürgen; WEISS, Manfred (Hrsg.): PISA. Schülerleistungen im internationalen Vergleich. 2001. Online verfügbar unter: [deutschesprachwelt.de/archiv/PISAergebnisse.pdf](http://deutschesprachwelt.de/archiv/PISAergebnisse.pdf) (Version vom 21.03.2015, zit. als BAUMERT, KLIEME u.a. 2001).
- BEAUDUCEL, André; LEUE, Anja: Psychologische Diagnostik. Hogrefe Verlag. Göttingen: 2014.
- BECK, Gertrud; SCHOLZ, Gerold: Beobachten im Schulalltag. Cornelsen Scriptor. Frankfurt a. M.: 1995.
- BELSCHNER, Wilfried; HOFFMANN, Monika; SCHOTT, Franz; SCHULZE, Christa: Verhaltenstherapie in Erziehung und Unterricht. 3. Auflage. Verlag Kohlhammer. Stuttgart: 1975.
- BERKEMEYER, Nils; VAN HOLT, Nils: Informationen aus Rückmeldungen für die Unterrichtsentwicklung nutzen. Handreichungen des Programms SINUS an Grundschulen. Koordination IPN. Kiel: 2010.
- BMBF: Bundesministerium für Bildung und Forschung: IGLU - Internationale Grundschul-Lese-Untersuchung. Online verfügbar unter: <http://www.bmbf.de/de/6626.php?hilite=IGLU> (Version vom 07.03.2015, zit. als BMBF 2015a).

- BMBF: Bundesministerium für Bildung und Forschung: TIMSS - Trends in International Mathematics and Science Study. Online verfügbar unter: <http://www.bmbf.de/de/6628.php?hilit=TIMSS> (Version vom 07.03.2015, zit. als BMBF 2015b).
- BÖHM, Andreas: Theoretisches Codieren: Textanalyse in der Grounded Theory. In: FLICK, Uwe; VON KARDORFF, Ernst; STEINKE (Hrsg.): Qualitative Forschung. Ein Handbuch. 7. Auflage. Rowohlt Taschenbuch Verlag. Reinbek: 2009. S. 475 – 485.
- BÖNSCH, Manfred: Intelligente Unterrichtsstrukturen. Eine Einführung in die Differenzierung. Grundlagen der Schulpädagogik. Band 31. 2. Auflage. Schneider Verlag Hohengehren. Baltmannsweiler: 2004.
- BRÄUNING, Kerstin: Einflüsse lehrergeführter Schüler-Interviews auf Schülereinschätzung und Unterrichtsunterstützung im Mathematikunterricht der Grundschule. Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der Naturwissenschaften im Fachbereich Mathematik/Informatik der Universität Kassel. Kassel: 2006.
- BRUDER, Regina; REIBOLD, Julia: Differenzierung im Mathematikunterricht. In: EISENMANN, Maria; GRIMM, Thomas (Hrsg.): Heterogene Klassen – Differenzierung in Schule und Unterricht. 2. unveränderte Auflage. Schneider Verlag Hohengehren. Baltmannsweiler: 2012. S. 118 – 136.
- BRUNER, Jerome: Der Prozess der Erziehung. Berlin Verlag. Berlin: 1970.
- BUHOLZER, Alois: Lernprozesse förderorientiert diagnostizieren. In: Heterogenität als Herausforderung für Schule und Unterricht. In: BUHOLZER, Alois; KUMMER WYSS, Annemarie (Hrsg.): Alle gleich – alle unterschiedlich! Zum Umgang mit Heterogenität in Schule und Unterricht. 2. Auflage. Klett und Balmer Verlag. Seelze-Velber: 2012. S. 97 – 108.
- BUHOLZER, Alois; KUMMER WYSS, Annemarie: Heterogenität als Herausforderung für Schule und Unterricht. In: BUHOLZER, Alois; KUMMER WYSS, Annemarie (Hrsg.): Alle gleich – alle unterschiedlich! Zum Umgang mit Heterogenität in Schule und Unterricht. 2. Auflage. Klett und Balmer Verlag. Seelze-Velber: 2012.
- CLARKE, Doug: Linking Assessment and Teaching: Building on What Children Know and Can Do. Proceedings of the 1999 Early Years of Schooling P-4 Conference. Melbourne: 1999. S. 12 – 16.

- Early Numeracy Interview Booklet. National Library of Australia. Melbourne: 2001.
- EBERLE, Thomas; KUCH, Helge; TRACK, Sabine: Differenzierung 2.0. In: EISENMANN, Maria; GRIMM, Thomas (Hrsg.): Heterogene Klassen – Differenzierung in Schule und Unterricht. 2. unveränderte Auflage. Schneider Verlag Hohengehren. Baltmannsweiler: 2012. S. 1 – 36.
- EISENMANN, Maria; GRIMM, Thomas (Hrsg.): Heterogene Klassen – Differenzierung in Schule und Unterricht. 2. unveränderte Auflage. Schneider Verlag Hohengehren. Baltmannsweiler: 2012.
- ENRP: Early Numeracy Research Project. Final Report. Project Team Doug Clarke u.a. Australien: 2002.
- FATKE, Reinhard: Fallstudien in der Erziehungswissenschaft. In: FRIEBERTSHÄUSER, Barbara; LANGER, Antje; PRENGEL, Annedore (Hrsg.): Qualitative Forschungsmethoden in der Erziehungswissenschaft. 4. Auflage. Juventa Verlag. Weinheim und München: 2013. S. 159 – 172.
- FISCHER, Lorenz; WISWEDE, Günter: Grundlagen der Sozialpsychologie. 3. Auflage. Oldenbourg Verlag. München: 2009.
- FLICK, Uwe; VON KARDORFF, Ernst; STEINKE, Ines (Hrsg.): Qualitative Forschung. Ein Handbuch. 7. Auflage. Rowohlt Taschenbuch Verlag. Reinbek: 2009.
- FRITZ, Annemarie; RICKEN, Gabi: Früherkennung von Kindern mit Schwierigkeiten im Erwerb von Rechenfertigkeiten. In: HASSELHORN, Marcus; MARX, Harald; SCHNEIDER, Wolfgang (Hrsg.): Diagnostik von Mathematikleistungen. Tests und Trends. Hogrefe Verlag. Göttingen: 2005.
- FUCHS, Carina: Selbstwirksam Lernen im schulischen Kontext. Kennzeichen – Bedingungen – Umsetzungsbeispiele. Verlag Klinkhardt. Bad Heilbrunn: 2005.
- FUSON, Karen: Children's Counting and Concepts of Number. Springer Verlag. New York: 1988.
- GAIDOSCHIK, Michael: Didaktogene Faktoren bei der Verfestigung des „zählenden Rechnens“. In: FRITZ, Annemarie; RICKEN, Gabi; SCHMIDT, Siegbert (Hrsg.): Handbuch Rechenschwäche. 2. Auflage. Beltz Verlag. Weinheim und Basel: 2009. S. 166 – 180.

- GARLICH, Ariane; HEIPCKE, Klaus; MESSNER, Rudolf; RUMPF, Horst: Didaktik offener Curricula. 2. Auflage. Beltz Verlag. Weinheim und Basel: 1976.
- GASTEIGER, Hedwig: Stand der mathematischen Kompetenzdiagnosen am Übergang von der Kindertagesstätte zur Grundschule und zukünftige Perspektiven. Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung Berlin (TransKiGs). Online verfügbar unter: [http://www.transkigs.de/fileadmin/user/redakteur/Berlin/ExpertiseKompetenzdiagnosen\\_Gasteiger.pdf](http://www.transkigs.de/fileadmin/user/redakteur/Berlin/ExpertiseKompetenzdiagnosen_Gasteiger.pdf) (Version vom 04.10.2007, zit. als GASTEIGER 2007).
- GELMAN, Rochel; GALLISTEL, Charles Randy: The Child's Understanding of Number. Harvard University Press. Cambridge: 1978.
- GÖHLICH, Michael: Offener Unterricht, Community Education, Alternativschulpädagogik, Reggiopädagogik. Beltz Verlag. Weinheim: 1998.
- GÖLITZ, Dietmar; ROICK, Thorsten; HASSELHORN, Marcus: Deutscher Mathematiktest für vierte Klassen (DEMAT 4). Hogrefe Verlag. Göttingen: 2006.
- GRIESEL, Heinz: Die Neue Mathematik für Lehrer und Studenten. Band 1. Mengen, Zahlen, Relationen, Topologie. Schroedel Verlag. Hannover: 1971.
- GRÜSSING, Meike: Handlungsleitende Diagnostik und mathematische Frühförderung im Übergang vom Kindergarten zur Grundschule. In: GRÜSSING, Meike; PETER-KOOP, Andrea (Hrsg.): Die Entwicklung mathematischen Denkens in Kindergarten und Grundschule: Beobachten – Fördern – Dokumentieren. Mildenerger Verlag. Offenburg: 2006. S. 122 – 132.
- GRÜSSING, Meike; PETER-KOOP, Andrea (Hrsg.): Die Entwicklung mathematischen Denkens in Kindergarten und Grundschule: Beobachten – Fördern – Dokumentieren. Mildenerger Verlag. Offenburg: 2006.
- GULDIMANN, Titus: Lernen verstehen und eigenständiges Lernen fördern. In: BUHOLZER, Alois; KUMMER WYSS, Annemarie (Hrsg.): Alle gleich – alle unterschiedlich! Zum Umgang mit Heterogenität in Schule und Unterricht. 2. Auflage. Klett und Balmer Verlag. Seelze-Verbe: 2012. S. 109 – 121.

