

Hotz Riek, Sarah

Mathematische Kompetenzentwicklung durch digitale Lern-Apps. Eine kritische Analyse zur Wirksamkeit digitaler Lern-Apps beim Aufbau tragfähiger mathematischer Konzepte und Strategien

2025, 54 S.



Quellenangabe/ Reference:

Hotz Riek, Sarah: Mathematische Kompetenzentwicklung durch digitale Lern-Apps. Eine kritische Analyse zur Wirksamkeit digitaler Lern-Apps beim Aufbau tragfähiger mathematischer Konzepte und Strategien. 2025, 54 S. - URN: urn:nbn:de:0111-pedocs-329618 - DOI: 10.25656/01:32961

<https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0111-pedocs-329618>

<https://doi.org/10.25656/01:32961>

Nutzungsbedingungen

Dieses Dokument steht unter folgender Creative Commons-Lizenz: <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.de> - Sie dürfen das Werk bzw. den Inhalt vervielfältigen, verbreiten und öffentlich zugänglich machen sowie Abwandlungen und Bearbeitungen des Werkes bzw. Inhaltes anfertigen, solange sie den Namen des Autors/Rechteinhabers in der von ihm festgelegten Weise nennen und die daraufhin neu entstandenen Werke bzw. Inhalte nur unter Verwendung von Lizenzbedingungen weitergeben, die mit denen dieses Lizenzvertrags identisch, vergleichbar oder kompatibel sind. Mit der Verwendung dieses Dokuments erkennen Sie die Nutzungsbedingungen an.

Terms of use

This document is published under following Creative Commons-Licence: <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.en> - You may copy, distribute and transmit, adapt or exhibit the work or its contents in public and alter, transform, or change this work as long as you attribute the work in the manner specified by the author or licensor. New resulting works or contents must be distributed pursuant to this license or an identical or comparable license.

By using this particular document, you accept the above-stated conditions of use.



Kontakt / Contact:

peDOCS
DIPF | Leibniz-Institut für Bildungsforschung und Bildungsinformation
Informationszentrum (IZ) Bildung
E-Mail: pedocs@dipf.de
Internet: www.pedocs.de

Mitglied der


Leibniz-Gemeinschaft

Mathematische Kompetenzentwicklung durch digitale Lern-Apps

Eine kritische Analyse zur Wirksamkeit digitaler Lern-Apps beim Aufbau tragfähiger mathematischer Konzepte und Strategien

Abstract

Diese theoretische Arbeit untersucht die Stärken und Schwächen ausgewählter Lern-Apps im Kontext mathematischer Lernprozesse. Ziel ist es, die didaktische Qualität der Apps anhand zentraler Kriterien wie mathematische Konzepte, Kompetenzbereiche und Handlungsaspekte zu analysieren. Im Fokus stehen die Lern-Apps ANTON, Appolino und Blitzrechnen. Anhand ausgewählter Aufgaben aus diesen Apps werden deren Inhalte in Bezug auf die Kriterien systematisch untersucht.

Die Analyse zeigt, wie die Apps zentrale mathematische Konzepte wie Zählprinzipien, Mengenverständnis und Verständnis von Anzahlen fördern. Dabei wird deutlich, dass die Apps in unterschiedlichem Masse die Verbindung zwischen den Aufgaben und den Kompetenzbereichen herstellen. Besonders hervorgehoben wird die Rolle der Handlungsaspekte wie Vergleichen, Darstellen und Argumentieren, die in den Aufgaben der Apps nur begrenzt berücksichtigt werden.

Abschliessend wird ein Fazit gezogen, das die didaktischen Stärken und Schwächen der Apps zusammenfasst und durch prägnant formulierte Prämissen gestützt wird. Es wird deutlich, dass keine der Apps alle Anforderungen an eine umfassende mathematische Kompetenzförderung erfüllt. Die Ergebnisse zeigen, dass eine stärkere Verknüpfung der Aufgaben mit den Kriterien sowie eine stärkere Berücksichtigung sozialer Interaktionen und adaptiver Elemente notwendig sind, um die mathematische Kompetenzentwicklung nachhaltig zu fördern.

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung.....	3
1.1	Bildung im digitalen Zeitalter.....	3
1.2	Themenfokus und Eingrenzung der vorliegenden Arbeit.....	5
1.3	Konkrete Fragestellung.....	6
1.3.1	Erwerb mathematischer Kompetenzen.....	6
1.3.2	Erwerb mathematischer Konzepte, Handlungsaspekte und Kompetenzbereiche.....	7
1.3.3	Didaktische Prinzipien zum mathematischen Strategieerwerb.....	9
1.3.4	Grundlegende Konzepte der Fachdidaktik Mathematik.....	13
1.3.5	Mathematische Kompetenzen nach Lehrplan 21.....	15
2	Beschreibung und Analyse von Lern-Apps.....	18
2.1	Online Lern-App ANTON.....	19
2.1.1	ANTON-Lern-App Vorschule: Zahlen, Formen und Muster.....	20
2.1.2	ANTON-Lern-App Vorschule: Zahlen, Formen und Muster – Zahlen erkennen.....	20
2.1.3	Analyse mathematischer Aufgaben der ANTON-Lern-App: Zahlen erkennen.....	21
2.1.4	ANTON-Lern-App Vorschule: Zahlen, Formen und Muster – Zahlen von 0 bis 3.....	23
2.1.5	Analyse mathematischer Aufgaben der ANTON-Lern-App: Zahlen von 0 bis 3.....	23
2.1.6	Fazit der Analyse der ANTON-Lern-App.....	24
2.2	Lern-App Appolino 2.0.....	25
2.2.1	Lern-App Appolino: Zahlen und Menge.....	26
2.2.2	Analyse mathematischer Aufgaben der Lern-App Appolino: Zahlen und Menge.....	27
2.2.3	Fazit der Analyse der Lern-App Appolino.....	28
2.3	Blitzrechnen 0.....	30
2.3.1	Blitzrechnen Lern-App: Zahlen und Menge.....	30
2.3.2	Analyse mathematischer Aufgaben der Lern-App Blitzrechnen 0: Wie viele sind es?.....	31
2.3.3	Fazit der Analyse der Blitzrechnen 0 Lern-App.....	33
3	Diskussion.....	34
3.1	Beantwortung der Fragestellung.....	34
3.2	Ausführliche Interpretationen.....	35
3.2.1	Potenziale digitaler Medien.....	35
3.2.2	Herausforderungen digitaler Lern-Apps.....	36
3.2.3	Kompetenzorientierung in mathematischen Lernprozessen.....	36
3.2.4	Relevanz für das mathematische Lernen.....	37
3.2.5	Empfehlungen für die Praxis.....	37
3.3	Fazit und Ausblick.....	38
	Literaturverzeichnis.....	39
	Abbildungsverzeichnis.....	42
	Tabellenverzeichnis.....	42
	Anhang	43

1 Einführung

Der technologische Wandel schreitet in hohem Tempo voran. Durch den kontinuierlichen Innovationszyklus, der von leistungsstärkeren Computern, fortgeschrittener künstlicher Intelligenz und Robotik geprägt ist, entstehen sowohl vielversprechende Möglichkeiten als auch bedeutende Herausforderungen – sowohl im privaten als auch im beruflichen Umfeld (Educa, 2021). Paass und Hecker (2021) weisen darauf hin, dass der Arbeitsmarkt vor tiefgreifenden Veränderungen steht, die nur durch gezielte Aus- und Weiterbildungsmaßnahmen bewältigt werden können. Diese Entwicklungen führen zu einer zunehmenden Komplexität des Arbeitsmarktes und verdeutlichen bereits jetzt Problemlagen wie die Globalisierung, den Fachkräftemangel sowie neue Ansätze in Unternehmens- und Arbeitsstrukturen (Graf et al., 2022).

Genner (2024) definiert Digitalisierung als «den Prozess, der Informationen maschinenlesbar macht» (S. 56). Rietmann, Sawatzki und Berg (2019) weisen darauf hin, dass die Prozesse der Digitalisierung nahezu alle Bereiche menschlichen Lebens erfassen und transformieren – von Kommunikation und Informationsaustausch über Bildungs- und Wissensvermittlung bis hin zu neuen Formen des Arbeitens, Spielens und Konsumierens.

Angesichts der digitalen Revolution stellt sich die Frage, welche Auswirkungen dieser Transformationsprozess auf verschiedene gesellschaftliche Bereiche hat. Das World Economic Forum (2019), auch bekannt unter der Abkürzung WEF, zeigt auf, dass «these new drivers of growth created massive shifts in the skills required to contribute to the economy and the ways in which people work» (S. 5).

Insgesamt lässt sich feststellen, dass die digitale Revolution technologische Fortschritte mit sich bringt und gleichzeitig tiefgreifende Veränderungen in beinahe allen gesellschaftlichen Bereichen bewirkt. Dieser Wandel erfordert sowohl auf individueller als auch auf institutioneller Ebene eine kontinuierliche Anpassung, um die Chancen zu nutzen und den Herausforderungen entsprechend zu begegnen.

1.1 Bildung im digitalen Zeitalter

Kinder und Jugendliche wachsen heute in einer Lebenswelt auf, die durch digitale Technologien und Medien geprägt ist (Bosshard, 2019). Diese Transformation betrifft nicht nur die Gesellschaft insgesamt, sondern hat auch weitreichende Auswirkungen auf die Schule. Digitale Medien sind nicht als Zusatz, sondern als integraler Bestandteil des Unterrichts zu verstehen (Brandt, Bröll & Dausend, 2022). Das Konzept der Postdigitalität hebt hervor,

dass digitale Medien nicht isoliert betrachtet werden können, sondern die gesamte Struktur von Unterricht, Lernen und Bildung durchdringen (Wampfler, 2022).

Die Bedeutung digitaler Kompetenzen zeigt sich auch in der Arbeitswelt. Eine Studie des WEF (2023) belegt einen Anstieg der Nachfrage nach digitalen Kompetenzen um 212 % zwischen 2012 und 2015, was die Notwendigkeit unterstreicht, Lernende frühzeitig auf die Herausforderungen einer dynamischen, vernetzten Welt vorzubereiten. Auch Gimpel et al. (2023) verweisen auf dieses Erfordernis, um Schülerinnen und Schülern auf die Herausforderungen einer vernetzten, dynamischen Welt vorzubereiten (Gimpel et al., 2023).

Vor der Festlegung konkreter Inhalte digitaler Bildung stellt sich jedoch die Frage nach ihrer Legitimation. Der Modullehrplan Medien und Informatik (D-EDK, 2016) identifiziert vier zentrale Perspektiven: die Lebensweltperspektive, die Berufsperspektive, die Bildungsperspektive und die Lehr-Lernperspektive. Diese Perspektiven zeigen, dass digitale Kompetenzen nicht nur technisches Wissen vermitteln, sondern auch dazu beitragen sollen, kritisch-reflektierte, mündige Persönlichkeiten zu fördern.

Auch Merz (2019) beschreibt die digitale Transformation als langfristigen Trend, der insbesondere die berufliche Realität nachhaltig verändert. Schulen und Bildungseinrichtungen müssen sich dieser Herausforderung anpassen, um Lernende nicht nur auf heutige, sondern auch auf künftige Anforderungen vorzubereiten. Burow (2019) fordert in diesem Zusammenhang eine umfassende Reform der Bildungssysteme. Bildung solle nicht nur auf die Vermittlung von Zukunftskompetenzen abzielen, sondern Lernende dabei unterstützen, resiliente Lebensweisen zu entwickeln und aktiv ihre Zukunft mitzugestalten. Oder wie Hattie (2023) die Alice Springs Mparntwe Education Declaration zitiert: «realize their potential by providing skills they need to participate in the economy and society, and contributing to every aspect of their wellbeing.» (S. 247).

Das WEF (2016) prognostiziert, dass «65 % of children entering grade school will ultimately work in jobs that don't exist today.» (S. 4). Dieser Befund unterstreicht die Dringlichkeit, Schulen so auszurichten, dass sie nicht nur aktuelle Anforderungen erfüllen, sondern Lernende befähigen, sich in einer sich wandelnden Welt flexibel anzupassen.

Es zeigt sich, dass Bildung im digitalen Zeitalter weit über die Vermittlung technischer Kompetenzen hinausgeht: Sie muss Lernende dazu befähigen, kritisch, reflektiert und anpassungsfähig auf die dynamischen Anforderungen einer digitalisierten Gesellschaft und Arbeitswelt zu reagieren und dabei ihre persönliche und gesellschaftliche Verantwortung wahrzunehmen.

1.2 Themenfokus und Eingrenzung der vorliegenden Arbeit

Lötscher, Naas und Roos (2023) betonen die Relevanz des Transformationsprozesses für die Institution Schule. In diesem Kontext wird häufig das 4K-Modell – Kooperation, Kreativität, Kommunikation und kritisches Denken – diskutiert. Diese «Kompetenzfelder» (Heymann, 2021, S. 42) sollen Lernende dazu befähigen, in der Zukunft eigenverantwortlich zu handeln und konvergent mit Technologien umzugehen. Dies setzt eine kompetenzorientierte Integration digitaler Medien voraus, die nicht nur als Werkzeug, sondern als Medium zum Erwerb zukunftsfähiger Kompetenzen verstanden wird.

Vor diesem Hintergrund widmet sich die vorliegende Arbeit der Fragestellung, wie digitale Medien für das Lernen effektiv eingesetzt werden können, um fachliche Grundkompetenzen im Unterricht zu fördern. Als Referenzrahmen dient der Lehrplan 21 (D-EDK, 2016), der sowohl fachliche als auch überfachliche Kompetenzen sowie entwicklungsorientierte Zugänge definiert, die Lernende in der obligatorischen Schule erwerben sollen.

Bachmann (2014) betont, dass Lernen durch gemachte Erfahrungen sowie durch die Vernetzung von Vorwissen und neuem Wissen erfolgt. Besonders der Zyklus 1 spielt in diesem Zusammenhang eine zentrale Rolle, da Lernende hier ihre ersten schulischen Erfahrungen machen und grundlegende Lernmuster erwerben sowie Konzepte verstehen. Der Fokus der vorliegenden Arbeit liegt daher auf dem Kindergarten, da dieser eine entscheidende Grundlage für das spätere Lernen bietet.

Digitale Medien wie Computer, das Internet, interaktive Wandtafeln, soziale Netzwerke, adaptive Lernprogramme oder Tablets sollen das Lernen motivierender, abwechslungsreicher und effizienter machen (Döbeli, 2016). Insbesondere Tablets bieten durch ihre intuitive Bedienbarkeit neue Möglichkeiten. Trabandt (2019) hebt hervor, dass ein zielgerichteter Einsatz solcher Geräte vielfältige Entwicklungschancen eröffnen kann. Aufgrund ihrer niederschweligen Handhabung – einfach einschalten oder aufklappen und sofort einsatzbereit (Landeshauptstadt München, 2015) – sind Tablets beliebt. Die JAMES-Studie (2022) weist darauf hin, dass acht von zehn Haushalten über ein Tablet verfügen. Für die Schule hält Volland et al. (2021) fest, «dass die durchschnittliche Ausstattung der Schulen mit digitalen Endgeräten gut ist, auch im internationalen Vergleich.» (S. 183).

Aufgrund des Umfangs dieser Arbeit wird der Schwerpunkt auf das Erlernen grundlegender mathematischer Fähigkeiten gelegt und analysiert, ob dies durch den Einsatz von Lern-Apps erfolgen kann.

1.3 Konkrete Fragestellung

Der digitale Wandel verändert die Bildungslandschaft grundlegend (Brandt et al., 2022) und Lern-Apps finden vermehrt den Einzug in den Unterricht (Dausend, 2018). Dadurch werden neue Möglichkeiten für die Vermittlung mathematischer Kompetenzen eröffnet. Vor diesem Hintergrund wurde folgende Fragestellung für die vorliegende Arbeit formuliert: «Welche Lern-Apps eignen sich, um grundlegende mathematische Konzepte aufzubauen, Handlungsaspekte anzuwenden und Kompetenzen in den entsprechenden Bereichen zu fördern?» Genner (2024) beschreibt Apps als Abkürzung für «Application», die im Zusammenhang mit der Verbreitung mobiler Geräte aufkamen. Lern-Apps, die als pädagogisch wertvoll für junge Kinder angesehen werden, haben an Beliebtheit gewonnen und werden zunehmend in die frühkindliche Bildung integriert (Griffith et al., 2020). Dabei legt diese Arbeit den Fokus auf Lern-Apps, die auf Tablets verwendet werden, da diese Geräte aufgrund ihrer intuitiven Bedienbarkeit und breiten Verfügbarkeit besonders geeignet erscheinen (Trabandt, 2019).

Der Modullehrplan Medien und Informatik (D-EDK, 2016) weist auf die zentrale Rolle digitaler Ressourcen in der Bildung hin. Dennoch bleibt offen, wie digitale Tools wie Lern-Apps in der Praxis zur Förderung mathematischer Konzepte eingesetzt werden können und welche spezifischen Voraussetzungen dabei eine Rolle spielen.

