

Fetzer, Marei

Zur Sache! Mathematiklernen in einer Welt der Dinge

Leicht, Johanna [Hrsg.]; Schreyer, Patrick [Hrsg.]; Breidenstein, Georg [Hrsg.]; Heinzel, Friederike [Hrsg.]: Fachlichkeit und Interaktionspraxis im Unterricht. Ansätze und empirische Perspektiven. Bad Heilbrunn : Verlag Julius Klinkhardt 2025, S. 130-150. - (Studien zu Unterrichtsinteraktion und fachlichem Lernen)



Quellenangabe/ Reference:

Fetzer, Marei: Zur Sache! Mathematiklernen in einer Welt der Dinge - In: Leicht, Johanna [Hrsg.]; Schreyer, Patrick [Hrsg.]; Breidenstein, Georg [Hrsg.]; Heinzel, Friederike [Hrsg.]: Fachlichkeit und Interaktionspraxis im Unterricht. Ansätze und empirische Perspektiven. Bad Heilbrunn : Verlag Julius Klinkhardt 2025, S. 130-150 - URN: urn:nbn:de:0111-pedocs-343737 - DOI: 10.25656/01:34373; 10.35468/6192-06

<https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0111-pedocs-343737>

<https://doi.org/10.25656/01:34373>

in Kooperation mit / in cooperation with:



<http://www.klinkhardt.de>

Nutzungsbedingungen

Dieses Dokument steht unter folgender Creative Commons-Lizenz: <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.de> - Sie dürfen das Werk bzw. den Inhalt vervielfältigen, verbreiten und öffentlich zugänglich machen sowie Abwandlungen und Bearbeitungen des Werkes bzw. Inhaltes anfertigen, solange Sie den Namen des Autors/Rechteinhabers in der von ihm festgelegten Weise nennen.

Mit der Verwendung dieses Dokuments erkennen Sie die Nutzungsbedingungen an.

Terms of use

This document is published under following Creative Commons-License: <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.en> - You may copy, distribute and render this document accessible, make adaptations of this work or its contents accessible to the public as long as you attribute the work in the manner specified by the author or licensor.

By using this particular document, you accept the above-stated conditions of use.



Kontakt / Contact:

peDOCS
DIPF | Leibniz-Institut für Bildungsforschung und Bildungsinformation
Informationszentrum (IZ) Bildung
E-Mail: pedocs@dipf.de
Internet: www.pedocs.de

Mitglied der:


Leibniz-Gemeinschaft

Zur Sache! Mathematiklernen in einer Welt der Dinge

Zusammenfassung

Mathematische Begriffe sind abstrakter Natur. Gleichwohl können wir uns Mathematiklernen ohne Stift und Papier, Tablet, Tafel und Veranschaulichungsmittel kaum vorstellen. Somit findet mathematisches Lernen in besonderer Weise in einer Welt der Dinge statt und ist an Objekte und Materialitäten gebunden. Im Beitrag wird der Frage nachgegangen, wie Objekte in die soziale Unterrichtswirklichkeit des Mathematikunterrichts eingebunden sind und inwiefern sie zum fachlichen Lernen beitragen. Dazu werden mathematische Lernprozesse in den Blick genommen und als in der Interaktion emergierende gemeinsam hergestellte Fachlichkeit rekonstruiert. Lernen wird dabei interaktionstheoretisch gerahmt als Partizipation an Interaktionsprozessen mit besonderem Blick auf Argumentationsprozesse.

Schlüsselwörter: Mathematiklernen; Objekte; Interaktionstheorie; Argumentationsprozesse

1 Einleitung

Öffnen wir eine beliebige Klassenzimmertür in einer Grundschule, so sehen wir Kinder, die in Bücher schauen oder auf Arbeitsblättern schreiben, die sich austauschen, der Lehrkraft zuhören, oder aber an der Tafel, am Tablet oder Whiteboard beschäftigt sind. Falls dort gerade Mathematikunterricht stattfindet, können wir das in aller Regel am Mathebuch erkennen und daran, dass die Kinder mit Rechenketten arbeiten, Papier falten und schneiden oder mit anderen Veranschaulichungsmitteln handeln. Alternativ hören wir rein, was gesprochen und interaktiv verhandelt wird. Dieser kurze Blick in den Mathematikunterricht der Grundschule deutet grundlegende Aspekte mathematischen Lernens und der Emergenz von Fachlichkeit an, die diesen Beitrag rahmen:

Mathematikunterricht ist ein *soziales Geschehen*, in dem Kinder und Lehrkräfte gemeinsam interagieren, gestalten und fachlich lernen. Entsprechend wird im

Beitrag eine soziologisch orientierte Perspektive auf fachliches Lernen ein-
genommen. Dabei geht es in mathematischen Lernprozessen in mehrfacher
Hinsicht „zur Sache“. Einerseits sind die Gegenstände der Mathematik abs-
trakter Natur und bedürfen einer Repräsentation. Dieser spezifischen Heraus-
forderung mathematischen Lernens wird seit jeher mit Handlungen an und
mit Dingen und Objekten begegnet. Dabei gilt es, das Allgemeine in den
ganz konkreten Situationen zu erkennen. Mathematisches Lernen ist folglich
in besonderer Weise an „Sachen“ und Veranschaulichungsmittel gebunden.
Fachlichkeit im Mathematikunterricht entsteht im Interaktionsprozess, insbe-
sondere *mit Objekten*. Andererseits basiert mathematisches Lernen auf einer *in-
haltlichen* Fokussierung, es geht „zur Sache“. Mathematische Themen werden
in der Interaktion gemeinsam entwickelt und ausgehandelt. Gleichzeitig spie-
len spezifische *Formen* des mathematischen Handelns wie das Argumentieren
eine wesentliche Rolle. Unter interaktionstheoretischer Perspektive wird auf
diese Weise Fachlichkeit hergestellt und bestimmt.

Im Beitrag werden mathematische Lernprozesse in den Blick genommen und
als in der Interaktion emergierende gemeinsam hergestellte Fachlichkeit re-
konstruiert. Lernen wird dabei interaktionstheoretisch gerahmt als Partizipa-
tion an Interaktionsprozessen mit besonderem Blick auf Argumentationspro-
zesse. Objekte scheinen dabei eine besondere Rolle zu spielen. Entsprechend
bedürfen sie der Berücksichtigung bei der Entwicklung einer Interaktions-
theorie mathematischen Lernens. Es soll geklärt werden, wie Objekte in die
soziale Unterrichtswirklichkeit des Mathematikunterrichts eingebunden sind
und inwiefern sie zum fachlichen Lernen beitragen.

2 Theoretische und methodische Rahmung

Im Folgenden wird die theoretische Basis der empirisch gegründeten Theorie-
entwicklung mathematischen Lernens mit Objekten skizziert. Dazu werden
zum einen interaktionstheoretische Ansätze um grundlegende Ideen aus der
Akteur-Netzwerk-Theorie erweitert (siehe Abschnitt 2.1) und methodische
Zugänge zur Rekonstruktion der Spuren von Objekten in Interaktionsprozes-
sen vorgestellt (siehe Abschnitt 2.2). Zum anderen wird auf das Argumen-
tieren als spezifische Form mathematischen Handelns fokussiert und Mathe-
matiklernen wird als Partizipation an kollektiven Argumentationsprozessen
lerntheoretisch gewendet (siehe Abschnitt 2.3).

2.1 Interaktionstheorie und Akteur-Netzwerk-Theorie

Im Beitrag wird Unterricht als soziales Geschehen und mathematisches Ler-
nen als sozialer Prozess angesehen (Beck & Vogel, 2017; Brandt & Tiede-
mann, 2019; Cobb & Bauersfeld, 1995; Jungwirth & Krummheuer, 2006).