- HÄCKER, Hartmut; LEUTNER, Detlef; AMELANG, Manfred: Standards für pädagogisches und psychologisches Testen. Supplementum 1/1998 der Diagnostica und der Zeitschrift für Differentielle und Diagnostische Psychologie. 1. Auflage. Verlag Hans Huber. Bern: 1998.
- HÄSEL-WEIDE, Uta; NÜHRENBÖRGER, Marcus; MOSER OPITZ, Elisabeth; WITTICH, Claudia: Ablösung vom zählenden Rechnen. Fördereinheiten für heterogene Lerngruppen. 2. Auflage. Klett Verlag. Seelze: 2014.
- HAFFNER, Johann; BARO, Karin; PARZER, Peter; RESCH, Franz: Heidelberger Rechentest (HRT 1-4). Hogrefe Verlag. Göttingen: 2005.
- HASEMANN, Klaus: Mathematische Einsichten von Kindern im Vorschulalter. In: GRÜSSING, Meike; PETER-KOOP, Andrea (Hrsg.): Die Entwicklung mathematischen Denkens in Kindergarten und Grundschule: Beobachten – Fördern – Dokumentieren. Mildener Verlag. Offenburg: 2006. S. 67 – 79.
- HASSELHORN, Marcus; MARX, Harald; SCHNEIDER, Wolfgang (Hrsg.): Diagnostik von Mathematikleistungen. Tests und Trends. Hogrefe Verlag. Göttingen: 2005.
- HASSELHORN, Marcus; GOLD, Andreas: Pädagogische Psychologie. Erfolgreiches Lernen und Lehren. 2., durchgesehene Auflage. Verlag Kohlhammer. Stuttgart: 2009.
- HATTIE, John: Lernen sichtbar machen. Überarbeitete deutschsprachige Ausgabe von Visible Learning, besorgt von Wolfgang Beywl und Klaus Zierer. Schneider Verlag Hohengehren GmbH. Baltmannsweiler: 2013.
- HEINZEL, Friederike: Zur Funktion von Fallstudien für didaktische Initiativen im Unterricht. In: BRINKMANN, Erika; KRUSE, Norbert; OSBURG, Claudia (Hrsg.): Kinder schreiben und lesen. Beobachten – Verstehen – Lehren. Fillibach Verlag. Freiburg: 2003.
- HELL, Peter: Öffnung des Unterrichts in der Grundschule. Auer Verlag. Weinheim: 1994.
- HELLER, Kurt; PERLETH, Christoph; HANY, Ernst: Hochbegabung – ein lange Zeit vernachlässigtes Forschungsthema. In: Einsichten – Forschung an der Ludwig-Maximilians-Universität München 3. Heft 1: 1994. S. 18 – 22.
- HELLER, Kurt: Begabtenförderung - (k)ein Thema in der Grundschule? Grundschule. Heft 28 (5): 1996. S. 12 – 14.

- HELLMICH, Frank; KIPER, Hanna: Einführung in die Grundschuldidaktik. Beltz Verlag. Weinheim und Basel: 2006.
- HELMKE, Andreas: Unterrichtsqualität und Lehrerprofessionalität. Diagnose, Evaluation und Verbesserung des Unterrichts. Aktualisierte Auflage. Kallmeyer Verlag. Seelze: 2012.
- HERTEL, Silke; DEN ELZEN-RUMP, Viola: Lernstrategien im Unterrichtsalltag. In: KLIEMANN, Sabine (Hrsg.): Diagnostizieren und Fördern. Cornelsen Verlag Scriptor. Berlin: 2010. S. 80 – 89.
- HESSISCHES KULTUSMINISTERIUM (HKM): Schwierigkeiten beim Lesen, Rechtschreiben oder Rechnen. Handreichung zur Umsetzung der Verordnung VOLRR vom 18.05.2006. Wiesbaden: 2007.
- HESSISCHES KULTUSMINISTERIUM (HKM): Verordnung zur Gestaltung des Schulverhältnisses. Wiesbaden: 19. August 2011.
- HESSISCHES KULTUSMINISTERIUM (HKM): Bildung von Anfang an. Bildungs- und Erziehungsplan für Kinder von 0 bis 10 Jahren in Hessen. 6. Auflage. Wiesbaden: 2014.
- HILDENBRAND, Bruno: Anselm Strauss. In: FLICK, Uwe; VON KARDORFF, Ernst; STEINKE, Ines (Hrsg.): Qualitative Forschung. Ein Handbuch. 7. Auflage. Rowohlt Taschenbuch Verlag. Reinbek: 2009. S. 32 – 42.
- HÖHMANN, Katrin: Nicht automatisch schnell und effektiv. Wege zu einer begabtenfreundlichen Lernkultur. In: BECKER, Gerold; LENZEN, Klaus-Dieter; STÄUDEL, Lutz; TILLMANN, Klaus-Jürgen; WERNING, Rolf; WINTER, Felix (Hrsg.): Heterogenität. Unterschiede nutzen – Gemeinsamkeiten stärken. Friedrich Jahresheft 22. Friedrich Verlag. Seelze: 2004. S. 28 – 31.
- HÖHTKER, Barbara; SELTER, Christoph: Von der Hunderterkette zum leeren Zahlenstrahl. In: MÜLLER, Gerhard; WITTMANN, Erich Christian (Hrsg.): Mit Kindern rechnen. Beiträge zur Reform der Grundschule – Band 96. Beltz Verlag. Frankfurt am Main: 1995. S. 122 – 137.
- HORNE, Marj; CHEESEMAN, Jill; CLARKE, Doug; GRONN, Donna; McDONOUGH, Andrea: Professional development and effective teaching: Developing students' mathematical thinking in the early years of school through enhancing teachers' knowledge. Paper presented to the Research Preession at the National Council of Teachers of Mathematics Annual Meeting. Las Vegas: 2002.

- HÜLST, Dirk: Grounded Theory. In: FRIEBERTSHÄUSER, Barbara; LANGER, Antje; PRENGEL, Annedore (Hrsg.): Qualitative Forschungsmethoden in der Erziehungswissenschaft. 4. Auflage. Juventa Verlag. Weinheim und München: 2013. S. 281 – 300.
- INGENKAMP, Karlheinz: Pädagogische Diagnostik. In: ROTH, Leo (Hrsg.): Pädagogik. Handbuch für Studium und Praxis. Ehrenwirth Verlag. München: 1991. S. 760 – 785.
- Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB): VERA – Ein Überblick. Online verfügbar unter: <https://www.iqb.hu-berlin.de/vera>. (Version vom 17.06.2014, zit. als IQB 2014).
- JANK, Werner; MEYER, Hilbert: Didaktische Modelle. Cornelsen Scriptor. Frankfurt a. M.: 1994.
- JOLLER-GRAF, Klaus: Binnendifferenziert unterrichten. In: BUHOLZER, Alois; KUMMER WYSS, Annemarie (Hrsg.): Alle gleich – alle unterschiedlich! Zum Umgang mit Heterogenität in Schule und Unterricht. 2. Auflage. Klett und Balmer Verlag. Seelze-Velber: 2012. S. 122 – 137.
- JÜRGENS, Eiko: Die „neue“ Reformpädagogik und die Bewegung Offener Unterricht. 7. Auflage. Academia Verlag. Sankt Augustin: 2009.
- JUNGWIRTH, Helga; STEINBRING, Heinz; VOIGT, Jörg; WOLLRING, Bernd: Interpretative Unterrichtsforschung in der Lehrerbildung. In: MAIER, Hermann; VOIGT, Jörg (Hrsg.): Verstehen und Verständigung im Mathematikunterricht. IDM-Reihe: Untersuchungen zum Mathematikunterricht. Band 19. Aulis-Verlag. Köln: 1994. S. 12 – 42.
- KÄPNICK, Friedhelm: Erfahrungen mit einem Projekt zur Förderung mathematisch interessierter und potentiell begabter Grundschüler. – In: KADUNZ, Gert; KAUSCHITSCH, Hermann; OSSIMITZ, Günther; SCHNEIDER, Edith (Hrsg.): Trends und Perspektiven. Beiträge zum 7. Internationalen Symposium zur Didaktik der Mathematik. Schriftenreihe Didaktik der Mathematik. Band 23. Hölder-Pichler-Tempsky. Wien: 1996. S. 231 – 238.
- KÄPNICK, Friedhelm: Mathematisch begabte Grundschul Kinder: Besonderheiten, Probleme und Fördermöglichkeiten. In: PETER-KOOP, Andrea (Hrsg.): Das besondere Kind im Mathematikunterricht der Grundschule. 2. Auflage. Miltenberger Verlag. Offenburg: 2002. S. 25 – 40.