Diese Arbeit analysiert keine empirischen Befunde und untersucht auch keine kausalen Zusammenhänge zwischen der Nutzung von Lern-Apps und ihrem Einfluss auf das Lernen. Stattdessen konzentriert sie sich auf eine vergleichende Gegenüberstellung der Potenziale oder Einschränkungen digitaler Lern-Apps und deren möglichen Einsatz im Kontext mathematischer Konzepte aus der Fachdidaktik.

1.3.1 Erwerb mathematischer Kompetenzen

Vygotsky betont die Bedeutung der Zone der nächsten Entwicklung (o.J., zitiert nach Hess, 2012), in der Lernfortschritte durch eigenständiges Problemlösen und in einem kollaborativen Kontext ermöglicht werden. Eine zentrale Rolle spielt dabei die aktive Erkundung der Umwelt, die den Lernenden hilft, logische und mathematische Strukturen zu entwickeln und Konzepte zu erschliessen. Insbesondere der Kindergarten bietet durch spielerische und explorative Lernumgebungen ideale Voraussetzungen für den Übergang von der subjektiven Logik zum Denken in systematischen logischen Zusammenhängen. Der Erwerb grundlegender mathematischer Kompetenzen erfordert daher systematische didaktische Ansätze, die im folgenden Unterkapitel näher dargestellt werden.

1.3.2 Erwerb mathematischer Konzepte, Handlungsaspekte und Kompetenzbereiche

Piaget (1896–1980) entwickelte ein Stufenmodell der kognitiven Entwicklung, das vier Stadien umfasst: die sensomotorische, die präoperationale, die konkret-operationale und die formal-operationale Phase (Atabay, 2012). Die präoperationale Phase, die Kinder im Alter von etwa zwei bis sieben Jahren durchlaufen (Piaget, o. J., zitiert nach Hess, 2012), entspricht teilweise dem Kindergartenalter. In dieser Phase zeigt sich beispielsweise der Egozentrismus, der dazu führt, dass Kinder Situationen primär aus ihrer eigenen Perspektive beurteilen. Beispielsweise ordnen sie Bauklötze nach subjektiven, wenig logisch-mathematischen Kriterien (Hess, 2012).

Hess (2012) betont, dass diese Phase essenziell für den Erwerb logischer und mathematischer Konzepte ist, auch wenn dieser Prozess Umwege und Irrwege beinhalten kann. Während solche Entwicklungsprozesse nicht vollständig gesteuert werden können, lassen sie sich durch gezielte Impulse und passende Lerngelegenheiten im Erwerb neuer Kompetenzen gezielt unterstützen. Auch Jenni (2021) betont die Bedeutung des systematischen Beobachtens und Zuhörens seitens Fachpersonen, um die Kinder dort abzuholen, wo sie in ihrer Entwicklung stehen.

Damit Kinder die Zone der nächsten Entwicklung erreichen können, fordert Hess (2013) Lerngelegenheiten, die individuelle Zugänge und reichhaltige Aufgaben ermöglichen. Diese Ansätze sind vergleichbar mit der Methode des selbstständigen Entdeckens, die auch im Modullehrplan Medien und Informatik (D-EDK, 2016) verankert ist. Bachmann (2014) betitelt es als «Discovery Learning» (S. 17). Hess (2012) beschreibt, dass der Kindergarten hierfür einen idealen Rahmen bietet, da er Freispiel und angeleitete Unterrichtssequenzen kombiniert und diese gezielt aufeinander abstimmt.

Der Lehrplan 21 beinhaltet drei Kompetenzbereiche im Fachbereich Mathematik: Zahl und Variable, Form und Raum sowie Grössen, Funktionen, Daten und Zufall. Die Bereiche werden durch Handlungsaspekte wie Operieren und Benennen, Erforschen und Argumentieren sowie Mathematisieren und Darstellen ergänzt (D-EDK, 2016; Hess, 2012). Diese Aspekte unterstützen potenziell die Umsetzung eines entwicklungsorientierten Unterrichts, der das Curriculare Lernen fördert.

Tabelle 1

Die Kompetenzbereiche und Handlungsaspekte im Überblick (D-EDK, 2016, S. 208)

		Kompetenzbereiche		
		Zahl und Variable	Form und Raum	Größen, Funktionen, Daten und Zufall
Handlungsaspekte	Operieren und Benennen			
	Erforschen und Argumentieren			
	Mathematisieren und Darstellen			

Der Lehrplan 21 fordert einen kompetenzorientierten Unterricht, der auf den Prinzipien eines entwicklungsorientierten Ansatzes basiert. Kompetenzorientierte Lernimpulse, die eine Kultur des Lernens anstelle des Lehrens fördern (Bachmann, 2014), zeichnen sich durch offene Aufgabenstellungen aus. Diese unterstützen die Handlungsaspekte des Lehrplans und bieten den Lernenden die Möglichkeit, aktiv zu handeln. Lernimpulse sollen zum Erforschen, zum Darstellen, zum Argumentieren und zum gemeinsamen Gespräch über das eigene Tun anregen (Hess, 2012). Hess (2023a) betont: «Kinder sind mathematisch fit, wenn sie ihr Wissen und Verstehen vielfältig anwenden, darstellen, vergleichen, erklären und begründen können. Dafür bedarf es vielfältiger Lernangebote.» (S. 9).

Eine anregende, entdeckende und dialogische Lernkultur ermöglicht es Lernenden, Mathematik in vielfältigen Kontexten zu erleben. Die Einstellung zur Mathematik und der Glaube an die eigene Selbstwirksamkeit spielen dabei eine zentrale Rolle für die Motivation. Lernende mit einem positiven Selbstbild sind eher bereit, sich neuen Herausforderungen zu stellen und aus Fehlern zu lernen, während ein negatives Selbstbild häufig zu Resignation und vermindertem Lernerfolg führt.

Um eine positive Einstellung zur Mathematik frühzeitig zu prägen, sollten Lernangebote explorative, kooperative und individuelle Lernprozesse unterstützen. Dies fördert nebst Motivation auch Neugier, Ausdauer und Reflexionsfähigkeit (Hess, 2012). Pink (2009, zitiert nach Ziervogel, 2023) nennt vier zentrale Elemente der Motivation:

1. Ziel – Dinge zu tun, die persönlich oder gesellschaftlich relevant sind,
2. Autonomie – die Freiheit, selbst über das Wann, Wie und mit Wem zu entscheiden,
3. Kompetenz – sich in dem, was man tut, stetig zu verbessern, und
4. Verbundenheit – Zusammenarbeit und emotionale Bindung an die Tätigkeit.

Insgesamt wird aufgezeigt, dass der Erwerb mathematischer Kompetenzen ein kontinuierlicher, individuell gestaltbarer Prozess ist. Motivation spielt eine wesentliche Rolle, um den Lernerfolg langfristig positiv zu beeinflussen (Hess, 2012). Der Kindergarten legt somit durch die Ermöglichung von Primärerfahrungen und entwicklungsorientierten Methoden entscheidende Grundlagen für die spätere mathematische Leistungsentwicklung.

1.3.3 Didaktische Prinzipien zum mathematischen Strategieverwerb

Largo (1997) schreibt über das Lernen: «Es ist ein Merkmal des kindlichen Lernens, dass das Kind aus einem inneren Bedürfnis heraus Erfahrungen mit seiner Umwelt sucht» (S. 142). Gerade diese intrinsische Motivation gilt als Antrieb um Erfahrungen mit der Umwelt zu sammeln. Erfahrungen sind zentral, um sich neues Wissen anzueignen und sich mathematische Strategien und Konzepte zu erschliessen. Hess (2012) verweist auf die konstruktivistische Orientierung. Achermann (2009) beschreibt das konstruktivistische Lernen folgendermassen:

«Lernen ist ein individuell konstruktiver, selbstgesteuerter, aktiver Prozess, der durch die konkrete Situation geprägt ist. Lernen findet in der sozialen Auseinandersetzung statt. Reflexion fördert das Lernen nachhaltig. Zum Lernen gehört der Aufbau einer ausreichenden Wissensbasis. Dafür braucht es auch Instruktionen, die die persönlichen Konstruktionen unterstützen.» (Ackermann, 2009, zitiert nach Hess, 2012, S. 196)

Sliwka und Klopsch (2022) interpretieren konstruktivistische Lehr-Lern-Prozesse von der Balance zwischen entdeckendem Lernen durch Lernende und der Anleitung durch Lehrpersonen. Es lässt sich sagen, dass konstruktives Lernen auf handelnden Aktivitäten basiert und nicht durch passive Aussensteuerung erfolgt. Bachmann (2014) weist ebenfalls darauf hin, dass erfolgreiches Lernen dann stattfindet, wenn Lernen auf gemachten Erfahrungen abgestimmt wird. Offene Aufgabenstellungen ermöglichen es Lehrpersonen, individuelle Motivationsstrukturen, heterogenes Vorwissen und Emotionen der Lernenden aufzugreifen (Lötscher et al., 2023) und darauf aufbauend einen lernwirksamen Unterricht zu gestalten.

Bruner beschreibt den Lernprozess als spiralförmig, wobei Lernende wiederholt mit Konzepten und Fähigkeiten konfrontiert werden sollen, die zunehmend auf höheren Abstraktionsniveaus bearbeitet werden (Bruner, 1971; Grevsmühl, 1995). Bei seinem Lehrmodell

unterscheidet er dabei drei Repräsentationsebenen: enaktive, ikonische und symbolische Ebene. Dieses Prinzip ist auch unter dem Namen E-I-S-Prinzip bekannt.

- Enaktive Ebene: Sachverhalte werden durch selbständig ausgeführte Handlungen wie Greifen oder Sortieren erfasst.
- Ikonische Ebene: Darstellungen werden durch Abbildungen und Zeichnungen bildhaft veranschaulicht.
- Symbolische Ebene: Abstrakte Inhalte werden durch Sprache und Zeichen wie Ziffern oder Rechenzeichen repräsentiert.

Nach diesem Prinzip beschreibt Krauthausen (2018) eine mathematische Unterrichtseinheit, die im Zahlenbuch für das 3. Schuljahr von Wittmann und Müller (2012) aufgeführt ist. Anhand dieses Beispiels lassen sich die einzelnen Repräsentationsebenen aufzeigen:

- Enaktive Ebene: Die Lernenden stellen 1 m² grosse Flächen aus Papier oder Karton her. Anschliessend nutzen sie diese, um Bodenflächen wie das Klassenzimmer auszu-legen und auszumessen.
- Ikonische Ebene: Mithilfe von Diagrammen oder Zeichnungen wird die Anzahl der benötigten Meterquadrate veranschaulicht. Bei Flächen mit Hindernissen oder unregelmässigen Formen werden die Meterquadrate gedanklich ergänzt.
- Symbolische Ebene: Als Weiterführung würde die Flächenberechnung mathematisch dargestellt: Fläche = Länge x Breite, um Rechteckflächen mathematisch auszurechnen. Durch den praktischen Umgang mit Meterquadraten entwickeln die Lernenden eine Vorstellung von 1 m² als Flächeneinheit. Mentale Vorstellungen, die durch Erfahrungen entwickelt wurden, dienen als Grundlage für das Verständnis der Übersetzungsleistungen zwischen den verschiedenen Repräsentationsebenen (Hess, 2012).

Hess (2012) empfiehlt, die sprachliche Komponente von der symbolischen Ebene abzutrennen, da die sprachliche Reflexionsleistung einen wesentlichen Bestandteil des Unterrichts sein sollte und für das mathematische Verständnis unerlässlich ist.

Tabelle 2 zeigt die Darstellungen des EISS-Prinzip nach Hess (2012). Diese Tabelle ist durch die Transmitterfunktion der mentalen Vorstellungen als Übersetzungsleistung mit blau ergänzt, da diese Voraussetzung sind für die Übersetzung zwischen den Darstellungsebenen.

Tabelle 2

Eigene Darstellung und Ergänzungen des EISS-Prinzips nach Hess (Hess, 2012, S. 200)

Input: Formen der Vorgaben und Anlässe	Output: in diesen Repräsentationsebenen stellt das Kind dar			
	enaktiv	ikonisch	sprachlich	symbolisch
enaktiv				
ikonisch				
sprachlich				
symbolisch				

1. Phase - Materialgestützte Handlungen: Abstrakte Operationen werden von den Lernenden mithilfe von Materialien ausgeführt, Beziehungen aktiv hergestellt und versprachlicht.
2. Phase - Visuelle Unterstützung: Das Material bleibt sichtbar, darf jedoch nicht mehr aktiv genutzt werden; stattdessen werden die Beziehungen von den Lernenden verbal beschrieben oder diktiert.
3. Phase - Verdecktes Material: Die Materialien sind nicht mehr sichtbar und Handlungen werden ausschliesslich auf Grundlage sprachlicher Anweisungen ausgeführt.
4. Phase - Mentale Operationen: Beziehungen und Lösungsschritte werden rein mental entwickelt und auf symbolischer Ebene flexibel angewendet.

Sowohl das EISS-Prinzip als auch das 4-Phasen-Modell bieten Orientierung, um zentrale mathematikdidaktische Prinzipien wie den dialogischen Austausch und den Aufbau mentaler Vorstellungen zu berücksichtigen.

Ein weiteres zentrales Prinzip ist die Differenzierung. Differenzierung gelingt, wenn Aufgaben so gestaltet werden, dass alle Lernenden einen individuellen Zugang finden und entsprechend ihren Fähigkeiten herausgefordert werden. Reichhaltige, natürlich differenzierende Aufgaben ermöglichen es, sowohl unterschiedliche Lösungswege als auch unterschiedliche Niveaus der Abstraktion und Komplexität anzubieten (Hess, 2023a).

Das Zusammenspiel von konstruktivistischen Lernprinzipien, wie der Balance zwischen entdeckendem Lernen, Lernimpulsen und gezielter Anleitung, sowie die Bedeutung von Reflexion verdeutlichen die Komplexität lernwirksamen Unterrichts. Modelle wie das EISS-Prinzip und das 4-Phasen-Modell bieten nützliche Orientierungspunkte, um Lernprozesse systematisch zu gestalten. Diese erfordern jedoch eine flexible Umsetzung, die auf die heterogene Zusammensetzung der Klasse eingeht. Die Bedeutung mentaler Repräsentationen als Übersetzungsleistung zwischen verschiedenen Repräsentationsebenen und die Differenzierung durch reichhaltige Aufgabenstellungen sind zentrale Faktoren, die bei unzureichender Unterstützung auch die Gefahr einer Über- oder Unterforderung der Lernenden bergen. Insgesamt zeigen die Ausführungen, dass erfolgreiche Lehr-Lern-Prozesse eine kohärente Abstimmung zwischen methodischen Ansätzen, individuellen Voraussetzungen der Lernenden und klaren Zielsetzungen der Lehrpersonen erfordern.

1.3.4 Grundlegende Konzepte der Fachdidaktik Mathematik

Die folgende Tabelle 3 mit dem Titel «Grundlegende Konzepte der Mathematikdidaktik in Kürze» präsentiert vier zentrale Inhaltsbereiche, die essenziellen Konzepte der Fachdidaktik Mathematik zusammenfassen: pränumerische Operationen, Mengenverständnis, Aspekte des Zahlbegriffs und Zählentwicklung. Sie bietet eine kompakte Übersicht über die wesentlichen Kategorien. Eine ausführliche Version dieser Tabelle mit zusätzlichen Beschreibungen findet sich im Anhang als Tabelle 5.

Tabelle 4, mit dem Titel «Kompetenzbereiche und Handlungsaspekte gemäss Lehrplan 21 in Kürze», umfasst komprimiert die drei Kompetenzbereiche und die drei Handlungsaspekte, die gemäss des Lehrplan 21 für den Mathematikunterricht zentral sind: Zahlen und Variablen, Form und Raum sowie Grössen, Funktionen und Daten als Kompetenzbereiche, ergänzt durch die Handlungsaspekte Operieren und Benennen, Erforschen und Argumentieren sowie Mathematisieren und Darstellen. Eine ausführliche Version dieser Tabelle mit ergänzenden Beschreibungen enthält Tabelle 7 im Anhang.

Tabelle 3 bildet zusammen mit Tabelle 4 die Grundlage für die systematische Analyse der Lern-Apps im Hinblick auf die Abdeckung dieser zentralen Kategorien.