Dabei wird unter Rückgriff auf den Symbolischen Interaktionismus davon ausgegangen, dass im Prozess der wechselseitigen Beeinflussungen eigene Deutungen entwickelt und permanent mit den Bedeutungszuschreibungen und Ideen anderer abgeglichen werden (Blumer, 1986). Auf diese Weise differenzieren sich individuelle Deutungen aus, wir lernen. Lernprozesse werden unter dieser Perspektive in der mathematikdidaktischen Forschung (u.a.) interaktionstheoretisch gerahmt. Empirisch gegründete Interaktionstheorien mathematischen Lernens rekonstruieren interaktive Bedingungen, die mathematisches Lernen eher begünstigen oder eher erschweren. Dabei spielen neben inhaltlichen Rekonstruktionen auch strukturelle Betrachtungen eine Rolle (z.B. Brandt & Tiedemann, 2019). Klassischerweise rücken in interaktionstheoretisch gerahmten empirischen Studien zu Mathematikunterricht Lehrer*innen und Schüler*innen als Akteur*innen in den Fokus.

Mit Blick auf die Konstitution von Fachlichkeit im Unterrichtsgeschehen wird jedoch deutlich, dass in mathematischen Lernprozessen Materialitäten wie Rechenkette, Tafel, Tablet und Buch eine wesentliche Rolle spielen. Forschungslogisch bedarf es unter soziologischer Perspektive einer systematischen Integration der Dinge, der Arbeits- und Veranschaulichungsmittel, in die empirischen Untersuchungen. Im vorliegenden Beitrag wird dieser interaktionstheoretische Turn zu einer Soziologie der Objekte vorgenommen. Dabei werden nicht nur Lernende und Lehrkräfte, sondern auch Objekte und Materialitäten aller Art als Akteure im sozialen Geschehen angesehen, die zum Fortgang der Unterrichtsinteraktion beitragen. Die theoretische Grundlage für diese Erweiterung des Interaktionsbegriffs bietet Latour (2005) mit seinen Überlegungen zur Akteur-Netzwerk-Theorie. Sein Ansatz legt nahe, auch Objekte als Beteiligte an der Emergenz sozialer Unterrichtswirklichkeit zu akzeptieren und somit als Akteure im mathematischen Lernprozess zu verstehen und theoriebasiert einzubinden.

Im Rahmen des „Reassembling the Social“ (Latour, 2005) reflektiert Latour, wer oder was sich unter dem Schirm des Sozialen versammelt. Damit erweitert er den Teilnehmendenkreis an Interaktionsprozessen: „Any thing that does modify the state of affairs is an actor.“ (ebd., S. 17). Ausgehend vom unspezifischen „thing“ differenziert er in menschliche und nicht-menschliche Akteure.¹ Sie alle, Menschen und Dinge aller Art, sind beteiligt an der Entstehung sozialer Wirklichkeit. Wesentlich dabei ist der Vernetzungsgedanke. Akteure können sich in Sekundenschnelle zu einer Akteurs-Einheit vernetzen. Eben lagen die Rechenplättchen noch unbeachtet auf dem Tisch, jetzt greift das Kind nach diesen und legt sie in eine Reihe. Kind und Plättchen vernetzen

1 Im vorliegenden Beitrag wird der Begriff Akteur im Sinne Latours für Menschen, Dinge und Substanzen aller Art verwendet. Auf das Gendern Latours Akteur-Begriff wird verzichtet, um der Vielfalt möglicher Akteure und Akteurs-Einheiten gerecht zu werden.

sich in diesem Moment zu einer „entity“ (ebd., S. 11). Im nächsten Augenblick kann diese Verbindung wieder aufgelöst werden.

Mit dem Objekt-integrierenden Blick auf *Akteure* im Interaktionsgeschehen verändert sich auch die Perspektive auf *Handlungen und Aktionen*. Menschliche Akteur*innen handeln absichtsvoll. Aber, so Latour, „Objects too have agency.“ (ebd., S. 63). Auch Objekte zeichnen sich durch Handlungsträgerschaft aus und agieren in Wirkzusammenhängen. Dabei betont Latour die Verschiedenartigkeit der Handlungen (ebd., S. 74–78), ohne die eine oder andere Form der Beteiligung zu privilegieren. Objekte sind nicht einfach die Folie, auf der Menschen handeln. Es sind nicht Instrumente in der Hand, die sich schlicht manipulieren lassen. Gleichzeitig bestimmen dingliche Akteure nicht das menschliche Handeln. Die Waffe in der Hand macht einen Menschen nicht zum Mörder (Latour, 1998). Die Rechenkette in der Hand des Kindes macht dieses nicht zum fortgeschrittenen Rechner.

Latour folgend wird im vorliegenden Beitrag Mathematikunterricht nicht länger als soziale Interaktionssituation ausschließlich menschlicher Akteur*innen interpretiert, sondern als ein Netzwerk zwischen Menschen und Dingen verstanden. Unterrichtliche Interaktionssituationen emergieren folglich nicht *nur* durch die Inter-Aktionen von Schüler*innen und Lehrpersonen. Auch Objekte werden als Akteure angesehen, die im unterrichtlichen Interaktionsprozess mitwirken. Die Anreicherung und Erweiterung interaktionstheoretischer Ansätze aus der Mathematikdidaktik um Grundlagen der Akteur-Netzwerk-Theorie ermöglicht eine theoriebasierte Einbindung der für mathematische Lernprozesse so wesentlichen dinglichen Akteure.

2.2 Analysen im Rahmen einer Soziologie der Objekte

Der Prozess der wechselseitigen Beeinflussung erscheint im Rahmen einer Soziologie der Objekte in einem neuen Licht: Nicht nur das Handeln und Agieren der menschlichen Interaktionsteilnehmenden muss permanent gedeutet werden. Auch Objekte machen (ganz eigene) Deutungsangebote und fordern zur Interpretation heraus. „Following the actors“ (Latour, 2005, S. 156) bedeutet unter interaktionstheoretischer Perspektive die Rekonstruktion des Eingehens und Auflörens von Verbindungen.

Methodisch wird auf die Interaktionsanalyse (Cobb & Bauersfeld, 1995) zurückgegriffen. Die Interaktionsanalyse ist ein mikroethnografischer Zugang zur Analyse der Entwicklung von Interaktionsprozessen und zur Rekonstruktion der thematischen Entwicklung. Somit ist diese Analysemethode geeignet, um mathematische Lernprozesse mit fachlichem Fokus in ihrer Emergenz zu rekonstruieren und besser zu verstehen. Auch die Objekt-integrierende Interaktionsanalyse hat sich empirisch bewährt (Fetzer, 2015, 2020, 2022), um den Spuren der Objekt-Akteure zu folgen. Hierbei werden der Perspektive einer

Soziologie der Objekte folgend unterschiedliche Arten des Handelns und Wirkens berücksichtigt und gezielt auf Prozesse des Vernetzens fokussiert. Im Analyseprozess werden zunächst die einzelnen Handlungen und Äußerungen der Akteure sequenziell in der Reihenfolge ihrer Entstehung untersucht. Dabei werden alle Handlungsmodi einbezogen. Wie kann eine bestimmte menschliche Handlung verstanden werden? Wie kann der Beitrag eines Objekt-Akteurs interpretiert werden? In einem zweiten Analyseschritt werden die einzelnen Äußerungen und Handlungen in Beziehung zueinander gesetzt, in ihrer Vernetzung betrachtet und *Turn-by-Turn* analysiert. Handlungen werden als Turn auf vorhergehende Handlungen betrachtet. Menschliche Aktionen können als interaktiver Turn auf vorherige Angebote von Objekt-Akteuren gedeutet werden. So werden Spuren, welche Objekte in Interaktionsprozessen hinterlassen, rekonstruierbar. Die *Turn-by-Turn*-Analyse ist der spezifische Analyseschritt, um Prozesse des Vernetzens, des Eingehens und Auflösens von Verbindungen und des Netzwerkens auf einer Mikroebene systematisch zu untersuchen. Der Beitrag von Objekt-Akteuren zum Interaktionsprozess wird so systematisch erfassbar. „Follow the actors“ (Latour, 2005, S. 156) wird durch empirische Forschungsmethoden rekonstruierbar. Schließlich wird eine zusammenfassende Interpretation vorgenommen. Für Details zu empirischen Analysen im empirischen Rahmen einer Soziologie der Objekte siehe Fetzer (2015, 2020).