- KARST, Karina; SCHOREIT, Edgar; LIPOWSKY, Frank: Diagnostische Kompetenzen von Mathematiklehrern und ihr Vorhersagewert für die Lernentwicklung von Grundschulkindern. In: Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 28. Jahrgang, Heft 4/2014. S. 237 – 248.
- KAUFMANN, Sabine; LORENZ, Jens Holger: Förder/Diagnosebox Mathe. Von der zielgerichteten Beobachtung zur individuellen Förderung, Klasse 1 – 4. Schroedel Verlag. Braunschweig: 2006.
- KIPER, Hanna; MISCHKE, Wolfgang: Einführung in die Allgemeine Didaktik. Beltz Verlag. Weinheim und Basel: 2004.
- KIPMAN, Ulrike; KOHLBÖCK, Gabriele; WEILGUNY, Walburga: Psychologische Testverfahren zur Messung intellektueller Begabung. Österreichisches Zentrum für Begabtenförderung und Begabungsforschung (ÖZBF). Salzburg: 2012.
- KLIEMANN, Sabine (Hrsg.): Diagnostizieren und Fördern. Cornelsen Verlag Scriptor. Berlin: 2010.
- KMK – Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (Hrsg.): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. Beschluss vom 15.10.2004. Luchterhand. München: 2005 (zit. als KMK 2005).
- KMK: Konzeption der Kultusministerkonferenz zur Nutzung der Bildungsstandards für die Unterrichtsentwicklung. Online verfügbar unter: [http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen\\_beschluesse/2010/2010\\_00\\_00-Konzeption-Bildungsstandards.pdf](http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2010/2010_00_00-Konzeption-Bildungsstandards.pdf) (Version vom 11.07.2014, zit. als KMK 2010).
- KMK – Sekretariat der Kultusministerkonferenz (Hrsg.): Standards für die Lehrerbildung: Bildungswissenschaften. Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 16.12.2004. Fassung vom 12.06.2014. Online verfügbar unter: [http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen\\_beschluesse/2004/2004\\_12\\_16-Standards-Lehrerbildung.pdf](http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2004/2004_12_16-Standards-Lehrerbildung.pdf) (Version vom 22.04.2015, zit. als KMK 2014)
- KMK – Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (Hrsg.): Ländergemeinsame inhaltliche Anforderungen für die Fachwissenschaften und Fachdidaktiken in der Lehrerbildung. Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 16.10.2008. Fassung vom 12.02.2015. Online verfügbar unter: [http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen\\_beschluesse/2008/2008\\_10\\_16-Fachprofile-Lehrerbildung.pdf](http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2008/2008_10_16-Fachprofile-Lehrerbildung.pdf) (Version vom 19.03.2015, zit. als KMK 2015).

- KÖLLER, Olaf; REISS, Kristina; STANAT, Petra; PANT, Hans Anand: Diagnostik Standard-basierter mathematischer Kompetenzen im Primarbereich: Ein Überblick. In: Psychologie in Erziehung und Unterricht. Ernst Reinhardt Verlag. München: 2012. S. 163 – 176.
- Komm mit – rechne mit! Band 4. Ein Förderprogramm für rechenschwache Kinder. Stufe 2: Zahlenraum bis 100. Finken Verlag. Oberursel: 2010.
- KONRAD, Klaus; TRAUB, Silke: Selbstgesteuertes Lernen. Grundwissen und Tipps. Schneider Verlag Hohengehren. Baltmannsweiler: 2009.
- KOWAL, Sabine; O'CONNELL, Daniel: Zur Transkription von Gesprächen. In: FLICK, Uwe; KARDORFF, Ernst von; STEINKE, Ines (Hrsg.). Qualitative Forschung. Ein Handbuch. Rowohlt Verlag. Reinbek bei Hamburg: 2000. S. 437 – 447.
- KRAJEWSKI, Kristin; KÜSPERT, Petra; SCHNEIDER, Wolfgang: Deutscher Mathematiktest für erste Klassen (DEMAT 1+). Hogrefe Verlag. Göttingen: 2002.
- KRAJEWSKI, Kristin: Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule. Verlag Dr. Kovac. Hamburg: 2003.
- KRAJEWSKI, Kristin; LIEHM, Susann; SCHNEIDER, Wolfgang: Deutscher Mathematiktest für zweite Klassen (DEMAT 2+). Hogrefe Verlag. Göttingen: 2004.
- KRAJEWSKI, Kristin: Vorschulische Mengenbewusstheit von Zahlen und ihre Bedeutung für die Früherkennung von Rechenschwäche. In: HASSELHORN, Marcus; MARX, Harald; SCHNEIDER, Wolfgang (Hrsg.): Diagnostik von Mathematikleistungen. Tests und Trends. Hogrefe Verlag. Göttingen: 2005. S. 49 – 70.
- KRETSCHMANN, Rudolf: „Pädagnostik“ – Optimierung pädagogischer Angebote durch differenzierte Lernstandsdiagnosen, unter besonderer Berücksichtigung mathematischer Kompetenzen. In: GRÜSSING, Meike; PETER-KOOP, Andrea (Hrsg.): Die Entwicklung mathematischen Denkens in Kindergarten und Grundschule: Beobachten – Fördern – Dokumentieren. Mildener Verlag. Offenburg: 2006. S. 29 – 54.
- LORENZ, Jens Holger; RADATZ, Hendrik: Handbuch des Förderns im Mathematikunterricht. Schroedel Verlag. Hannover: 1993.
- LORENZ, Jens Holger: Mathematisches Vorwissen im Anfangsunterricht. In: Grundschule. Heft 5/2002. S. 24 – 26 (zit. als LORENZ 2002a).

- LORENZ, Jens Holger: Das arithmetische Denken von Grundschulkindern. In: PETER-KOOP, Andrea (Hrsg.): Das besondere Kind im Mathematikunterricht der Grundschule. 2. Auflage. Mildener Verlag. Offenburg: 2002. S. 59 – 81 (zit. als LORENZ 2002b).
- LORENZ, Jens Holger: Förderdiagnostische Aufgaben für Kindergarten und Anfangsunterricht. In: GRÜSSING, Meike; PETER-KOOP, Andrea (Hrsg.): Die Entwicklung mathematischen Denkens in Kindergarten und Grundschule: Beobachten – Fördern – Dokumentieren. Mildener Verlag. Offenburg: 2006. S. 55 – 66.
- LORENZ, Jens Holger: Der „Leere Zahlenstrahl“ – eine hilfreiche Lernumgebung für die diagnostische Tätigkeit in der Grundschule. In: PETER-KOOP, Andrea; LILITAKIS, Georg; SPINDELER, Brigitte (Hrsg.): Lernumgebungen – Ein Weg zum kompetenzorientierten Mathematikunterricht in der Grundschule. Mildener Verlag. Offenburg: 2009. S. 201 – 211.
- LORENZ, Jens Holger: Kinder begreifen Mathematik. Frühe mathematische Bildung und Förderung. Verlag W. Kohlhammer. Stuttgart: 2012.
- MANDL, Heinz; FRIEDRICH, Helmut (Hrsg.): Handbuch Lernstrategien. Hogrefe Verlag. Göttingen [u.a.]: 2006.
- MAYRING, Philipp: Qualitative Inhaltsanalyse. Grundlagen und Techniken. 11., aktualisierte und überarbeitete Auflage. Beltz Verlag. Weinheim und Basel: 2010.
- MERKENS, Hans: Auswahlverfahren, Sampling, Fallkonstruktion. In: FLICK, Uwe; VON KARDORFF, Ernst; STEINKE, Ines (Hrsg.): Qualitative Forschung. Ein Handbuch. 7. Auflage. Rowohlt Taschenbuch Verlag. Reinbek: 2009. S. 286 – 299.
- MESSNER, Helmut: Wissen und Anwenden. Zur Problematik des Transfers im Unterricht. Eine psychologisch-didaktische Analyse. Klett-Cotta. Stuttgart: 1978.
- MESSNER, Rudolf: Piaget und die Didaktik – Versuch einer Standortbestimmung. In: MÜLLER, Kurt Peter (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht. Franzbecker Verlag. Hildesheim: 1995. S. 30 – 37.
- MESSNER, Rudolf: PISA und Allgemeinbildung. In: Österreichische Gesellschaft für Forschung und Entwicklung im Bildungswesen (ÖFEB). ÖFEB-Newsletter 02/2002. S. 4 – 16.