Tabelle 3

Grundlegende Konzepte der Mathematikdidaktik in Kürze (Hess, 2012)

Grundlegende Konzepte der Mathematikdidaktik: Orientierung in den vier zentralen Inhaltsbereichen	
Pränumerische Operationen Ordnungssysteme finden und Muster legen (S. 38ff)	<ul style="list-style-type: none"> • Seriations-Operationen • Klassifikations-Operationen
Mengenverständnis¹ Veränderungen und Beziehungen von und zwischen Mengen verstehen (S. 68f)	<ul style="list-style-type: none"> • Kardinalitätsprinzip • Unpräzises Vergleichsschema • Zunahme-Abnahme-Schema • Teil-Ganzes-Schema
Aspekte des Zahlbegriffs Zählzahl und Anzahl unterscheiden, Zahlbeziehungen nutzen (S. 51f)	Zahlaspekte des Zahlbegriffs: <ul style="list-style-type: none"> • Codierzahlaspekt • Ordinalzahlaspekt • Kardinalzahlaspekt • Relationszahlaspekt • Operatorzahlaspekt • Masszahlaspekt • Rechenzahlaspekt
Zählentwicklung¹	
Verbale Zählkompetenzen erweitern und «Dinge» flexibel zählen (S. 56f)	Kompetenzstufen des <u>verbalen Zählens</u> (Fuson, 1988) <ul style="list-style-type: none"> • Phase 1: ganzheitliche Auffassung der Zahlwortfolge (string level) • Phase 2: ungebrochene bzw. unflexible Kette (unbreakable chain level) • Phase 3: aufgebrochene bzw. flexible (breakable chain level) • Phase 4: Numerische Kette (numerable chain level) • Phase 5: Zweiseitige Durchlaufbarkeit (bidirectional chain level)
Zählprinzipien für konkrete Zählprozeduren und Verstehensleistungen¹ (S. 57f)	<ol style="list-style-type: none"> 1. Prinzip: Eins-zu-eins-Zuordnung 2. Prinzip: Stabile Reihenfolge 3. Prinzip: Kardinalprinzip 4. Prinzip: Abstraktionsprinzip 5. Prinzip: Irrelevanz der Anordnung
Zahlsymbole lesen, schreiben und ordnen (S. 60)	

¹ Schwerpunkt Kindergarten (bis 1. Klasse); Hess (2012b), *Downloadmaterial 1 Raster: Strategieaufbau*

1.3.5 Mathematische Kompetenzen nach Lehrplan 21

Der Lehrplan 21 (D-EDK, 2016) beschreibt mathematische Kompetenzen als Anwendung von mathematischem Wissen in konkreten Situationen oder im Zusammenspiel von mathematischen Inhalten und Tätigkeiten. Diese beziehen sich auf «Kompetenzbereiche bzw. Inhalte (was?) und Handlungsaspekte bzw. Tätigkeiten (wie?)» (S. 208).

Die im Lehrplan 21 festgelegten Grundansprüche definieren Mindestanforderungen, die bis Ende des zweiten Schuljahres erreicht werden sollen (D-EDK, 2016). Diese Ansprüche gelten bereits ab dem Kindergarten. Einige dieser Anforderungen entsprechen Schlüsselkompetenzen des Mathematischen Lernens (Hess, 2023b) und sind in Tabelle 3, Kompetenzbereiche und Handlungsaspekte gemäss Lehrplan 21, farblich hervorgehoben. Schlüsselkompetenzen sind für das weitere Lernen von entscheidender Bedeutung, da diese eine notwendige Voraussetzung für später erworbene Kompetenzen sind (Hess, 2023b).

Besonders im Bereich Zahl und Variable, der einem strikten kumulativen Kompetenzaufbau folgt, spielen sie eine zentrale Rolle (Hess, 2023b). Das Konzept der Schlüsselkompetenzen soll jedoch keine Reduktion auf einzelne Kompetenzen darstellen. Vielfältige Lerngelegenheiten sollen den Erwerb von sämtlichen Kompetenzen ermöglichen (Hess, 2023b).

Tabelle 4

Kompetenzbereiche und Handlungsaspekte gemäss Lehrplan 21 in Kürze (D-EDK, 2016, S. 208ff)

Kompetenzbereiche (Inhalte)	
Zahl und Variable	<ul style="list-style-type: none"> • Anzahlen² • Zahlenfolgen mit natürlichen, ganzen und gebrochenen Zahlen • Zehnersystem bzw. Stellenwertsystem • Zahlvorstellungen und -darstellungen • Rechengesetze und Rechenvorteile • Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren, Dividieren, Potenzieren • Überschlagen, Runden • Beziehungen zwischen Operationen und Ergebnissen
Form und Raum	<ul style="list-style-type: none"> • Orientierung im Raum • Eigenschaften von Figuren und Körpern • Skizzen, Zeichnungen und Konstruktionen • Operationen mit Figuren und Körpern, z.B. Drehen, Verschieben, Spiegeln • Flächeninhalt und Umfang von Figuren sowie Volumen und Oberflächen von Körpern • Geometrische Gesetzmässigkeiten und Muster • Modelle in der Ebene und im Raum • Lagebeziehungen und Koordinaten von Figuren und Körpern
Grössen, Funktionen, Daten und Zufall	<ul style="list-style-type: none"> • Eigenschaften von Objekten (Länge, Fläche, Volumen, Gewicht) • Grössen bestimmen und mit ihnen rechnen • SI-Einheiten (z.B. Längenmasse: km, m, dm, cm, mm) • Kombinatorik in konkreten Situationen • Datenerhebungen und -analysen • Wahrscheinlichkeiten im Alltag und in Zufallsexperimenten • Funktionen zur Beschreibung quantitativer Zusammenhänge • Unterschiedliche Darstellungen funktionaler Zusammenhänge (Sprache, Tabelle, Term, Graph) • Lineare, proportionale und umgekehrt proportionale Zuordnungen

² Schlüsselaspekte...

Tabelle 4
Fortsetzung

Handlungsaspekte (Tätigkeiten)	
Operieren und Benennen	<ul style="list-style-type: none"> • Zusammenhänge zum Rechnen nutzen • Grundlegende Formeln und Gesetze anwenden (z.B. beim Umformen und Auswerten von Termen) • Ergebnisse berechnen (Kopfrechnen, mit Notieren eigener Rechenwege und schriftliche Verfahren) • Automatisiertes Abrufen von Rechnungen (z.B. im Einspluseins und Einmaleins) • Grössen bezeichnen, umrechnen und schätzen • Instrumente, Werkzeuge und Hilfsmittel sowie Messgeräte verwenden • Begriffe und Symbole deuten und verwenden • Mit Formen operieren (zerlegen, zusammenführen, verschieben, drehen, spiegeln, vergrössern, verkleinern, überlagern) • Skizzieren, zeichnen und Grundkonstruktionen ausführen
Erforschen und Argumentieren	<ul style="list-style-type: none"> • Sich auf Unbekanntes einlassen, ausprobieren, Beispiele suchen • Vermutungen und Fragen formulieren • Sachverhalte, Darstellungen und Aussagen untersuchen • Einer Frage durch Erheben und Analysieren von Daten nachgehen • Zahlen, Figuren, Körper oder Situationen systematisch variieren • Ergebnisse beschreiben, überprüfen, hinterfragen, interpretieren und begründen • Muster entdecken, verändern, weiterführen, erfinden und begründen • Mit Beispielen und Analogien argumentieren • Beweise führen
Mathematisieren und Darstellen	<ul style="list-style-type: none"> • Eine Situation vereinfachen und darstellen • Muster, Strukturen und Gesetzmässigkeiten erkennen und beschreiben • Handlungen, Bilder, Grafiken, Texte, Terme oder Tabellen in eine andere Darstellungsform übertragen • Mathematische Modelle, Lösungswege, Gedanken und Ergebnisse darstellen und interpretieren • Mathematische Inhalte darstellen (mündlich und schriftlich, mit Tabellen, Figuren und Körpern, Grafiken, Texten oder Situationen) • Figurierte Zahlen (aufgrund der Legeordnung leicht bestimmbare Anzahlen) in Zahlenmuster oder Zahlenfolgen übertragen • Zahlenmuster und Zahlenfolgen visualisieren (z.B. durch Punkte oder Zählstriche)

Der Erwerb mathematischer Prinzipien bildet eine zentrale Grundlage für nachhaltiges Mathematiklernen. Ein kompetenzorientierter Unterricht, der die Lernenden unterstützt, gezielte lernförderliche Impulse setzt und den Lernprozess dialogisch begleitet, fördert nachhaltiges mathematisches Lernen. Durch die Handlungsaspekte werden die Kompetenzbereiche des Lehrplans 21 gestärkt, wobei insbesondere die Entwicklung von Schlüsselkompeten-

zen aus der Arithmetik im Fokus steht. Diese Schlüsselkompetenzen tragen entscheidend dazu bei, dass Lernende Mathematik verstehen und anwenden können.

2 Beschreibung und Analyse von Lern-Apps

Digitale Medien sind ein integraler Bestandteil des Unterrichts. Für das Lernen mit Medien gibt es verschiedene Modelle, die «die Stufen der Integration beschreiben». (Köller et al., 2022, S. 14). Das SAMR-Modell, das den Einsatz von Technologien in vier Kategorien unterteilt, ist verbreitet:

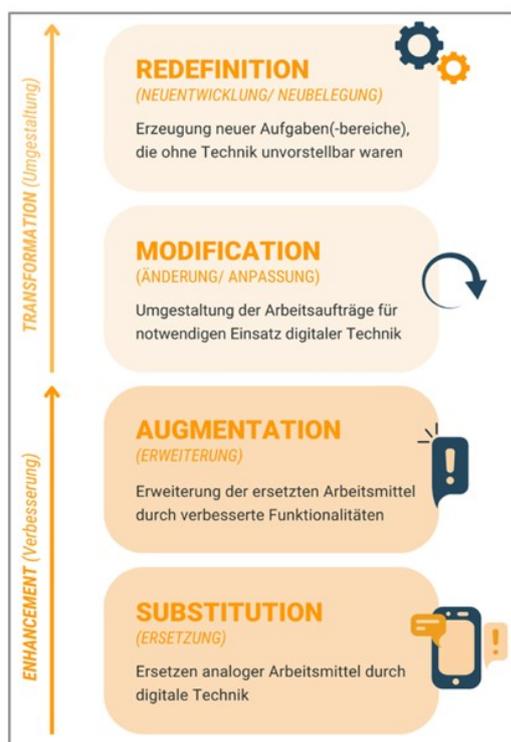


Abbildung 1. SAMR-Modell nach Puentedura (2006, zitiert nach Landesmedienzentrum Baden-Württemberg)

- Neudefinition: Werden mithilfe digitaler Technologien völlig neuartige Aufgaben geschaffen, spricht man von Neudefinition (Puentedura, 2006).
- Modifikation: Eine signifikante Neugestaltung der Aufgabe durch Technologieintegration wird als Modifikation bezeichnet.
- Augmentation: Führt der Einsatz digitaler Technologie zu einer funktionalen Verbesserung der Aufgabe, während die Lernaufgabe selbst unverändert bleibt, handelt es sich um Augmentation.
- Substitution: Wenn technologiefreie Lehrmethoden durch technologiegestützte Methoden ersetzt werden, ohne dass dies zu einer funktionalen Veränderung der Aufgabe führt, spricht man von Substitution.

Puentedura (2014, zitiert nach Sailer, Maier, Berger, Kastorff & Stegmann, 2024) stellt die Hypothese auf, dass mit dem Grad der funktionalen Veränderung - von der Substitution bis zur Neudefinition - auch das Potenzial zur Verbesserung des Lernens steigt.

Im folgenden Kapitel werden drei Lern-Apps und auszugsweise Aufgaben vorgestellt. Dabei werden Lern-Apps ausgewählt und inhaltlich analysiert, die aufgrund der Kenntnisse der Autorin in schulischen Kontexten Anwendung finden.

Alle drei Lern-Apps lassen sich nach dem SAMR-Modell der zweiten Stufe, der Augmentation, zuordnen. Auf dieser Stufe führt der Einsatz digitaler Technologien zu einer funktionalen Verbesserung der Aufgabenbearbeitung, ohne dass die Lernaufgabe selbst wesentlich verändert wird (Sailer et al., 2024).

Nach der Darstellung und Beschreibung der Aufgaben erfolgt eine Analyse und ein Vergleich mit den grundlegenden Konzepten der Mathematikdidaktik nach Hess (2012) sowie den Kompetenzbereichen und Handlungsaspekten des Lehrplans 21 (D-EDK, 2016).

Gegenstand der Analyse ist, inwieweit die Aufgaben mit den **grundlegenden Konzepten** der Mathematik übereinstimmen und ob sie einen Kompetenzerwerb im Sinne der **Kompetenzbereiche** und **Handlungsaspekte** des Lehrplans 21 (D-EDK, 2016) ermöglichen. Darüber hinaus wird die **Instruktionsqualität** der Lern-Apps untersucht, wobei der Fokus auf folgenden Facetten liegt:

- Verständlichkeit der Erklärungen zu den auszuführenden Aufgaben sowie der systematischen Einführung in die fachlichen Inhalte und
- Bereitstellung geeigneter Hilfestellungen, die den Lernprozess unterstützen.

Eine effektive Instruktionsqualität soll den Lernenden ermöglichen, neues Wissen aufzunehmen und Kompetenzen zu erweitern.

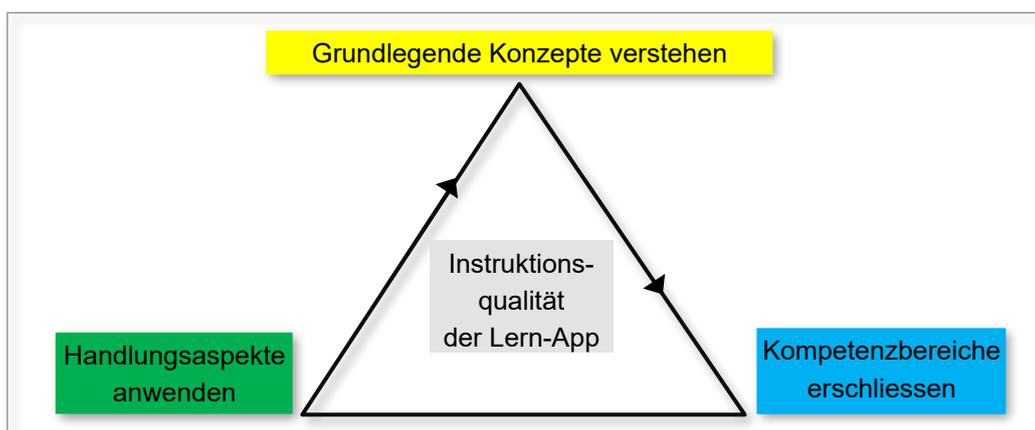


Abbildung 1. Eigene Darstellung der Analyse Kriterien der Lern-Apps

2.1 Online Lern-App ANTON

Die ANTON-Lern-App ist eine kostenlose und werbefreie Lernplattform für Lernende vom Kindergarten bis zur Oberstufe. Mit über 100.000 Aufgaben und 200 interaktiven Übungstypen bietet die Lern-App zahlreiche Inhalte für 14 Fächer wie Deutsch, Mathematik, Englisch, Naturwissenschaften und Fremdsprachen. Gemäss ANTON Lern-App (2024) kombiniert die Lern-App Lehrplan-orientiertes Lernen mit einer spielerischen Philosophie: Sternen, Pokale und Coins motivieren die Lernenden, die sie für Spiele oder die Personalisierung ihrer Avatare einsetzen können.



Abbildung 2. Logo der ANTON-Lern-App

Lehrpersonen können in der Bezahlversion Lernfortschritte und Ergebnisse über digitale Klassenzimmer einsehen. ANTON ist als Web-Lern-App sowie für iOS und Android verfü-

bar und zählt zu den beliebtesten Bildungs-Lern-Apps mit einer durchschnittlichen Bewertung von 4,9 von 5 Sternen. Die Lern-App «ANTON – Lernplattform für die Schule» wird durch den Europäischen Fonds für regionale Entwicklung kofinanziert und von der EU unterstützt (anton-App, 2024). Für die vorliegende Arbeit wurde diese Lern-App ausgewählt, da sie grosse Beliebtheit erfährt und sich im Lern-Apple Store auf den Bildungscharts auf dem 2. Platz befindet (Lern-Apple, 10.12.2024).

2.1.1 ANTON-Lern-App Vorschule: Zahlen, Formen und Muster

Die ANTON-Lern-App ist nach Klassenstufen gegliedert und bietet einen Vorschulbereich an. Dieser Vorschulbereich bietet gemäss der Lern-App Aufgaben zur Konzentration und zur Denkfähigkeit an. Die Inhalte umfassen Themen wie Farben, Vergleichen, Logik, räumliche Orientierung, Zeit und Uhrzeit sowie Paare und Reihen. Ziel ist es, frühzeitig grundlegende kognitive Fähigkeiten zu entwickeln und zu trainieren (anton-App, 2024).

2.1.2 ANTON-Lern-App Vorschule: Zahlen, Formen und Muster – Zahlen erkennen

Übungsblock 1 – Aufgabe 1



Auszuführende Aufgaben

Anweisung: «Tippe auf alle Tiere.»