2.3 Partizipation an Argumentationsprozesse

Mathematisch argumentieren ist ein wesentliches Element mathematischen Lernens und in den Bildungsstandards als eine allgemeine mathematische Kompetenz aufgeführt (KMK, 2022). Kinder sollen dabei lernen, mathematische Aussagen zu hinterfragen und auf Korrektheit zu prüfen. Sie sollen Vermutungen zu mathematischen Zusammenhängen aufstellen, Begründungen formulieren und nachvollziehen können. Aus kompetenzorientiertem Blickwinkel wird das Argumentieren folglich als spezifische Ausprägung mathematischen Handelns und somit als eine fachliche Komponente und integrativer Bestandteil spezifischer Fachlichkeit eingeschätzt.

Unter interaktionstheoretischer Perspektive wird mathematisches Lernen aufgefasst als Partizipation, insbesondere an Argumentationsprozessen. Diese lerntheoretische Sichtweise wird und wurde in der Mathematikdidaktik in der qualitativen Unterrichtsforschung aufgegriffen (Cobb & Bauersfeld, 1995; Fetzer, 2011, 2015; Krummheuer & Fetzer, 2005; Krummheuer, in diesem Band). Beim Argumentieren lernen Kinder einerseits eine spezifische Art, mathematische Inhalte diskursiv zu verhandeln. Sie lernen, wie Mathematiktreiben funktioniert, wie man *mathematisch* spricht, wie man in der Mathematik Zusammenhänge zum Ausdruck bringen kann, Vermutungen äußern

und Begründungen aufstellen und nachvollziehen kann (KMK, 2022). Andererseits lernen sie auch inhaltliche Aspekte, wenn Argumentationsprozesse thematisch fokussiert sind und mathematische Inhalte verhandelt werden. Günstige Lernbedingungen ergeben sich vor dem Hintergrund dieser Betrachtungen dann, wenn möglichst viele Kinder die Gelegenheit bekommen, an kollektiven Argumentationsprozessen zu partizipieren, und wenn diese Argumentationsprozesse mathematisch möglichst fokussiert und qualitativ hochwertig sind. Als Zielperspektive ließe sich die Ermöglichung zur Partizipation an Argumentationsprozessen für möglichst alle Kinder einerseits und die Schaffung günstiger Bedingungen zur Emergenz verdichteter Argumentationssituationen andererseits formulieren.

Zur Rekonstruktion der Emergenzbedingungen kollektiver Argumentationsprozesse wird auf Toulmin (2003) zurückgegriffen. Auf der Basis seines argumentationstheoretischen Ansatzes lassen sich die Komplexität und die Fachlichkeit einer Argumentation rekonstruieren, wie unten gezeigt wird. Somit werden Aussagen zu Bedingungen mathematischen Lernens möglich. In seinem Werk „The Uses of Argument“ (ebd.) setzt Toulmin sich damit auseinander, wie Argumente eingesetzt werden, um andere von etwas zu überzeugen. Dabei geht er der Frage nach, was Argumentationen ausmacht, und arbeitet heraus, dass sie eine spezifische Grundstruktur aufweisen. Er benennt vier Elemente, die er als zentral für Argumentationen beschreibt: Datum, Konklusion, Garant und Stützung (siehe Abb. 1).

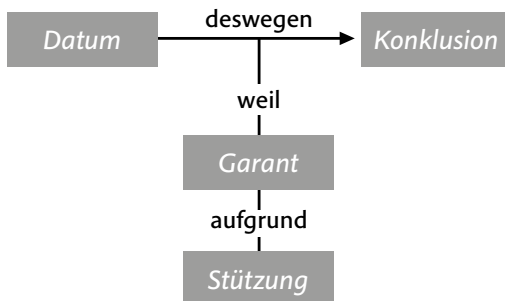


Abb. 1: Layout zum Toulmin-Schema (Toulmin, 2003, S. 92), eigene Darstellung.

Die Konklusion ist die Aussage, die belegt werden soll. Das Datum sind unbestrittene Tatsachen oder Aussagen, die als gegeben angesehen werden. Der kürzeste denkbare Schluss ist also „Datum, deswegen Konklusion“ (siehe Abbildung 1). Garantien bilden eine erweiterte Möglichkeit zu argumentieren. Sie können als Brücken dienen zwischen Datum und Konklusion und legitimieren

bzw. „garantieren“ die Zulässigkeit des Schlusses. Datum, Garant und Konklusion bilden laut Toulmin (2003) den *Kern einer Argumentation*. Stützungen sind allgemeine Aussagen, welche die Argumentation auf der Ebene von Verweisen, Sätzen und Regeln zusätzlich untermauern können.

Argumentationen können unterschiedlich komplex sein (ebd.). *Einfache Schlüsse* bestehen lediglich aus Datum und Konklusion. Ein Garant, der die Zulässigkeit des Schlusses begründen würde, bleibt aus. Nach Toulmin (ebd.) ist eine solche Struktur eine Argumentation. Kommen Garant und Stützung hinzu, wird die Argumentation wesentlich komplexer. Argumentationen können außerdem mehrgliedrig oder verschachtelt sein.

3 Empirische Ergebnisse

In den folgenden Abschnitten werden ausgewählte empirische Ergebnisse zur Rolle von Objekten in mathematischen Lernprozessen zusammengestellt. Die vorgestellten empirisch gegründeten Theorieelemente sind im Kontext verschiedener Forschungsprojekte im Verlauf der vergangenen Jahre entstanden. Die Ergebnisse sind in zwei Hauptabschnitte gegliedert: Zunächst liegt der Fokus im Sinne einer *Soziologie der Objekte* auf dem Verfolgen der Spuren dinglicher Akteure im Interaktionsprozess. So wird deren Beitrag zum mathematischen Lernen gezielt in den Blick genommen und in ihrer Rolle im Prozess der Entwicklung von Fachlichkeit rekonstruierbar (siehe Abschnitt 3.1). Im zweiten Teil wird das Argumentieren als Spezifikum mathematischen Lernens fokussiert und zu einer Soziologie der Objekte in Beziehung gesetzt (siehe Abschnitt 3.2).

3.1 Soziologie der Objekte

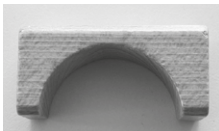
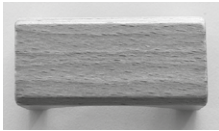
Beim Verfolgen der Spuren, die Objekte in mathematischen Lernprozessen hinterlassen, besteht die Herausforderung, Latours Ansatz als rahmen- de Theorie für mathematikdidaktische empirische Forschung zu nutzen. Auf struktureller Ebene ergeben sich grundlegende Forschungsfragen: Wie wirken Objekte im sozialen Unterrichtsgeschehen? In welcher Form sind sie beteiligt an der Emergenz der Unterrichtswirklichkeit? Diese Fragen zielen auf die Rekonstruktion von Beteiligungsstrukturen und von Partizipationsstatus, die Objekt-Akteure innehaben können.

In Bezug auf die Analyse von Partizipationsstatus von Objekten wird auf Goffmans (1981) *participation framework* zurückgegriffen. Neben anderen Formen der Beteiligung unterscheidet Goffman (ebd.) zwischen dem Status des*der Teilnehmer*in und dem Status des *Bystanders*. Als Teilnehmer*innen tragen Beteiligte (inhaltlich mathematisch) zum Fortgang der Interaktion bei. Sie werden

von den anderen aktiv beteiligten Akteuren*innen als Teilnehmer*innen akzeptiert. *Bystander* hingegen werden von anderen beteiligten Akteur*innen zwar als anwesend wahrgenommen, nicht aber als unmittelbar in das Interaktionsgeschehen involviert eingeschätzt. Goffman zielt mit seinem *participation framework* auf menschliche Akteur*innen. Es zeigt sich gleichwohl in den Analysen, dass sich diese Partizipationsstatus auch für Objekt-Akteure rekonstruieren lassen (Fetzer, 2022). Als Teilnehmer wirken Objekte inhaltlich mathematisch im Fortgang des Unterrichtsgeschehens und tragen so zum (kollektiven) Lernprozess bei.