- MESSNER, Rudolf: PISA und Allgemeinbildung. In: Zeitschrift für Pädagogik. Heft 3/2003. S. 400 – 412.
- MESSNER, Rudolf: Selbstständiges Lernen und PISA – Formen einer neuen Aufgabenkultur. In: BOSSE, Dorit (Hrsg.): Unterricht, der Schülerinnen und Schüler herausfordert. Verlag Klinkhardt. Bad Heilbrunn: 2004. S. 29 – 47.
- MESSNER, Rudolf; REUSSER, Kurt: Aebli's Didaktik auf psychologischer Grundlage im Kontext der zeitgenössischen Didaktik. In: BAER, Matthias [u.a.] (Hrsg.): Didaktik auf psychologischer Grundlage. Von Hans Aebli's kognitionspsychologischer Didaktik zur modernen Lehr- und Lernforschung. H.e.p. Verlag. Bern: 2006. S. 52 – 73.
- MESSNER, Rudolf: Bausteine eines kognitiv aktivierenden Fachunterrichts. In: BOSSE, Dorit (Hrsg.): Gymnasiale Bildung zwischen Kompetenzorientierung und Kulturarbeit. VS Verlag für Sozialwissenschaften. Wiesbaden: 2009. S. 137 – 160 (zit. als MESSNER 2009a).
- MESSNER, Rudolf (Hrsg.): Schule forscht. Ansätze und Methoden zum forschenden Lernen. Edition Körber-Stiftung. Hamburg: 2009 (zit. als MESSNER 2009b).
- MESSNER, Rudolf: Problemorientierter Gedankenaustausch statt Helfen. Professionelle Probleme bei der Einführung ko-konstruktiver Gruppenarbeit im Unterricht. In: NEROWSKI, Christian; HASCHER, Tina; LUNKENBEIN, Martin; SAUER, Daniela (Hrsg.): Professionalität im Umgang mit Spannungsfeldern der Pädagogik. Verlag Klinkhardt. Bad Heilbrunn: 2012.
- MESSNER, Rudolf; EDELHOFF, Christoph; BOSSE, Dorit: Lehrerfortbildung (LFB) Hessen 2014. Die hessische LFB muss dringend organisatorisch und inhaltlich erneuert werden – Ein Konzept zu ihrer Neuausrichtung. Hektographiertes Manuskript. Universität Kassel: 2014.
- MESSNER, Rudolf: Forschendes Lernen – wissenschaftliche Grundlagen und Unterrichtsbeispiele von der Grundschule bis zum Gymnasium. Hektographierter Vortrag zum Forschenden Lernen im Rahmen der Sommerakademie für sächsische Lehrerinnen und Lehrer vom 21.07.2014.
- MILES, Matthew; HUBERMAN, A. Michael: Qualitative data analysis an expanded sourcebook (2nd. ed.). Sage. Beverly Hills: 1994.

- ModulPO: Modulprüfungsordnung der Universität Kassel für den Teilstudiengang Mathematik für das Lehramt an Grundschulen vom 14.06.2006. Mitteilungsblatt der Universität Kassel Nr. 10/2006 vom 18.10.2006. Online verfügbar unter: [http://www.uni-kassel.de/einrichtungen/fileadmin/groups/w\\_330000/MTB\\_Sys\\_4/mpo\\_mathe\\_L1.pdf](http://www.uni-kassel.de/einrichtungen/fileadmin/groups/w_330000/MTB_Sys_4/mpo_mathe_L1.pdf) (Version vom 11.07.2014, zit. als ModulPO 2006).
- MOSER OPITZ, Elisabeth: Förderdiagnostik: Entstehung – Ziele – Leitlinien – Beispiele. In: GRÜSSING, Meike; PETER-KOOP, Andrea (Hrsg.): Die Entwicklung mathematischen Denkens in Kindergarten und Grundschule: Beobachten – Fördern – Dokumentieren. Mildenerberger Verlag. Offenburg: 2006. S. 10 – 28.
- MOSER OPITZ, Elisabeth; SCHERER, Petra: Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe. Spektrum Akademischer Verlag. Heidelberg: 2010.
- MOSER OPITZ, Elisabeth: Rechenschwäche/Dyskalkulie. 2. Auflage. Haupt Verlag. Bern: 2013.
- MÜLLER, Gerhard; WITTMANN, Erich Christian: Der Mathematikunterricht in der Primarstufe. 3. Auflage. Vieweg Verlag: 1984.
- MÜLLER, Gerhard; WITTMANN, Erich Christian (Hrsg.): Mit Kindern rechnen. Beiträge zur Reform der Grundschule – Band 96. Beltz Verlag. Frankfurt am Main: 1995.
- NÜHRENBÖRGER, Marcus: Anfangsunterricht Mathematik in jahrgangsgemischten Lerngruppen. In: GRÜSSING, Meike; PETER-KOOP, Andrea (Hrsg.): Die Entwicklung mathematischen Denkens in Kindergarten und Grundschule: Beobachten – Fördern – Dokumentieren. Mildenerberger Verlag. Offenburg: 2006. S. 133 – 149.
- OELKERS, Jürgen: Einige Gelingensbedingungen für kompetenzorientierten Unterricht. Hessisches Kultusministerium. Institut für Qualitätsentwicklung. Wiesbaden: 2010.
- PADBERG, Friedhelm: Didaktik der Arithmetik. 2. Auflage. Spektrum Akademischer Verlag. Heidelberg, Berlin und Oxford: 1996.
- PADBERG, Friedhelm: Zahlentheorie und Arithmetik. Spektrum Akademischer Verlag. Heidelberg und Berlin: 1999.
- PETER-KOOP, Andrea (Hrsg.): Das besondere Kind im Mathematikunterricht der Grundschule. 2. Auflage. Mildenerberger Verlag. Offenburg: 2002.

- PETER-KOOP, Andrea; WOLLRING, Bernd; SPINDELER, Brigitte; GRÜSSING, Meike: ElementarMathematisches BasisInterview. Materialpaket zum Interviewverfahren. Mildenerger Verlag. Offenburg: 2007.
- PETER-KOOP, Andrea; WOLLRING, Bernd; HABERZETTL, Nora; SPINDELER, Brigitte; GRÜSSING, Meike: ElementarMathematisches BasisInterview. DVD mit Videos zum Training. Zahlen und Operationen. Mildenerger Verlag. Offenburg: 2009.
- PETER-KOOP, Andrea; WOLLRING, Bernd; GRÜSSING, Meike; SPINDELER, Brigitte: ElementarMathematisches BasisInterview. Zahlen und Operationen. 2. überarbeitete Auflage. Mildenerger Verlag. Offenburg: 2013.
- PIAGET, Jean; INHELDER, Bärbel: Die Psychologie des Kindes. 9. Auflage. Deutscher Taschenbuch Verlag. München: 2004.
- PRENGEL, Annedore: Spannungsfelder, nicht Wahrheiten. Heterogenität in pädagogisch-didaktischer Perspektive. In: BECKER, Gerold; LENZEN, Klaus-Dieter; STÄUDEL, Lutz; TILLMANN Klaus-Jürgen; WERNING, Rolf; WINTER, Felix (Hrsg.): Heterogenität. Unterschiede nutzen – Gemeinsamkeiten stärken. Friedrich Jahresheft 22. Friedrich Verlag. Seelze: 2004. S. 44 – 46.
- PREUSS-LAUSITZ, Ulf: Die offene Gesellschaft und ihre Schule. In: BECKER, Gerold; LENZEN, Klaus-Dieter; STÄUDEL, Lutz; TILLMANN Klaus-Jürgen; WERNING, Rolf; WINTER, Felix (Hrsg.): Heterogenität. Unterschiede nutzen – Gemeinsamkeiten stärken. Friedrich Jahresheft 22. Friedrich Verlag. Seelze: 2004. S. 14 – 17.
- RADATZ, Hendrik; SCHIPPER, Wilhelm: Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen. Schroedel Verlag. Hannover: 1983.
- RATHGEB-SCHNIERER, Elisabeth: Kinder auf dem Weg zum flexiblen Rechnen. Verlag Franzbecker. Hildesheim und Berlin: 2006.
- REHLE, Cornelia: Inklusiver Unterricht – (wie) geht das? In: METZGER, Klaus; WEIGL, Erich (Hrsg.): Inklusion – eine Schule für alle. 2. Auflage. Cornelsen Verlag Scriptor. Berlin: 2011. S. 42 – 53.
- REINHOLD, Gerd (Hrsg.); POLLAK, Guido; HEIM, Helmut: Pädagogik-Lexikon. Oldenbourg Verlag. Münden: 1999.
- REISS, Kristina: Bildungsstandards und die Rolle der Fachdidaktik am Beispiel der Mathematik. In: Zeitschrift für Pädagogik. 50. Jg./2004. S. 635 – 649.