Rückmeldung: «Gut gemacht.»

Anweisung: «Tippe nun auf alle Zahlen.»

Rückmeldung: «Super, du hast die Zahlen eins, zwei und drei erkannt.»

- Gleiche Aufgaben mit 4, 5 und 6 antippen.
- Gleiche Aufgaben mit 7, 8 und 9 antippen.

Abbildung 3. ANTON-Lern-App – «Zahlen erkennen», Übungsblock 1, Aufgabe 1

Übungsblock 1 – Aufgabe 4

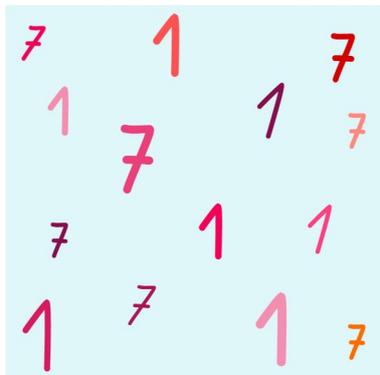


Abbildung 4. ANTON-Lern-App – «Zahlen erkennen», Übungsblock 1, Aufgabe 4

Auszuführende Aufgaben

Anweisung: «Tippe jede 1 an.»

Rückmeldung: «Super, du hast alle Einser gefunden.»

Anweisung: «Tippe nun jede 2 an.»

- Gleiche Aufgaben mit «jede 3» antippen.
- Gleiche Aufgaben mit «jede 4» antippen.
- Gleiche Aufgaben mit «jede 5» antippen.

2.1.3 Analyse mathematischer Aufgaben der ANTON-Lern-App: Zahlen erkennen – Übungsblock 1, Aufgaben 1 bis 4

Nach der Beschreibung der Aufgaben im vorangehenden Kapitel erfolgt eine Analyse sowie ein Vergleich mit den grundlegenden Konzepten der Mathematikdidaktik gemäss Hess (2012), siehe Tabelle 2, den Kompetenzbereichen und Handlungsaspekten gemäss Lehrplan 21 (D-EDK, 2016), siehe Tabelle 3, sowie der Instruktionsqualität der Lern-App. Dabei wird insbesondere untersucht, wie die Lern-App den Erwerb grundlegender mathematischer Kompetenzen unterstützt und ob sie die Entwicklung mathematischer Grundvorstellungen fördert.

Bezug zu grundlegenden Konzepten der Mathematikdidaktik

- **Eins-zu-eins Zuordnung:** Bei den Aufgaben 1 bis 4 werden die Zahlworte nicht den Zahlsymbolen zugeordnet, sodass keine Eins-zu-eins Zuordnung erfolgt. Bei Aufgabe 4 muss dennoch die auditive Anweisung verstanden und beispielsweise die Zahl 1 angeklickt werden.
- **Codierzahlaspekt:** Das Erkennen von Zahlsymbolen ist im Zusammenhang mit grundlegenden mathematischen Konzepten und Strategien wenig relevant.
- **Ordinalzahlaspekt:** Wenn Zahlsymbole in falscher Reihenfolge angeklickt werden, beispielsweise 1, 3, 2, wird dennoch die Rückmeldung «Super, du hast die Zahlen 1, 2 und 3 erkannt» gegeben. Dies führt zu Verwirrung und kann eine fehlerhafte Zuordnung von Zahlenamen und Zahlsymbolen begünstigen.

- **Zahlreihe:** Die Zahlenreihe ist nicht in der richtigen Abfolge dargestellt, so dass das Lernen der Zahlenfolge nicht möglich ist.
- **Formen und Zahlsymbole erkennen:** Bei der Aufgabe 3 müssen die Lernenden mit alle Formen gelb und alle Zahlsymbole lila anklicken. Die Farben werden nicht benannt und eine Einführung zwischen Formen und Zahlen erfolgt ebenfalls nicht.

Bezug zu Kompetenzbereichen

Die Aufgaben weisen keinen Bezug zu den Kompetenzbereichen auf.

Bezug zu Handlungsaspekten

Die Aufgaben weisen keinen Bezug zu den Handlungsaspekten auf.

Bezug zur Instruktionsqualität

- **Verständlichkeit der Erklärungen und systematische Einführung in die fachlichen Inhalte:** Relevante Verbindungen, wie beispielsweise zwischen Zahlnamen und Zahlsymbolen, werden nicht hergestellt. Die Anforderungen der Aufgaben folgen keinem curricularen Aufbau.
- **Bereitstellung geeigneter Hilfestellungen, die den Lernprozess unterstützen:** Die gleiche Aufgabe kann durch Anklicken des Lautsprechersymbols erneut angehört werden.

2.1.4 ANTON-Lern-App Vorschule: Zahlen, Formen und Muster – Zahlen von 0 bis 3

Übungsblock 1 – Aufgabe 1

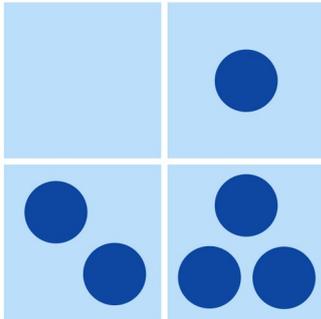


Abbildung 5. ANTON-Lern-App – Aufgabe aus «Zahlen von 0 bis 3», Übungsblock 1, Aufgabe 1

Auszuführende Aufgaben

«Du siehst und hörst gleich etwas zu den Zahlen null, eins, zwei und drei. Höre und schaue erstmal zu. Wir schauen uns ein paar Karten an. Auf dieser Karte hier siehst du keine Punkte, also null Punkte. Null. Hier siehst du nun einen Punkt. Eins. Das sind zwei Punkte. Zwei. Und hier sind nun drei Punkte auf der Karte. Drei. Jetzt bist du dran. Tippe auf die Karte mit einem Punkt.»

«Tippe jetzt auf die Karte mit zwei Punkten.»

«Tippe jetzt auf die Karte mit drei Punkten.»

«Tippe jetzt auf die Karte mit null Punkten.»

Rückmeldung: «Geschafft. Du hast richtig gezählt.»

Insgesamt gibt es vier Aufgaben mit demselben Aufgabentyp mit unterschiedlichen Bildern.

1

2

3



Abbildung 6. ANTON-Lern-App – Aufgabe aus «Zahlen von 0 bis 3», Übungsblock 1, Aufgabe 4

Auszuführende Aufgaben

Anweisung: «Hier findest du verschiedene Dinge. Schiebe jedes Ding in den Kasten mit der richtigen Anzahl.»

Rückmeldung: «Das hast du toll gemacht. 1 Regenschirm, 2 Oberteile, 3 Ballons.»

Insgesamt gibt es vier Aufgaben mit demselben Aufgabentyp mit unterschiedlichen Bildern.

2.1.5 Analyse mathematischer Aufgaben der ANTON-Lern-App: Zahlen von 0 bis 3 – Übungsblock 1, Aufgaben 1 und 4

Die Analyse der im vorangehenden Kapitel erwähnten Aufgaben erfolgt, wie in Kapitel 2.1.3 beschrieben, anhand der grundlegenden Konzepte der Mathematikdidaktik (Hess, 2012), den Kompetenzbereichen und Handlungsaspekten des Lehrplans 21 (D-EDK, 2016) sowie der Instruktionsqualität der Lern-App.

Bezug zu grundlegenden Konzepten der Mathematikdidaktik

- **Zählprinzip:** Die Eins-zu-eins-Zuordnung in Aufgabe 1 fördert das Zählprinzip, indem sie die Entwicklung des Mengenverständnisses durch die direkte Verknüpfung von Mengen und Zahlen unterstützt.

Bezug zu Kompetenzbereichen

- **Anzahlen:** Die Zuordnung von Mengen zu Zahlenamen in Aufgabe 1 unterstützt das Zählprinzip.

Bezug zu Handlungsaspekten

- **Darstellen:** Anzahlen werden mit Objekten dargestellt.

Bezug zur Instruktionsqualität

- **Verständlichkeit der Erklärungen und systematische Einführung in die fachlichen Inhalte:** Bei Aufgabe 4 gibt es keine Einführung in die Zuordnung von den Anzahlen zu den Zahlsymbolen, weder in dieser noch in den vorangehenden Aufgaben.
- **Bereitstellung geeigneter Hilfestellungen, die den Lernprozess unterstützen:** Die gleiche Aufgabe kann durch Anklicken des Lautsprechersymbols erneut angehört werden.

2.1.6 Fazit der Analyse der ANTON-Lern-App

Konzepte der Mathematikdidaktik: Die in den Kapiteln 2.1.2 und 2.1.4 analysierten Aufgaben konzentrieren sich primär auf das Erkennen von Zahlsymbolen und Zahlen im Bereich von 0 bis 3. Das Erkennen von Zahlsymbolen allein ist jedoch keine Schlüsselkompetenz und trägt wenig zum Aufbau eines grundlegenden mathematischen Konzeptverständnisses bei. Schlüsselkompetenzen beziehen «sich hauptsächlich auf den Bereich Zahl und Variable, weil dieser einem strikten kumulativen Kompetenzaufbau zu folgen hat.» (Hess, 2023, S. 7).

Die Darstellung der Zahlen als Mengen, visualisiert durch Punkte, greift das Zählprinzip auf, welches essenziell für die Entwicklung eines grundlegenden Mengen- und Zahlverständnisses ist. Eine vertiefte Auseinandersetzung mit diesen Prinzipien findet jedoch nicht statt. Stattdessen wechseln die Aufgaben zwischen verschiedenen Anforderungen, wie der Zuordnung von Zahlsymbolen, dem Zählen von Objekten und der Verknüpfung mit Zahlziffern. Dies erschwert einen kohärenten Lernprozess. Darüber hinaus wird durch die Reihen-

folge, in der die Zahlen präsentiert werden (zuerst 1 bis 3, dann 0), die stabile Zahlenreihe nicht vermittelt, was für den Aufbau eines soliden Zahlkonzepts wesentlich wäre.

Kompetenzbereiche: Bei den Aufgaben zum 'Zahlen erkennen' konnte kein Bezug zu den Kompetenzbereichen des Lehrplans 21 festgestellt werden. In den Aufgaben zu 'Zahlen von 0 bis 3' wird das Verständnis für Mengen und das Zählprinzip nur teilweise gefördert. Eine systematische Förderung zentraler mathematischer Kompetenzen fehlt jedoch.

Handlungsaspekte: Lediglich in der Aufgabe 'Anzahlen mit Dingen darstellen' wurde der Handlungsaspekt Darstellen aufgegriffen. Andere zentrale Handlungsaspekte, wie Vergleichen oder Argumentieren, werden in den analysierten Aufgaben nicht angesprochen, was die didaktische Reichweite der App erheblich einschränkt.

Instruktionsqualität: Die Instruktionsqualität der App wird durch fehlende Erklärungen und Einführungen in mathematische Aspekte und Kompetenzbereiche stark begrenzt. Der Wechsel zwischen unterschiedlichen Anforderungen, wie dem Erkennen von Zahlen, Tieren oder Formen, sowie die mangelnde Berücksichtigung des Vorwissens der Lernenden deuten auf einen fehlenden curricularen Aufbau hin. Das Anklicken und Verschieben von Objekten erlaubt keine systematische Vertiefung mathematischer Kompetenzen, da die Aufgaben auch durch zufälliges Probieren oder Versuch und Irrtum gelöst werden können. Die Performanz der Lernenden in diesen Aufgaben gibt daher keine belastbaren Hinweise auf tatsächlich erworbene Kompetenzen.

Die analysierten Aufgaben der ANTON-Lern-App tragen kaum zu einem nachhaltigen Lernzuwachs bei. Ein fehlender curriculärer Aufbau der Aufgaben sowie die mangelnde systematische Förderung zentraler mathematischer Kompetenzen verhindern, dass die Lernenden ein solides mathematisches Verständnis entwickeln können. Wie Hess (2023a) betont: «Aufgaben tragen nur dann zu einem erfolgreichen Lernen bei, wenn jedes Kind einen Einstieg findet und sich individuell herausgefordert fühlt» (S. 19). Diese Anforderungen erfüllt die Lern-App nicht, da sie weder differenzierte Zugänge ermöglicht noch individuelle Förderung oder Herausforderungen bietet.

2.2 Lern-App Appolino 2.0

Die Lern-App Appolino ist ein interaktives Lernprogramm, das Lerninhalte der 1. – 3. Klasse in fünf Fachbereichen bietet: Lesen, Schreiben und Schrift, Zahlen und Mengen, Plus und Minus, sowie Mal und Geteilt. Mit insgesamt 7.000 Aufgaben wird der Lernstoff schrittweise auf-



Abbildung 7.
Logo der Lern-App Appolino

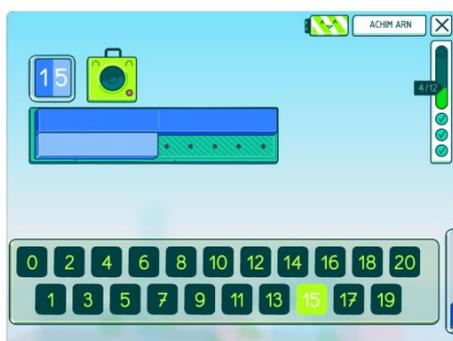
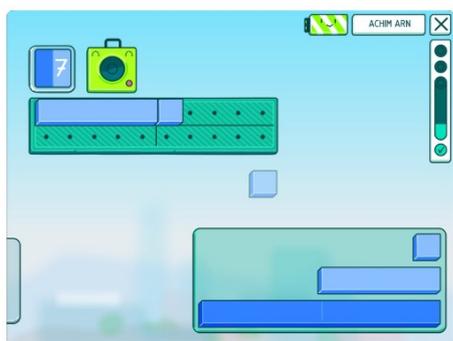
gebaut, um ein verstehendes Lernen zu ermöglichen. Die Version Appolino 2.0 integriert neue Module, Spiele und Aufgaben, die speziell auf den Lehrplan abgestimmt sind und ermöglicht es den Lernenden, im individuellen Tempo zu arbeiten. Im Cockpit können Lehrpersonen individuelle Aufgaben zuweisen und den Lernfortschritt überwachen.

Die Lern-App setzt auf eine Reduktion der Animation, um den Fokus auf den Lernprozess zu lenken. Die Mathematikdidaktik wird durch gezielte Abstraktion integriert, die den Aufbau innerer Bilder fördert und flexible Lösungsstrategien anregt. Die Lern-App kombiniert Interaktion und aktives Handeln und stellt eine ideale Ergänzung zu bestehenden Lehrmitteln dar (Lehrmittelverlag St. Gallen, 2024).

2.2.1 Lern-App Appolino: Zahlen und Menge

In der Lernwelt Mathematik stellt «Zahlen und Menge» einen eigenständigen Bereich dar. Beim Ordnen, Bauen und Ergänzen von Zahlen entdecken die Lernenden die Mathematik. Mit dem Zahlenstrahl, den Rechenklötzen und der Stellenwerttafel können sie in den Zahlenräumen bis 20, 100 oder 1'000 arbeiten.

Zahlen bauen 20

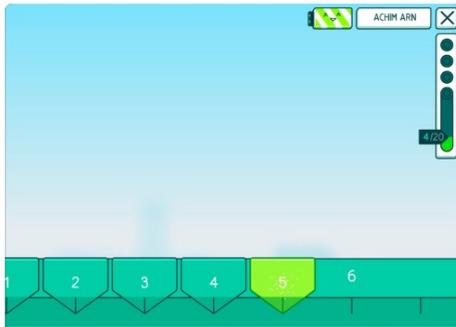


Auszuführende Aufgaben

- Ein Zahlname wird genannt und die entsprechende Zahlziffer gezeigt. Die Lernenden zählen oder errechnen die passende Menge digitaler Klötze und ziehen diese an die richtige Stelle.
- Eine Menge wird mit Klötzen dargestellt. Die Lernenden müssen die passende Zahlziffer anklicken.
- Im ersten Durchgang wird die zu legende Menge angezeigt, im zweiten nicht mehr.
- In den Durchgängen 1 und 2 werden die Zahlen bis 12 vertieft.
- In den Durchgängen 3 und 4 werden die Aufgaben auf die Zahlen bis 20 erweitert.

Abbildung 8. Lern-App Appolino – Aufgabe aus «Zahlen bauen 20»

Zahlen ordnen 20



Auszuführende Aufgaben

- Ein Zahlname wird genannt, das entsprechende Zahlensymbol gezeigt und dieses muss an die richtige Stelle des Zahlenstrahls gezogen werden.
- Die Zahlen erscheinen in einer stabilen Reihenfolge.