Dabei lassen sich zwei strukturell unterschiedliche Beteiligungsstrukturen im Datenmaterial beobachten. Als Teilnehmer können Objekte in einer *Solo-Aktion* eigene Turns übernehmen. In diesen Fällen entstehen kurzaktige interaktive Wechsel zwischen menschlichen und nicht-menschlichen Akteur*innen. Außerdem können Objekte im Verbund mit menschlichen Akteur*innen agieren. Gemeinsam bringen sie eine *vernetzte Aktion* hervor. Turns werden in diesem Falle im Verbund von menschlichen und dinglichen Akteuren ausgefüllt. (Fetzer, 2020, 2022)

Als Beispiel für ein *Objekt in Solo-Aktion* sei illustrierend eine Szene aus dem Datenkorpus des Projektes erStMaL (Beck & Vogel, 2017; Fetzer, 2020) angeführt (siehe Transkript 1). Hier versucht ein Mädchen zu klären, warum beim Bauen der Brückenstein aus der Vogelperspektive mit einem Quaderstein verwechselt werden kann, in der Seitenansicht aber nicht. In diesem Aushandlungsprozess interagiert das Mädchen *Turn-by-Turn* mit dem Brückenstein.

Naomi	weil wenn man so guckt sieht man das Loch
Brücke	
Naomi	aber wenn man so guckt sieht man nicht das Loch
Brücke	

Transkript 1: Analoges Objekt-Akteur, Solo-Aktion (Fetzer, 2020, 2022), Fotos Fetzer.

Ein Beispiel für eine *vernetzte Aktion* wäre die Erkundung ebener Figuren aus Papier (siehe Abbildung 2). Die Frage nach Symmetrieeigenschaften lässt sich durch eine vernetzte Aktion von Kind und Faltfigur mathematisch angemessen

zeigen, indem das Kind das Papier entsprechend faltet. Liegen beide Teile der Faltfigur deckungsgleich aufeinander, so ist die Figur symmetrisch. Im Verbund beider Akteure ist deren vernetzte Aktion verstehbar.



Abb. 2: Analoger Objekt-Akteur in Vernetzung (Foto Fetzer, 2022).

Kann es Latour und seiner Akteur-Netzwerk-Theorie folgend überhaupt eine empirisch rekonstruierte Unterscheidung in Solo-Aktionen und vernetzte Aktionen geben? Schließlich geschieht laut Latour (2005) jedes Handeln aus einem Netzwerk heraus. Empirische Analysen vor dem Hintergrund des symbolischen Interaktionismus zielen zum einen auf die sequenzielle Rekonstruktion der individuellen Deutungen von Aktionen Schritt für Schritt und zum anderen auf die Rekonstruktion des Eingehens und Auflösens von Verbindungen in der *Turn-by-Turn*-Analyse. Deutungen der Sequenzanalyse sind notwendigerweise immer von Selektion und Fokussierung geprägt und erfassen nicht ein gesamtes Netzwerk. Das gilt für die an der Interaktion beteiligten Akteure wie auch für die Forschenden. Insofern spreche ich hier im interaktionstheoretischen Sinne von *Solo-Aktionen* von Akteur*innen. Die Tatsache, dass jedes Handeln aus einem Netzwerk heraus erfolgt, wird in der *Turn-by-Turn*-Analyse erfasst. Insofern erscheint die empirisch gegründete Unterscheidung in Solo-Aktionen und vernetzte Aktionen gerechtfertigt.

Welche Rolle spielen Objekte nun im Prozess des mathematischen Lernens? Es zeigt sich, dass sich in Abhängigkeit von der jeweiligen Beteiligungsstruktur unterschiedliche Lernbedingungen ergeben.

Sind Objekte in *vernetzten Aktionen* am Fortgang im interaktiven Lernprozess beteiligt, so müssen Lernende *nur einen Teil des Turns ausfüllen und sprachlich repräsentieren* (Fetzer & Tiedemann, 2018). Im Verbund mit Objekt-Akteuren wird die Aktion *kollektiv* realisiert. In Interaktionssituationen, in denen Arbeitsmittel wie Rechenkettens, Papier und Schere im Mathematikunterricht mitwirken, lässt sich rekonstruieren: Die Beteiligung analoger Objekt-Akteuren in vernetzten Aktionen bedeutet eine Entlastung der Lernenden auf sprachlicher Ebene, wie das Beispiel der Faltfigur (siehe Abbildung 2)

illustriert. Hier genügt von Seiten des Kindes „Schau, passt.“ Im Verbund machen Papier und Kind durch Falten deutlich, dass beide Teile der Figur genau aufeinanderpassen. Sie sind deckungsgleich, somit ist das Herz eine symmetrische Figur mit der Faltlinie als Spiegelachse. In der Vernetzung wird die fundamentale Idee der Symmetrie trotz extrem sparsamer sprachlicher Repräsentation explizit. Wie dieses Beispiel illustriert, lassen sich grundlegende mathematische Ideen spracharm, aber fachlich tragfähig zum Ausdruck bringen und werden somit der Aushandlung im Interaktionsprozess zugänglich. Der Interaktionsprozess kann eine thematische Fokussierung erfahren, es werden mathematische Themen verhandelt, die Bedingungen für mathematisches Lernen sind günstig.

Agieren *Objekt-Akteure in Solo-Aktion*, gestalten sich die Lernbedingungen anders. Die direkte Interaktion zwischen Mensch und dinglichem Akteur bedeutet keine Entlastung, sondern fordert Lernende ganz im Gegenteil zum Versprachlichen heraus (Fetzer & Tiedemann, 2018). In zahlreichen Beispielen lässt sich rekonstruieren, dass die Darstellung, die der Objekt-Akteur anbietet, von den menschlichen Akteur*innen sprachlich gefasst und rekontextualisiert werden. Das gilt insbesondere für die Beteiligung *analoger* Objekt-Akteure an mathematischen Interaktionsprozessen. Es findet ein Darstellungswechsel statt, die Form der Repräsentation ändert (und ergänzt) sich. Die Analyse und Komparation zahlreicher Beispiele belegt, dass in dieser Versprachlichung sprachliche Entwicklungen stattfinden hin zu konzeptionell schriftlicheren (Koch & Oesterreicher, 1985) und elaborierteren Formen. Obiges Beispiel mit dem Holzbaustein mag dies illustrieren (siehe Transkript 1): In der Interaktion mit dem Brückenstein bemüht das sprachlich eher schwache Vorschulkind sowohl kausale als auch konditionale Konjunktionen, um Bedingungen und Beziehungen anzuzeigen: „Weil wenn man so guckt sieht man das Loch.“ Die Formulierung im zweiten Teil ihrer Äußerung „sieht man nicht das Loch“ erinnert an die Verneinung in der Aussagenlogik (Fetzer, 2022). Sind Objekte in einer Solo-Aktion in den Lernprozess eingebunden, so finden sprachliche Entwicklungen bei den Lernenden statt. Sprachliches und mathematisches Lernen sind untrennbar miteinander verwoben. Über die Sprache können mathematische Ideen (zunehmend treffender) in Worte gefasst werden, Beziehungen zwischen Zahlen und Operationen können zum Ausdruck gebracht werden, Bedingungen werden formuliert. All das sind wesentliche Bestandteile mathematischen Lernens. Fachlichkeit drückt sich in Form und Inhalt u. a. über Sprache aus. In der Interaktion wird gemeinsam entwickelt: So reden wir mathematisch angemessen.

Neben den analogen Objekt-Akteuren des Mathematikunterrichts wie Tafel und Rechenkette haben in jüngster Zeit insbesondere *digitale Objekt-Akteure* Einzug in den Mathematikunterricht gehalten. Nach Taschenrechnern und

Whiteboards sind mittlerweile auch Tablets mit entsprechender (Lern-)Software und Apps verbreitete Akteure im Mathematikunterricht. Intuitiv würden wir sagen, dass es einen Unterschied macht, ob analoge Holzwürfelchen oder beispielsweise die App Klötzchen (siehe Abbildung 3; Etzold, 2020) am Lernprozess beteiligt sind. Die jeweiligen Interaktionssituationen erscheinen uns so unterschiedlich, dass wir die Lernbedingungen verschieden einschätzen würden. Aber bestätigt sich dieser Ersteindruck in empirischen Analysen? Inwiefern lassen sich die Erkenntnisse über die Beteiligungsstrukturen und Emergenz von Lernbedingungen aus analogen auf digitale Settings übertragen?