- REISS, Kristina; HEINZE, Aiso; PEKRUN, Reinhard: Mathematische Kompetenz und ihre Entwicklung in der Grundschule. In: Zeitschrift für Erziehungswissenschaft. 10. Jg. Sonderheft 8/2007. S. 107 – 127.
- REISS, Kristina; WINKELMANN, Henrik: Step by step. Ein Kompetenzstufenmodell für das Fach Mathematik. In: Zeitschrift Grundschule. Heft 10/2008. S. 34 – 37.
- REUSSER, Kurt: Unterricht zwischen Wissensvermittlung und Lernen lernen. Alte Sackgassen und neue Wege in der Bearbeitung eines pädagogischen Jahrhundertproblems. In: FINKBEINER, Claudia; SCHNAITMANN, Gerhard (Hrsg.): Lehren und Lernen im Kontext empirischer Forschung und Fachdidaktik. Auer Verlag. Donauwörth: 2001. S. 106 – 140.
- REUSSER, Kurt: Jean Piagets Theorie der Entwicklung des Erkennens. In: SCHNEIDER, Wolfgang; WILKENING, Friedrich: Theorie, Modelle und Methoden der Entwicklungspsychologie. Hogrefe Verlag. Göttingen: 2006. S. 92 – 189.
- RICKEN, Gabi; FRITZ, Annemarie: Früherkennung von Kindern mit Schwierigkeiten im Erwerb von Rechenfertigkeiten. In: HASSELHORN, Marcus; MARX, Harald; SCHNEIDER, Wolfgang (Hrsg.): Diagnostik von Mathematikleistungen. Tests und Trends. Hogrefe Verlag. Göttingen: 2005. S. 5 – 27.
- RÖHR, Martina: Kooperatives Lernen beim Arbeiten mit der Autobahnkarte. In: MÜLLER, Gerhard; WITTMANN, Erich Christian (Hrsg.): Mit Kindern rechnen. Beiträge zur Reform der Grundschule – Band 96. Beltz Verlag. Frankfurt am Main: 1995. S. 191 – 210.
- ROICK, Thorsten; GÖLITZ, Dietmar; HASSELHORN, Marcus: Deutscher Mathematiktest für dritte Klassen (DEMAT 3+). Hogrefe Verlag. Göttingen: 2004.
- ROTH, Gerhard: Bildung braucht Persönlichkeit. Wie Lernen gelingt. 3. Auflage. Klett-Cotta Verlag. Stuttgart: 2011.
- ROTTMANN, Thomas: Multiplizieren – einfach Übungssache? In: Mathematik differenziert. Zeitschrift für die Grundschule. Heft 2/2011. Westermann Verlag. S. 6 – 8.
- RUWISCH, Silke: Grundvorstellungen zur Division – auch mit Rest. In: Mathematik differenziert. Zeitschrift für die Grundschule. Heft 2/2014. Westermann Verlag. S. 6 – 9.
- SCHAUB, Horst; ZENKE, Karl: Wörterbuch Pädagogik. Neuausgabe. Deutscher Taschenbuch Verlag. München: 2007.

- SCHERER, Petra: Kinder mit Lernschwierigkeiten – „besondere“ Kinder, „besonderer“ Unterricht? In: PETER-KOOP, Andrea (Hrsg.): Das besondere Kind im Mathematikunterricht der Grundschule. 2. Auflage. Mildener Verlag. Offenburg: 2002. S. 99 – 118.
- SCHERER, Petra; MOSER OPITZ, Elisabeth: Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe. Spektrum Akademischer Verlag. Heidelberg: 2010.
- SCHIPPER, Wilhelm: Arbeitsmittel für den arithmetischen Anfangsunterricht. Kriterien zur Auswahl. In: Die Grundschulzeitschrift. Heft 96. 1996. S. 26 und S. 39 – 41.
- SCHIPPER, Wilhelm: Lernschwierigkeiten erkennen – verständnisvolles Lernen fördern. SINUS-Transfer Grundschule. Mathematik. Modul G4. Kiel: 2005. Online verfügbar unter: <http://sinus-transfer-grundschule.de/fileadmin/Materialien/Modul4.pdf> (Version vom 06.09.2014, zit. als SCHIPPER 2005).
- SCHIPPER, Wilhelm: Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen. Schroedel Verlag. Braunschweig: 2009.
- SCHULZ, Andrea: Lernschwierigkeiten im Mathematikunterricht der Grundschule. Paetec. Berlin: 1995.
- SCHULZ, Andrea: Förderung „rechenschwacher“ Schüler im Rahmen einer integrativen Lerntherapie – ein Erfahrungsbericht. In: PETER-KOOP, Andrea (Hrsg.): Das besondere Kind im Mathematikunterricht der Grundschule. 2. Auflage. Mildener Verlag. Offenburg: 2002. S. 83 – 98.
- SELTER, Christoph; SPIEGEL, Hartmut: Wie Kinder rechnen. Ernst Klett Verlag. Leipzig: 1997.
- SELTING, Margret; AUER, Peter; BARDEN, Birgit; BERGMANN, Jörg; COUPER-KOHLER, Elisabeth; GÜNTHER, Susanne; MEIER, Christoph; QUASTHOFF, Uta; SCHLOBINSKI, Peter; UHMANN, Susanne: Gesprächsanalytisches Transkriptionssystem (GAT). In: GREWENDORF, Günther; VON STECHOW, Arnim (Hrsg.): Linguistische Berichte 173. Institut für Deutsche Sprache. Mannheim: 1998. S. 91 – 122.
- STEFFENS, Ulrich: Hattie und kein Ende? In: GGG-Journal. Vierteljahrszeitschrift des Verbands für Schulen des gemeinsamen Lernens e.V. Jahrgang 44. Ausgabe vom 01.06.2013. S. 3 – 5. Online verfügbar unter: <http://www.ggg-bund.de/index.php/publikationen/ggg-downloads/category/4-ggg-journal-gesamtschul-kontakte> (Version vom 09.10.2014, zit. als STEFFENS 2013).

- STEINER, Gerhard: Mathematik als Denkerziehung. Klett Verlag. Stuttgart: 1973.
- STRASSER, Urs: Wahrnehmen – Beurteilen – Handeln: Förderdiagnostik für Menschen mit einer geistigen Behinderung. Schweizerische Zentralstelle für Heilpädagogik. HPS (6). Luzern: 1992.
- STRAUSS, Anselm; CORBIN, Juliet: Grounded Theory: Grundlagen Qualitativer Sozialforschung. Beltz, Psychologie Verlags Union. Weinheim: 1996.
- TERHART, Ewald (Hrsg.): Perspektiven der Lehrerbildung in Deutschland. Abschlussbericht der von der Kultusministerkonferenz eingesetzten Kommission. Beltz Verlag. Weinheim und Basel: 2000.
- TERHART, Ewald (Hrsg.): Die Hattie-Studie in der Diskussion. Probleme sichtbar machen. Kallmeyer Verlag. Seelze: 2014.
- THURSTONE, Louis Leon: Primary Mental Abilities. University of Chicago Press. Chicago: 1938.
- TILLMANN, Klaus-Jürgen: System jagt Fiktion. In: BECKER, Gerold; LENZEN, Klaus-Dieter; STÄUDEL, Lutz; TILLMANN Klaus-Jürgen; WERNING, Rolf; WINTER, Felix (Hrsg.): Heterogenität. Unterschiede nutzen – Gemeinsamkeiten stärken. Friedrich Jahresheft 22. Friedrich Verlag. Seelze: 2004. S. 6 – 9.
- TIMPERLEY, Helen: Das Lernen beflügeln. In: Landesschulamt und Lehrkräfteakademie (Hrsg.): Bildung bewegt. Heft 22. Hessisches Kultusministerium. Wiesbaden: 2013. S. 10 – 15.
- TRAUB, Silke: Kooperativ lernen. In: BUHOLZER, Alois; KUMMER WYSS, Annemarie (Hrsg.): Alle gleich – alle unterschiedlich! Zum Umgang mit Heterogenität in Schule und Unterricht. 2. Auflage. Klett und Balmer Verlag. Seelze-Velber: 2012. S. 138 – 150.
- ULM, Volker: Eine natürliche Beziehung. Forschendes Lernen in der Mathematik. In: MESSNER, Rudolf (Hrsg.): Schule forscht. Ansätze und Methoden zum forschenden Lernen. Edition Körber-Stiftung. Hamburg: 2009. S. 89 – 105.
- VAN LUIT, Johannes Erik Harold; VAN DE RIJT, Bernadette; Hasemann, Klaus: Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung (OTZ). Hogrefe Verlag. Göttingen: 2001.