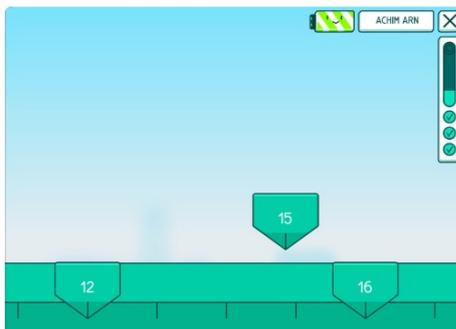


Abbildung 9. Lern-App Appolino– Aufgabe aus «Zahlen ordnen 20»

2.2.2 Analyse mathematischer Aufgaben der Lern-App Appolino: Zahlen und Menge

Die Analyse der im vorangehenden Kapitel erwähnten Aufgaben erfolgt, wie in Kapitel 2.1.3 beschrieben, anhand der grundlegenden Konzepte der Mathematikdidaktik (Hess, 2012), den Kompetenzbereichen und Handlungsaspekten des Lehrplans 21 (D-EDK, 2016) sowie der Instruktionsqualität der Lern-App.

Bezug zu grundlegenden Konzepten und Strategien der Mathematikdidaktik

Mengenverständnis:

- **Teil-Ganzes-Schema:** Durch das Zusammenfügen einzelner Klötze wird die Summe als Ganzes dargestellt, die der jeweiligen Zahl entspricht.

Zahlaspekte:

- **Ordinalzahlaspekt:** Das Zuordnen der Zahlsymbole auf dem Zahlenstrahl verdeutlicht die Position der Zahlen.

Zählprinzipien und -entwicklung:

- **Eins-zu-eins-Zuordnung:** Jeder Klotz wird eindeutig einer Zahl zugeordnet. Jede Zahl wird eindeutig einem Punkt auf dem Zahlenstrahl zugeordnet.
- **Stabile Reihenfolge:** Beim Darstellen wird die Zahlenreihe in der richtigen, stabilen Reihenfolge verwendet.
- **Abstraktionsprinzip:** Anzahlen können sowohl als Zahlziffern als auch durch konkrete Objekte, wie Klötze, dargestellt werden.

Bezug zu Kompetenzbereichen

- **Anzahlen:** Zahlziffern werden digital, ikonisch dargestellt.
- **Zahlvorstellungen und -darstellungen:** Anzahlen werden durch Darstellungsformen abgebildet.

Bezug zu Handlungsaspekten

- **Mathematisieren und Darstellen:** Eine Verknüpfung zwischen Zahlsymbolen, Zahlennamen und deren Darstellungen erfolgt mithilfe von Klötzen.

Bezug zur Instruktionsqualität

- **Verständlichkeit der Erklärungen und systematische Einführung in die fachlichen Inhalte:** Zu Beginn der Aufgaben gibt es keine Einführung oder Erklärung.
- **Bereitstellung geeigneter Hilfestellungen, die den Lernprozess unterstützen:** Eine Hilfestellung bietet ein Memorystick mit Gesicht, der bei wiederholtem Anklicken die gleiche Aufgabenstellung langsam und kindgerecht wiederholt.
Eine Aufgabe am Zahlenstrahl gilt als falsch gelöst, wenn die Zahl zwar an der richtigen Stelle, jedoch zu weit nach unten gezogen wird. Bei einer falschen Lösung erscheint eine neue Aufgabe. Nach drei gelösten Aufgaben wird die zuvor falsch gelöste erneut

gestellt. Dieser Wiederholungsprozess läuft in einer Endlosschleife, bis die Aufgabe korrekt gelöst ist.

- **Systematische Einführung in die fachlichen Inhalte:** Zu Beginn der Aufgaben gibt es keine Einführung oder Erklärung.

2.2.3 Fazit der Analyse der Lern-App Appolino

Konzepte der Mathematikdidaktik: Die Lern-App Appolino fördert grundlegende mathematische Konzepte wie Mengenverständnis und Zählprinzipien effektiv. In der Aufgabe „Zahlen bauen 20“ wird durch die Darstellung mit 5er- und 10er-Klötzen das Teil-Ganzes-Schema gestärkt, was ein flexibles Mengenverständnis und ein addierendes statt zählendes Vorgehen unterstützt.

Der Ordinalzahlaspekt wird in «Zahlen ordnen 20» durch die Einordnung von Zahlsymbolen auf einem Zahlenstrahl adressiert. Jedoch erschwert die begrenzte Tabletgröße das Erfassen des gesamten Zahlenstrahls, was die Entwicklung des Seriationskonzepts einschränkt.

Zentrale Zählprinzipien wie Eins-zu-eins-Zuordnung, stabile Reihenfolge und Abstraktionsprinzip werden durch klare Verknüpfungen von Klötzen, Zahlen und Ziffern gefördert, was ein solides mathematisches Verständnis ermöglicht.

Bezug zu Kompetenzbereichen: Im Kompetenzbereich ‘Zahl und Variable’ fördert die App das Verständnis von Anzahlen und deren Darstellung. Beispielsweise werden bei der Aufgabe ‘Zahlen bauen 20’ Zahlziffern digital dargestellt und induktiv verknüpft. Durch die Darstellungsformen lernen die Lernenden, Zahlen sowohl abstrakt als auch konkret zu verstehen.

Allerdings weist die Darstellung der Zahlenreihe auf dem Zahlenstrahl Einschränkungen auf, da die begrenzte Größe des Zahlenstrahls ein vollständiges Verständnis der Reihenfolge und Positionen von Zahlen erschwert. Dies limitiert die Effektivität der Förderung des Kompetenzbereichs ‘Zahlen einordnen’.

Bezug zu Handlungsaspekten: Die Handlungsoption ‘Darstellen’ wird durch die ausgewählten Aufgaben gut unterstützt. Mithilfe von Klötzen wird eine Verknüpfung zwischen Zahlsymbolen, Zahlennamen und deren Darstellung ermöglicht. Das wiederholte Bearbeiten ähnlicher Aufgaben fördert das Automatisieren, was langfristiges Behalten und die Entwicklung von Routinen begünstigt. Dies entspricht Roths Modell des Einübens (1971, zitiert nach Bachmann, 2014).

Jedoch bleibt die Aufgabenstellung auf monotone Darstellungsaufgaben beschränkt, ohne soziale Interaktionen zu berücksichtigen. Dies könnte die Motivation der Lernenden beein-

trächtigen und sollte in weiterführenden Untersuchungen, beispielsweise durch Interviews mit Lernenden, geprüft werden.

Bezug zu Instruktionsqualitäten: Die Instruktionsqualität der Lern-App weist Stärken und Schwächen auf. Die Aufgaben sind kindgerecht und visuell zugänglich, jedoch fehlen systematische Erklärungen und Einführungen, was den Einstieg für ungeübte Lernende erschwert. Ein Memorystick bietet einfache Hilfestellungen durch Wiederholung, bleibt jedoch undifferenziert und nicht adaptiv. Die fehlende Anpassung an das Vorwissen der Lernenden widerspricht dem Konzept des adaptiven Lernens, das nach Müller-Oppliger und Weingand (2021) essenziell für individuellen Lernerfolg ist.

2.3 Blitzrechnen 0

Die Lern-App Blitzrechnen 0 basiert auf dem Frühförderprogramm von Gerhard N. Müller und Erich Ch. Wittmann, die gemeinsam mit Günter Krauthausen das mathematisch-didaktische Grundkonzept der Lern-App entwickelt haben.

Die Lern-App vermittelt Kindern im Vorschulalter spielerisch grundlegende mathematische Kompetenzen, wie die strukturierte Anzahlerfassung und die Kenntnis der Zahlenreihe bis 12, und legt so eine wichtige Basis für weiteres mathematisches Lernen. Gleichzeitig unterstützt sie Schulkinder der ersten Klasse mit Förderbedarf gezielt beim Erwerb dieser grundlegenden Kompetenzen (www.klett.de, o. J.).



Abbildung 10. Logo der Lern-App Blitzrechnen 0

2.3.1 Blitzrechnen Lern-App: Zahlen und Menge

Die Lern-App verfügt über sechs verschiedene Aufgabenmodule in jeweils zwei oder drei unterschiedlichen Anforderungsstufen, die die Lernenden selbst auswählen können.

Wie viele sind es?

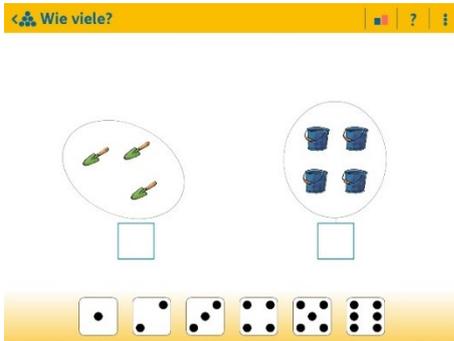


Abbildung 11. Blitzrechnen Lern-App – Aufgabe aus «Wie viele»

Auszuführende Aufgaben

- Objekte müssen gezählt werden und der entsprechenden Würfelanzahl zugeordnet werden.

Hilfestellung

- Es steht ein Fragezeichen, das angeklickt werden kann. Es folgt erneut die Anweisung.

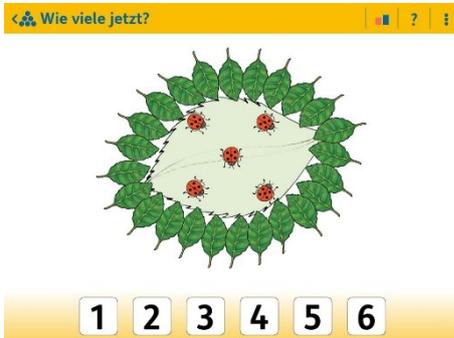


Abbildung 12. Blitzrechnen Lern-App – Aufgabe aus «Wie viele jetzt»

Auszuführende Aufgaben

- Auf einem Blatt krabbeln Käfer, die gezählt werden müssen. Käfer kommen hinzu, bewegen sich oder verschwinden. Nach jeder Veränderung muss die richtige Zahlziffer angeklickt werden.

Hilfestellung

- Es steht ein Fragezeichen, das angeklickt werden kann. Es folgt erneut die gleiche Anweisung.

2.3.2 Analyse mathematischer Aufgaben der Lern-App Blitzrechnen 0: Wie viele sind es?

Die Analyse der im vorangehenden Kapitel erwähnten Aufgaben erfolgt, wie in Kapitel 2.1.3 beschrieben, anhand der grundlegenden Konzepte der Mathematikdidaktik (Hess, 2012), den Kompetenzbereichen und Handlungsaspekten des Lehrplans 21 (D-EDK, 2016) sowie der Instruktionsqualität der Lern-App.

Bezug zu grundlegenden Konzepten der Mathematikdidaktik

Mengenverständnis:

- **Kardinalitätsprinzip:** Die letzte gezählte Zahl der Objekte oder Käfer gibt die Gesamtanzahl der Menge an.
- **Zunahme-Abnahme-Schema:** Durch das Hinzukommen oder Verschwinden der Käfer muss verstanden werden, dass sich die Menge vergrößert oder verkleinert.

Aspekte des Zahlbegriffs:

- **Kardinalzahlaspekt:** Die Objekte oder Käfer werden gezählt und die ermittelte Anzahl wird durch Anklicken des entsprechenden Würfelbildes symbolisch dargestellt.

Zählprinzipien und -entwicklung:

- **Eins-zu-eins-Zuordnung:** Jedes Objekt und jeder Käfer muss exakt einer Zahl im Zählprozess zugeordnet werden, ohne dass etwas vergessen oder doppelt gezählt wird.
- **Kardinalprinzip:** Die Anzahl der Objekte oder Käfer bleibt unabhängig von ihrer Anordnung gleich.
- **Stabile Reihenfolge:** Die Zahlenreihe muss in der richtigen und stabilen Reihenfolge beherrscht werden, um Objekte oder Käfer sicher zählen zu können.
- **Abstraktionsprinzip:** Die Art der Objekte spielt keine Rolle, entscheidend ist ausschliesslich die Anzahl.
- **Irrelevanz der Anordnung:** Die Anordnung der Objekte spielt keine Rolle; das Ergebnis des Zählens bleibt gleich.

Bezug zu Kompetenzbereichen

Zahl und Variable

- **Anzahlen:** Die Aufgabe fördert das Verständnis, dass Zahlen eine Menge repräsentieren (z. B. die Anzahl der Käfer oder Objekte).
- **Zahlenfolgen mit natürlichen Zahlen:** Das korrekte Zählen von Käfern und Objekten erfordert ein stabiles Verständnis der natürlichen Zahlenreihe.
- **Zahlvorstellungen und -darstellungen:** Die Verbindung zwischen der gezählten Anzahl und der Würfelzahl fördert die Vorstellung, dass Zahlen eine Menge repräsentieren.

Bezug zu Handlungsaspekten

Die Aufgaben weisen keinen Bezug zu den Handlungsaspekten auf.

Bezug zur Instruktionsqualität

- **Verständlichkeit der Erklärungen und systematische Einführung in die fachlichen Inhalte:** Die Aufgabenstellungen sind von Beginn an klar und verständlich formuliert. Die Lernenden erhalten präzise Anweisungen, welche Aufgaben auszuführen sind. Die fachlichen Inhalte werden schrittweise vermittelt. Zahlen werden zunächst nicht explizit

benannt, sondern erst bei korrekter Auswahl verbal bestätigt, beispielsweise durch die Rückmeldung «drei».

- **Bereitstellung geeigneter Hilfestellungen, die den Lernprozess unterstützen:** Ein anklickbares Fragezeichen bietet den Lernenden wenig Hilfestellung, da die gleiche Aufgabenstellung wiederholt wird. Die Lernenden können ihre falschen Zuordnungen unbegrenzt korrigieren. So können sie durch wiederholtes Ausprobieren selbstständig oder einfach durch Zufall zur richtigen Lösung gelangen.

2.3.3 Fazit der Analyse der Blitzrechnen 0 Lern-App

Konzepte der Mathematikdidaktik: Die analysierten Aufgaben der Lern-App decken die zentralen Zählprinzipien wie Eins-zu-eins-Zuordnung, Kardinalprinzip, stabile Reihenfolge, Abstraktionsprinzip und Irrelevanz der Anordnung ab. Dies ist ein zentraler didaktischer Vorteil dieser Lern-App, da sie eine systematische Grundlage für die Entwicklung von Zählprozeduren und mathematischem Verständnis schafft (Hess, 2012). Das Zunahme-Abnahme-Schema wird durch die Käfer-Aufgaben praxisnah vermittelt, indem die Lernenden die Veränderungen von Mengen durch Hinzufügen oder Entfernen anschaulich erleben können.

Bezug zu Kompetenzbereichen: Die Aufgaben fördern mathematische Kompetenzen im Bereich «Zahl und Variable». Sie unterstützen das Verständnis von Zahlen als Repräsentationen von Mengen, das Erlernen stabiler Zahlenfolgen sowie die Fähigkeit, Zahlen als Symbole für Mengen zu interpretieren. Besonders hervorzuheben ist die Förderung der Zahlenvorstellung durch die Verbindung zwischen gezählten Anzahlen und der entsprechenden Würfelzahl. Wiederholtes Üben ermöglicht den Lernenden, Strategien zu automatisieren und Fakten effizient abzurufen, was die langfristige Verinnerlichung zentraler mathematischer Fähigkeiten stärkt (Hess, 2023a).

Bezug zu Handlungsaspekten: Die analysierten Aufgaben weisen keinen direkten Bezug zu Handlungsaspekten auf.

Bezug zu Instruktionsqualitäten: Die Instruktionsqualität der App ist insgesamt als solide zu bewerten. Die Aufgabenstellungen sind klar und intuitiv formuliert, wodurch die Lernenden gezielt an die Aufgaben herangeführt werden. Die schrittweise Einführung der fachlichen Inhalte ermöglicht ein sukzessives Verständnis, auch wenn zusätzliche Erklärungen zu Beginn hilfreich wären. Das anklickbare Fragezeichen bietet nur begrenzte Hilfestellung, da es lediglich die gleiche Aufgabenstellung wiederholt, was eher zur Erprobung durch Versuch und Irrtum als zu gezielter Unterstützung führt.

Die Lern-App überzeugt durch die umfassende Abdeckung zentraler Zählprinzipien und die anschauliche Vermittlung grundlegender mathematischer Konzepte wie Mengenverständnis und Zahlbegriffe. Die Möglichkeit, zwischen zwei bis drei Schwierigkeitsstufen zu wählen, erlaubt eine individuelle Anpassung an die Zone der aktuellen Entwicklung der Lernenden.

Diese Eigenschaften machen sie zu einer soliden Ressource für die mathematische Kompetenzentwicklung im Kindergarten. Allerdings könnten eine stärkere Berücksichtigung von Handlungsaspekten und differenziertere Hilfestellungen die didaktische Wirksamkeit weiter verbessern.

3 Diskussion

Im folgenden Kapitel erfolgt die Beantwortung der zentralen Fragestellung, gefolgt von einer ausführlichen Interpretation der wichtigsten Ergebnisse dieser Arbeit, ergänzt durch Prämissen.