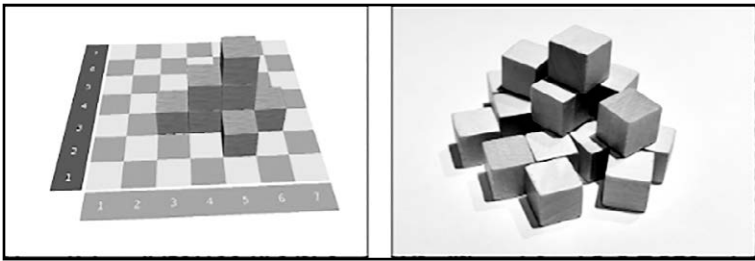


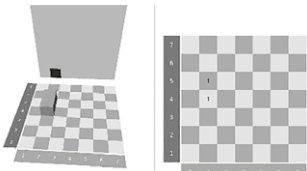
Abb. 3: App Klötzchen (Etzold, 2020) (li); Holzwürfel (re), eigene Darstellung.

Analysen der Daten aus dem Projekt „Mathe mit Links“, in dem Studierend Lernumgebungen in digital basierten Settings mit Kindern durchgeführt und dokumentiert haben, und der Pilotstudie zu Argumentationsprozessen in digitalen Settings von Bräuer (Fetzer & Bräuer, 2023) zeigen, dass nicht jede Situation fachlich fokussiert und durch intensive mathematische Auseinandersetzung geprägt ist. In den Untersuchungen arbeiten Kinder mit Tablets und Apps an Lernumgebungen. Für diese Settings lässt sich beobachten: Eine mathematische Deutung der Beiträge der digitalen Objekt-Akteure gelingt in manchen Fällen, in anderen nicht. Insbesondere vernetzte Aktionen, in denen Kinder gemeinsam mit dem Tablet agieren, scheinen häufig eine eher wenig fachlich orientierte Deutung im Interaktionsprozess zu erfahren. Mit Blick auf die Emergenz fachlicher Lernprozesse im Mathematikunterricht und von Fachlichkeit ist dieser Befund wesentlich.

Systematische Komparationen mathematisch dichter und thematisch unspezifischer digital basierter Interaktionssituationen verweisen auf eine hohe strukturelle Regelmäßigkeit in mathematisch gehaltvollen Situationen. Folgt man den Spuren dinglicher und menschlicher Akteure, so lässt sich in thematisch fokussierten Szenen eine spezifische Interaktionsstruktur rekonstruieren, die aus einem Vierschritt besteht (Fetzer & Bräuer, 2023; Fetzer, 2024):

1. *Vernetzte Aktion Objekt-Akteur – Kind*
Verbindung zwischen Erfahrungsbereichen
2. *Solo-Aktion Objekt-Akteur*
digitales Angebot
3. *Solo-Aktion Kind*
verbale Rekontextualisierung
4. *Interaktive Pause*
als geteilt geltende Deutung

Zur Illustration dieser Interaktionsstruktur im Vierschritt wird Einblick in den Arbeitsprozess von zwei Grundschulkindern gewährt, die am Tablett (Akteur T) mit der App *Klötzchen* (Etzold, 2020) arbeiten (Fetzer & Bräuer, 2023). Die App ermöglicht das Bauen von digitalen Würfelgebäuden. Dabei wird das Würfelgebäude jeweils als rotierbares 3D-Gebäude (siehe Transkript 2, <03> links) und als Bauplan (<03> rechts) angezeigt. Zu der 3D-Ansicht können außerdem ein oder zwei Schatten des Würfelgebäudes angezeigt werden (siehe Transkript 2, <03> links). In der vorliegenden Sequenz setzen sich die beiden Kinder (Akteure B und R) mit der Frage auseinander, weshalb im Schattenbild nur ein Würfel zu sehen ist, obwohl das Würfelgebäude aus zwei Würfeln besteht.

Zeile	Akteur	Aktion	
<01>	B	Weil	Solo-Aktion Kind
<02>	B, T	Zeigt mit zwei Fingern auf 3D und schaut darauf Des	(1) Vernetzte Aktion Objekt-Akteur – Kind
<03>	T		(2) Solo-Aktion Objekt-Akteur
<04>	B	Nimmt die Hand unter den Tisch Ist hintereinander	(3) Solo-Aktion Kind
<05>	>R	Schaut B ins Gesicht	(4) Interaktive Pause

Transkript 2: Das ist hintereinander (Fetzer & Bräuer, 2023).

Indem Kind B mit seinen Fingern auf die beiden Würfel zeigt, die in 3D-Ansicht zu sehen sind (siehe Transkript 2, <02>), stellt er eine Verbindung zwischen der analogen Welt, in der eine Berührung der Würfel möglich ist, und der digitalen Welt her. Es handelt sich um eine vernetzte Aktion zwischen dem nicht-menschlichen Akteur und B, die eine Interpretation beider Welten erfordert und somit als Verbinden beider Erfahrungsbereiche, dem analogen und dem digitalen, gedeutet werden kann. (1)²

Während B die Hand unter den Tisch nimmt (siehe Transkript 2, <04>), reagiert er auf die Solo-Aktion des dinglichen Akteurs <03>. Er lässt das Tablet *für sich selbst sprechen*. (2)

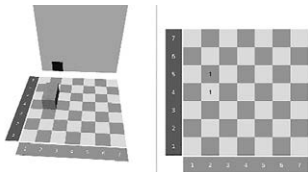
B rekontextualisiert die Solo-Aktion des Objekt-Akteurs durch die Verbalisierung „ist hintereinander“ (siehe Transkript 2, <04>). Diese Rekontextualisierung lässt sich als Darstellungswechsel verstehen. (3)

Dass das Kind R Kind B daraufhin ins Gesicht schaut (siehe Transkript 2, <5>) und die beiden nicht weitersprechen, kann als Moment gedeutet werden, in dem eine als geteilt geltende Deutung beider Kinder als interaktive Pause realisiert wird. (4)

Dieser Vierschritt wiederholt sich repetitiv während des gesamten Arbeitsprozesses, so auch direkt im Anschluss an die vorgestellte Szene (siehe Transkript 3).

Zeile	Akteur	Aktion	
<06>	B	Und wenn man jetzt	 Solo-Aktion Kind
<07>	K, B, T	Schaut auf die Holzwürfel (K) Von vorne Beugt sich an die Kante des Tisches, als würde er genau in der Flucht der beiden Klötzchen in 3D über das T peilen	(1) Vernetzte Aktion Objekt-Akteur – Kind
<08>	B, T	Dahin guckt Bewegt Daumen und Zeigefinger der rechten Hand zweimal oberhalb des T von vorne nach hinten	
<09>	R	Schaut auf das T	

2 Die Angaben in runden Klammern beziehen sich den jeweiligen Schritt im Vierschritt.

<10>	T		(2) Solo-Aktion Objekt-Akteur
<11>	B	Setzt sich wieder aufrecht hin und nimmt die Hand unter den Tisch [Dann] sieht man auch nur den einen	(3) Solo-Aktion Kind
<12>	R	Schaut auf das T auf 3D, nickt	(4) Interaktive Pause
<13>	B, R	Schauen auf das T auf 3D	

Transkript 3: Man sieht auch nur den einen (Fetzer & Bräuer, 2024).

In thematisch weniger dichten Szenen lassen sich dagegen nur Teile dieses Vierschritts rekonstruieren. Insbesondere fehlt der vierte Schritt, die interaktive Pause. In vielen Fällen bleibt aber bereits Schritt 3 aus, die (oft verbal realisierte) Solo-Aktion des Kindes (Fetzer & Bräuer, 2023; Fetzer, 2024). Auch hier sei ein Beispiel zur Illustration angeführt (siehe Transkript 4). Die Kinder L und K arbeiten gemeinsam mit dem Tablet (T) an der Stellenwerte-App (Kortenkamp, o. J.). Anders als im analogen Kontext beim Legen mit Plättchen wird in der Stellenwerte-App beim Verschieben eines Punktes nach rechts automatisch entbündelt. Der Wert der dargestellten Zahl verändert sich dabei nicht (siehe Abb. 4).