- VON ASTER, Michael; WEINHOLD ZULAUF, Monika: Neuropsychologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern (ZAREKI-R). 2. Auflage. Pearson Assessment & Information GmbH. Frankfurt: 2006.
- VON DER GROEBEN, Annemarie: Binnendifferenzierung. Die große Illusion, die große Überforderung oder die große Chance. In: Pädagogik. Heft 12/1997. S. 6 – 10.
- WALLRABENSTEIN, Wulf: Offene Schule – offener Unterricht. Rowohlt Verlag. Reinbek: 1991.
- WALTHER, Gerd: Gute und andere Aufgaben. Mathematikmodul G1. Sinus-Transfer Grundschule. IPN Kiel: 2004. Online verfügbar unter: [sinus-transfer-grundschule.de/fileadmin/Materialien/Modu1.pdf](http://sinus-transfer-grundschule.de/fileadmin/Materialien/Modu1.pdf) (Version 21.03.2015, zit. als WALTHER 2004).
- WALTHER, Gerd; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja; GRANZER, Dietlinde; KÖLLER, Olaf (Hrsg.): Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret. Cornelsen Verlag. Berlin: 2008.
- WARTHA, Sebastian; SCHULZ, Axel: Rechenproblemen vorbeugen. 2. Auflage. Cornelsen Verlag Scriptor. Berlin: 2013.
- WEINERT, Franz: Lehren und Lernen für die Zukunft – Ansprüche an das Lernen in der Schule. Manuskript zu einem Vortrag am 29.3.2000 in Bad Kreuznach. Online verfügbar unter: [http://download.bildung.hessen.de/schule/gym\\_sek\\_ii/entwicklung/pool/weinert\\_2000-03-29.pdf](http://download.bildung.hessen.de/schule/gym_sek_ii/entwicklung/pool/weinert_2000-03-29.pdf) (Version vom 20.03.2015, zit. als WEINERT 2000).
- WEINERT, Franz (Hrsg.): Leistungsmessungen in Schulen. Beltz Verlag. Weinheim und Basel: 2001.
- Weltgesundheitsorganisation (WHO): Internationale Klassifikation psychischer Störungen. ICD-10 Kapitel V (F). Klinisch-diagnostische Leitlinien. Huber Verlag. Bern u.a.: 2005.
- WIELPÜTZ, Hans: Das besondere Kind im Mathematikunterricht – Anmerkungen aus der Sicht einer reflektierten Praxis, Beobachtung und Beratung. In: PETER-KOOP, Andrea (Hrsg.): Das besondere Kind im Mathematikunterricht der Grundschule. 2. Auflage. Mildenberger Verlag. Offenburg: 2002. S. 41 – 58.

- WINTER, Felix: Diagnosen im Dienst des Lernens. In: BECKER, Gerold; HORSTKEMPER, Marianne; RISSE, Erika; STÄUDEL, Lutz; WERNING, Rolf; WINTER, Felix (Hrsg.): Diagnostizieren und Fördern. Stärken entdecken – Können entwickeln. Friedrich Jahresheft 24. Friedrich Verlag, Seelze: 2006. S. 22 – 25.
- WINTER, Heinrich: Mathematik entdecken. Neue Ansätze für den Unterricht in der Grundschule. Cornelsen Verlag Scriptor. Berlin: 1987.
- WITTMANN, Erich Christian: Clinical Interviews embedded in the 'Philosophy of Teaching Units'. In: CHRISTIANSEN, Bent (ed): Systematic Cooperation between Theory and Practice. Royal Danish School of Educational Studies. Copenhagen: 1985. S. 18 – 31.
- WITTMANN, Erich Christian; MÜLLER, Gerhard: Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 2. Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen. Ernst Klett Schulbuchverlag. Stuttgart und Düsseldorf: 1996.
- WITTMANN, Erich Christian; MÜLLER, Gerhard: Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 1. Vom Einspluseins zum Einmaleins. 2. überarbeitete Auflage. Ernst Klett Schulbuchverlag. Stuttgart und Düsseldorf: 1997.
- WOLLRING, Bernd: Mathematikdidaktik zwischen Diagnostik und Design. In: SELTER, Christoph; WALTHER, Gerd: Mathematikdidaktik als design science. Festschrift für Erich Christian Wittmann. Ernst Klett Verlag. Leipzig, Stuttgart, Düsseldorf: 1999. S. 270 – 276.
- WOLLRING, Bernd: Individualdiagnostik im Mathematikunterricht der Grundschule als Impulsgeber für Fördern, Unterrichten und Ausbilden. Teil 1: Vergleichsstudien: Unterstützung zum Unterricht? In: Schulverwaltung HRS. Zeitschrift für Schulleitung, SchulAufsicht und SchulKultur. Ausgabe Hessen, Rheinland-Pfalz und Saarland. 8 (2004). S. 268 – 270 (zit. als WOLLRING 2004a).
- WOLLRING, Bernd: Individualdiagnostik im Mathematikunterricht der Grundschule als Impulsgeber für Fördern, Unterrichten und Ausbilden. Teil 2: Handlungsleitende Diagnostik. In: Schulverwaltung HRS. Zeitschrift für Schulleitung, SchulAufsicht und SchulKultur. Ausgabe Hessen, Rheinland-Pfalz und Saarland. 8 (2004). S. 297 – 298 (zit. als WOLLRING 2004b).
- WOLLRING, Bernd: Welche Zeit zeigt deine Uhr? Handlungsleitende Diagnostik für den Mathematikunterricht der Grundschule. In: Friedrich Jahresheft 24: 2006. S. 64 – 67.

- WOLLRING, Bernd; HABERZETTL, Nora: Zertifikat zu EMBI-Zahlen & Operationen. Einzusehen im mathematikdidaktischen Labor Grundschule. Universität Kassel: 2008.
- WOLLRING, Bernd: Lernumgebungen als Weg zum kompetenzorientierten Mathematikunterricht in der Grundschule – eine Einführung. In: PETER-KOOP, Andrea; LILITAKIS, Georg; SPINDELER, Brigitte (Hrsg.): Lernumgebungen – Ein Weg zum kompetenzorientierten Mathematikunterricht in der Grundschule. Mildenberger Verlag. Offenburg: 2009.
- WOLLRING, Bernd; PETER-KOOP, Andrea; HABERZETTL, Nora; BECKER, Nicole; SPINDELER, Brigitte: ElementarMathematisches BasisInterview zu Größen und Messen, Raum und Form. Handbuch zum Interviewverfahren. Mildenberger Verlag. Offenburg: 2011.
- WOLLRING, Bernd: Ausprägungsgrade und Abbruchbedingungen im ENRP-Interview und im Elementarmathematischen Basisinterview (EMBI). Internes Arbeitspapier: 2014.
- WYGOTSKI, Lew Semjonowitsch: Denken und Sprechen. Fischer Verlag. Berlin: 1972
- ZIEGLER, Matthias; BÜHNER, Markus: Grundlagen der Psychologischen Diagnostik. Lehrbuch Basiswissen Psychologie. Springer Verlag für Sozialwissenschaften. Wiesbaden: 2012.

**Internetquellen:**

- BAUMERT, Jürgen; KLIEME, Eckhard; NEUBRAND, Michael; PRENZEL, Manfred; SCHIEFELE, Ulrich; SCHNEIDER, Wolfgang; STANAT, Petra; TILLMANN, Klaus-Jürgen; WEISS, Manfred (Hrsg.): PISA. Schülerleistungen im internationalen Vergleich. 2001. Online verfügbar unter: [deutschesprachwelt.de/archiv/PISAergebnisse.pdf](http://deutschesprachwelt.de/archiv/PISAergebnisse.pdf) (Version vom 21.03.2015, zit. als BAUMERT, KLIEME u.a. 2001).
- BMBF: Bundesministerium für Bildung und Forschung: IGLU - Internationale Grundschul-Lese-Untersuchung. Online verfügbar unter: <http://www.bmbf.de/de/6626.php?hilite=IGLU> (Version vom 07.03.2015, zit. als BMBF 2015a).
- BMBF: Bundesministerium für Bildung und Forschung: TIMSS - Trends in International Mathematics and Science Study. Online verfügbar unter: <http://www.bmbf.de/de/6628.php?hilite=TIMSS> (Version vom 07.03.2015, zit. als BMBF 2015b).
- GASTEIGER, Hedwig: Stand der mathematischen Kompetenzdiagnosen am Übergang von der Kindertagesstätte zur Grundschule und zukünftige Perspektiven. Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung Berlin (TransKiGs). Online verfügbar unter: [http://www.transkigs.de/fileadmin/user/redakteur/Berlin/ExpertiseKompetenzdiagnosen\\_Gasteiger.pdf](http://www.transkigs.de/fileadmin/user/redakteur/Berlin/ExpertiseKompetenzdiagnosen_Gasteiger.pdf) (Version vom 04.10.2007, zit. als GASTEIGER 2007).
- HÜLST, Dirk: Grounded Theory. Online verfügbar unter: <http://www.fallarchiv.uni-kassel.de/lernumgebung/methodenlernpfade/grounded-theory/>. (Version vom 10.09.2010, zit. als HÜLST 2010).
- Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB): VERA – Ein Überblick. Online verfügbar unter: <https://www.iqb.hu-berlin.de/vera>. (Version vom 17.06.2014, zit. als IQB 2014).
- KMK: Konzeption der Kultusministerkonferenz zur Nutzung der Bildungsstandards für die Unterrichtsentwicklung. 2010. Online verfügbar unter: [http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen\\_beschluesse/2010/2010\\_00\\_00-Konzeption-Bildungsstandards.pdf](http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2010/2010_00_00-Konzeption-Bildungsstandards.pdf) (Version vom 11.07.2014, zit. als KMK 2010).
- KMK – Sekretariat der Kultusministerkonferenz (Hrsg.): Standards für die Lehrerbildung: Bildungswissenschaften. Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 16.12.2004. Fassung vom 12.06.2014. Online verfügbar unter: [http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen\\_beschluesse/2004/2004\\_12\\_16-Standards-Lehrerbildung.pdf](http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2004/2004_12_16-Standards-Lehrerbildung.pdf) (Version vom 22.04.2015, zit. als KMK 2014)