3.1 Beantwortung der Fragestellung

Die Fragestellung «Welche Lern-Apps eignen sich, um grundlegende mathematische Konzepte aufzubauen, Handlungsaspekte anzuwenden und Kompetenzen in den entsprechenden Bereichen zu fördern?» zeigt, dass keine der untersuchten Lern-Apps alle fachdidaktischen Anforderungen, die als Kriterien für die Analyse herangezogen wurden, in vollem Umfang erfüllt.

- Die Lern-App ANTON bietet eine breite Aufgabenvielfalt, trägt jedoch kaum zu einem nachhaltigen Lernzuwachs bei. Der fehlende curriculare Aufbau, das nicht adaptive Reagieren und die mangelnde systematische Förderung zentraler mathematischer Kompetenzen verhindern, dass die Lernenden ein solides mathematisches Verständnis entwickeln können. Nach Müller-Oppliger und Weingand (2021) passt adaptives Lernen die Art der Wissensvermittlung an den Wissensstand und die Fähigkeiten der Lernenden an, um einen ihren Fähigkeiten entsprechenden optimalen Lernerfolg zu erzielen. Zudem tragen Aufgaben nur dann zum Lernerfolg bei, wenn alle Lernenden einen Einstieg finden. Diese Anforderungen erfüllt die Lern-App nicht, da sie weder differenzierte Zugänge ermöglicht noch eine individuelle Förderung oder gezielte Herausforderungen bietet.

- Die Lern-App Appolino fördert grundlegende mathematische Konzepte wie Mengenverständnis und Zählprinzipien systematisch und anschaulich. Aufgaben wie «Zahlen bauen 20» stärken das Teil-Ganzes-Schema und fördern ein flexibles Mengenverständnis. Zählprinzipien wie Eins-zu-eins-Zuordnung, stabile Reihenfolge und Abstraktionsprinzip werden durch klare Verknüpfungen von Klötzen, Zahlen und Ziffern unterstützt. Allerdings fehlen soziale Interaktionen und komplexere Handlungsaspekte wie Erklären und Argumentieren, was die Motivation der Lernenden beeinträchtigen könnte. Die fehlenden adaptiven Elemente und systematischen Einführungen schränken die individuelle Förderung ein und reduzieren die Gesamteffektivität der Lern-App.
- Die Lern-App Blitzrechnen unterstützt zentrale Zählprinzipien wie Eins-zu-eins-Zuordnung, Kardinalprinzip und stabile Reihenfolge. Das Zunahme-Abnahme-Schema wird praxisnah vermittelt, wodurch Lernende Mengenveränderungen anschaulich verstehen können. Die Aufgaben fördern mathematische Kompetenzen im Bereich «Zahl und Variable» und stärken die Automatisierung von Strategien. Differenzierte Schwierigkeitsstufen erlauben eine Anpassung an individuelle Entwicklungsstände. Allerdings bleibt die Förderung eines tieferen Verständnisses mathematischer Konzepte und sozialer Interaktionen begrenzt.

Die Lern-Apps ANTON, Appolino und Blitzrechnen weisen unterschiedliche Stärken und Schwächen im Bereich der mathematischen Lernprozesse auf. ANTON fehlt ein curriculärer Aufbau und eine systematische Förderung zentraler mathematischer Kompetenzen, was einen nachhaltigen Lernzuwachs erschwert. Appolino fördert grundlegende mathematische Konzepte wie Mengenverständnis und Zählprinzipien effektiv, während Blitzrechnen zentrale Zählprinzipien unterstützt. Alle drei Apps zeigen Defizite bei der Förderung sozialer Interaktionen. Auch Hattie (2023) weist darauf hin, dass Partnerarbeit am Computer effektiver ist als die alleinige Nutzung. Weiter werden auch Handlungsaspekte wie Erklären und Argumentieren nicht zum Tragen. Zudem reagieren sie nicht adaptiv, was die individuelle Förderung der Lernenden einschränkt.

Für eine nachhaltige mathematische Kompetenzentwicklung fehlt den Lern-Apps die Kombination aus adaptiver Förderung, sozialer Interaktion und tieferem Konzeptlernen, die zentral für effektives Lernen ist.

3.2 Ausführliche Interpretationen

Nachfolgend werden die Analysen ausführlich interpretiert und durch Prämissen in einen grösseren Zusammenhang gestellt.

3.2.1 Potenziale digitaler Medien

Digitale Ressourcen bieten wichtige Chancen, besonders wenn sie adaptiv und fachdidaktisch fundiert gestaltet sind. Sie ermöglichen Lernanlässe, die individuell an das Vorwissen der Lernenden anknüpfen und Annäherungen an abstrakte Konzepte erleichtern. Solche reichhaltigen, differenzierenden Lernanlässe können verschiedene Lösungswege, Argumente und Zahlenräume einbeziehen, was für die individuelle Lernplanung und Differenzierung von grosser Bedeutung ist (Hess et al., 2022; Hess, 2023a).

Ein Vorteil digitaler Medien ist auch das unmittelbare Feedback, das den Lernenden eine schnelle Orientierung über ihren Lernstand gibt. Adaptive Lern-Apps können zudem gezielt Schwächen ausgleichen und die Kompetenzentwicklung unterstützen, indem sie auf individuelle Bedürfnisse eingehen (Sailer, 2024).

Adaptiv gestaltete Lern-Apps, die individuelles Feedback und differenzierte Lernanlässe bieten, fördern durch die Berücksichtigung des Vorwissens und der aktuellen Performanz der Lernenden sowie durch gezielte Lernimpulse die nachhaltige Entwicklung mathematischer Kompetenzen.

3.2.2 Herausforderungen digitaler Lern-Apps

Die analysierten Lern-Apps bleiben hinter den Anforderungen an fachdidaktisch fundiertes Lernen zurück. Häufig basieren sie auf einem veralteten Übungsverständnis oder reproduktiven Belehrungskonzepten (Grundschule II, 2022). Besonders kritisch ist das Fehlen visueller Hilfestellungen wie interaktives Zeigen, Hervorheben oder Benennen. Stattdessen erfolgt die Unterstützung ausschliesslich verbal und durch gleiche Wiederholungen, was gerade im Zyklus 1 mit sprachentwicklungsbedingten Hürden verbunden ist.

Die Aufgaben beschränken sich auf die ikonische Repräsentationsebene und verzichten auf die Förderung mentaler Vorstellungen durch Übersetzungsleistungen zwischen verschiedenen Darstellungsebenen.

Lern-Apps sollten visuelle Hilfestellungen, eine Ergebnisdokumentation sowie Möglichkeiten zum Wechsel zwischen verschiedenen Repräsentationsebenen bieten, um zentrale Anforderungen an fachdidaktisches Lernen zu erfüllen und kooperative Reflexionsprozesse zu fördern.

3.2.3 Kompetenzorientierung in mathematischen Lernprozessen

Ein Beispiel für Kompetenzorientierung zeigt, wie Kinder in Lerntandems dieselben Arbeitsblätter bearbeiten, ihre Lösungen vergleichen und dabei Anschauungsmaterial nutzen. Sie erklären und argumentieren miteinander, bis sie zu einer gemeinsamen Einigung gelangen.

Dabei wenden sie verschiedene Handlungsaspekte wie Handeln, Darstellen, Erforschen und Begründen an (Hess, 2013). Solche dialogischen und reflektierenden Lernprozesse fördern das Verstehen und Anwenden mathematischer Konzepte nachhaltig.

Mit den analysierten Lern-Apps werden solche Prozesse nicht mitgedacht. Nach der Bearbeitung verschwinden die Aufgaben und Ergebnisse bleiben für die Lernenden nicht sichtbar, was den zentralen Handlungsaspekt des Vergleichens ausschliesst. Dieser Aspekt ist jedoch essenziell für die Entwicklung mathematischer Kompetenzen (Hess, 2019).

Lern-Apps müssen Ergebnisse sichtbar machen und dialogische Lernprozesse ermöglichen, um zentrale Handlungsaspekte wie Vergleichen und Argumentieren zu fördern, die essenziell für die nachhaltige Entwicklung mathematischer Kompetenzen sind.

3.2.4 Relevanz für das mathematische Lernen

Der Lehrplan 21 betont, dass Lernende mathematische Konzepte entlang der Handlungsaspekte wie Operieren, Benennen, Erforschen, Argumentieren und Darstellen erarbeiten sollen (Hess, 2023a). Besonders der Aspekt des Vergleichens spielt dabei eine Schlüsselrolle, da er es ermöglicht, eigene Lösungswege kritisch zu hinterfragen und zu verbessern (Hess, 2019).

Sozial-interaktive Lernaktivitäten, die kooperatives Lernen fördern, zeigen nachweislich den höchsten Lernerfolg (SWK, 2022). Solche kollaborativen Prozesse machen Lernstrategien sichtbar und unterstützen den Aufbau von Kompetenzen – ein Ansatz, der die analysierten Lern-Apps nicht bieten.

Lern-Apps sollten kooperatives Lernen und sozial-interaktive Lernaktivitäten fördern, um die Anforderungen des Lehrplan 21 zu erfüllen und zentrale Handlungsaspekte angemessen zu unterstützen.

3.2.5 Empfehlungen für die Praxis

Für eine kompetenzorientierte Lernkultur im Unterricht bedarf es:

- der Bereitschaft der Lehrperson, aktiv zu beobachten und individuelle Lehr-/Lerngespräche zu führen (Hess, 2013),
- der Gestaltung reichhaltiger und differenzierender Lernanlässe, die Raum für individuelle Zugänge und kooperative Prozesse schaffen (Hess, 2012),
- der Integration von Lern-Apps, die sowohl kognitive als auch soziale Lernprozesse unterstützen.

Lern-Apps sollten darauf ausgelegt sein, dialogische Lernsettings zu ermöglichen und den Austausch zwischen Lernenden zu fördern. Dies könnte durch Funktionen wie das gemeinsame Bearbeiten von Aufgaben oder das Teilen und Vergleichen von Ergebnissen unter-

stützt werden. Lehrpersonen spielen eine zentrale Rolle beim Einsatz von digitalen Lernmedien.

Lehrpersonen sollen Lern-Apps durch differenzierende Funktionen unterstützen und als ergänzende Werkzeuge im projektorientierten Unterricht gezielt eingesetzt werden, um eine kompetenzorientierte Lernkultur zu stärken.

3.3 Fazit und Ausblick

Digitale Lern-Apps können ein wertvolles Werkzeug zur Unterstützung von Lernprozessen sein, wenn sie fachdidaktisch fundiert gestaltet sind. Sie sollten nicht nur kognitive Prozesse fördern, sondern auch soziale Interaktionen ermöglichen, um nachhaltiges und kompetenzorientiertes Lernen zu gewährleisten. Für die Zukunft wären weiterführende Studien zur Optimierung von Lern-Apps empfehlenswert, die gezielt die Kombination von adaptiven, visuellen und sozialen Lernanlässen untersuchen.

Literaturverzeichnis

- ANTON (2024). *Lernplattform für Schülerinnen und Schüler*. Abgerufen am 27. November 2024 von <https://anton.de>
- Atabay, I. (2012). *Zwischen Islamismus und Patchwork* (Bd. 21). Centaurus Verlag & Media. <https://doi.org/10.1007/978-3-86226-963-1>
- Bachmann, H. (2014). *Kompetenzorientierte Hochschullehre*. hep Verlag.
- Bosshard, B. (2019). Kinder und Jugendliche in einer digitalisierten Welt. In Eidgenössische Kommission für Kinder- und Jugendfragen EKKJ (Hrsg.), *Aufwachsen im digitalen Zeitalter* (S. 6 - 8). Verfügbar unter: https://ekkj.admin.ch/fileadmin/user_upload/ekkj/02publikationen/Berichte/d_2019_EKKJ_Bericht_Digitalisierung.pdf
- Burow, O.-A. (2019). *Schule digital, wie geht das?*. Beltz.
- Brandt, B., Bröll, L. & Dausend, H. (Hrsg.). (2022). *Digitales Lernen in der Grundschule III*. Waxmann.
- Dausend, H. (2018). *Digitale Medien im Grundschulunterricht gezielt einsetzen: Spielerisches Lernen mit Lern-Apps & Co. Fertige Stundenentwürfe zu Mathe, Deutsch, Englisch, Sachunterricht, Sport, Kunst und Ethik – so einfach geht's!* Cornelsen.
- Deutschschweizer Erziehungsdirektoren-Konferenz (2016). *Gesamtausgabe*. D-EDK. Verfügbar unter: https://zg.lehrplan.ch/container/ZG_DE_Gesamtausgabe.pdf
- Döbeli Honegger, B. (2016). *Mehr als 0 und 1*. hep Verlag.
- D-EDK. (2016). *Gesamtausgabe Lehrplan 21*. Deutschschweizer Erziehungsdirektoren-Konferenz.
- Genner, S. (2024). *ABC Digital – Das digitale Zeitalter verstehen*. Stämpfli Verlag
- Gimpel, H., Hall, K., Decker, S., Eymann, T., Lämmermann, L., Mäde, A., Röglinger, M., Ruiner, C., Schoch, M., Schoop, M., Urbach, N. & Vandirk, S. (2023). *Unlocking the Power of Generative AI Models and Systems such as GPT-4 and ChatGPT for Higher Education: A Guide for Students and Lecturers*. Universität Hohenheim
- Graf, N., Gramss, D. & Edelkraut, F. (2022). *Agiles Lernen: Neue Rollen, Kompetenzen und Methoden im Unternehmenskontext* (3.). Haufe Group.
- Grevsmühl, U. (1995). *Handlungsorientierung und Veranschaulichung*. In Universität Tübingen (Hrsg.), *Didaktisches Begleitheft zum Fernstudienlehrgang Mathematik für Grundschullehrer – Orientierungsstufe* (S. 17–21). Universität Tübingen. Verfügbar unter <https://www.grevsmuehl.de/material/forschung/2-1%20Allgemeine>

[%20Studien/DIFF-Heft-%20PDFs/2.%20Handlungsorientierung%20und%20Veranschaulichung.pdf](#)

- Griffith, S. F., Hagan, M. B., Heymann, P., Heflin, B. H. & Bagner, D. M. (2020). Lern-Apps as learning tools: A systematic review. *Pediatrics*, 145(1), e20191579. <https://doi.org/10.1542/peds.2019-1579>
- Hattie, J. (2023). *Visible Learning: The Sequel: A Synthesis of Over 2,100 Meta-Analyses Relating to Achievement* (1. Aufl.). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781003380542>
- Hess, K. (2012). *Kinder brauchen Strategien – Eine Sicht auf mathematisches Verstehen*. Kallmeyer in Verbindung mit Klett
- Hess, K. (2019). *Mathe treiben im Kindergarten*. PH Zug, Broschürenreihe Mitarbeitende
- Hess, K. (2023a). *Wenn es harzt und stockt beim Mathelernen: Orientierung an Schlüsselkompetenzen*. PH Zug.
- Hess, K. (2023b). *Wenn es harzt und stockt beim Mathelernen: Orientierung an Schlüsselkompetenzen* [Beilage 1]. PH Zug.
- Heymann, H.W. (2021). Taugen die 4K als Leitidee für Schule. *Pädagogik*, 1 (12), S. 39–42.
- Jenni, O. (2021). *Die kindliche Entwicklung verstehen: Praxiswissen über Phasen und Störungen*. Springer Berlin Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-62448-7>
- Klett Verlag. (o. J.). *Blitzrechnen 0: Lern-App für iOS und Android | Klasse 1*. Verfügbar unter: <https://www.klett.de/produkt/isbn/ECN60024APA99>
- Köller, O., Thiel, F., van Ackeren, I., Anders, Y., Becker-Mrotzek, M., Cress, U., Diehl, C., Kleickmann, T., Lütje-Klose, B., Prediger, S., Seeber, S., Ziegler, B., Kuper, H., Stanat, P., Maaz, K. & Lewalter, D. (2022). *Digitalisierung im Bildungssystem: Handlungsempfehlungen von der Kita bis zur Hochschule. Gutachten der Ständigen Wissenschaftlichen Kommission der Kultusministerkonferenz (SWK)* (S. 185 pages). SWK : Bonn. <https://doi.org/10.25656/01:25273>
- Krauthausen, G. (2018). *Einführung in die Mathematikdidaktik – Grundschule*. Springer Berlin Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-54692-5>
- Külling, C., Waller, G., Suter, L., Willemse, I., Bernath, J., Skirgaila, P., Streule, P. & Süss, D. (2022). *JAMES – Jugend, Aktivitäten, Medien – Erhebung Schweiz*. Zürcher Hochschule für Angewandte Wissenschaften. Verfügbar unter: <https://www.zhaw.ch/de/psychologie/forschung/medienspsychologie/mediennutzung/james/>

Landeshauptstadt München, Referat für Bildung und Sport. (2015). *Tablets im Einsatz: Medienpädagogische Praxis-Inspirationen aus dem Projekt „Multimedia-Landschaften für Kinder“*. München: Herausgeberin. Abgerufen von www.muenchen.de/kita