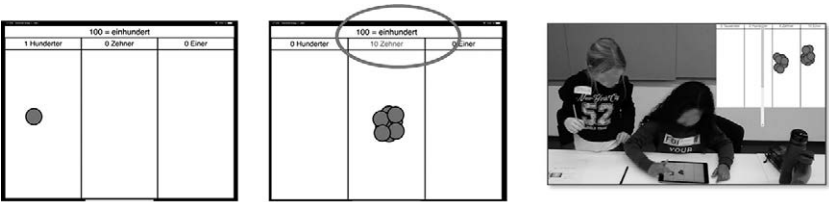


Abb. 4: Stellenwerte-App (Kortenkamp, o. J.). Foto: Fetzer

Im gegebenen Beispiel (siehe Transkript 4) lässt sich beobachten, dass Schritt 4, die interaktive Pause und somit eine als geteilt geltende (mathematische) Deutung, ausbleibt. Inhaltlich lässt sich rekonstruieren, dass die vernetzte Aktion (1) (noch) keine Interpretation emergieren lässt, die eine Verbindung des analogen und des digitalen Erfahrungsbereiches erlaubt. Die jeweiligen Solo-Aktionen der Kinder in Schritt 3 verbleiben so unspezifisch, dass sie das digitale Objekt-Angebot aus (2) nicht rekontextualisieren.

	Zeile	Akteur	Aktion
	3	L Tablet	Und jetzt schieben wir das Ding hier hin <i>L deutet Schiebebewegung von Hunderter zu Zehner an</i>
	4	K, Tablet	<i>K schiebt den Punkt auf dem Tablet H nach Z</i>
	5	Tablet	<i>aus dem Punkt in H werden 10 Punkte in Z</i>
	6	K und L	<i>lachen</i>
	7	L, Tablet	<i>L schiebt einen Punkt aus Z nach E</i>
	8	Tablet	<i>aus einem Punkt in Z werden 10 Punkte in E</i>
	9	L Tablet	<i>L schiebt Hand von K weg</i> Was machst du da- Das wird ja immer schlimmer <i>K schiebt mit beiden Zeigefingern alle Punkte nach oben weg</i>
	10	K, Tablet	<i>K tippt erneut einen Punkt in H und schiebt ihn nach Z</i>
	11	Tablet	<i>aus dem Punkt in H werden 10 Punkte in Z</i>
	12	L	Oah
	13	K	Hä/ <i>K schiebt alle Punkte mit dem rechten Zeigefinger nach oben weg</i>
	14	L	Ja sehr gut
	15	K	Das muss doch aber ne zehn sein
	16	L, Tablet	<i>#L greift in Richtung Tablet</i>
	17	K, Tablet	<i>#K schiebt Hand von L mit der rechten Hand weg und tippt mit der linken Hand einen Punkt in H und schiebt diesen dann wieder nach Z</i>
	18	Tablet	<i>aus dem Punkt in H werden 10 Punkte in Z</i>
	19	L	<i>L wendet sich ab und lacht</i> Oah was machst du da\
	20	K, Tablet	<i>K haut mit der linken Hand auf den Tisch, schiebt mit rechtem Zeigefinger alle Punkte nach oben weg und lacht</i> Ich mach es nich (rufend)

Transkript 4: Stellenwerte-App: Thematisch unspezifische Interaktion.

Günstige Lernbedingungen für mathematisch reichhaltige Situationen lassen sich in digital basierten Settings insbesondere dann rekonstruieren, wenn der gesamte Vierschritt in der Interaktion (wiederholt) durchlaufen wird. Dabei spielt neben der vernetzten Aktion und den beiden Solo-Aktionen von Kind und Objekt-Akteur vor allem die interaktive Pause als Moment geteilt gelten-der Deutung eine wesentliche Rolle. Gleichzeitig lässt sich rekonstruieren, dass der tatsächliche, aber auch ein lediglich mental repräsentierter Rückgriff auf analoge Materialitäten wesentlich ist für die Emergenz mathematisch dichter Interaktionssituationen. Nach Latour (2005) stehen jegliche Akteure stets in der Vernetzung. Hier begünstigt eben dieses dreifache Netzwerk aus analogem, digitalem und menschlichem Akteur die Verknüpfung der analogen Erfahrungswelten mit einer strukturorientierten Sichtweise. Mathematisch tragfähige Deutungen, die keine Selbstverständlichkeit sind beim gemeinsamen

Inter-Agieren von Kind und Tablet, können entwickelt werden. Auch eher zuhörende Lernende in der *Bystander*-Rolle, also nicht aktiv am Prozess Beteiligte, können günstige Lernbedingungen erfahren, sofern sie beim Durchlaufen des gesamten Vierschritts zugegen sind, den ein anderes Kind mit dem Objekt-Akteur durchläuft (Fetzer & Bräuer, erscheint 2024).

3.2 Kollektive Argumentationsprozesse

Das Argumentieren wird nicht nur in den Bildungsstandards, sondern auch interaktionstheoretisch als spezifische Form des mathematischen Handelns und Interagierens aufgefasst. Damit rücken Argumentationsprozesse in den Fokus der Überlegungen zu den interaktiven Emergenzbedingungen von Fachlichkeit.

Das Arbeiten mit der Funktionalen Argumentationsanalyse im Anschluss an Toulmin (2003) hat sich in der qualitativen mathematikdidaktischen Erforschung von Lehr- und Lernprozessen empirisch bewährt (Fetzer, 2007, 2011, 2022; Knipping, 2003; Krummheuer, 1995; Schwarzkopf, 2000). Während Interaktionsanalysen Lernprozesse *sequenziell in ihrer Emergenz* rekonstruierbar machen, bietet die Funktionale Argumentationsanalyse die Möglichkeit, einzelne Aussagen und Handlungen hinsichtlich ihrer *Funktion* innerhalb einer Argumentation zu erfassen. Es bestätigt sich in empirischen Analysen, dass grundsätzlich Rückschlüsse auf die Komplexität, die Explizität, Beteiligungsstrukturen und den Grad der Fachlichkeit möglich werden (Fetzer, 2007, 2011, 2015).

- *Komplexität*: Hier wird die Struktur der Argumentation genauer untersucht. Handelt es sich um einen *einfachen Schluss*, wird der *Kern einer Argumentation* hervorgebracht, oder ist es eine *tiefe Argumentation*, die sogar durch Stützungen komplettiert wird? Die Komplexität einer Argumentation wird als ein Hinweis genommen, wie günstig die Lernbedingungen durch Partizipation an dem entsprechenden Argumentationsprozess einzuschätzen sind. Komplexere Argumentationen, die durch Garanten oder sogar Stützungen charakterisiert sind, ermöglichen prinzipiell das Teilhaben und Teilsein an mathematisch dichten Situationen.
- *Explizität*: Oft verbleiben einzelne Elemente einer Argumentation implizit. Das erschwert die Nachvollziehbarkeit von Argumentationen. Darunter leidet in vielen Fällen die Überzeugungskraft. Verbleibt beispielsweise das Datum implizit, so bleibt unklar, wovon überhaupt ausgegangen werden soll. Beteiligte der Interaktion verlieren inhaltlich den Überblick und können der Argumentation nicht folgen. Diese Lernbedingungen sind als eher ungünstig einzuschätzen, sofern die kognitive Differenz im Interaktionsprozess nicht auffällt und diskursiv aufgegriffen wird.