- KMK – Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (Hrsg.): Ländergemeinsame inhaltliche Anforderungen für die Fachwissenschaften und Fachdidaktiken in der Lehrerbildung. Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 16.10.2008. Fassung vom 12.02.2015. Online verfügbar unter: [http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen\\_beschluesse/2008/2008\\_10\\_16-Fachprofile-Lehrerbildung.pdf](http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2008/2008_10_16-Fachprofile-Lehrerbildung.pdf) (Version vom 19.03.2015, zit. als KMK 2015).
- LUDWIG, Joachim: Fallstudien. In: Report (28). 2/2005. Online verfügbar unter: <http://www.die-bonn.de/doks/ludwig0502.pdf> (Version vom 27.07.2014, zit. als LUDWIG 2005).
- ModulPO: Modulprüfungsordnung der Universität Kassel für den Teilstudiengang Mathematik für das Lehramt an Grundschulen vom 14.06.2006. Mitteilungsblatt der Universität Kassel Nr. 10/2006 vom 18.10.2006. Online verfügbar unter: [http://www.uni-kassel.de/einrichtungen/fileadmin/groups/w\\_330000/MTB\\_Sys\\_4/mpo\\_mathe\\_L1.pdf](http://www.uni-kassel.de/einrichtungen/fileadmin/groups/w_330000/MTB_Sys_4/mpo_mathe_L1.pdf) (Version vom 11.07.2014, zit. als ModulPO 2006).
- SCHIPPER, Wilhelm: Lernschwierigkeiten erkennen – verständnisvolles Lernen fördern. SINUS-Transfer Grundschule. Mathematik. Modul G4. Kiel: 2005. Online verfügbar unter: <http://sinus-transfergrundschule.de/fileadmin/Materialien/Modul4.pdf> (Version vom 06.09.2014, zit. als SCHIPPER 2005).
- STEFFENS, Ulrich: Hattie und kein Ende? In: GGG-Journal. Vierteljahresschrift des Verbands für Schulen des gemeinsamen Lernens e.V. Jahrgang 44. Ausgabe vom 01.06.2013. S. 3 – 5. Online verfügbar unter: <http://www.ggg-bund.de/index.php/publikationen/ggg-downloads/category/4-ggg-journal-gesamtschul-kontakte> (Version vom 09.10.2014, zit. als STEFFENS 2013).
- WALTHER, Gerd: Gute und andere Aufgaben. Mathematikmodul G1. Sinus-Transfer Grundschule. IPN Kiel: 2004. Online verfügbar unter: <http://sinus-transfer-grundschule.de/fileadmin/Materialien/Modu1.pdf> (Version vom 21.03.2015, zit. als WALTHER 2004).
- WEINERT, Franz: Lehren und Lernen für die Zukunft – Ansprüche an das Lernen in der Schule. Manuskript zu einem Vortrag am 29.3.2000 in Bad Kreuznach. Online verfügbar unter: [http://download.bildung.hessen.de/schule/gym\\_sek\\_ii/entwicklung/pool/weinert\\_2000-03-29.pdf](http://download.bildung.hessen.de/schule/gym_sek_ii/entwicklung/pool/weinert_2000-03-29.pdf) (Version vom 20.03.2015, zit. als WEINERT 2000).

## 12. Abbildungsverzeichnis

- Abbildung 1: Abb. 1: Zahldarstellung der Zahl 46 (mit DIENES-Material) (eigenes Foto).
- Abbildung 2: Growth in Counting, 1999 – 2001 (aus: ENRP 2002, S. 20).
- Abbildung 3: Sägezahn-Design (aus: WOLLRING 2014, S. 2).
- Abbildung 4: Ausprägungsgrade zum EMBI (aus: PETER-KOOP, WOLLRING 2013, S. 57).
- Abbildung 5: Studienplan (aus: WOLLRING 2009, 2011).
- Abbildung 6: Ausschnitt aus EMBI-Zertifikat (aus: WOLLRING, HABERZETTL 2008).
- Abbildung 7: Anzahl und Verteilung der Interviews auf Kooperationsschulen (selbst erstellt).
- Abbildung 8: Anzahl und Verteilung der Interviews auf Klassenstufen (selbst erstellt).
- Abbildung 9: Prozentuale Verteilung auf Ausprägungsgrade beim Zählen in den Klassen 1 (selbst erstellt).
- Abbildung 10: Prozentuale Verteilung auf Ausprägungsgrade beim Zählen in den Klassen 2 (selbst erstellt).
- Abbildung 11: Prozentuale Verteilung auf Ausprägungsgrade bei den Stellenwerten in den Klassen 1 (selbst erstellt).
- Abbildung 12: Prozentuale Verteilung auf Ausprägungsgrade bei den Stellenwerten in den Klassen 2 (selbst erstellt).
- Abbildung 13: Prozentuale Verteilung auf Ausprägungsgrade bei Addition und Subtraktion in den Klassen 1 (selbst erstellt).
- Abbildung 14: Prozentuale Verteilung auf Ausprägungsgrade bei Addition und Subtraktion in den Klassen 2 (selbst erstellt).
- Abbildung 15: Prozentuale Verteilung auf Ausprägungsgrade bei Multiplikation und Division in den Klassen 1 (selbst erstellt).
- Abbildung 16: Prozentuale Verteilung auf Ausprägungsgrade bei Multiplikation und Division in den Klassen 2 (selbst erstellt).
- Abbildung 17: Anzahl erfolgreicher Kinder zu Vorläuferfähigkeiten (selbst erstellt).
- Abbildung 18: Anzahl erfolgreicher Kinder zu Kompetenzen beim Zählen (aus NA1 und NA2) (selbst erstellt).
- Abbildung 19: Anzahl erfolgreicher Kinder zu Kompetenzen beim Zählen (aus HA1 und HA2) (selbst erstellt).
- Abbildung 20: Anzahl erfolgreicher Kinder zu Kompetenzen bei den Stellenwerten (aus NA1 und NA2) (selbst erstellt).
- Abbildung 21: Anzahl erfolgreicher Kinder zu Kompetenzen bei den Stellenwerten (aus HA1 und HA2) (selbst erstellt).
- Abbildung 22: Anzahl erfolgreicher Kinder zu Kompetenzen bei Addition u. Subtraktion (aus NA1 und NA2) (selbst erstellt).
- Abbildung 23: Anzahl erfolgreicher Kinder zu Kompetenzen bei Addition u. Subtraktion (aus HA1 und HA2) (selbst erstellt).
- Abbildung 24: Anzahl erfolgreicher Kinder zu Kompetenzen bei Multiplikation u. Division (aus NA1 und NA2) (selbst erstellt).
- Abbildung 25: Anzahl erfolgreicher Kinder zu Kompetenzen bei Multiplikation u. Division (aus HA1 und HA2) (selbst erstellt).
- Abbildung 26: Vergabe von Ausprägungsgraden durch Studierende (selbst erstellt).
- Abbildung 27: Beschriebene Kompetenzen durch Studierende (selbst erstellt).
- Abbildung 28: Erreichte Ausprägungsgrade der drei ausgewählten Kinder im Vergleich (selbst erstellt).