- Landesmedienzentrum Baden-Württemberg. (o.J.). *SAMR-Modell: Pädagogische Überlegungen zu Virtual und Augmented Reality*. Abgerufen am 3. Dezember 2024, von <https://www.lmz-bw.de/medienbildung/themen-von-f-bis-z/virtual-und-augmented-reality/paedagogische-ueberlegungen>
- Lehrmittelverlag St. Gallen (2024) *Appolino 2.0*. Abgerufen am 9.12.2024 von <https://lehrmittelverlag.ch/cms/verlag/verlagsprogramm/Appolino/>
- Lötscher, H., Naas, M. & Roos, M. (Hrsg.). (2023). *Kompetenzorientiert beurteilen* (2. Aufl.). hep Verlag. <https://doi.org/10.36933/9783035522723>
- Merz, T. (2019). Die eigentliche digitale Transformation für die Schule steht noch bevor. In Eidgenössische Kommission für Kinder- und Jugendfragen EKKJ (Hrsg.), *Aufwachsen im digitalen Zeitalter* (S. 30 – 36). Verfügbar unter: https://ekkj.admin.ch/fileadmin/user_upload/ekkj/02publikationen/Berichte/d_2019_EKKJ_Bericht_Digitalisierung.pdf
- Müller-Oppliger, V. & Weingand, G. (2021). *Handbuch Begabung*. Weinheim: Beltz.
- Paass, G. & Hecker, D. (2021). *KI und ihre Chancen, Herausforderungen und Risiken*. Springer.
- Puentedura, R. R. (2006). The SAMR model. *ResearchGate*. Abgerufen von <https://www.researchgate.net/> (3.12.2024)
- Rietmann, S., Sawatzki, M. & Berg, M. (Hrsg.). (2019). *Beratung und Digitalisierung: Zwischen Euphorie und Skepsis* (Bd. 15). Springer Fachmedien Wiesbaden. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-25528-2>
- Sailer, M., Maier, R., Berger, S., Kastorff, T. & Stegmann, K. (2024). Learning activities in technology-enhanced learning: A systematic review of meta-analyses and second-order meta-analysis in higher education. *Learning and Individual Differences*, 112, 102446. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2024.102446>
- Sliwka, A. & Klopsch, B. (2022). *Deeper Learning in der Schule*. Julius Beltz GmbH.
- Trabandt, S. (2019). Tablets in Kindertagesstätten: Was sich von internationalen Studien lernen lässt. *MedienPädagogik: Zeitschrift für Theorie und Praxis der Medienbildung*. Abgerufen von www.medienpaed.com
- Volland, B., Wimmer, K., Weber, M., Buchser-Heer, N., Jeitziner, M., Klausling, A., Ziörjen, I., Ritz, M. E. & Graber, S. (2021). *Digitalisierung in der Bildung*. educa.
- Wampfler, Ph. (2022). Digitales Lernen in der Grundschule III. In B. Brandt, L. Bröll & H. Dausend (Hrsg.), *Postdigitaler Unterricht an der Grundschule* (S. 40 – 53). Waxmann.

World Economic Forum (2016). *New Vision for Education*. WEF. Verfügbar unter: https://www3.weforum.org/docs/WEF_New_Vision_for_Education.pdf

World Economic Forum (2019). *Schools of the Future*. WEF. Verfügbar unter: <https://www.weforum.org/publications/schools-of-the-future-defining-new-models-of-education-for-the-fourth-industrial-revolution/>

World Economic Forum (2023). *Defining Education 4.0: A taxonomy for the future of learning*. WEF. Verfügbar unter: <https://es.weforum.org/publications/defining-education-4-0-a-taxonomy-for-the-future-of-learning/>

Ziervogel, L. (2023). Schulen im 21. Jahrhundert – wie der Wandel von der analogen zur digitalen Schule gelingen kann. In N. Anderegg, A. Knies, & L. Jesacher-Rössler (Hrsg.), *Leadership for Learning – gemeinsam Schulen lernwirksam gestalten*. (S. 277 – 292). hep Verlag. (<https://doi.org/10.36933/9783035523010>)

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1. SAMR Modell nach Pentedura (2006, zitiert nach Landesmedienzentrum Baden-Württemberg).....	18
Abbildung 2. Eigene Darstellung der Analysekriterien der Lern-Apps.....	19
Abbildung 3. Logo der ANTON-Lern-App.....	19
Abbildung 4. ANTON-Lern-App – «Zahlen erkennen», Übungsblock 1, Aufgabe 1.....	20
Abbildung 5. ANTON-Lern-App – «Zahlen erkennen», Übungsblock 1, Aufgabe 4.....	21
Abbildung 6. ANTON-Lern-App – Aufgabe aus «Zahlen von 0 bis 1», Übungsblock 1, Aufgabe 1.....	23
Abbildung 7. ANTON-Lern-App – Aufgabe aus «Zahlen von 0 bis 1», Übungsblock 1, Aufgabe 4.....	23
Abbildung 8. Logo der Lern-App Appolino.....	25
Abbildung 9. Lern-App Appolino – Aufgabe aus «Zahlen bauen 20».....	26
Abbildung 10. Lern-App Appolino– Aufgabe aus «Zahlen ordnen 20».....	27
Abbildung 11. Logo der Lern-App Blitzrechnen 0.....	30
Abbildung 12. Blitzrechnen Lern-App – Aufgabe aus «Wie viele».....	31
Abbildung 13. Blitzrechnen Lern-App – Aufgabe aus «Wie viele jetzt».....	31

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1 Die Kompetenzbereiche und Handlungsaspekte im Überblick	8
Tabelle 2 Eigene Darstellung und Ergänzungen des EISS-Prinzips nach Hess	11
Tabelle 3 Grundlegende Konzepte der Mathematikdidaktik in Kürze	14
Tabelle 4 Kompetenzbereiche und Handlungsaspekte gemäss Lehrplan 21 in Kürze	16
Tabelle 5 Grundlegende Konzepte der Mathematikdidaktik im Detail	43
Tabelle 6 Die Kompetenzbereiche und Handlungsaspekte im Überblick im Detail	45

Tabelle 7 Die Kompetenzbereiche und Handlungsaspekte im Überblick im Detail.....45

Anhang

Tabelle 5

Grundlegende Konzepte der Mathematikdidaktik im Detail (Hess, 2012)

Fachdidaktik Mathematik		Schwerpunkt Kindergarten (bis 1. Klasse)		
Grundlegende Konzepte – 4 Inhaltsbereiche:				
Pränumerische Operationen				
<p>Ordnungssysteme finden und Muster legen (S. 38ff)</p> <p>Pränumerische Operationen erklären den Aufbau mathematischen Denkens und passen ins Curriculum des Kindergartens. Sie stellen keine hinreichende Voraussetzung für das «Rechnen mit Zahlen» (Hess, 2012, S. 37)</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Seriations-Operationen: beschreiben die Fähigkeit, Objekte in eine Reihenfolge zu bringen, basierend auf einem oder mehreren Merkmalen wie Grösse, Länge, Gewicht oder Farbe. - Klassifikations-Operationen: Klassifikations-Operationen bezeichnen die Fähigkeit, Objekte nach gemeinsamen Merkmalen zu gruppieren oder zu kategorisieren. Dabei erkennen Kinder, dass Objekte gleichzeitig mehreren Kategorien angehören können. 			
Mengenverständnis				
<p>Veränderungen und Beziehungen von und zwischen Mengen verstehen (S. 68f)</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Kardinalitätsprinzip: Die letzte Zahl beim Zählen gibt die Anzahl der Objekte in der Menge an. - Unpräzises Vergleichsschema: Kinder erkennen, ob eine Menge grösser, kleiner oder gleich einer anderen ist, ohne genau zu zählen. - Zunahme-Abnahme-Schema: Kinder verstehen, dass eine Menge grösser wird, wenn etwas hinzugefügt wird, und kleiner, wenn etwas weggenommen wird. - Teil-Ganzes-Schema: Kinder begreifen, dass eine Menge in Teile zerlegt werden kann und die Gesamtheit gleich der Summe der Teile bleibt. 			
Aspekte des Zahlbegriffs:				
<p>Zählzahl und Anzahl unterscheiden, Zahlbeziehungen nutzen (S. 51f)</p>	Zahlaspekte des Zahlbegriffs			
	Zahlaspekt	Kurzerklärung	Beispiel	Frage
	Codierzahlaspekt	Labelfunktion, Identifizierung	Codestreifen, Telefonnummer, Postleitzahl	Wie heisst/lautet?
	Ordinalzahlaspekt	Reihenfolge, Ordnung	Die 3. Säule, der 5. Rang	An welcher Stelle?
	Kardinalzahlaspekt	Anzahl, Menge	Gib mir 3 Knöpfe	Wie viele sind es?
	Relationszahlaspekt	Differenz zwischen Zahlen	Ida hat 3 Bälle. Max hat 2 mehr.	Wie viele hat Max mehr als Ida?
Operatorzah-	Vielfache	Lea isst 3 Bee-	Wie viele isst	

	laspekt		ren. Urs isst 3-mal mehr.	Peter?
	Masszahlaspekt	Bezeichnung von Grössen	Der Tisch ist 2 m lang. Er kostet 700 €.	Wie lang? Wie teuer?
	Rechenzahlaspekt	Mit Regeln der Arithmetik	Vertauschungsgesetz: $5 + 3 = 3 + 5$	-

Zählentwicklung:

Verbale Zählkompetenzen erweitern und «Dinge» flexibel zählen (S. 56f)	Kompetenzstufen des verbalen Zählens (Fuson, 1988) <ul style="list-style-type: none"> - Phase 1: ganzheitliche Auffassung der Zahlwortfolge (string level) Singsang ohne Unterscheidung zwischen Zahlnamen - Phase 2: ungebrochenen bzw. unflexible Kette (unbreakable chain level) immer bei 1 beginnen - Phase 3: aufgebrochene bzw. flexible von jeder Zahl aus vorwärts/rückwärts zählen - Phase 4: Numerische Kette (Numerable Chain Level) zählen-des Rechnen möglich - Phase 5: Zweiseitige Durchlaufbarkeit (Bidirectional Chain Level) Kinder können die Zahlwortreihe sowohl vorwärts als auch rückwärts durchlaufen. Sie sind in der Lage, flexibel zwischen den Zahlen hin- und her zu zählen und verstehen die Beziehungen zwischen ihnen vollständig.
Zählprinzipien für konkrete Zählprozeduren und Verstehensleistungen (S. 57f)	<ol style="list-style-type: none"> 1. Prinzip: Eins-zu-eins-Zuordnung Jedes zu zählendes Objekt wird genau einem Zahlwort zugeordnet. Es darf keine Überschneidung oder Auslassung geben 2. Prinzip: Stabile Reihenfolge Die Zahlwörter müssen immer in der gleichen, korrekten Reihenfolge verwendet werden. <ul style="list-style-type: none"> • Prinzip: Kardinalprinzip Die Anzahl der Elemente bleibt unabhängig von ihrer Anordnung gleich. (bis ca. 4 Jahre) 3. Prinzip: Abstraktionsprinzip Es können beliebige Objekte gezählt werden, unabhängig von ihrer Art oder Beschaffenheit. 4. Prinzip: Irrelevanz der Anordnung Die Anordnung der Objekte spielt keine Rolle, das Ergebnis des Zählens bleibt gleich.
Zahlsymbole lesen, schreiben und ordnen (S. 60)	-

(Hess, 2012)

Fachbereichslehrplan Mathematik

Tabelle 6

Die Kompetenzbereiche und Handlungsaspekte im Überblick im Detail (D-EDK, 2016, S. 208)

		Kompetenzbereiche		
		Zahl und Variable	Form und Raum	Größen, Funktionen, Daten und Zufall
Handlungsaspekte	Operieren und Benennen			
	Erforschen und Argumentieren			
	Mathematisieren und Darstellen			

Tabelle 7

Die Kompetenzbereiche und Handlungsaspekte im Überblick im Detail

Zahl und Variable (Arithmetik und Algebra)

Zahlen ermöglichen das Bestimmen von Anzahlen und Reihenfolgen. Auf dem fundamentalen Prinzip des Stellenwertsystems gründen die Einsichten in Eigenschaften und Strukturen von Zahlen, Zahlmengen und Operationen. Damit können beliebig grosse und kleine Zahlen in der gewünschten Genauigkeit dargestellt werden. In der Algebra werden zusätzlich zu den Zahlen Variablen verwendet, um Strukturen und Beziehungen zu verallgemeinern. Ein Grundverständnis für Zahlen, Variablen, Operationen und Terme ist notwendig, um sich in der Welt von heute zu orientieren und diese mitzugestalten.

1. Anzahlen³

- **Definition:** Anzahlen beschreiben die Anzahl von Elementen einer Menge (z. B. durch Zählen).
- **Didaktischer Fokus:** Förderung des Verständnisses für Mengen und Zählprinzipien; Verknüpfung mit natürlichen Zahlen.

Lernziele aus Kompetenzbereich Arithmetik:

- **MA.1.A.2.a:** zählen bis zu 20 Elemente aus und zählen im Zahlenraum bis 10 von jeder Zahl aus vor- und rückwärts.
- **MA.1.C.1.a:** zeigen, wie sie zählen.
- **MA.1.A.1.a:** vergleichen Anzahlen mit verschiedenen angeordneten Elementen und verwenden die Begriffe grösser/kleiner; mehr/weniger; gleich viele; am meisten; am wenigsten.
- **MA.1.C.2.a:** stellen Anzahlen verschieden dar (z. B. mit Zählstrichen oder Punkten) und ordnen verschieden an.

³ Die insgesamt vier arithmetischen Kompetenzen, hier blau dargestellt, bilden eine Einheit und haben den Status absoluter Priorität, weil sie immer wieder erweitert und vertieft werden müssen und weil sie Schlüsselfunktionen im kumulativen Aufbau mathematischen Lernens haben. Sie sind massgeblich dafür verantwortlich, ob das weitere mathematische Lernen erfolgreich verläuft oder in einer Sackgasse namens Rechenschwäche endet (Krajewski 2003; Krajewski & Schneider 2006, zitiert nach Hess, 2019).

2. Zahlenfolgen mit natürlichen, ganzen und gebrochenen Zahlen

- **Definition:** Reihenfolge von Zahlen gemäss festgelegter Regeln (z. B. arithmetische oder geometrische Folgen).
- **Didaktischer Fokus:** Erkennen von Mustern und Strukturen, Verbindung zur Algebra.

3. Zehnersystem bzw. Stellenwertsystem

- **Definition:** Dezimalsystem mit Basis 10, in dem die Position einer Ziffer ihren Wert bestimmt.
- **Didaktischer Fokus:** Verständnis für die Stellenwerte (Einer, Zehner, Hunderter); Rechenstrategien.

4. Zahlvorstellungen und -darstellungen⁴

- **Definition:** Mentale Bilder und Modelle zu Zahlen (z. B. Zahlenstrahl, Würfelbilder, Rechenstriche).
- **Didaktischer Fokus:** Entwicklung eines flexiblen, vernetzten Zahlbegriffs.

Lernziele aus Kompetenzbereich Arithmetik:

- **MA.1.C.2.a:** stellen Anzahlen verschieden dar (z. B. mit Zählstrichen oder Punkten) und ordnen verschieden an (z. B. mit Zählstrichen auf der Linie und als Würfelbilder in der Fläche verteilt).

5. Rechengesetze und Rechenvorteile

- **Definition:** Regeln wie Kommutativ-, Assoziativ- oder Distributivgesetz; Strategien zur Vereinfachung von Rechnungen.
- **Didaktischer Fokus:** Erkennen von Gesetzmässigkeiten und effizienten Strategien.

6. Grundrechenarten (Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren, Dividieren, Potenzieren)

- **Definition:** Grundoperationen der Arithmetik und ihre Erweiterung auf Exponenten.
- **Didaktischer Fokus:** Verständnis und Anwendung der Operationen in verschiedenen Zahlbereichen.

7. Überschlagen, Runden

- **Definition:** Näherungsweise Bestimmung von Ergebnissen durch Vereinfachung.
- **Didaktischer Fokus:** Förderung von Zahlensinn und Abschätzungsfähigkeiten.

8. Beziehungen zwischen Operationen und Ergebnissen

- **Definition:** Zusammenhang zwischen Grundoperationen (z. B. Addition als Umkehrung der Subtraktion).
- **Didaktischer Fokus:** Förderung eines integrierten Verständnisses der Operationen.