- *Beteiligungsstrukturen*: Es lässt sich rekonstruieren, *wer oder was* an der kollektiven Argumentation *wie*, also in Solo-Aktion oder in der Vernetzung, an der Hervorbringung *welchen Elements* beteiligt ist. Wird das für mathematisches Lernen so wesentliche Element durch die Lehrkraft beigetragen? Sind es Lernende, die an der Hervorbringung von Garantien beteiligt sind? Wer oder was setzt das Fundament der Argumentation, also das Datum? Auch die Analyse der Beteiligungsstrukturen gibt einen Hinweis auf die Bedingungen für fachliches Lernen.
- *Fachlichkeit*: Die Funktionale Argumentationsanalyse zielt auf die Rekonstruktion von Funktionen einzelner Äußerungen und Handlungen innerhalb einer Argumentation. Grundlage für eine solche Analyse ist eine Interaktionsanalyse, in der sequentiell und mit Blick auf inhaltliche Aspekte die thematische Entwicklung rekonstruiert werden kann. Die einzelnen Elemente des Layouts im Toulmin-Schema (Toulmin, 2003) werden auf dieser Basis inhaltlich gefüllt, so dass sich der mathematische Gehalt der Argumentation rekonstruieren lässt. Insbesondere der Blick auf die Garantien ist hierbei wesentlich. Wird ein Garant hervorgebracht, der den Schluss vom Datum zur Konklusion auf mathematischer Ebene legitimiert? Es sind auch außermathematische Garantien denkbar, um andere erfolgreich zu überzeugen: Eine Rechnung oder ein Vorgehen kann beispielsweise richtig sein, „weil meine Freundin, die eine super Rechnerin ist, es auch so hat“. Insofern bietet die Argumentationsanalyse eine gute Basis, den Grad der Fachlichkeit eines Argumentationsprozesses zu erfassen und somit die Bedingungen, durch Partizipation (aktiv oder rezeptiv) am Argumentationsprozess mathematisch zu lernen, einzuschätzen.

Die Ergebnisse der empirischen Studien differenzieren die Rolle von Objekten in kollektiven Argumentationsprozessen und damit in mathematischen Lernprozessen aus:

Es zeigt sich, dass Objekt-Akteure sowohl in Solo-Aktionen als auch in vernetzten Aktionen in Argumentationsprozesse eingebunden sein können. Insbesondere das Datum wird oft durch Objekte in Solo-Aktion zum Ausdruck gebracht. Eine Klötzchen-Anordnung oder eine Darstellung auf dem Tablet fungiert dann als Datum, als geteilt geltende Deutung, über die Einigkeit besteht, und die Ausgangspunkt der Argumentation sein kann. Garantien dagegen werden oft in der Vernetzung hervorgebracht. Die Konklusion erfolgt meist in Solo-Aktion durch menschliche Akteur*innen. Eine entsprechende Situation ergibt sich in den beiden Transkripten zur Klötzchen-App (siehe Abbildung 5, Transkript 2 und Transkript 3).

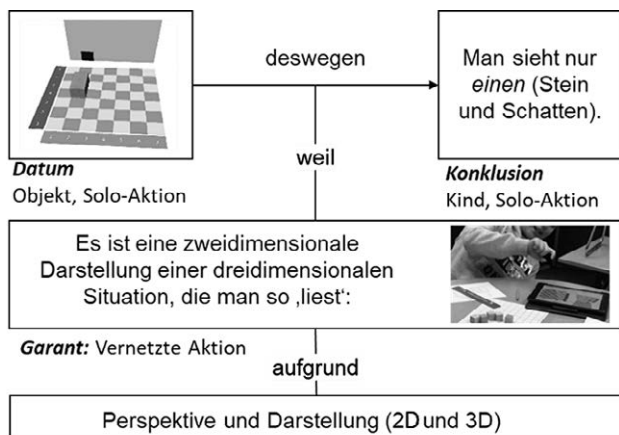


Abb. 5: Layout zu „Man sieht auch nur den einen“, eigene Darstellung.

In Argumentationsprozessen sorgen Objekt-Akteure für Entlastung auf sprachlicher Ebene, indem sie einzelne Elemente der Argumentation, vernetzt oder solo, übernehmen. Mathematische Ideen können zum Ausdruck gebracht und einer interaktiven Aushandlung zugänglich werden, auch wenn (treffende) Worte (noch) fehlen.

Insgesamt trägt das Mitwirken von Objekten in Argumentationsprozessen zu einer Erhöhung der Explizität bei. Damit werden kollektive Argumentationsprozesse besser nachvollziehbar. Die Lernbedingungen für alle Beteiligten sind (potenziell) günstig. Mitmachen und Zuhören, sich aktiv Einmischen und Nachfragen und Beitragen zum kollektiven Argumentationsprozess sind (grundsätzlich) möglich. Fachlichkeit kann gemeinsam entwickelt werden. Außerdem lässt sich rekonstruieren, dass die Beteiligung von Objekten an kollektiven Argumentationsprozessen insbesondere deren Komplexität steigert. In Komparationen von Interaktionsprozessen, zu denen analoge und/oder digitale Objekt-Akteure beitragen, manifestiert sich eine in Bezug auf Fachlichkeit wesentliche Beobachtung: In digital basierten Settings werden gehäuft *Wenn-Dann-Formulierungen* hervorgebracht. Dies kann als hohe mathematische Dichte der Situation interpretiert werden, da auf diese Weise mathematische Beziehungen und Zusammenhänge in Worte gefasst werden und so ein Repräsentationswechsel stattfindet. Mit Bruner (1986) werden solche Darstellungswechsel als wesentlich für mathematisches Verstehen und Lernen angesehen.

Grundsätzlich scheinen das Erkennen und das Formulieren von Beziehungen sowohl in analog als auch in digital basierten Situationen möglich. Gleichwohl

lassen sich diese Szenen insbesondere in Lernprozessen beobachten, in denen digitale Objekt-Akteure teilnehmen. Es lässt sich rekonstruieren: Vernetzte Aktionen regen zwar das im mathematischen Lernprozess fundamental wichtige systematische Verändern an, eine mathematisch tragfähige Deutung der Beziehungen erfolgt jedoch erst, wenn Objekt-Akteur und Lernende jeweils solo zum Zuge kommen und eine als geteilt geltende Deutung als interaktive Pause realisiert wird. In Sequenzen, in denen der interaktive Vierschritt vollständig durchlaufen wird, ist die Häufung von Wenn-Dann-Formulierungen rekonstruierbar (siehe Transkript 3). Fehlt die interaktive Pause, wird die vernetzte Aktion, mit welcher der Folgezyklus startet (1), nicht mathematisch tragfähig gedeutet (siehe Transkript 3).

So ergibt sich durch die Mitwirkung von Objekten eine Erhöhung der Explizität und Komplexität von Argumentationen. Gleichzeitig leisten digitale Objekt-Akteure einen wesentlichen Beitrag zum Erkennen und Formulieren von Beziehungen und Zusammenhängen (Wenn-Dann). Dies führt zu günstigen Lernbedingungen durch Partizipation an argumentatorisch verdichteten Interaktionssituationen.

4 Fazit

Mathematische Begriffe sind abstrakter Natur. Mathematisches Lernen bedeutet, Zahlen, Operationen und Beziehungen zu verstehen. Dazu gilt es, das Gemeinsame in ganz verschiedenen konkreten (Interaktions-) Situationen zu erkennen. Somit findet mathematisches Lernen in besonderer Weise in einer Welt der Dinge statt und ist an Objekte und Materialitäten gebunden. Auf der Grundlage einer soziologisch orientierten Perspektive, die Lernen als sozialen Prozess ansieht, bedürfen Interaktionstheorien mathematischen Lernens einer entsprechenden Objekte-integrierenden Erweiterung. Im Beitrag werden unter Rückgriff auf Latour (2005) auch Objekte als Akteure im interaktiven Lernprozess angesehen, die einen Beitrag zur Emergenz von Fachlichkeit leisten. Es zeigt sich, dass Objekte als Teilnehmende wesentlich zum mathematischen Lernprozess beitragen. In Solo-Aktionen entlasten sie die sprachliche Ebene und machen dennoch das Hervorbringen mathematisch grundlegender und tragfähiger Ideen möglich. So werden sie im Unterrichtsprozess der interaktiven Aushandlung zugänglich. Gleichzeitig fordern Objekte in vernetzten Aktionen in besonderer Weise zum Versprachlichen heraus. Die sprachliche Kompetenz der Kinder wächst, wenn sie lernen, mathematische Ideen in eigene Worte zu fassen. Digitale Objekt-Akteure tragen durch die Vernetzung mit menschlichen und analogen Objekt-Akteuren zur Emergenz fachlicher Lernprozesse bei, indem sie eine strukturorientierte Deutung ermöglichen. Dabei werden Erfahrungsbereiche aus der analogen Welt zu strukturorientierten

Angeboten digitaler Objekt-Akteure in Beziehung gesetzt. Diese günstigen Lernbedingungen emergieren insbesondere dann, wenn die Interaktionsstruktur des Vierschritts wiederholt durchlaufen wird.