### 13. Tabellenverzeichnis

Tabelle 1:	Zuordnung zum Inhaltsbereich Zahlen & Operationen (selbst erstellt).
Tabelle 2:	Zuordnung zum Inhaltsbereich Raum & Form (selbst erstellt).
Tabelle 3:	Zuordnung zum Inhaltsbereich Muster & Strukturen (selbst erstellt).
Tabelle 4:	Zuordnung zum Inhaltsbereich Größen & Messen (selbst erstellt).
Tabelle 5:	Zuordnung zum Inhaltsbereich Daten, Häufigkeit & Wahrscheinlichkeit (selbst erstellt).
Tabelle 6:	Ausprägungsgrade zum Zählen aus ENRP (2002; S. 124).
Tabelle 7:	Ausprägungsgrade zu Stellenwerten aus ENRP (2002; S. 129).
Tabelle 8:	Ausprägungsgrade zu Addition und Subtraktion aus ENRP (2002; S. 134).
Tabelle 9:	Ausprägungsgrade zu Multiplikation und Division aus ENRP (2002; S. 138).
Tabelle 10:	Prozentuale Verteilung auf Ausprägungsgrade beim Zählen im ENRP (selbst erstellt auf Grundlage von ENRP 2002, S. 124).
Tabelle 11:	Prozentuale Verteilung auf Ausprägungsgrade bei den Stellenwerten im ENRP (selbst erstellt auf Grundlage von ENRP 2002, S. 129).
Tabelle 12:	Prozentuale Verteilung auf Ausprägungsgrade bei Addition und Subtraktion im ENRP (selbst erstellt auf Grundlage von ENRP 2002, S. 134).
Tabelle 13:	Prozentuale Verteilung auf Ausprägungsgrade bei Multiplikation und Division im ENRP (selbst erstellt auf Grundlage von ENRP 2002, S. 138).
Tabelle 14:	Verteilung der Interviews auf Schuljahre und Kooperationsschulen (selbst erstellt).
Tabelle 15:	Prozentuale Verteilung auf Ausprägungsgrade beim Zählen im EMBI (selbst erstellt).
Tabelle 16:	Prozentuale Verteilung auf Ausprägungsgrade bei den Stellenwerten im EMBI (selbst erstellt).
Tabelle 17:	Prozentuale Verteilung auf Ausprägungsgrade bei Addition und Subtraktion im EMBI (selbst erstellt).
Tabelle 18:	Prozentuale Verteilung auf Ausprägungsgrade bei Multiplikation und Division im EMBI (selbst erstellt).
Tabelle 19:	Kinder mit niedrigen Ausprägungsgraden aus Klasse 1 (NA1) (selbst erstellt).
Tabelle 20:	Kinder mit niedrigen Ausprägungsgraden aus Klasse 2 (NA2) (selbst erstellt).
Tabelle 21:	Kinder mit hohen Ausprägungsgraden aus Klasse 1 (HA1) (selbst erstellt).
Tabelle 22:	Kinder mit hohen Ausprägungsgraden aus Klasse 2 (HA2) (selbst erstellt).
Tabelle 23:	Minimale Ausprägungsgrade bei Kindern aus Klasse 1 (selbst erstellt).
Tabelle 24:	Schülerprofil (A) von Sandra (selbst erstellt).
Tabelle 25:	Schülerprofil (A) von Marie (selbst erstellt).
Tabelle 26:	Schülerprofil (A) von Karin (selbst erstellt).
Tabelle 27:	Schülerprofil (A) von Lara (selbst erstellt).
Tabelle 28:	Schülerprofil (A) von Emilia (selbst erstellt).

- Tabelle 29: Vorläuferfähigkeiten bei Kindern aus NA1 (einzeln) (selbst erstellt).  
Tabelle 30: Vorläuferfähigkeiten bei Kindern aus NA1 (gesamt) (selbst erstellt).  
Tabelle 31: Kompetenzen zum Zählen bei Kindern aus NA1 (einzeln) (selbst erstellt).  
Tabelle 32: Kompetenzen zu den Stellenwerten bei Kindern aus NA1 (einzeln) (selbst erstellt).  
Tabelle 33: Kompetenzen zu Addition und Subtraktion bei Kindern aus NA1 (einzeln) (selbst erstellt).  
Tabelle 34: Kompetenzen zu Multiplikation und Division bei Kindern aus NA1 (einzeln) (selbst erstellt).  
Tabelle 35: Minimale Ausprägungsgrade bei Kindern aus Klasse 2 (selbst erstellt).  
Tabelle 36: Schülerprofil (A) von Manuel (selbst erstellt).  
Tabelle 37: Schülerprofil (A) von Paula (selbst erstellt).  
Tabelle 38: Schülerprofil (A) von Fabian (selbst erstellt).  
Tabelle 39: Schülerprofil (A) von Antonia (selbst erstellt).  
Tabelle 40: Schülerprofil (A) von Abbas (selbst erstellt).  
Tabelle 41: Kompetenzen zum Zählen bei Kindern aus NA2 (einzeln) (selbst erstellt).  
Tabelle 42: Kompetenzen zu den Stellenwerten bei Kindern aus NA2 (einzeln) (selbst erstellt).  
Tabelle 43: Kompetenzen zu Addition und Subtraktion bei Kindern aus NA2 (einzeln) (selbst erstellt).  
Tabelle 44: Kompetenzen zu Multiplikation und Division bei Kindern aus NA2 (einzeln) (selbst erstellt).  
Tabelle 45: Vergleich der Kompetenzen zum Zählen (NA1 und NA2) (selbst erstellt).  
Tabelle 46: Vergleich der Kompetenzen bei den Stellenwerten (NA1 und NA2) (selbst erstellt).  
Tabelle 47: Vergleich der Kompetenzen zu Addition und Subtraktion (NA1 und NA2) (selbst erstellt).  
Tabelle 48: Vergleich der Kompetenzen zu Multiplikation und Division (NA1 und NA2) (selbst erstellt).  
Tabelle 49: Maximale Ausprägungsgrade bei Kindern aus Klasse 1 (selbst erstellt).  
Tabelle 50: Schülerprofil (A) von Eric (selbst erstellt).  
Tabelle 51: Schülerprofil (A) von Andreas (selbst erstellt).  
Tabelle 52: Schülerprofil (A) von Samuel (selbst erstellt).  
Tabelle 53: Schülerprofil (A) von Sven (selbst erstellt).  
Tabelle 54: Schülerprofil (A) von Hakam (selbst erstellt).  
Tabelle 55: Kompetenzen zum Zählen bei Kindern aus HA1 (einzeln) (selbst erstellt).  
Tabelle 56: Kompetenzen zu den Stellenwerten bei Kindern aus HA1 (einzeln) (selbst erstellt).  
Tabelle 57: Kompetenzen zu Addition und Subtraktion bei Kindern aus HA1 (einzeln) (selbst erstellt).  
Tabelle 58: Kompetenzen zu Multiplikation und Division bei Kindern aus HA1 (einzeln) (selbst erstellt).  
Tabelle 59: Maximale Ausprägungsgrade bei Kinder aus Klasse 2 (selbst erstellt).  
Tabelle 60: Schülerprofil (A) von Ali (selbst erstellt).  
Tabelle 61: Schülerprofil (A) von Said (selbst erstellt).  
Tabelle 62: Schülerprofil (A) von Marco (selbst erstellt).

- Tabelle 63: Schülerprofil (A) von Silvia (selbst erstellt).
- Tabelle 64: Schülerprofil (A) von Peter (selbst erstellt).
- Tabelle 65: Kompetenzen zum Zählen bei Kindern aus HA2 (einzeln) (selbst erstellt).
- Tabelle 66: Kompetenzen zu den Stellenwerten bei Kindern aus HA2 (einzeln) (selbst erstellt).
- Tabelle 67: Kompetenzen zu Addition und Subtraktion bei Kindern aus HA2 (einzeln) (selbst erstellt).
- Tabelle 68: Kompetenzen zu Multiplikation und Division bei Kindern aus HA2 (einzeln) (selbst erstellt).
- Tabelle 69: Vergleich der Kompetenzen beim Zählen (HA1 und HA2) (selbst erstellt).
- Tabelle 70: Vergleich der Kompetenzen bei den Stellenwerten (HA1 und HA2) (selbst erstellt).
- Tabelle 71: Vergleich der Kompetenzen bei Addition und Subtraktion (HA1 und HA2) (selbst erstellt).
- Tabelle 72: Vergleich der Kompetenzen bei Multiplikation und Division (HA1 und HA2) (selbst erstellt).
- Tabelle 73: Beispiel für Kompetenzraster (selbst erstellt).
- Tabelle 74: Ausschnitt aus Kompetenzraster zum Zählen, Kompetenzen 1-4 (selbst erstellt).
- Tabelle 75: Ausschnitt aus Kompetenzraster zu Addition und Subtraktion, Kompetenzen 1-7 (selbst erstellt).
- Tabelle 76: Ausschnitt aus Kompetenzraster zu den Stellenwerten, Kompetenzen 1-7 (selbst erstellt).
- Tabelle 77: Ausschnitt aus Samuels Kompetenzraster zu den Stellenwerten (selbst erstellt).
- Tabelle 78: Ausschnitt aus Samuels Kompetenzraster zu Addition und Subtraktion (selbst erstellt).

In der vorliegenden empirischen Studie werden die Ergebnisse der Analyse von Schülerinterviews vorgestellt, die mit dem Elementarmathematischen Basisinterview im Inhaltsbereich Zahlen & Operationen erhoben wurden. Dabei wird der Fragestellung nachgegangen, wie sich die bei Kindern der ersten und zweiten Klasse erhobenen Kompetenzausprägungen einschätzen lassen.

Mithilfe qualitativer Fallanalysen zwanzig ausgewählter Schülerinterviews wird dargestellt, welche Schwierigkeiten Kinder mit besonders niedrigen Kompetenzausprägungen aufweisen und welche Strategien sich bei Kindern mit besonders hohen Kompetenzausprägungen feststellen lassen.

Weiterhin wird ein möglicher Weg aufgezeigt, wie sich das Interviewverfahren als Instrument handlungsleitender Diagnostik durch das Ableiten von Förderzielen aus den Interviewergebnissen nutzen lässt.

Auf der Grundlage der diagnostischen Ergebnisse werden dazu Kompetenzraster entwickelt und exemplarisch für einzelne Kinder individuelle Förderziele und Förderaufgaben beschrieben.

ISBN 978-3-7376-0176-4



9 783737 601764 >