Form und Raum (Geometrie)

Punkte, Linien, Figuren und Körper bzw. deren Eigenschaften, Beziehungen und Muster sind Gegenstand des Kompetenzbereichs Form und Raum. Beispiele aus dem Alltag (z.B. in der Architektur, Kunst, Technik und Natur) können veranlassen, geometrische Objekte anzuschauen, zu deuten, zu verändern, darzustellen und in Beziehung zu setzen. Tragfähige arithmetische Zahlvorstellungen werden durch geometrische Darstellungen unterstützt. Umgekehrt lassen sich geometrische Objekte und deren Eigenschaften mit Hilfe von Zahlen, Variablen oder Termen beschreiben. Die Übergänge zwischen Form und Raum und den beiden andern Kompetenzbereichen sind fließend.

⁴ Die insgesamt vier arithmetischen Kompetenzen, hier blau dargestellt, bilden eine Einheit und haben den Status absoluter Priorität, weil sie immer wieder erweitert und vertieft werden müssen und weil sie Schlüsselfunktionen im kumulativen Aufbau mathematischen Lernens haben. Sie sind massgeblich dafür verantwortlich, ob das weitere mathematische Lernen erfolgreich verläuft oder in einer Sackgasse namens Rechenschwäche endet (Krajewski 2003; Krajewski & Schneider 2006, zitiert nach Hess, 2019).

1. Orientierung im Raum

- **Definition:** Fähigkeit, sich selbst oder Objekte in einer räumlichen Umgebung zu lokalisieren und zu bewegen.
- **Didaktischer Fokus:** Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens, z. B. durch Kartenlesen oder Perspektivwechsel.

2. Eigenschaften von Figuren und Körpern

- **Definition:** Untersuchung von Merkmalen wie Symmetrie, Seitenverhältnissen oder Winkeln.
- **Didaktischer Fokus:** Förderung von Klassifikationsfähigkeiten und Verständnis geometrischer Begriffe.

3. Skizzen, Zeichnungen und Konstruktionen

- **Definition:** Darstellung von Figuren und Körpern durch Freihandzeichnungen, exakte Zeichnungen oder Konstruktionen mit Werkzeugen.
- **Didaktischer Fokus:** Förderung des visuellen und handlungsorientierten Zugangs zur Geometrie.

4. Operationen mit Figuren und Körpern (Drehen, Verschieben, Spiegeln)

- **Definition:** Transformationen von Figuren und Körpern in der Ebene oder im Raum.
- **Didaktischer Fokus:** Verständnis von Symmetrie, Kongruenz und Ähnlichkeit.

5. Flächeninhalt und Umfang von Figuren sowie Volumen und Oberflächen von Körpern

- **Definition:** Messung und Berechnung von Flächen, Umfängen, Volumina und Oberflächen.
- **Didaktischer Fokus:** Entwicklung von Konzepten wie Masszahl, Einheit und Formeln.

6. Geometrische Gesetzmässigkeiten und Muster

- **Definition:** Erkennen und Beschreiben von Regelmässigkeiten und Zusammenhängen in geometrischen Strukturen.
- **Didaktischer Fokus:** Förderung des mathematischen Denkens durch Musterbildung und Symmetrie.

7. Modelle in der Ebene und im Raum

- **Definition:** Vereinfachte Darstellungen von realen Objekten oder Situationen (z. B. Modellbau, Pläne).
- **Didaktischer Fokus:** Anwendung geometrischer Konzepte zur Problemlösung in realen Kontexten.

8. Lagebeziehungen und Koordinaten von Figuren und Körpern

- **Definition:** Beschreibung der Position und Beziehung von Objekten mithilfe von Koordinatensystemen.
- **Didaktischer Fokus:** Verbindung von Algebra und Geometrie, Entwicklung analytischer Methoden.

Grössen, Funktionen, Daten und Zufall

Der Kompetenzbereich Grössen, Funktionen, Daten und Zufall beschäftigt sich mit Phänomenen aus der Umwelt. Dabei geht es um quantifizierbare Aspekte, die sich mithilfe von Zahlen erforschen und beschreiben sowie mit Tabellen, Graphen, Texten oder Diagrammen darstellen lassen.

- Grössen beziehen sich u.a. auf Längen, Flächeninhalte, Volumen, Gewichte bzw. Massen, Geldbeträge, Zeitpunkte und Zeitdauern. Sie werden mit Masszahlen beschrieben.
- Funktionen beschreiben Beziehungen zwischen zwei Grössen (z.B. zwischen Preis und Gewicht).

- Daten lassen sich mit Methoden der Statistik auswerten.
- Zufall bezieht sich auf Zufallsexperimente und Kombinatorik.

1. Eigenschaften von Objekten (Länge, Fläche, Volumen, Gewicht)

- **Definition:** Eigenschaften beschreiben messbare Aspekte von Objekten, die durch geeignete Einheiten ausgedrückt werden können.
- **Didaktischer Fokus:** Förderung des Verständnisses für Messkonzepte und Grössenordnungen.

2. Grössen bestimmen und mit ihnen rechnen

- **Definition:** Quantifizierung von Eigenschaften und Verwendung der Ergebnisse in Berechnungen.
- **Didaktischer Fokus:** Entwicklung von Strategien zum Umrechnen von Einheiten und Anwenden von Formeln.

3. SI-Einheiten (z. B. Längenmasse: km, m, dm, cm, mm)

- **Definition:** Standardisierte Einheiten zur Messung physikalischer Grössen.
- **Didaktischer Fokus:** Verständnis der Einheitenhierarchie und deren Umrechnung.

4. Kombinatorik in konkreten Situationen

- **Definition:** Untersuchung von Möglichkeiten, Objekte zu ordnen, auszuwählen oder zu kombinieren.
- **Didaktischer Fokus:** Förderung von Problemlösefähigkeiten durch systematisches Zählen und Strukturieren.

5. Datenerhebungen und -analysen

- **Definition:** Sammeln, Darstellen und Auswerten von Daten aus realen oder simulierten Situationen.
- **Didaktischer Fokus:** Entwicklung statistischer Kompetenzen (z. B. Mittelwert, Streuung, Diagramme).

6. Wahrscheinlichkeiten im Alltag und in Zufallsexperimenten

- **Definition:** Untersuchung von Zufallsereignissen und deren Auftretenswahrscheinlichkeit.
- **Didaktischer Fokus:** Entwicklung von intuitiven und mathematischen Vorstellungen zu Wahrscheinlichkeit.

7. Funktionen zur Beschreibung quantitativer Zusammenhänge

- **Definition:** Beziehungen zwischen zwei Variablen, bei denen einer Grösse eindeutig eine andere zugeordnet wird.
- **Didaktischer Fokus:** Förderung des Verständnisses für Abhängigkeiten und deren Modellierung.

8. Unterschiedliche Darstellungen funktionaler Zusammenhänge (Sprache, Tabelle, Term, Graph)

- **Definition:** Funktionen können verbal beschrieben, tabellarisch dargestellt, als Gleichung formuliert oder grafisch veranschaulicht werden.
- **Didaktischer Fokus:** Entwicklung von Übersetzungsfähigkeiten zwischen Darstellungsformen.

9. Lineare, proportionale und umgekehrt proportionale Zuordnungen

- **Definition:** Beziehungen zwischen Variablen, bei denen die eine Grösse proportional oder umgekehrt proportional zur anderen ist.
- **Didaktischer Fokus:** Verständnis für Skalierung und Verhältnisse (z. B. Dreisatz).

Operieren und Benennen

Beim Operieren werden Begriffe, Zahlen, Formen oder Körper in Beziehung gesetzt oder verändert und Ergebnisse festgehalten.

Das Benennen betont das Verwenden der mathematischen Fachsprache. Sie erleichtert eine klare Kommunikation und hilft, Missverständnisse zu vermeiden.

1. Zusammenhänge zum Rechnen nutzen

- **Definition:** Erkennen und Anwenden von Beziehungen zwischen Rechenoperationen (z. B. Umkehraufgaben, Zerlegungsstrategien).
- **Didaktischer Fokus:** Förderung effizienter Rechenstrategien und eines flexiblen Zahlenverständnisses.

2. Grundlegende Formeln und Gesetze anwenden (z. B. beim Umformen und Auswerten von Termen)

- **Definition:** Nutzung von mathematischen Gesetzen (z. B. Distributivgesetz) und Formeln zur Vereinfachung und Berechnung.
- **Didaktischer Fokus:** Förderung von algebraischem Denken und symbolischer Manipulation.

3. Ergebnisse berechnen (Kopfrechnen, mit Notieren eigener Rechenwege und schriftliche Verfahren)

- **Definition:** Nutzung verschiedener Rechenmethoden, vom Kopfrechnen bis zur schriftlichen Lösung.
- **Didaktischer Fokus:** Entwicklung flexibler und problemlösungsorientierter Rechenkompetenzen.

4. Automatisiertes Abrufen von Rechnungen (z. B. im Einspluseins und Einmaleins)

- **Definition:** Automatisierung grundlegender Rechenaufgaben zur Unterstützung komplexerer Prozesse.
- **Didaktischer Fokus:** Verbesserung der Rechengeschwindigkeit und Entlastung des Arbeitsgedächtnisses.

5. Grössen bezeichnen, umrechnen und schätzen

- **Definition:** Umgang mit verschiedenen Grössen und deren Umrechnung (z. B. Längenmasse, Zeit, Gewicht).
- **Didaktischer Fokus:** Entwicklung von Massvorstellungen und Schätzfähigkeiten.

6. Instrumente, Werkzeuge und Hilfsmittel sowie Messgeräte verwenden

- **Definition:** Einsatz von Geräten wie Lineal, Zirkel oder Taschenrechner für praktische und theoretische Aufgaben.
- **Didaktischer Fokus:** Förderung eines handlungsorientierten Zugangs zur Mathematik.

7. Begriffe und Symbole deuten und verwenden

- **Definition:** Verständnis und korrekte Anwendung mathematischer Fachsprache und Symbole.
- **Didaktischer Fokus:** Förderung präziser Kommunikation mathematischer Ideen.

8. Mit Formen operieren (zerlegen, zusammenführen, verschieben, drehen, spiegeln, vergrössern, verkleinern, überlagern)

- **Definition:** Manipulation geometrischer Objekte zur Untersuchung ihrer Eigenschaften und Beziehungen.
- **Didaktischer Fokus:** Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens und der geometrischen Intuition.

9. Skizzieren, zeichnen und Grundkonstruktionen ausführen

- **Definition:** Darstellung geometrischer Formen durch Skizzen, exakte Zeichnungen oder Konstruktionen.
- **Didaktischer Fokus:** Entwicklung von Genauigkeit, visueller Vorstellung und Problemlösefähigkeiten.

Erforschen und Argumentieren

Beim Erforschen und Argumentieren erkunden und begründen die Lernenden mathematische Strukturen. Dabei können beispielhafte oder allgemeine Einsichten, Zusammenhänge oder Beziehungen entdeckt, beschrieben, bewiesen, erklärt oder beurteilt werden.

1. Zusammenhänge zum Rechnen nutzen

- **Definition:** Erkennen und Anwenden von Beziehungen zwischen Rechenoperationen (z. B. Umkehraufgaben, Zerlegungsstrategien).
- **Didaktischer Fokus:** Förderung effizienter Rechenstrategien und eines flexiblen Zahlenverständnisses.

2. Grundlegende Formeln und Gesetze anwenden (z. B. beim Umformen und Auswerten von Termen)

- **Definition:** Nutzung von mathematischen Gesetzen (z. B. Distributivgesetz) und Formeln zur Vereinfachung und Berechnung.
- **Didaktischer Fokus:** Förderung von algebraischem Denken und symbolischer Manipulation.

3. Ergebnisse berechnen (Kopfrechnen, mit Notieren eigener Rechenwege und schriftliche Verfahren)

- **Definition:** Nutzung verschiedener Rechenmethoden, vom Kopfrechnen bis zur schriftlichen Lösung.
- **Didaktischer Fokus:** Entwicklung flexibler und problemlösungsorientierter Rechenkompetenzen.

4. Automatisiertes Abrufen von Rechnungen (z. B. im Einspluseins und Einmaleins)

- **Definition:** Automatisierung grundlegender Rechenaufgaben zur Unterstützung komplexerer Prozesse.
- **Didaktischer Fokus:** Verbesserung der Rechengeschwindigkeit und Entlastung des Arbeitsgedächtnisses.

5. Grössen bezeichnen, umrechnen und schätzen

- **Definition:** Umgang mit verschiedenen Grössen und deren Umrechnung (z. B. Längenmasse, Zeit, Gewicht).
- **Didaktischer Fokus:** Entwicklung von Massvorstellungen und Schätzfähigkeiten.

6. Instrumente, Werkzeuge und Hilfsmittel sowie Messgeräte verwenden

- **Definition:** Einsatz von Geräten wie Lineal, Zirkel oder Taschenrechner für praktische und theoretische Aufgaben.
- **Didaktischer Fokus:** Förderung eines handlungsorientierten Zugangs zur Mathematik.

7. Begriffe und Symbole deuten und verwenden

- **Definition:** Verständnis und korrekte Anwendung mathematischer Fachsprache und Symbole.
- **Didaktischer Fokus:** Förderung präziser Kommunikation mathematischer Ideen.

8. Mit Formen operieren (zerlegen, zusammenführen, verschieben, drehen, spiegeln, vergrössern, verkleinern, überlagern)

- **Definition:** Manipulation geometrischer Objekte zur Untersuchung ihrer Eigenschaften und Beziehungen.
- **Didaktischer Fokus:** Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens und der geometrischen Intuition.

9. Skizzieren, zeichnen und Grundkonstruktionen ausführen

- **Definition:** Darstellung geometrischer Formen durch Skizzen, exakte Zeichnungen oder Konstruktionen.
- **Didaktischer Fokus:** Entwicklung von Genauigkeit, visueller Vorstellung und Problemlösefähigkeiten.

Mathematisieren und Darstellen

Beim Mathematisieren werden Situationen und Texte in Skizzen, Operationen und Terme übertragen. Umgekehrt gilt es, Operationen, Terme und Skizzen zu konkretisieren bzw. zu veranschaulichen.

In mathematischen Kontexten bedeutet Mathematisieren, Beziehungen, Analogien oder Strukturen zu erkennen und durch Regeln, Gesetze oder Formeln zu verallgemeinern. Umgekehrt können Terme und Formeln visualisiert bzw. mit Modellen erläutert werden.

Das Darstellen von Erkenntnissen erfolgt sprachlich, bildhaft, graphisch abstrakt und formal oder auch konkret mit Gegenständen und Handlungen. Der Begriff Darstellen wird weit gefasst. Er umfasst alle Tätigkeiten, die Gedanken, Muster oder Sachverhalte nachvollziehbar, erkennbar oder verständlich machen.

1. Sich auf Unbekanntes einlassen, ausprobieren, Beispiele suchen

- **Definition:** Bereitschaft, neue mathematische Situationen explorativ und offen zu begegnen.
- **Didaktischer Fokus:** Förderung von Entdeckergeist, Problemlösekompetenzen und kreativer Herangehensweise.

2. Vermutungen und Fragen formulieren

- **Definition:** Entwicklung und Ausdruck von Hypothesen und Fragestellungen zu mathematischen Zusammenhängen.
- **Didaktischer Fokus:** Förderung des eigenständigen Denkens und der Fähigkeit, mathematische Probleme zu identifizieren.

3. Sachverhalte, Darstellungen und Aussagen untersuchen

- **Definition:** Analyse und kritische Bewertung von mathematischen Aussagen und Visualisierungen.
- **Didaktischer Fokus:** Entwicklung analytischer Fähigkeiten und kritischen Denkens.

4. Einer Frage durch Erheben und Analysieren von Daten nachgehen

- **Definition:** Systematische Datensammlung und -auswertung, um Antworten auf mathematische Fragen zu finden.
- **Didaktischer Fokus:** Förderung statistischer Kompetenzen und Datenverständnisses.

5. Zahlen, Figuren, Körper oder Situationen systematisch variieren

- **Definition:** Systematische Veränderungen von Parametern, um Zusammenhänge zu erkennen.
- **Didaktischer Fokus:** Förderung von Strukturverständnis und Mustererkennung.

6. Ergebnisse beschreiben, überprüfen, hinterfragen, interpretieren und begründen

- **Definition:** Reflexion und Überprüfung von Ergebnissen sowie deren Einordnung und Begründung.
- **Didaktischer Fokus:** Förderung von Argumentationsfähigkeit und mathematischer Präzision.

7. Muster entdecken, verändern, weiterführen, erfinden und begründen

- **Definition:** Erkennen, Gestalten und Analysieren von Strukturen und Regelmässigkeiten.
- **Didaktischer Fokus:** Förderung des kreativen und logischen Denkens.

8. Mit Beispielen und Analogien argumentieren

- **Definition:** Nutzung von Beispielen und Analogien zur Veranschaulichung und Begründung mathematischer Aussagen.
- **Didaktischer Fokus:** Entwicklung von Überzeugungskraft und Verstehen durch Vergleich.

9. Beweise führen

- **Definition:** Mathematische Aussagen durch logische Argumentation und formale Methoden belegen.
- **Didaktischer Fokus:** Förderung des deduktiven Denkens und der Präzision.