Mit Blick auf die Emergenz von Fachlichkeit gewinnt das Argumentieren als spezifisch mathematische Handlung an Bedeutung. Die Partizipation an Argumentationsprozessen wird in der Mathematikdidaktik als fachliches Lernen modelliert. In diesen Prozessen tragen Objekt-Akteure insbesondere als Mit-Gestalter von Datum und Garant zu Explizität, Komplexität und somit zu einer gesteigerten Fachlichkeit der Argumentationsprozesse bei. Schließlich provozieren digitale Objekt-Akteure das Erkennen und Versprachlichen mathematischer Beziehungen. Es zeigt sich, dass Kinder Angebote von digitalen Objekt-Akteuren rephrasieren und sprachlich in Wenn-Dann-Formulierungen realisieren. Damit wird Mathematik auf hohem Niveau explizit und der interaktiven Aushandlung im Unterrichtsprozess, in dem Lernen stattfindet, zugänglich.

Somit bietet der Ansatz einer Soziologie der Objekte, welcher interaktionstheoretische Zugänge um Ideen aus der Akteur-Netzwerk-Theorie erweitert, die Möglichkeit einer empirisch fundierten Ausschärfung der Perspektive auf die Emergenz fachlicher Lernprozesse im Mathematikunterricht. Qualitative empirische Unterrichtsforschung vermag auf diese Weise den Beitrag dinglicher Akteure zu einer interaktiv hergestellten Fachlichkeit zu untersuchen.

Literatur

- Beck, M., & Vogel, R. (Hrsg.) (2017). *Geometrische Aktivitäten und Gespräche von Kindern im Blick qualitativen Forschens. Mehrperspektivische Ergebnisse aus den Projekten erStMaL und MaKReKi*. Waxmann.
- Blumer, H. (1986). *Symbolic interactionism. Perspective and method*. University of California Press.
- Brandt, B., & Tiedemann, K. (Hrsg.) (2019). *Mathematiklernen aus interpretativer Perspektive – Aktuelle Themen, Arbeiten und Fragen*. Waxmann.
- Bruner, J. (1986). *Actual minds, possible worlds*. Harvard University Press.
- Cobb, P., & Bauersfeld, H. (Hrsg.) (1995). *The emergence of mathematical meaning. Interaction in classroom cultures*. Lawrence Erlbaum.
- Etzold, H. (2020). *Klötzchen* (Version 6.0) [Mobile app]. App Store. <https://apps.apple.com/de/app/klötzchen/id1027746349>
- Fetzer, M. (2007). *Interaktion am Werk. Eine Interaktionstheorie fachlichen Lernens, entwickelt am Beispiel von Schreibenanlässen im Mathematikunterricht der Grundschule*. Klinkhardt.
- Fetzer, M. (2011). Wie argumentieren Grundschulkinder im Mathematikunterricht? Eine argumentationstheoretische Perspektive. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 32(1), 27–51.
- Fetzer, M. (2015). Mit Objekten rechnen. Empirische Unterrichtsforschung auf den Spuren von Materialien im Mathematikunterricht. In T. Alkemeyer, H. Kalthoff, & M. Rieger-Ladich (Hrsg.), *Bildungspraktiken. Körper – Räume – Artefakte* (S. 309–337). Velbrück Wissenschaft. DOI:10.5771/9783845277349-309
- Fetzer, M. (2020). #dialog. Zur Rolle analoger und digitaler Objekte im mathematischen Lernprozess – eine Annäherung. In M. Beck, L. Billion, M. Fetzer, M. Huth, V. Möller, & A.-M. Vogler (Hrsg.), *Multiperspektivische Analysen von Lehr-Lernprozessen. Mathematikdidaktische, multimodale, digitale und konzeptionelle Ansätze*. (S. 127–142). Waxmann.

- Fetzer, M. (2022). Reassembling the social classroom – Mathematiklernen analog und digital. In C. Kuttner, & S. Münte-Goussar (Hrsg.), *Praxistheoretische Perspektiven auf Schule in der Kultur der Digitalität* (S. 299–319). Springer VS. DOI:10.1007/978-3-658-35566-1_15
- Fetzer, M. (2024). Mit Latour rechnen – Mathematiklernen in einer Welt der Dinge. In H. Schildermans, A. Rohstock, M. Rieger-Ladich, & K. Wortmann (Hrsg.), *Bruno Latour: Pädagogische Lektüren* (S. 145–174). Springer VS.
- Fetzer, M., & Bräuer, J. (2023). Follow the actors – Mathematical learning in digital settings. *Thirteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (CERME13), July 2023, Budapest, Hungary. <https://hal.science/hal-04410798>
- Fetzer, M., & Bräuer, J. (2024). Follow the actors – Mathematical learning in digital settings. *Thirteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Budapest, Hungary.
- Fetzer, M., & Tiedemann, K. (2018). The Interplay of Language and Objects in the Process of Abstracting. In J. Moschkovich, D. Wagner, A. Bose, J. Rodrigues, & M. Schütte (Hrsg.), *Language and communication in mathematics education. International perspectives* (S. 91–104). Springer. DOI:10.1007/978-3-319-75055-2_8
- Goffman, E. (1981). *Forms of Talk*. University of Philadelphia Press.
- Jungwirth, H., & Krummheuer, G. (Hrsg.) (2006). *Der Blick nach innen: Aspekte der alltäglichen Lebenswelt Mathematikunterricht. Band 1 und 2*. Waxmann.
- Knipping, C. (2003). *Beweisprozesse in der Unterrichtspraxis – Vergleichende Analysen von Mathematikunterricht in Deutschland und Frankreich*. Franzbecker.
- Koch, P. & Oesterreicher, W. (1985). Sprache der Nähe – Sprache der Distanz. Mündlichkeit und Schriftlichkeit im Spannungsfeld von Sprachtheorie und Sprachgeschichte. In O. Deutschmann, & H. Flache (Hrsg.), *Romanistisches Jahrbuch*, 36, 15–43. Walter de Gruyter.
- Kortenkamp, U. (o. J.). *Stellenwerttafel* (Version 6.0, magic) [Mobile app]. App Store. <https://apps.apple.com/de/app/stellenwerttafel/id568750442>
- Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. In P. Cobb, & H. Bauersfeld (Hrsg.), *The emergence of mathematical meaning. Interaction in classroom cultures* (S. 229–269). Lawrence Erlbaum Associates.
- Krummheuer, G., & Fetzer, M. (2005). *Der Alltag im Mathematikunterricht. Beobachten – Verstehen – Gestalten*. Spektrum Akademischer Verlag.
- Kultusministerkonferenz (2022). *Bildungsstandards für das Fach Mathematik. Primarbereich. Kultusministerkonferenz*. <https://www.kmk.org/themen/allgemeinbildende-schulen/bildungswege-und-abschluesse/primarbereich.html>
- Latour, B. (1998). Über technische Vermittlung: Philosophie, Soziologie, Genealogie. In W. Ramert (Hrsg.), *Technik und Sozialtheorie* (S. 29–82). Campus.
- Latour, B. (2005). *Reassembling the Social. An Introduction to Actor-Network-Theory*. University Press.
- Schwarzkopf, R. (2000). *Argumentationsprozesse im Mathematikunterricht*. Franzbecker.
- Toulmin, S. E. (2003). *The Uses of Argument*. University Press.

Autorin

Fetzer, Marei, Univ.-Prof.in Dr.in

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0270-7870>

Bergische Universität Wuppertal, Didaktik & Geschichte der Mathematik
Arbeits- und Forschungsschwerpunkte: Arbeitsmittel und Objekte im Mathematikunterricht der Grundschule, Sprache, Mehrsprachigkeit und mathematisches Lernen, Argumentieren im Mathematikunterricht, Digital basierte Lernumgebungen, Entwicklung einer Interaktionstheorie mathematischen Lernens und Weiterentwicklung mathematikdidaktischer Forschungsmethoden